



Τμήμα Φυσικής

Δυναμική Ατμόσφαιρας

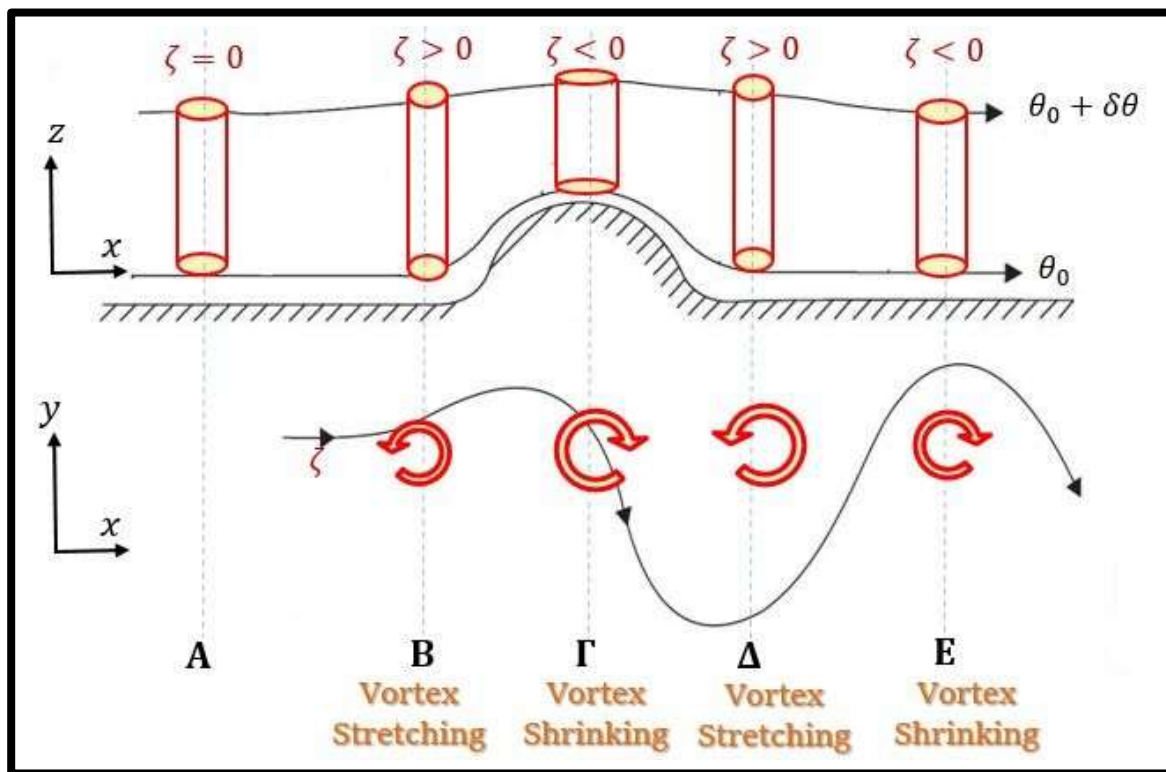
Ευάγγελος Τυρλής

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Τομέας Φυσικής Περιβάλλοντος & Μετεωρολογίας

2. Διατήρηση και Μεταφορά Στροβιλισμού



- Παραγωγή εξισώσεων
- Εξίσωση στροβιλισμού σε ρηχό σύστημα
- Εξίσωση βαροτροπικού στροβιλισμού
- Εφαρμογές
- Μεταφορά στροβιλισμού και εξέλιξη συστημάτων επιφανείας
- Εφαρμογές

The diagram illustrates a sphere with a vertical axis labeled Ω at the top, with a red curved arrow indicating rotation. The vertical axis is labeled *N. Pole* at the top and *S. Pole* at the bottom. A horizontal line represents the *Equator*. A vector $\vec{V} = [u, v, w]$ is shown originating from the center. A set of Cartesian coordinates (x, y, z) is shown with unit vectors $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$. The distance from the center to the tip of the vector is labeled r . The angle between the vector and the vertical axis is labeled ϑ . The angle between the vector and the equatorial plane is labeled λ .



2. Εξισώσεις σε ρηχό σύστημα

Εξισώσεις διατήρησης της ορμής στην οριζόντια διεύθυνση:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + fv + \cancel{Fr^x} \quad (1) \quad x\text{-διατήρηση ορμής}$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} - fu + \cancel{Fr^y} \quad (2) \quad y\text{-διατήρηση ορμής}$$

- 1) Λεπτό στρώμα, με οριζόντια έκταση L πολύ μεγαλύτερη της κατακόρυφης H : $H \ll L$.
- 2) Ομοιογενές (σταθερή πυκνότητα: $\rho = \rho_0$).
- 3) Χωρίς τριβές.

Εξίσωση συνέχειας - ασυμπίεστο ρευστό:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \vec{V} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{V} = 0 \Rightarrow \nabla_H \vec{u} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\vec{V} = [u, v, w], \quad \vec{u} = [u, v] \quad \sim \frac{U}{L} \quad \sim \frac{W}{H}$$

$$\nabla_H \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{U}{L} \sim \frac{W}{H} \Rightarrow W \sim U \left(\frac{H}{L} \right) \quad \text{"Aspect ratio"}$$

Η κατακόρυφη ταχύτητα είναι πολύ μικρότερη από την οριζόντια

Εξίσωση διατήρησης ορμής στην κατακόρυφη διεύθυνση:

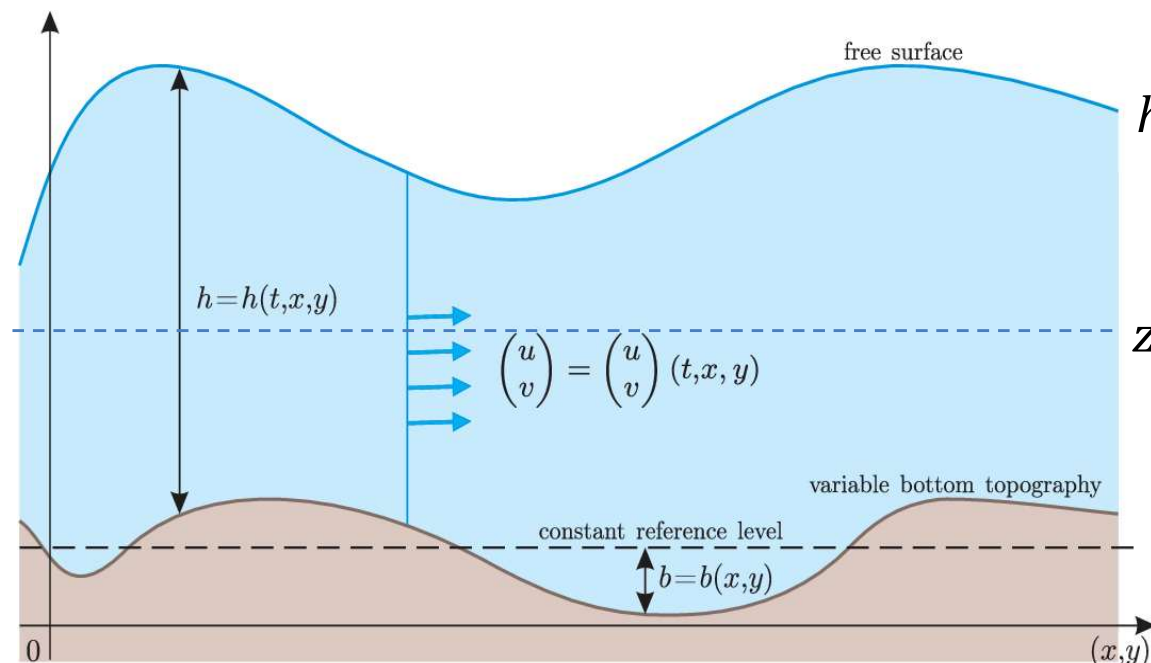
$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \cancel{Fr^z} \quad z\text{-διατήρηση ορμής} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_0 g \quad (4) \quad \text{Υδροστατική ισορροπία}$$

$$\sim \frac{W}{T} \sim W \frac{1}{T} \sim W \frac{U}{L} \sim \frac{UH}{L} \frac{U}{L} \sim \frac{U^2 H}{L^2} \sim \frac{U^2 H^2}{HL^2} \sim \frac{U^2}{gH} \left(\frac{H}{L} \right)^2 \propto \delta_\alpha^2 \ll 1$$

$$\text{Aspect ratio} \quad \delta_\alpha = \frac{H}{L} \ll 1$$



2. Εξισώσεις σε ρηχό σύστημα



$$h \quad (4) \Rightarrow \int_{p(z)}^{p(h)} dp = -\rho_0 g \int_z^h dz'$$

Ολοκλήρωση από ύψος z έως h (επιφάνεια).

$$\Rightarrow p(h) - p(x, y, z, t) = -\rho_0 g(h - z)$$

$$\Rightarrow p(x, y, z, t) = p_0 + \rho_0 g(h - z)$$

Στην επιφάνεια η πίεση $p(h)$ οφείλεται στο βάρος υπερκείμενου στρώματος αν αυτό υπάρχει και δεν μεταβάλλεται με τον χρόνο και είναι σταθερή

$$\Rightarrow p(x, y, z, t) = p_0 + \rho_0 g\{h(x, y, t) - z\} \Rightarrow \nabla_H p = \rho_0 g \nabla_H h$$

Η οριζόντια βαθμίδα της πίεσης είναι συνάρτηση της βαθμίδας του η και **άρα είναι ανεξάρτητη του ύψους z .**

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \frac{\partial h}{\partial x} \\ g \frac{\partial h}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \text{Επομένως ισχύει} \quad \left. \begin{aligned} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} &= g \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} &= g \frac{\partial h}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

“Η οριζόντια δύναμη βαροβαθμίδας οφείλεται μόνο σε κατακόρυφες μετατοπίσεις της ελεύθερης επιφάνειας.”



2. Εξισώσεις σε ρηχό σύστημα

$$(1) \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + f v$$

$$(2) \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} - f u$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} &= g \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} &= g \frac{\partial h}{\partial y} \end{aligned} \right\} (5)$$

Αντικαθιστούμε στις εξισώσεις διατήρησης ορμής (οριζόντια διεύθυνση) τους **όρους βαροβαθμίδας**

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - f v &= -g \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + f u &= -g \frac{\partial h}{\partial y} \end{aligned} \right\} (6)$$

$$\frac{D_H \vec{u}}{Dt} + \vec{f} \times \vec{u} = -g \nabla h$$

$$\vec{u} = (u, v)$$

$$\frac{D_H}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}$$

Οριζόντια (βαροτροπική) ροή - απουσία δομής στη κατακόρυφη διεύθυνση:

Το δεξιό μέλος της εξίσωσης (6) είναι ανεξάρτητο από το z επειδή $h=h(x, y, t)$. Οπότε αν υποθέσουμε ότι αρχικά η **οριζόντια ροή** είναι ανεξάρτητη του z θα παραμένει έτσι, οπότε $u, v=f(x, y, t)$. Οι όροι Coriolis, advection terms αλλά και οι όροι $\frac{\partial u}{\partial t}$ & $\frac{\partial v}{\partial t} = f(x, y, t)$. Δηλαδή σε κάθε μεταγενέστερη στιγμή η οριζόντια ροή θα τείνει να μη παρουσιάζει δομή καθ' ύψος.



2. Εξισώσεις σε ρηχό σύστημα

Παρόλο που η οριζόντια ροή σε ένα SWE σύστημα τείνει να μην έχει δομή στην κατακόρυφη διεύθυνση, μπορεί να **συντηρεί κατακόρυφη ταχύτητα w**, η οποία είναι συνήθως μικρή και δίδεται από την εξίσωση συνέχειας:

∂u/∂x + ∂v/∂y + ∂w/∂z = 0 u, v = f(x, y, t)

Οι 2 πρώτοι όροι μπορεί να είναι ανεξάρτητοι του z, όμως τίποτα δεν εγγυάται ότι το άθροισμά τους θα είναι 0. Έτσι μια μικρή κατακόρυφη ταχύτητα μπορεί να μεταβάλλεται καθ' ύψος.

∫₀ʰ (∂u/∂x + ∂v/∂y + ∂w/∂z) dz = 0 ⇒ (∂u/∂x + ∂v/∂y) ∫₀ʰ dz + ∫₀ʰ ∂w/∂z dz = 0

Επειδή είναι ανεξάρτητοι του z μπορούν να περάσουν εκτός ολοκληρώματος.

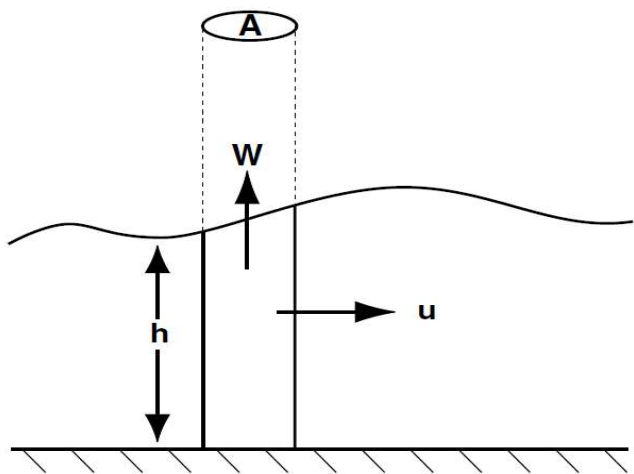
⇒ (∂u/∂x + ∂v/∂y) h + ∫_{w(0)}^{w(h)} dw = 0 ⇒ (∂u/∂x + ∂v/∂y) h + w(h) - w(0) = 0 w(0)=0 w(h)=Dh/Dt

Στον βυθό

Στην ελεύθερη επιφάνεια

⇒ (∂u/∂x + ∂v/∂y) h + Dh/Dt = 0 ⇒ η ∇u + ∂h/∂t + u ∇h = 0

⇒ ∂h/∂t + u ∇h + h ∇u = 0 ⇒ ∂h/∂t + ∇ · (h u) = 0 ⇒ ∂h/∂t + ∇ · (h u) = 0 ή Dh/Dt = -h ∇u (7)

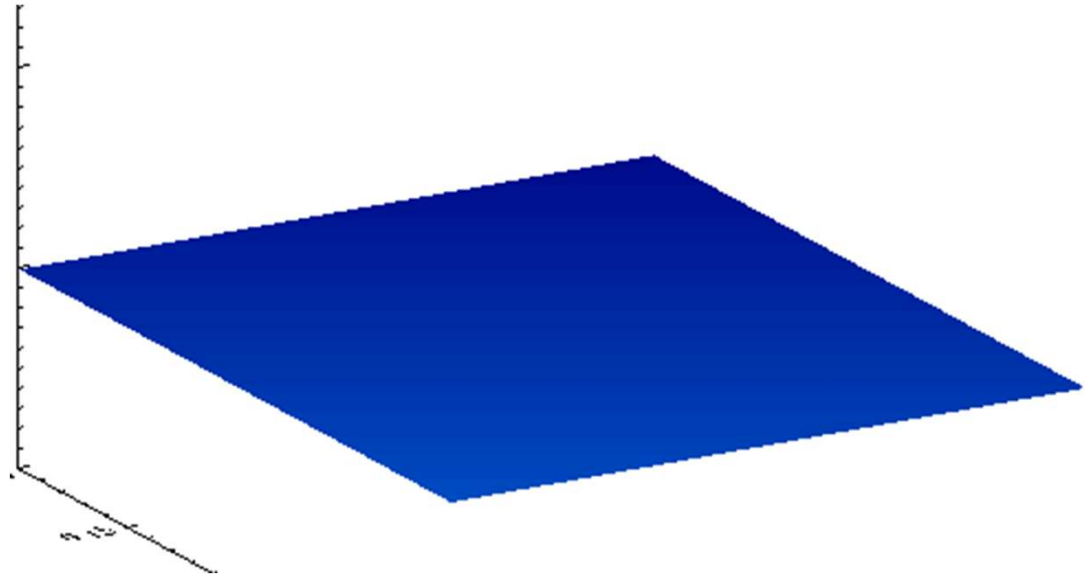


Η κατακόρυφη ταχύτητα w έχει απαληφθεί από την τελική εξίσωση (αντικατάσταση από h). Η μεταβολή πάχους h του ρευστού ακολουθώντας τη ροή (material tendency) εξαρτάται από την απόκλιση της οριζόντιας ταχύτητας. Το πάχος αυξάνει όταν υπάρχει σύγκλιση (∇u < 0) σε στήλη ρευστού εισάγοντας κατακόρυφη ταχύτητα στην κορυφή της στήλης.

3. Σύγκριση εξισώσεων ρηχού και πλήρους συστήματος

Υπό προποθέσεις η Ατμόσφαιρα μπορεί να θεωρηθεί ως ρηχό σύστημα.

Οι εξισώσεις διατήρησης της ορμής και η εξίσωση συνέχειας λαμβάνουν μια πιο απλή μορφή.



$$\vec{V} = [u, v, w]$$

ρ

$$\vec{u} = (u, v)$$

h

Εξισώσεις διατήρησης της ορμής:

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = -2\vec{\Omega} \times \vec{V} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g} + \overrightarrow{Fr}$$

Εξισώσεις διατήρησης της ορμής:

$$\frac{D_H \vec{u}}{Dt} + \vec{f} \times \vec{u} = -g \nabla h + \overrightarrow{Fr} \quad (6)$$

Εξίσωση συνέχειας:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \vec{V} = 0$$

Εξίσωση συνέχειας:

$$\frac{D_H h}{Dt} = -h \nabla \cdot \vec{u} \quad \text{ή} \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h \vec{u}) = 0 \quad (7)$$



4. Εξίσωση στροβιλισμού σε σύστημα shallow water

Σκοπός: Να παράξουμε μια εξίσωση η οποία θα μας δίνει τη μεταβολή του στροβιλισμού σε σύστημα shallow water.

(6a) $\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} + fv - g \frac{\partial h}{\partial x} + (Fr^x)$

Σε ρηχό σύστημα δεν περιλαμβάνεται όρος τριβής. Τον διατηρούμε εδώ για ... Μετέπειτα μελέτη.

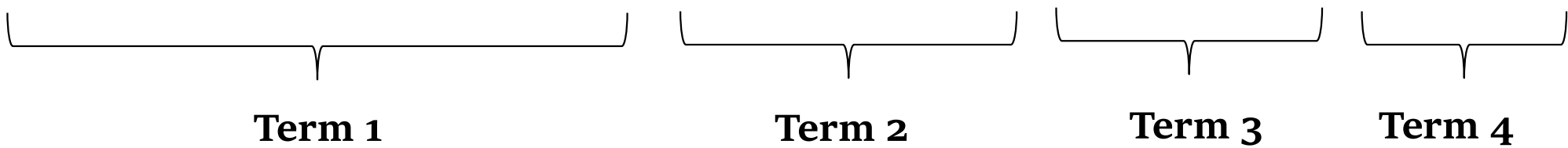
(6b) $\Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - fu - g \frac{\partial h}{\partial y} + (Fr^y)$

Επεξεργαζόμαστε τις εξισώσεις κίνησης στην οριζόντια διεύθυνση ώστε να εμφανιστεί η **κατακόρυφη συνιστώσα του σχετικού στροβιλισμού** ζ και να υπολογίσουμε τη χρονική μεταβολή της:

$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$

$\frac{\partial (6b)}{\partial x} - \frac{\partial (6a)}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} - \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial y} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial \zeta}{\partial t} =$

$$- \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\} - g \left\{ \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} \right\} - \frac{\partial(fu)}{\partial x} - \frac{\partial(fv)}{\partial y} + \frac{\partial Fr^y}{\partial x} - \frac{\partial Fr^x}{\partial y}$$



$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = Term\ 1 + Term\ 2 + Term\ 3 + Term\ 4$



4. Εξίσωση στροβιλισμού σε σύστημα *shallow water*

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \text{Term 1} + \text{Term 2} + \text{Term 3} + \text{Term 4}$$

$$\text{Term 1} = - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\} =$$

$$- \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} - v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\} =$$

$$- \left\{ u \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} \right) + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial v}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial u}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\} =$$

$$- \left\{ u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\} - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) =$$

$$-\vec{u} \cdot \nabla_H \zeta - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \zeta$$

$$\text{Term 2} = -g \left\{ \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} \right\} = 0$$

$$\text{Term 3} = - \frac{\partial(fu)}{\partial x} - \frac{\partial(fv)}{\partial y} = -f \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \left(u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} \right) = -f \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \vec{u} \cdot \nabla_H f$$



4. Εξίσωση στροβιλισμού σε σύστημα shallow water

Term 4 = $\frac{\partial F^y}{\partial x} - \frac{\partial F^x}{\partial y} = F \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\vec{u} \cdot \nabla_H(\zeta + f) - (\zeta + f) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + F$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\vec{u} \cdot \nabla_H \zeta - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \zeta - f \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \vec{u} \cdot \nabla_H f + F \Rightarrow \quad (8)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla_H \zeta = -\vec{u} \cdot \nabla_H f - (\zeta + f) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + F \Rightarrow$$

Lagrangian rate of change of relative vorticity **following** the element of fluid

Μη συντηρητικές δυνάμεις (τριβές)

$$\frac{D_H \zeta}{D t} = -\vec{u} \cdot \nabla_H f - (\zeta + f) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + F$$

(9)

Συμπέρασμα 1: Ο σχετικός στροβιλισμός (κατακόρυφη συνιστώσα του σχετικού στροβιλισμού) στοιχείου της Ατμόσφαιρας αλλάζει παρουσία **μη συντηρητικών δυνάμεων (τριβών), χωρικών μεταβολών της παραμέτρου *f* ή απόκλισης στη οριζόντια ροή (2D).**

Η **απόκλιση** δρα μόνο όταν το στοιχείο κατέχει ήδη απόλυτο στροβιλισμό στην κατακόρυφη διεύθυνση. Ο όρος μηδενίζεται σε πεδίο ταχυτήτων μηδενικής απόκλισης (non-divergent flow).

Η **πaráμετρος Coriolis** (πλανητικός στροβιλισμός) μεταβάλλεται μόνο στη μεσημβρινή διεύθυνση.



5. Εξίσωση μεταβολής απόλυτου στροβιλισμού σε σύστημα *shallow water*

Επεξεργασία της εξίσωσης (9) μας δίνει ανάλογη έκφραση για τον απόλυτο στροβιλισμό

D_H zeta over D t = -u vec dot nabla_H f - (zeta + f) (partial u over partial x + partial v over partial y) + F =>

partial zeta over partial t + u vec dot nabla_H zeta = -u vec dot nabla_H f - (zeta + f) (partial u over partial x + partial v over partial y) + F =>

partial zeta over partial t + u vec dot nabla_H (zeta + f) = -(zeta + f) (partial u over partial x + partial v over partial y) + F =>

partial f over partial t = 0

partial (zeta + f) over partial t + u vec dot nabla_H (zeta + f) = -(zeta + f) (partial u over partial x + partial v over partial y) + F =>

Lagrangian rate of change of relative vorticity following the element of fluid

Μη συντηρητικές δυνάμεις (τριβές)

D_H eta over D t = -(zeta + f) (partial u over partial x + partial v over partial y) + F (10)

Συμπέρασμα 2: Ο απόλυτος στροβιλισμός η (κατακόρυφη συνιστώσα του απόλυτου στροβιλισμού) στοιχείου της Ατμόσφαιρας ακολουθώντας τη ροή αλλάζει παρουσία μη συντηρητικών δυνάμεων (τριβών) ή απόκλισης στη οριζόντια ροή (2D).

Η απόκλιση δρα μόνο όταν το στοιχείο κατέχει ήδη απόλυτο στροβιλισμό στην κατακόρυφη διεύθυνση. Ο όρος μηδενίζεται σε πεδίο ταχυτήτων μηδενικής απόκλισης (non-divergent flow).



6. Διατήρηση δυναμικού στροβιλισμού σε σύστημα *shallow water*

Επιστρέφουμε στο ρηχό σύστημα όπου **δεν υπάρχουν όροι τριβής**

$\vec{u} = (u, v)$

(7) $\Rightarrow \frac{D_H h}{Dt} = -h \nabla_H \vec{u} \Rightarrow \nabla_H \vec{u} = -\frac{1}{h} \frac{D_H h}{Dt}$ (11)

$\frac{D_H}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}$

(10) $\Rightarrow \frac{D_H \eta}{Dt} = -\eta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\eta \nabla_H \vec{u} = \frac{\eta}{h} \frac{D_H h}{Dt} \Rightarrow$

$\frac{D_H \eta}{Dt} = \frac{\eta}{h} \frac{D_H h}{Dt} \Rightarrow \frac{D_H}{Dt} \left(h \frac{\eta}{h} \right) = \frac{\eta}{h} \frac{D_H h}{Dt} \Rightarrow \cancel{\frac{\eta}{h} \frac{D_H \eta}{Dt}} + h \frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\eta}{h} \right) = \cancel{\frac{\eta}{h} \frac{D_H h}{Dt}} \Rightarrow h \frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\eta}{h} \right) = 0 \Rightarrow$

Εξίσωση διατήρησης δυναμικού στροβιλισμού σε ρηχό σύστημα

Shallow water Potential Vorticity conservation

$\frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\eta}{h} \right) = \frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\zeta + f}{h} \right) = \frac{D_H PV_{sw}}{Dt} = 0$ (12)

Ο **δυναμικός στροβιλισμός σε ένα ρηχό σύστημα (shallow water Potential Vorticity)** λαμβάνει μια απλή μορφή και ορίζεται ως το πηλίκο του απόλυτου στροβιλισμού η με το βάθος του στοιχείου του ρευστού h (Ατμόσφαιρα).

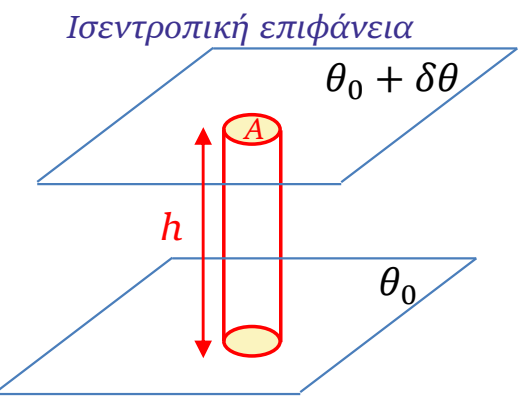
Συμπέρασμα: Ακολουθώντας τη κίνηση ενός στοιχείου της Ατμόσφαιρας, ο δυναμικός στροβιλισμός διατηρείται. Δηλαδή, αν ο **απόλυτος στροβιλισμός η** αυξάνεται (μειώνεται) τότε το **βάθος του στοιχείου h** πρέπει επίσης να αυξάνεται (μειώνεται).

7. Χρησιμότητα δυναμικού στροβιλισμού σε ρηχό σύστημα

Σε ρηχό σύστημα ο απόλυτος στροβιλισμός στοιχείου-στήλης μεταβάλλεται καθώς αυτό εισέρχεται σε περιοχές της Ατμόσφαιρας που επικρατεί απόκλιση ή σύγκλιση της ροής (απουσία τριβής).

$$\frac{D_H \eta}{D t} = -\eta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\eta \mathbf{D}$$

(10)

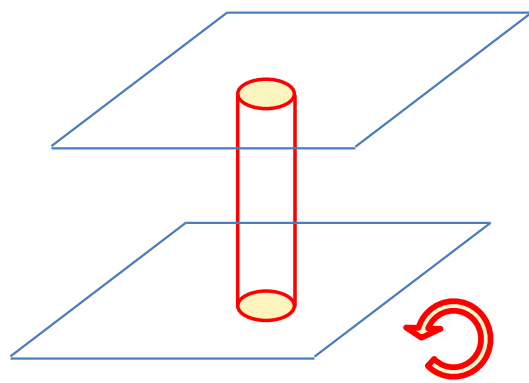


Για να μελετήσουμε το φαινόμενο θεωρούμε στοιχείο της ατμόσφαιρας σε κυλινδρικό σχήμα, το οποίο δύναται να περιστρέφεται (στρόβιλος ή Lagrangian vortex).

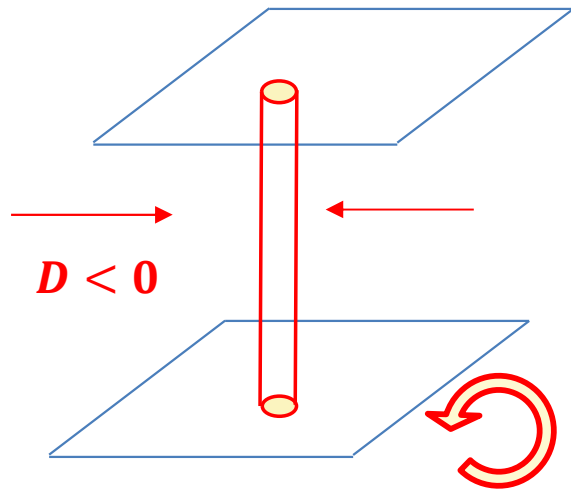
Έχει βάθος h και εκτείνεται μεταξύ δυο **ισεντροπικών επιφανειών** με δυνητικές θερμοκρασίες θ_0 & $\theta_0 + \delta\theta$. Οι επιφάνειες απέχουν δP ή βάθος/ύψος h .

Σε αδιαβατικές μεταβολές ο στρόβιλος ο οποίος περιορίζεται μεταξύ των δυο ισεντροπικών επιφανειών θα συνεχίσει να περιορίζεται μεταξύ αυτών των επιφανειών.

Δύο υλικά σημεία σε βάση και κορυφή θα διατηρούν την ίδια θ . Έτσι ο στρόβιλος θα περιορίζεται μεταξύ των ίδιων ισεντροπικών

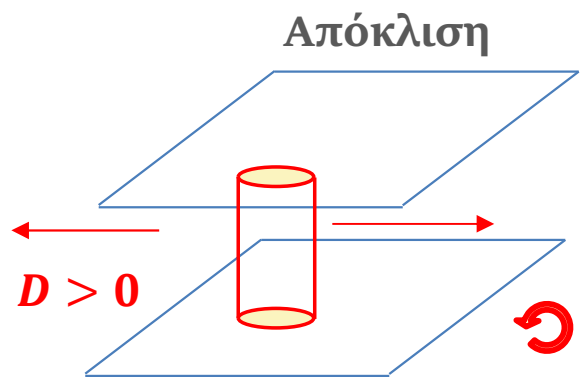


Σύγκλιση



Η σύγκλιση του πεδίου ταχύτητας συμπιέζει πλευρικά το στοιχείο. Αυξάνεται η περιστροφή.

Το στοιχείο αλλάζει πάχος γιατί διατηρεί τη μάζα του μεταξύ των επιφανειών



Η απόκλιση του πεδίου ταχύτητας πλαταίνει πλευρικά το στοιχείο. Μειώνεται η περιστροφή.

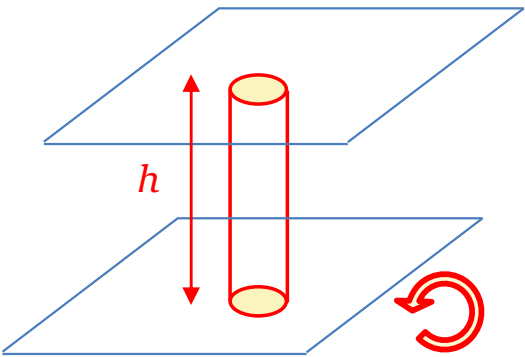
7. Χρησιμότητα δυναμικού στροβιλισμού σε ρηχό σύστημα

Σε ανάλογο συμπέρασμα καταλήγουμε και από την εξίσωση διατήρησης του δυναμικού στροβιλισμού PV_{sw}

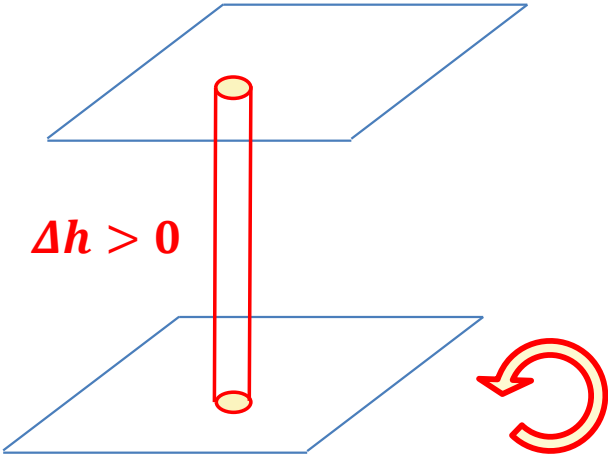
(12)

$$\frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\eta}{h} \right) = \frac{D_H PV_{sw}}{Dt} = 0$$

Vortex Stretching

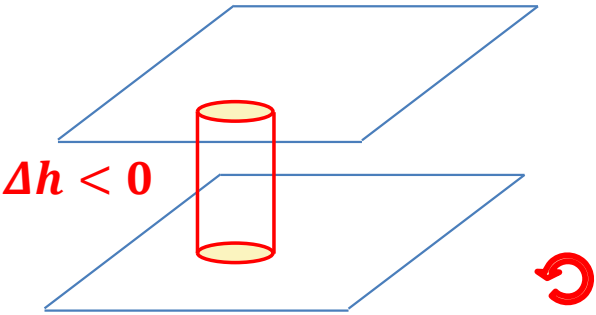


$\Delta h > 0$



Οι ισεντροπικές επιφάνειες απομακρύνονται.

Vortex Shrinking



Οι ισεντροπικές επιφάνειες πλησιάζουν.

Διατηρείται ο δυναμικός στροβιλισμός. Έτσι ο απόλυτος στροβιλισμός μεταβάλλεται λόγω αλλαγής του βάθους του στοιχείου ανάλογα με το αν υπόκειται σε τέντωμα ή συρρίκνωση (stretching or shrinking) .

1. Δυναμικός στροβιλισμός σε σύστημα shallow water

Η παρακάτω εξίσωση έχει μεγάλη αξία για την πρόγνωση της μελλοντικής κατάστασης της ατμοσφαιρικής ροής:

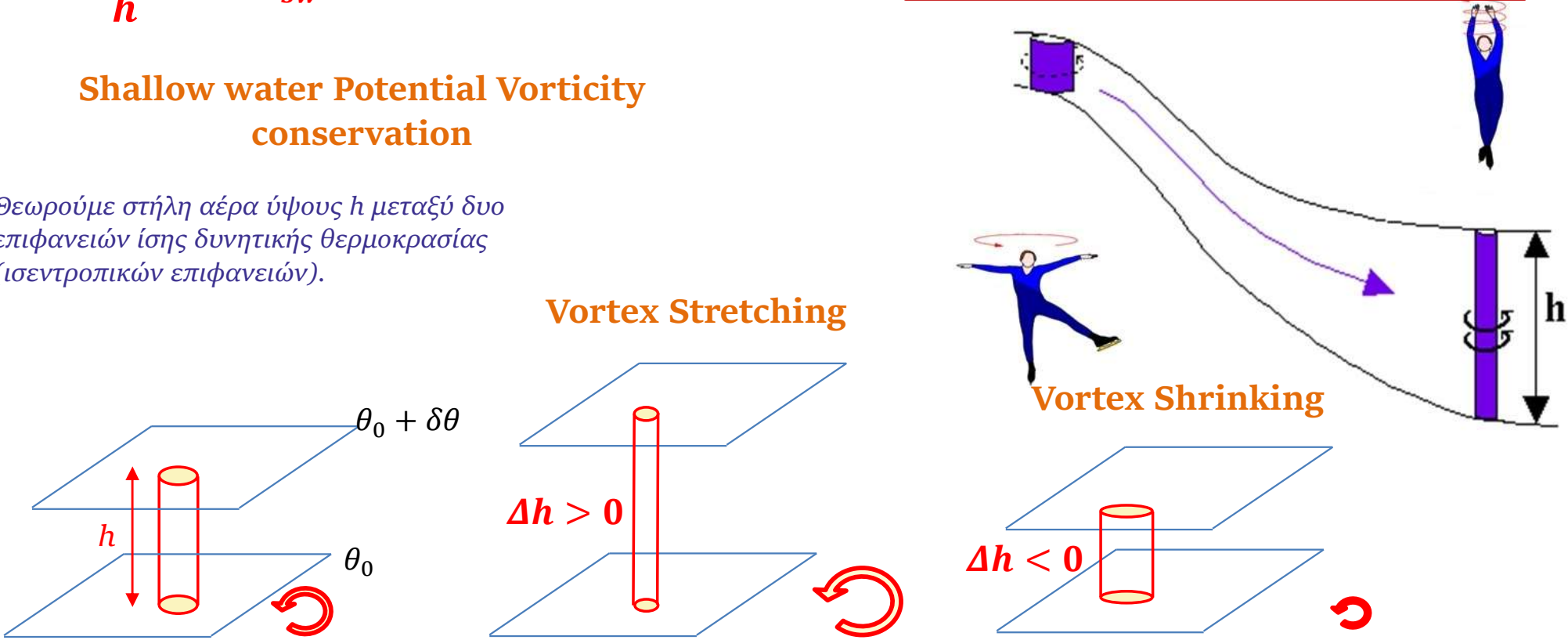
$$\vec{u} = (u, v)$$

$$\frac{\zeta + f}{h} = PV_{sw} = constant$$

Shallow water Potential Vorticity conservation

Θεωρούμε στήλη αέρα ύψους h μεταξύ δυο επιφανειών ίσης δυναμικής θερμοκρασίας (ισεντροπικών επιφανειών).

$$\frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\zeta + f}{h} \right) = \frac{D_H PV_{sw}}{Dt} = 0$$

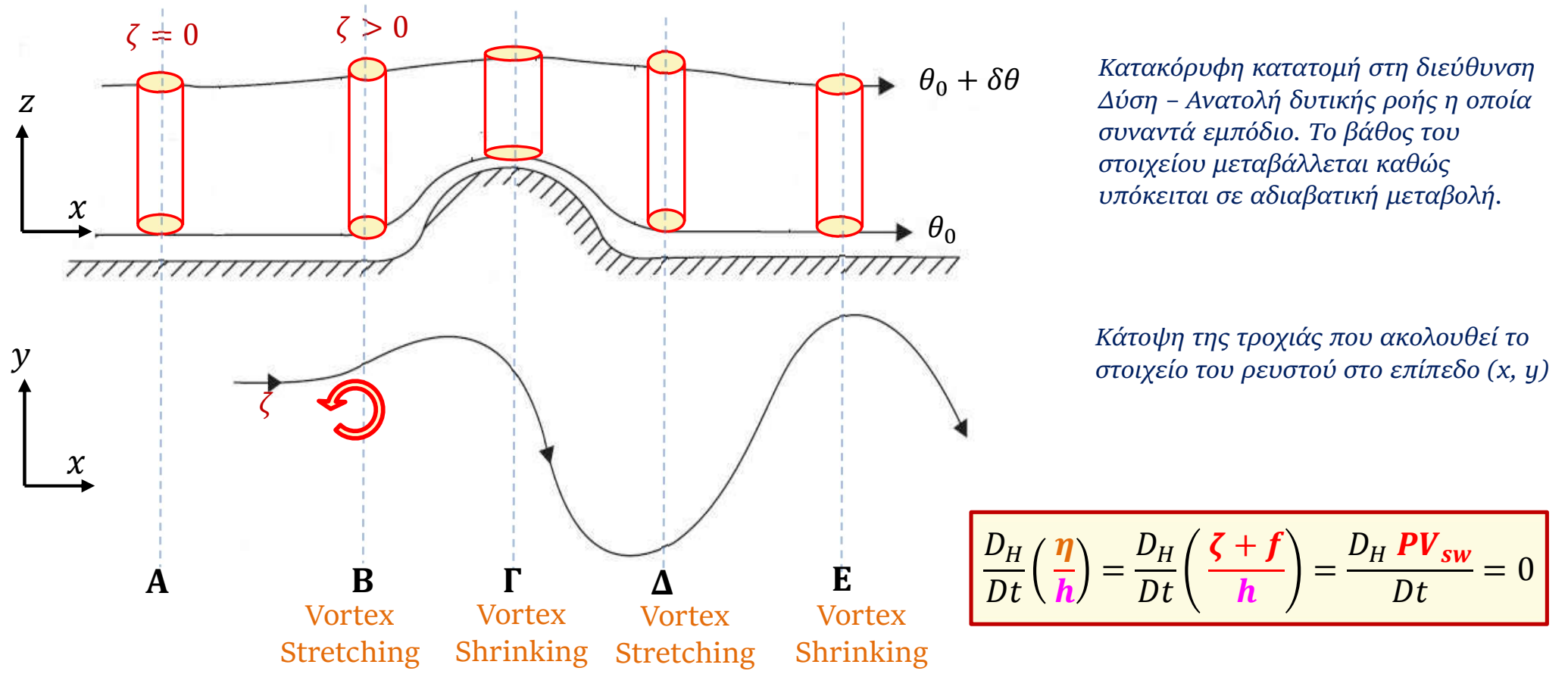


Ο **δυναμικός στροβιλισμός σε ένα ρηχό σύστημα** λαμβάνει μια απλή μορφή και ορίζεται ως το πηλίκο του απόλυτου στροβιλισμού η με το βάθος του στοιχείου του ρευστού h .

Συμπέρασμα: Ακολουθώντας τη κίνηση ενός στοιχείου της Ατμόσφαιρας, ο δυναμικός στροβιλισμός διατηρείται. Δηλαδή, αν ο **απόλυτος στροβιλισμός ζ** αυξάνεται (μειώνεται) τότε το **βάθος του στοιχείου h** πρέπει επίσης να αυξάνεται (μειώνεται).

8. Εφαρμογή 1: Μελέτη δυτικής ροής προσπίπτουσα σε εμπόδιο

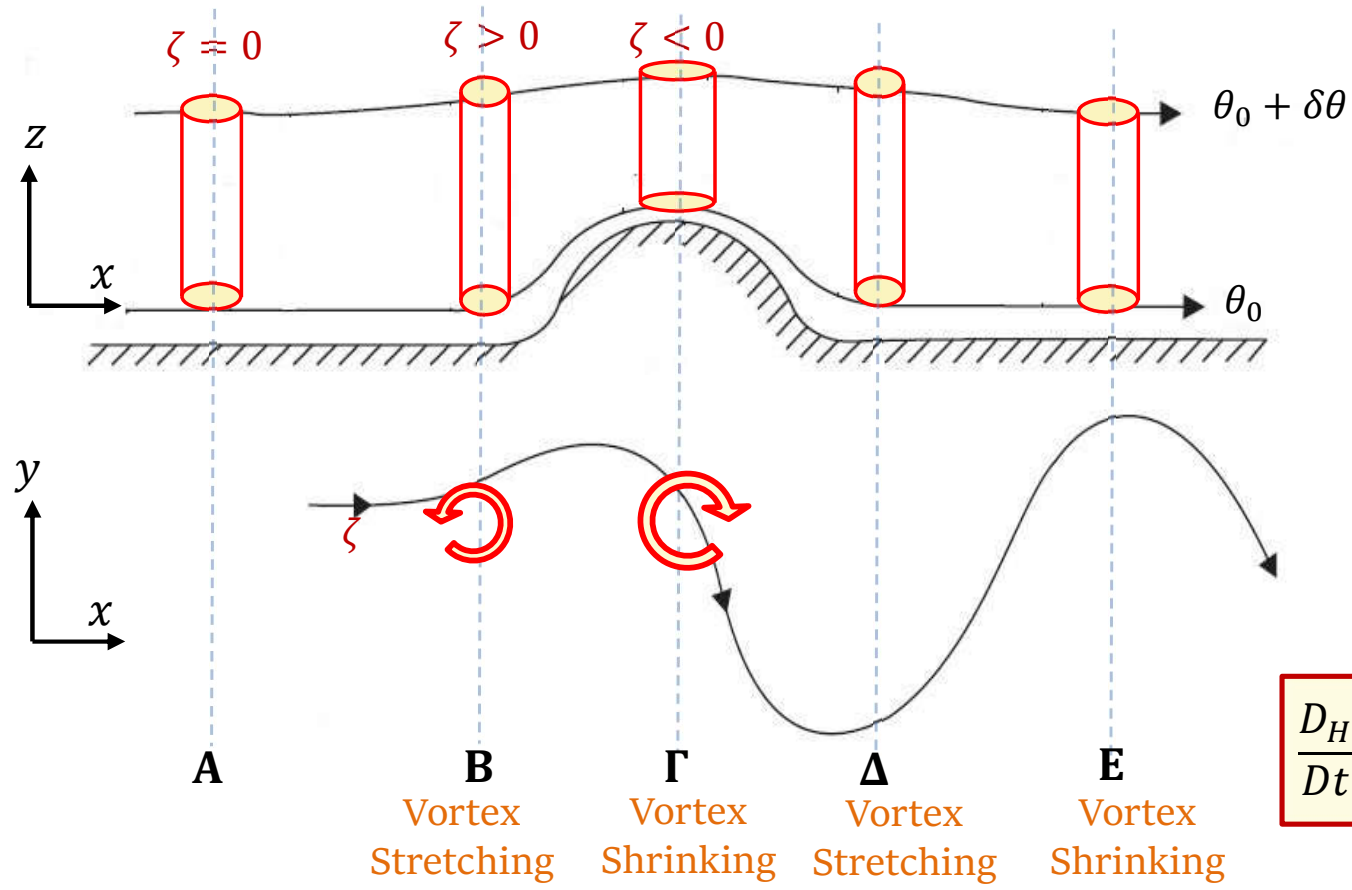
Η εξίσωση διατήρησης δυναμικού στροβιλισμού σε ρηχό σύστημα χρησιμεύει για τη μελέτη της εξέλιξης ατμοσφαιρικής δυτικής ροής επάνω από εμπόδια, όπως αυτά της ορογραφίας.



- Θέση Α:** Υποθέτουμε ότι το στοιχείο της Ατμόσφαιρας έχει μηδενικό σχετικό στροβιλισμό ζ .
- Θέση Β:** Καθώς το στοιχείο πλησιάζει το εμπόδιο το βάθος της στήλης αυξάνεται πρόσκαιρα. Το τέντωμα της στήλης προκαλεί αύξηση του η , η οποία πραγματοποιείται εν μέρει με αύξηση του πλανητικού στροβιλισμού f και εν μέρει με αύξηση του σχετικού στροβιλισμού ζ .
- Ουσιαστικά, στο οριζόντιο επίπεδο η τροχιά του στοιχείου κάμπτεται προς τα βόρεια ώστε να καμπυλωθεί κυκλωνικά (θετικός σχετικός στροβιλισμός ζ).

8. Εφαρμογή 1: Μελέτη δυτικής ροής προσπίπτουσα σε εμπόδιο

Η εξίσωση διατήρησης δυναμικού στροβιλισμού σε ρηχό σύστημα χρησιμεύει για τη μελέτη της εξέλιξης ατμοσφαιρικής δυτικής ροής επάνω από εμπόδια, όπως αυτά της ορογραφίας.



Κατακόρυφη κατατομή στη διεύθυνση Δύση - Ανατολή δυτικής ροής η οποία συναντά εμπόδιο. Το βάθος του στοιχείου μεταβάλλεται καθώς υπόκειται σε αδιαβατική μεταβολή.

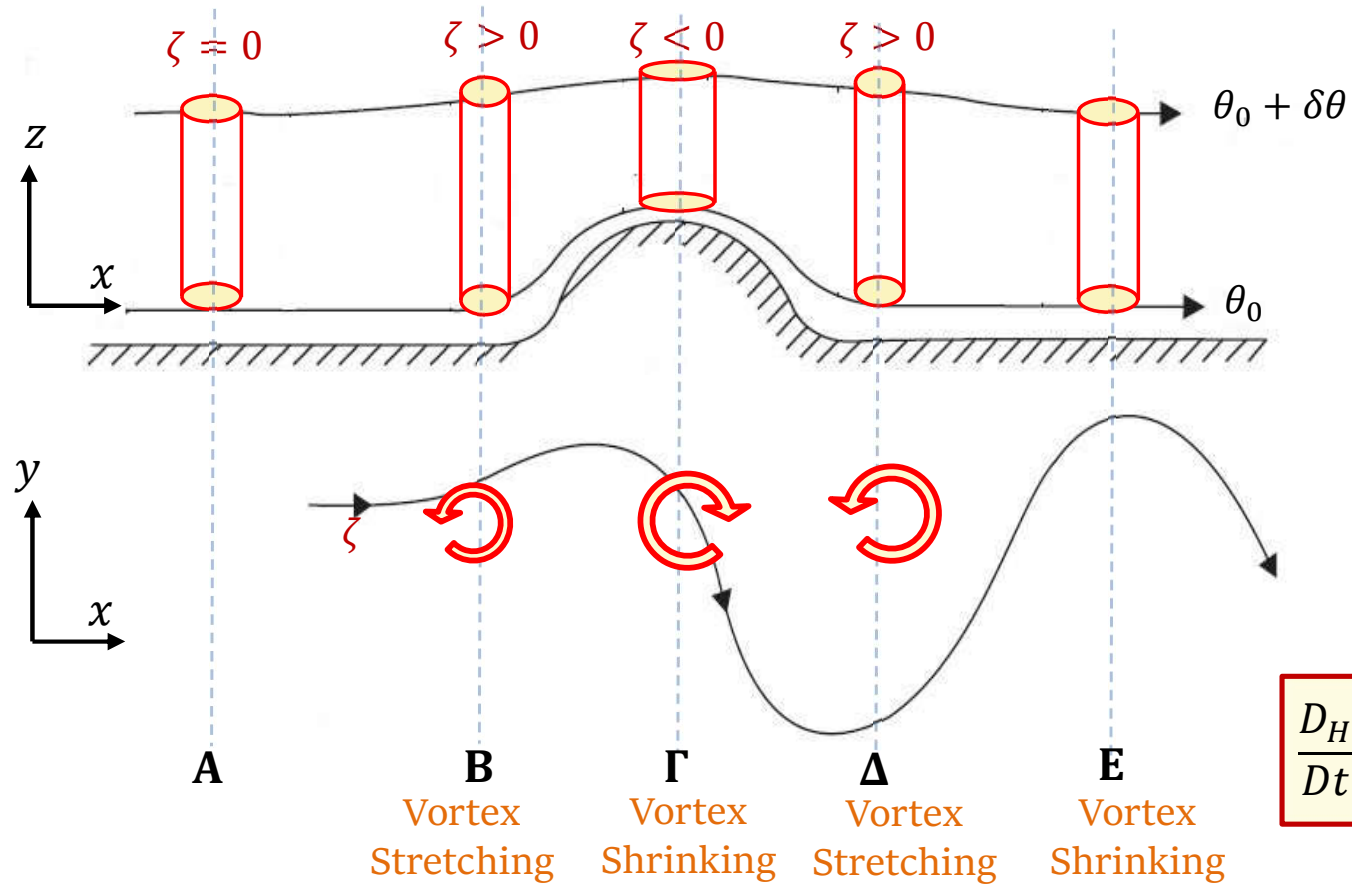
Η κυκλωνική ή αντικυκλωνική τροχιά στο επίπεδο (x, y), δηλαδή στο περιστρεφόμενο με τη Γη σύστημα, εξαρτάται από το πρόσημο του σχετικού στροβιλισμού ζ.

$$\frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\eta}{h} \right) = \frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\zeta + f}{h} \right) = \frac{D_H \text{ PV}_{sw}}{Dt} = 0$$

Θέση Γ: Το στοιχείο διασχίζει το εμπόδιο και το βάθος της στήλης μειώνεται. Η συρρίκνωση της στήλης προκαλεί μείωση του η , η οποία πραγματοποιείται εν μέρει με μείωση του πλανητικού στροβιλισμού f και εν μέρει με μείωση του σχετικού στροβιλισμού ζ . Ουσιαστικά, στο οριζόντιο επίπεδο (x, y) η τροχιά του στοιχείου κάμπτεται προς τα νότια ώστε να καμπυλωθεί αντικυκλωνικά (αρνητικός σχετικός στροβιλισμός ζ).

8. Εφαρμογή 1: Μελέτη δυτικής ροής προσπίπτουσα σε εμπόδιο

Η εξίσωση διατήρησης δυναμικού στροβιλισμού σε ρηχό σύστημα χρησιμεύει για τη μελέτη της εξέλιξης ατμοσφαιρικής δυτικής ροής επάνω από εμπόδια, όπως αυτά της ορογραφίας.



Κατακόρυφη κατατομή στη διεύθυνση Δύση - Ανατολή δυτικής ροής η οποία συναντά εμπόδιο. Το βάθος του στοιχείου μεταβάλλεται καθώς υπόκειται σε αδιαβατική μεταβολή.

Η κυκλωνική ή αντικυκλωνική τροχιά στο επίπεδο (x, y), δηλαδή στο περιστρεφόμενο με τη Γη σύστημα, εξαρτάται από το πρόσημο του σχετικού στροβιλισμού ζ.

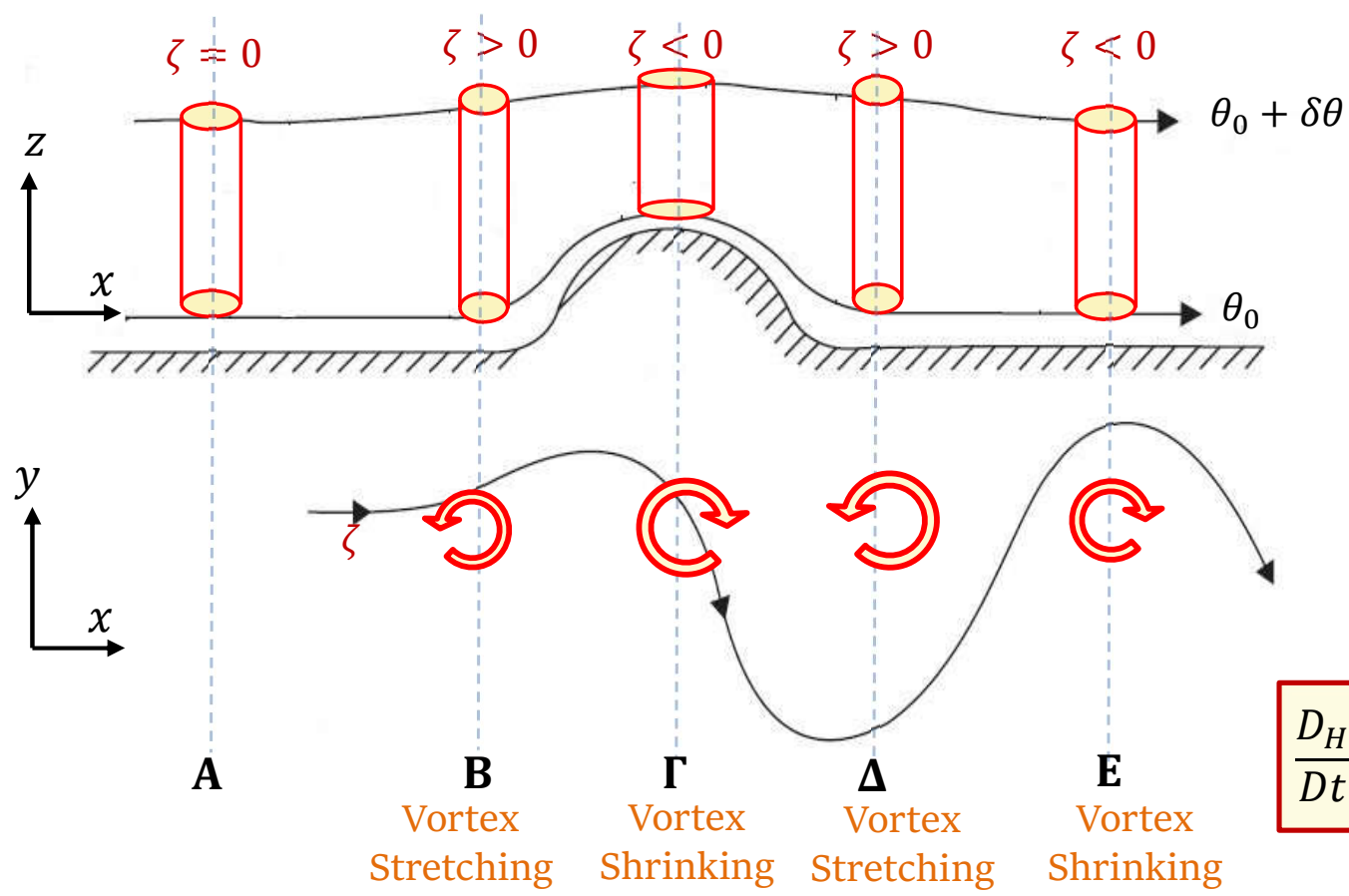
$$\frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\eta}{h} \right) = \frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\zeta + f}{h} \right) = \frac{D_H \text{ PV}_{sw}}{Dt} = 0$$

Θέση Δ: Το στοιχείο έχει διασχίσει το εμπόδιο και έχει επανακτήσει βάθος στήλης όμοιο με της θέσης Β, όμως βρίσκεται σε πολύ χαμηλότερο γ.π. σε σχέση με τη θέση Β. Έτσι στο μείγμα του η η συνεισφορά του *f* είναι πλέον πολύ μικρότερη. Οπότε ο σχετικός στροβιλισμός ζ πρέπει να αυξηθεί πολύ.

Ουσιαστικά, στο οριζόντιο επίπεδο (x, y) η τροχιά του στοιχείου κάμπτεται προς τα βόρεια προκαλώντας κυκλωνική καμπύλωση στην τροχιά.

8. Εφαρμογή 1: Μελέτη δυτικής ροής προσπίπτουσα σε εμπόδιο

Ουσιαστικά, όταν δυτική ροή προσπίπτει σε εμπόδιο οδηγεί αντικυκλωνική ροή στην προσήνεμη πλευρά, κυκλωνική ροή στην υπήνεμη πλευρά και κυματοειδή ροή πιο μακριά.



Κατακόρυφη κατατομή στη διεύθυνση Δύση - Ανατολή δυτικής ροής η οποία συναντά εμπόδιο. Το βάθος του στοιχείου μεταβάλλεται καθώς υπόκειται σε αδιαβατική μεταβολή.

Η κυκλωνική ή αντικυκλωνική τροχιά στο επίπεδο (x, y), δηλαδή στο περιστρεφόμενο με τη Γη σύστημα, εξαρτάται από το πρόσημο του σχετικού στροβιλισμού ζ.

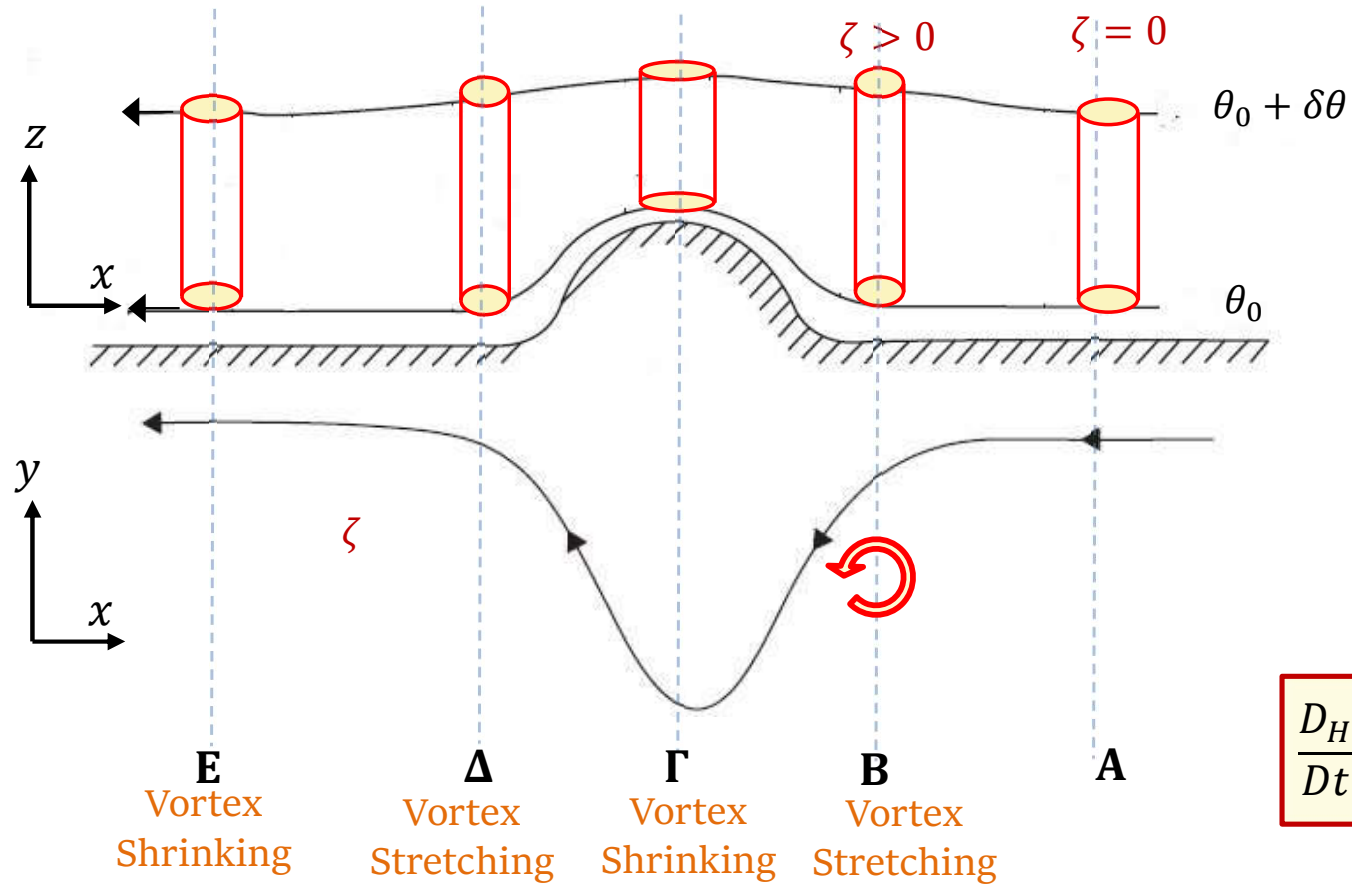
$$\frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\eta}{h} \right) = \frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\zeta + f}{h} \right) = \frac{D_H \text{PV}_{sw}}{Dt} = 0$$

Θέση Ε: Κινούμενο το στοιχείο προς τα βόρεια θα φτάσει κάποια στιγμή στο γ. π. που είχε στην θέση Α αλλά λόγω αδράνειας θα συνεχίσει να κινείται προς τα βόρεια. Καθώς ο f θα αυξάνεται (το βάθος παραμένει σταθερό), θα πρέπει να μειωθεί ο ζ ώστε να διατηρηθεί ο δυναμικός στροβιλισμός. Έτσι η τροχιά του στοιχείου θα καμπυλωθεί αντικυκλωνικά.

Μετέπειτα, η διατήρηση του δυναμικού στροβιλισμού θα οδηγήσει σε κυματοειδή τροχιά.

9. Εφαρμογή 2: Μελέτη ανατολικής ροής προσπίπτουσα σε εμπόδιο

Η εξίσωση διατήρησης δυναμικού στροβιλισμού σε ρηχό σύστημα χρησιμεύει για τη μελέτη της εξέλιξης ατμοσφαιρικής ανατολικής ροής επάνω από εμπόδια, όπως αυτά της ορογραφίας.



Κατακόρυφη κατατομή στη διεύθυνση Δύση - Ανατολή ανατολικής ροής η οποία συναντά εμπόδια. Το βάθος του στοιχείου μεταβάλλεται καθώς υπόκειται σε αδιαβατική μεταβολή.

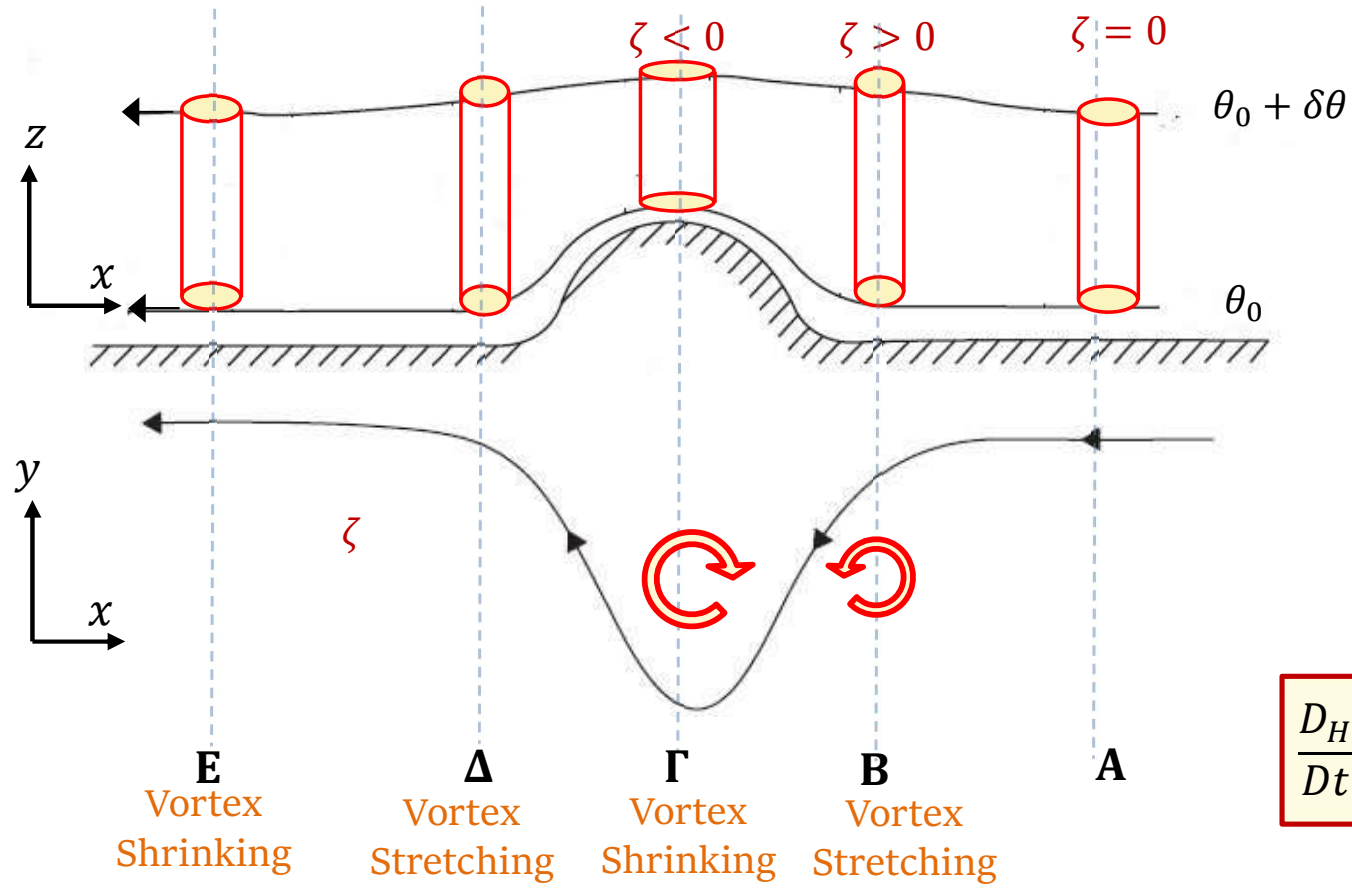
Κάτοψη της τροχιάς που ακολουθεί το στοιχείο του ρευστού στο επίπεδο (x, y)

$$\frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\eta}{h} \right) = \frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\zeta + f}{h} \right) = \frac{D_H \text{ PV}_{sw}}{Dt} = 0$$

- Θέση A:** Υποθέτουμε ότι το στοιχείο της Ατμόσφαιρας έχει μηδενικό σχετικό στροβιλισμό ζ.
- Θέση B:** Καθώς το στοιχείο πλησιάζει το εμπόδιο το βάθος της στήλης αυξάνεται πρόσκαιρα. Το τέντωμα της στήλης προκαλεί αύξηση του η, η οποία πραγματοποιείται κυρίως με αύξηση του σχετικού στροβιλισμού ζ έναντι μικρότερης μείωσης του πλανητικού στροβιλισμού f. Ουσιαστικά, στο οριζόντιο επίπεδο η τροχιά του στοιχείου κάμπτεται προς τα νότια ώστε να καμπυλωθεί κυκλωνικά (θετικός σχετικός στροβιλισμός ζ).

9. Εφαρμογή 2: Μελέτη ανατολικής ροής προσπίπτουσα σε εμπόδιο

Η εξίσωση διατήρησης δυναμικού στροβιλισμού σε ρηχό σύστημα χρησιμεύει για τη μελέτη της εξέλιξης ατμοσφαιρικής ανατολικής ροής επάνω από εμπόδια, όπως αυτά της ορογραφίας.



Κατακόρυφη κατατομή στη διεύθυνση Δύση - Ανατολή ανατολικής ροής η οποία συναντά εμπόδιο. Το βάθος του στοιχείου μεταβάλλεται καθώς υπόκειται σε αδιαβατική μεταβολή.

Η κυκλωνική ή αντικυκλωνική τροχιά στο επίπεδο (x, y), δηλαδή στο περιστρεφόμενο με τη Γη σύστημα, εξαρτάται από το πρόσημο του σχετικού στροβιλισμού ζ.

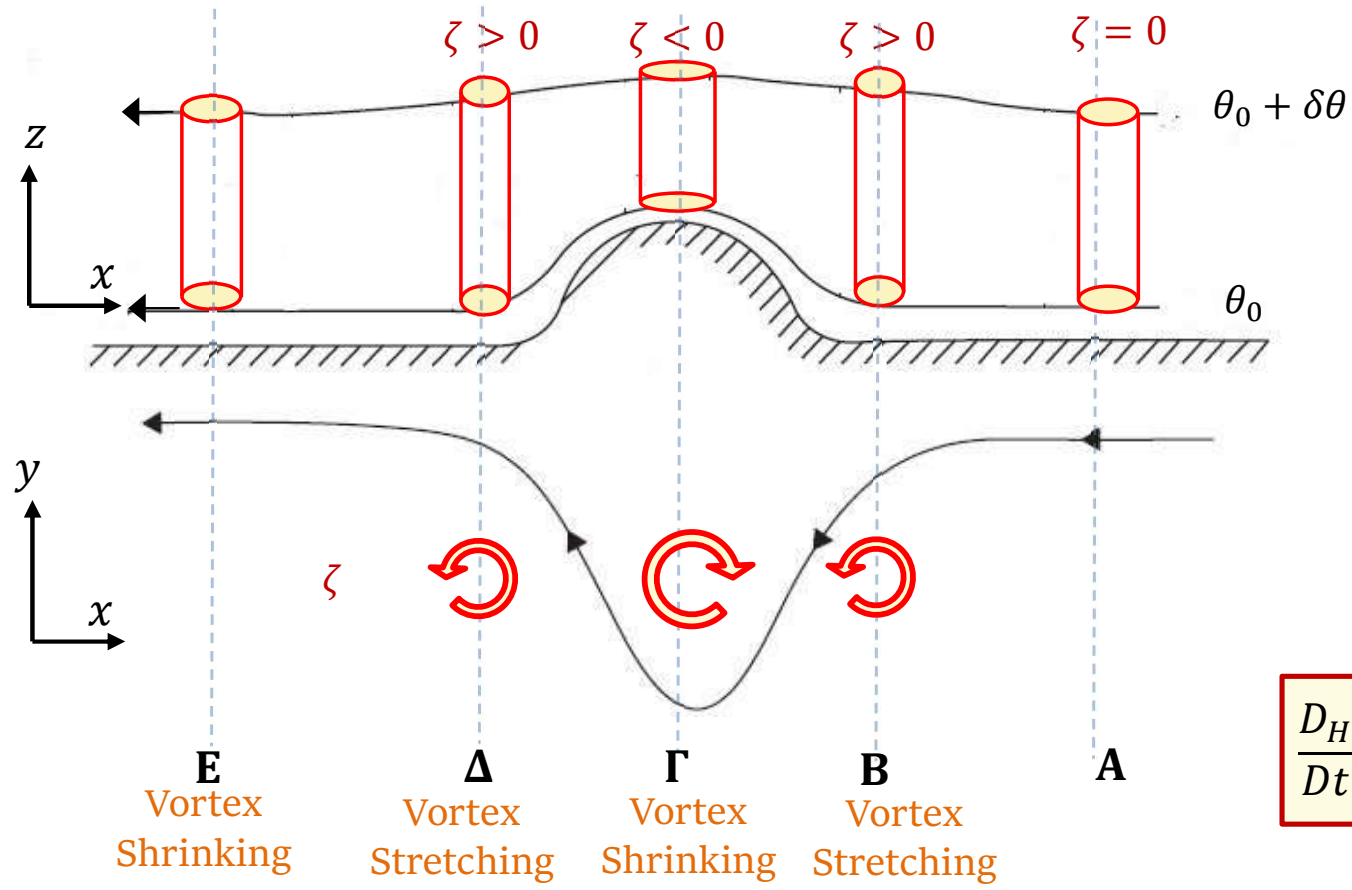
$$\frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\eta}{h} \right) = \frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\zeta + f}{h} \right) = \frac{D_H \text{ PV}_{sw}}{Dt} = 0$$

Θέση Γ: Το στοιχείο διασχίζει το εμπόδιο και το βάθος της στήλης μειώνεται. Η συρρίκνωση της στήλης προκαλεί μείωση του η ώστε να διατηρηθεί ο δυναμικός στροβιλισμός. Αυτή πραγματοποιείται εν μέρει με αντικυκλωνική στροφή ($\zeta < 0$) και εν μέρει με μείωση του πλανητικού στροβιλισμού f καθώς η στήλη συνεχίζει να κινείται νότια.

Ουσιαστικά, στο οριζόντιο επίπεδο (x, y) η τροχιά του στοιχείου κάμπτεται προς τα δυτικά ώστε να καμπυλωθεί αντικυκλωνικά (αρνητικός σχετικός στροβιλισμός ζ).

9. Εφαρμογή 2: Μελέτη ανατολικής ροής προσπίπτουσα σε εμπόδιο

Η εξίσωση διατήρησης δυναμικού στροβιλισμού σε ρηχό σύστημα χρησιμεύει για τη μελέτη της εξέλιξης ατμοσφαιρικής ανατολικής ροής επάνω από εμπόδια, όπως αυτά της ορογραφίας.



Κατακόρυφη κατατομή στη διεύθυνση Δύση - Ανατολή ανατολικής ροής η οποία συναντά εμπόδιο. Το βάθος του στοιχείου μεταβάλλεται καθώς υπόκειται σε αδιαβατική μεταβολή.

Η κυκλωνική ή αντικυκλωνική τροχιά στο επίπεδο (x, y), δηλαδή στο περιστρεφόμενο με τη Γη σύστημα, εξαρτάται από το πρόσημο του σχετικού στροβιλισμού ζ.

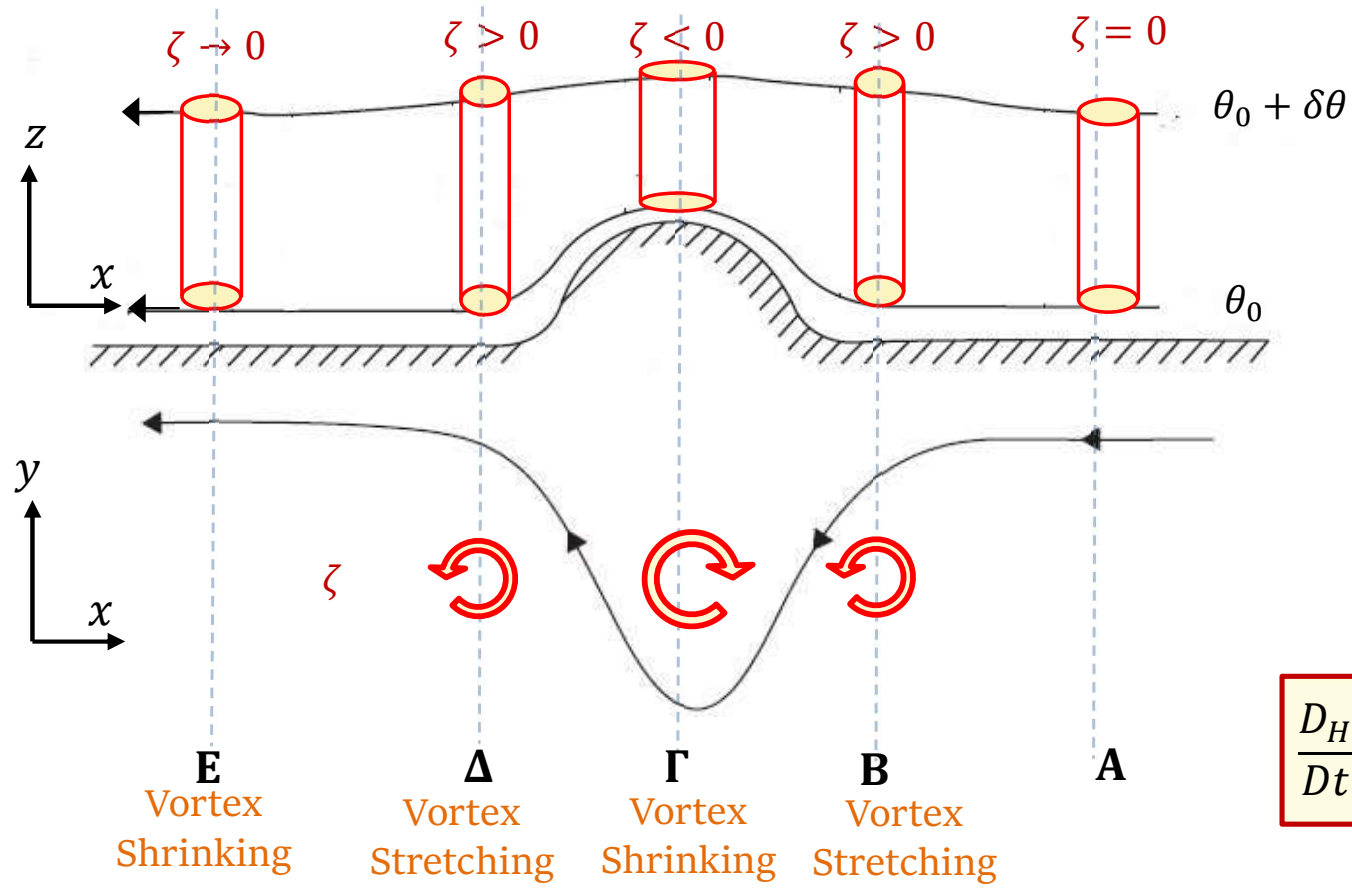
$$\frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\eta}{h} \right) = \frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\zeta + f}{h} \right) = \frac{D_H \text{ PV}_{sw}}{Dt} = 0$$

Θέση Δ: Η αντικυκλωνική καμπύλωση της τροχιάς συνεχίζεται έως ότου η στήλη φτάσει κοντά στην κορυφή της οροσειράς. Τότε πλέον να έχει αποκτήσει κυρίως μια κίνηση προς τα δυτικά. Έπειτα το τέντωμα της στήλης οδηγεί σε αύξηση του η και άρα σε κυκλωνική καμπύλωση της τροχιάς προς τα βόρεια (ανάπτυξη θετικού ζ). Η αύξηση του πλανητικού στροβιλισμού f συνεπικουρεί στην αύξηση του η .

Ουσιαστικά, στο οριζόντιο επίπεδο (x, y) η τροχιά του στοιχείου κάμπτεται προς τα βόρεια ώστε να καμπυλωθεί κυκλωνικά στη θέση Δ (θετικός σχετικός στροβιλισμός ζ).

9. Εφαρμογή 2: Μελέτη ανατολικής ροής προσπίπτουσα σε εμπόδιο

Η εξίσωση διατήρησης δυναμικού στροβιλισμού σε ρηχό σύστημα χρησιμεύει για τη μελέτη της εξέλιξης ατμοσφαιρικής ανατολικής ροής επάνω από εμπόδια, όπως αυτά της ορογραφίας.



Κατακόρυφη κατατομή στη διεύθυνση Δύση - Ανατολή ανατολικής ροής η οποία συναντά εμπόδιο. Το βάθος του στοιχείου μεταβάλλεται καθώς υπόκειται σε αδιαβατική μεταβολή.

Η κυκλωνική ή αντικυκλωνική τροχιά στο επίπεδο (x, y), δηλαδή στο περιστρεφόμενο με τη Γη σύστημα, εξαρτάται από το πρόσημο του σχετικού στροβιλισμού ζ.

$$\frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\eta}{h} \right) = \frac{D_H}{Dt} \left(\frac{\zeta + f}{h} \right) = \frac{D_H \text{PV}_{sw}}{Dt} = 0$$

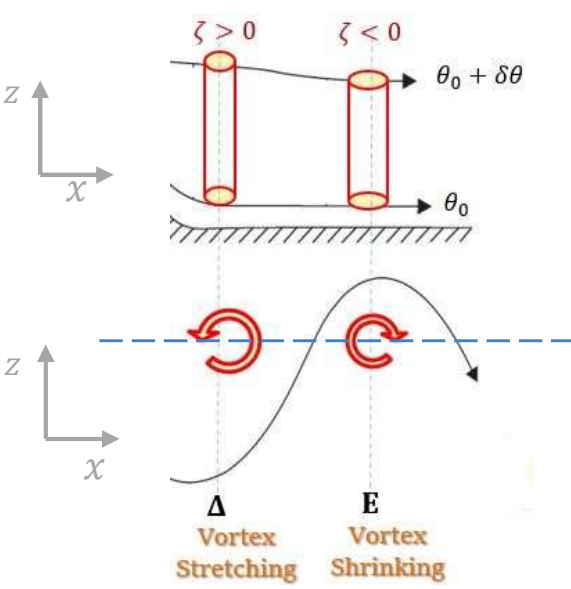
Θέση Ε: Η μικρή μείωση στο ύψος της στήλης επιφέρει μικρή μείωση του απόλυτου στροβιλισμού η καθώς αυτή απομακρύνεται προς τη θέση Ε. Αυτή επιτυγχάνεται με παρεμπόδιση της συνιστώσας ροής προς τα βόρεια και εν μέρει με μείωση του θετικού σχετικού στροβιλισμού $\zeta \rightarrow 0$. Δηλαδή η ροή τείνει να ξαναγίνει αμιγώς ανατολική καθώς η στήλη επιστρέφει στο αρχικό της γεωγραφικό πλάτος.

Μετάπειτα, η ροή θα παραμείνει ανατολική χωρίς να αναπτύξει κυματοειδή τροχιά.

10. Διαφορά ανατολικής και δυτικής ροής προσπίπτουσα σε εμπόδιο

Επίδραση μεταβολής f με το γ.π.: σε δυτική ροή μακριά από εμπόδιο επικρατεί **κυματοειδής τροχιά** στην κατάντη πλευρά ενώ για ανατολική ροή η αέρια μάζα επιστρέφει στο αρχικό γεωγραφικό πλάτος.

Δυτική Ροή



Μακριά από το εμπόδιο στην κατάντη πλευρά: το h δεν αλλάζει

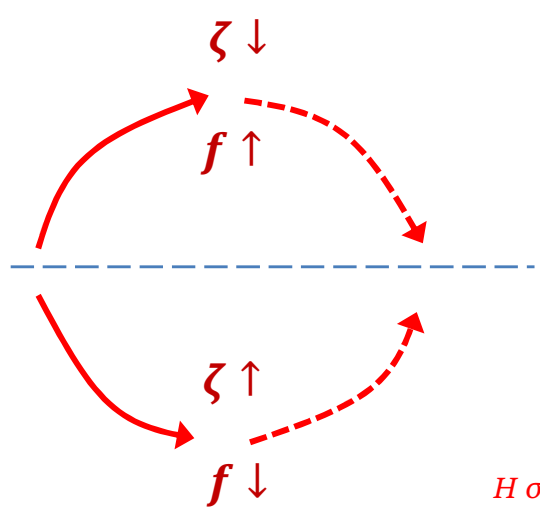
Λόγω αδράνειας η στήλη θα κινηθεί βορειότερα του αρχικού γ.π. και θα αυξηθεί το f .

Διατήρηση δυναμικού στροβιλισμού: επιβάλλει ανάπτυξη αντικυκλωνικής τροχιάς και στροφή προς νότια.

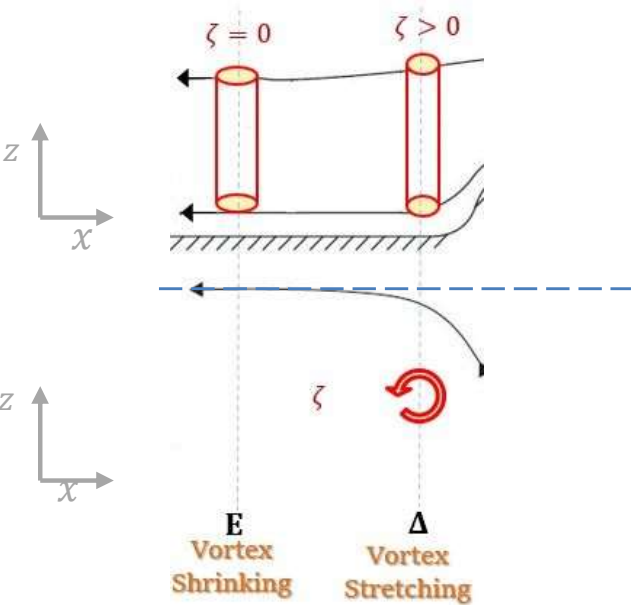
Λόγω αδράνειας η στήλη θα κινηθεί νοτιότερα του αρχικού γ.π. και θα μειωθεί το f .

Διατήρηση δυναμικού στροβιλισμού: επιβάλλει ανάπτυξη κυκλωνικής τροχιάς και στροφή προς βόρεια.

Η στήλη θα κινείται σε κυματοειδή τροχιά στην κατάντη πλευρά

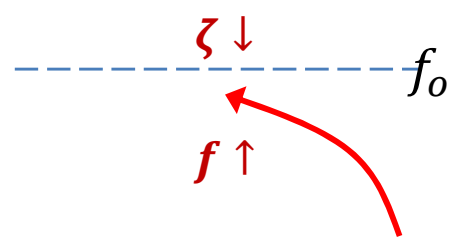


Ανατολική Ροή



Καθώς η στήλη κινείται βορειότερα ερχόμενη από το σημείο Δ προς το σημείο Ε, το ύψος της στήλης θα μειωθεί λίγο οπότε θα πρέπει και ο απόλυτος στροβιλισμός να μειωθεί. Επειδή κινείται ακόμη προς τα βόρεια θα αυξηθεί το f . Επομένως ο σχετικός στροβιλισμός θα πρέπει να μειωθεί τείνοντας προς το μηδέν.

Μακριά από το εμπόδιο στην κατάντη πλευρά: το h δεν αλλάζει



$$\frac{\eta}{h} = PV_{sw} = \frac{f_0}{h}$$

Η στήλη υπόκειται στην αντίστροφη διεργασία τεντώματος στην κατάντη πλευρά σε σχέση με τη διαδικασία συρρίκνωσης στην ανάντη πλευρά. Τελικά θα επιστρέψει θα έχει τον ίδιο δυναμικό στροβιλισμό όπως και πριν πλησιάσει στην οροσειρά.



11. Barotropic vorticity equation

Παραδοχή βαροτροπικότητας – Barotropic Assumption: Το ρηχό σύστημα μπορεί να απλοποιηθεί περισσότερο με τη παραδοχή της βαροτροπικότητας, η οποία δεν επιτρέπει την εκδήλωση κατακόρυφης ταχύτητας w οπουδήποτε μέσα στο ρευστό και άρα και στην ελεύθερη επιφάνεια h

w(h) = \frac{D_H h}{Dt} = 0 (13)

Non-divergent flow

(7) => \frac{D_H h}{Dt} = -h \nabla \cdot \vec{u} = 0 => \nabla \cdot \vec{u} = 0 => \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0

Η οριζόντια ροή δεν χαρακτηρίζεται από απόκλιση

Barotropic vorticity equation

Εξίσωση βαροτροπικού στροβιλισμού

(10) => \frac{D_H \eta}{Dt} = -\eta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) => \boxed{\frac{D_H \eta}{Dt} = \frac{D_H (\zeta + f)}{Dt} = 0} (14)

Απόλυτος στροβιλισμός!

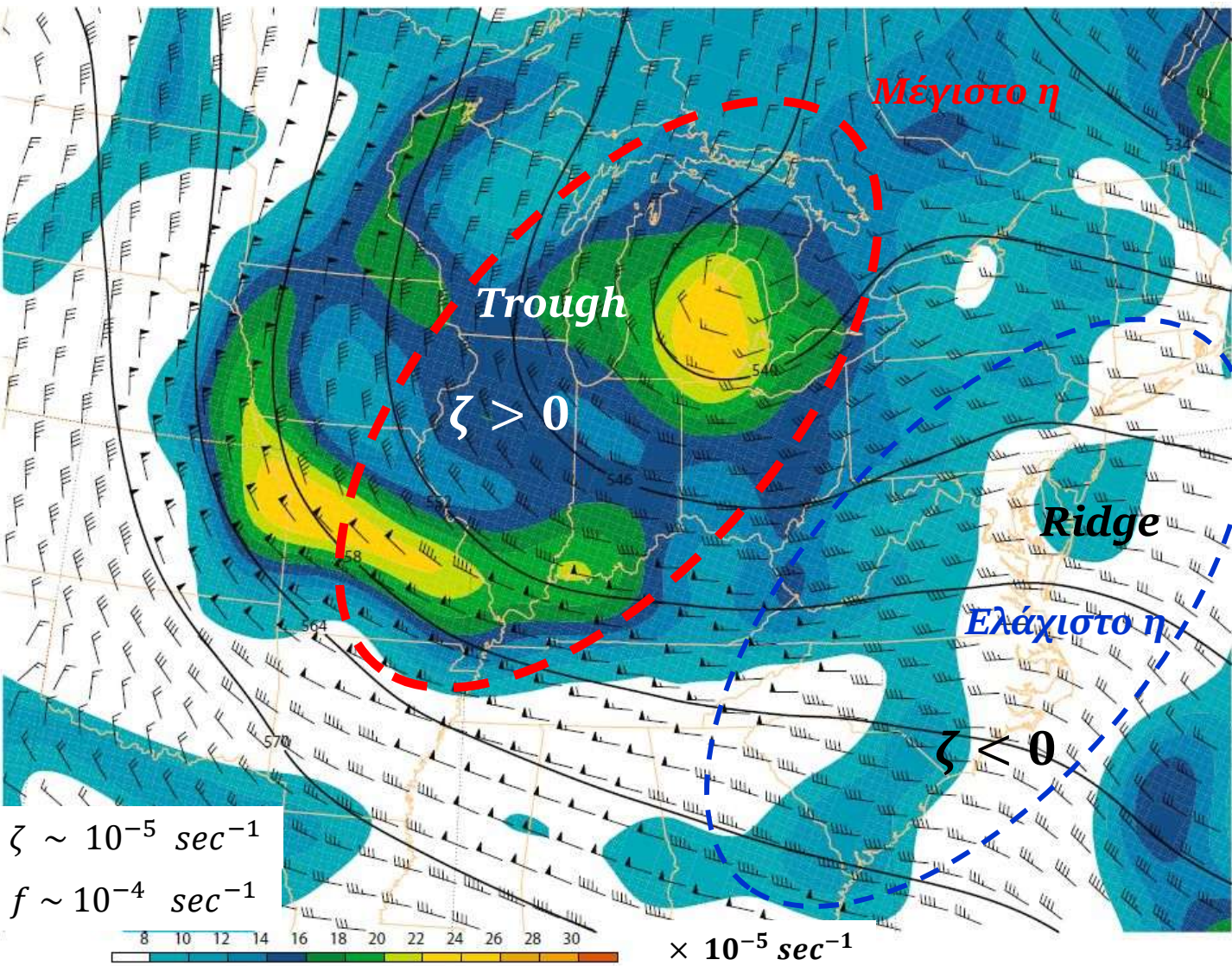
Σε ένα ρηχό σύστημα που υπόκειται στην παραδοχή της βαροτροπικότητας, ο απόλυτος στροβιλισμός διατηρείται ακολουθώντας τη ροή.

Θα χρησιμοποιήσουμε αυτή την εξίσωση για να μελετήσουμε τη δυναμική φαινομένων μεγάλης κλίμακας, όπως πχ γέννεση και διάδοση κυμάτων Rossby.

12. Περιοχές ελάχιστου και μέγιστου απόλυτου στροβιλισμού

Συνήθως σε ισοβαρικούς χάρτες απεικονίζεται και το πεδίο του απόλυτου στροβιλισμού η μαζί με τις ισουψείς καμπύλες επιτρέποντας την ανίχνευση των περιοχών μέγιστου και ελαχίστου στροβιλισμού.

Απόλυτος στροβιλισμός $\eta = f + \zeta$ & γεωδυναμικά ύψη στα 500 hPa



Τα βέλη δείχνουν την κατεύθυνση του ανέμου στο ισοβαρικό επίπεδο των 500 hPa.

Στην ελεύθερη ατμόσφαιρα ο άνεμος είναι γεωστροφικός. Πνέει παράλληλα στις ισουψείς, έχοντας τα χαμηλά ύψη στα αριστερά του (στο Β. Ημισφαίριο).

Σε περιοχή **trough**, ο θετικός σχετικός στροβιλισμός ζ (λόγω κυκλωνικής καμπυλότητας ροής) προστίθεται στον πλανητικό στροβιλισμό f αυξάνοντας τον απόλυτο στροβισμό η.

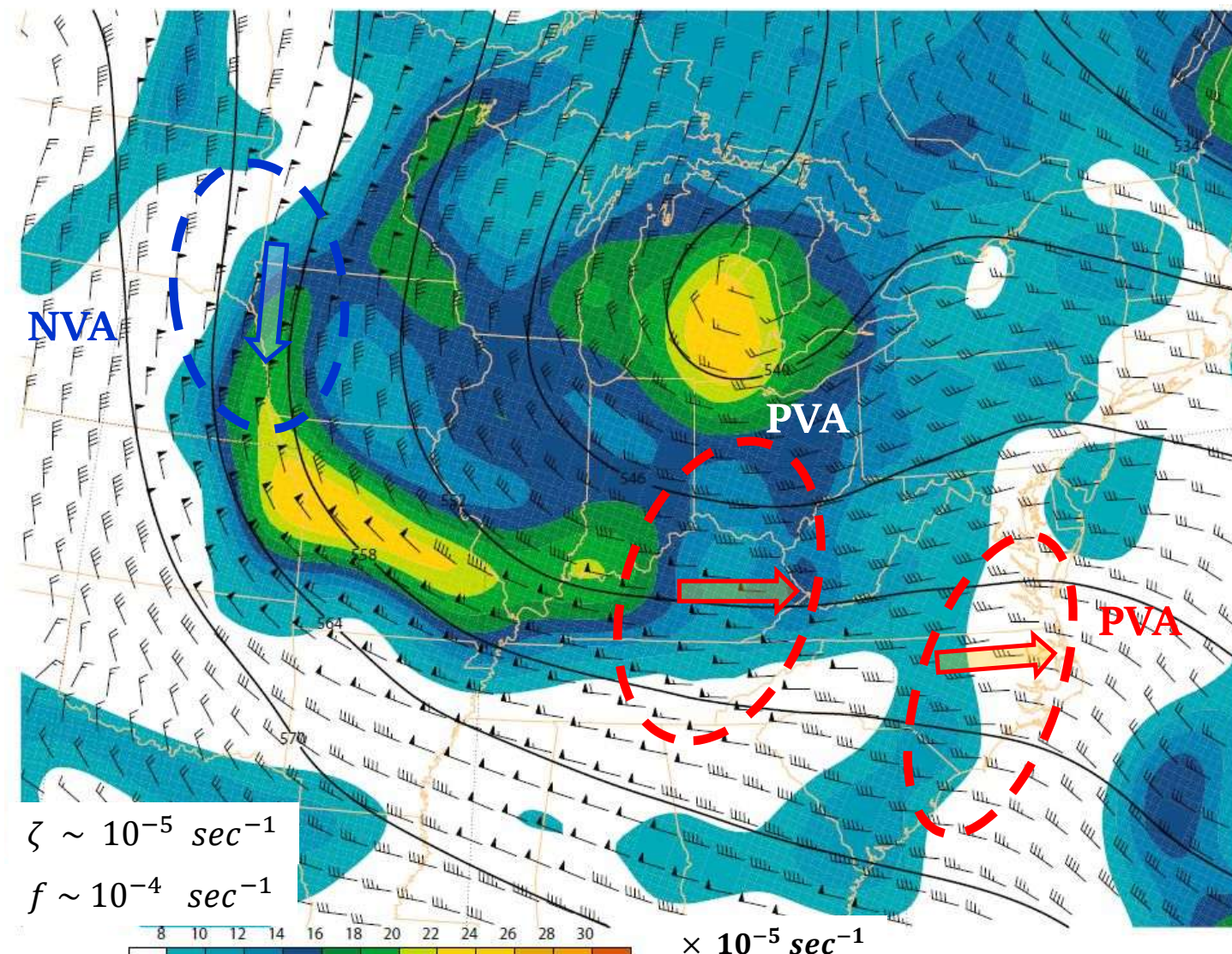
Σε περιοχή **ridge**, ο αρνητικός σχετικός στροβιλισμός ζ (λόγω αντικυκλωνικής καμπυλότητας ροής) προστίθεται στον πλανητικό στροβιλισμό f μειώνοντας τον απόλυτο στροβισμό η.

Σε περιοχές κυκλωνικής (αντικυκλωνικής) καμπυλότητας της ροής, διαμορφώνεται ένα **μέγιστο** (**ελάχιστο**) **απόλυτου στροβιλισμού η** ώστε συνολικά στοιχείο της ατμόσφαιρας να περιστρέφεται γύρω από τον τοπικό κατακόρυφο άξονα **ταχύτερα** (**αργότερα**) από γειτονικές περιοχές που δεν υπάρχει καμπυλότητα.

13. Μεταφορά απόλυτου στροβιλισμού - ποιοτικά

Ο προσδιορισμός της μεταφοράς απόλυτου στροβιλισμού η σε χάρτες ανώτερης ατμόσφαιρας πληροφορεί για την εξέλιξη των συστημάτων καιρού επιφανείας & των καιρικών συνθηκών που τα συνοδεύουν.

Απόλυτος στροβιλισμός $\eta = f + \zeta$ & γεωδυναμικά ύψη στα 500 hPa



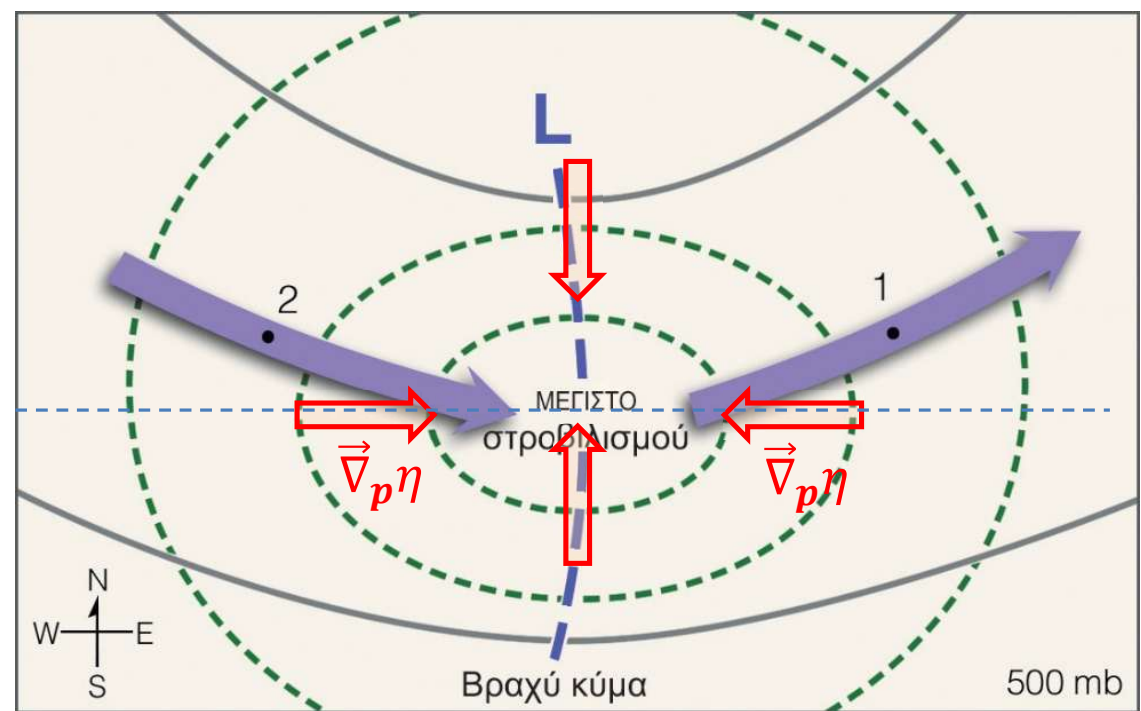
Στις κόκκινες περιοχές ο άνεμος κινείται από μια περιοχή υψηλότερου απόλυτου στροβιλισμού η προς μια περιοχή χαμηλότερου στροβιλισμού. Αυτές οι θέσεις αντιπροσωπεύουν περιοχές **θετικής οριζόντιας μεταφοράς η** ή αλλιώς **Positive Vorticity Advection (PVA)**.

Στις μπλε περιοχές ο άνεμος κινείται από μια περιοχή χαμηλότερου απόλυτου στροβιλισμού η προς μια περιοχή χαμηλότερου στροβιλισμού. Αυτές οι θέσεις αντιπροσωπεύουν περιοχές **αρνητικής οριζόντιας μεταφοράς η** ή αλλιώς **Negative Vorticity advection (NVA)**.

PVA συμβαίνει συνήθως **κατάντη** (downstream) ενός **μεγίστου** στροβιλισμού ή **ανάντη** (upstream) ενός **ελαχίστου** στροβιλισμού η. **NVA** συμβαίνει συνήθως **ανάντη** ενός **μεγίστου** στροβιλισμού ή **κατάντη** ενός **ελαχίστου** στροβιλισμού η.

14. Μεταφορά απόλυτου στροβιλισμού – μαθηματικός ορισμός

PVA συνήθως συναντάται **κατάντη** ενός **μεγίστου** στροβιλισμού ή **ανάντη** ενός **ελαχίστου** στροβιλισμού η .
NVA συνήθως συναντάται **ανάντη** ενός **μεγίστου** στροβιλισμού ή **κατάντη** ενός **ελαχίστου** στροβιλισμού η .

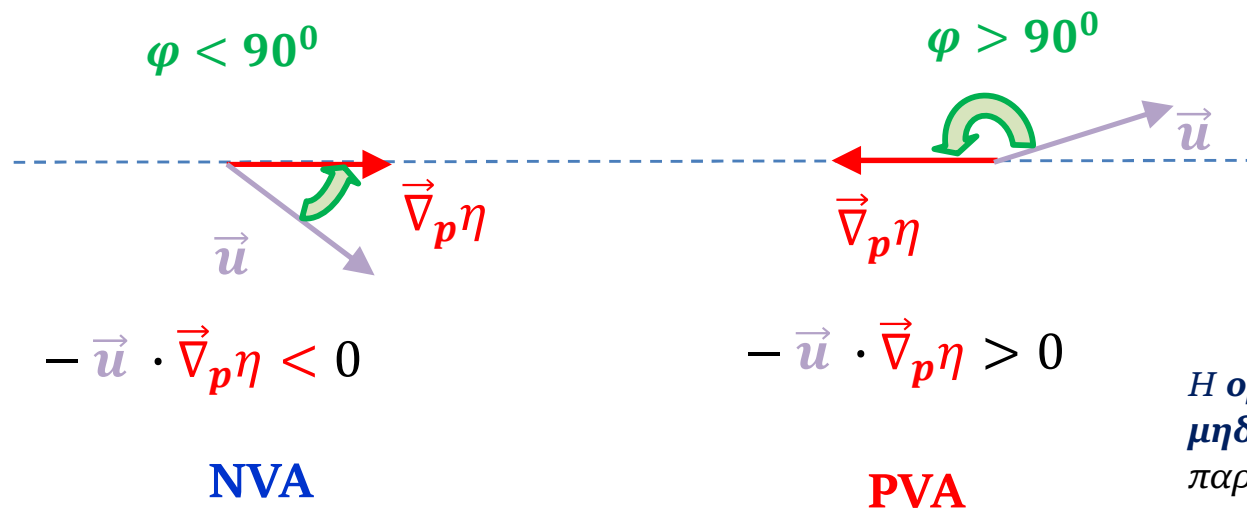


Vorticity Advection Μεταφορά Στροβιλισμού

$$-\vec{u} \cdot \vec{\nabla}_p \eta = -|\vec{u}| |\vec{\nabla}_p \eta| \cos \varphi$$

Η **οριζόντια μεταφορά στροβιλισμού** είναι **μη μηδενική** όταν οι **ισοπληθείς στροβιλισμού** τέμνονται με τις **ισουψείς της ισοβαρικής επιφάνειας**.

Η γωνία φ υπολογίζεται από το διάνυσμα της ταχύτητας του ανέμου έως το διάνυσμα της βαθμίδας του η . Το τελευταίο είναι κάθετο στις **ισοπληθείς στροβιλισμού** με φορά προς τις **μεγαλύτερες τιμές**.



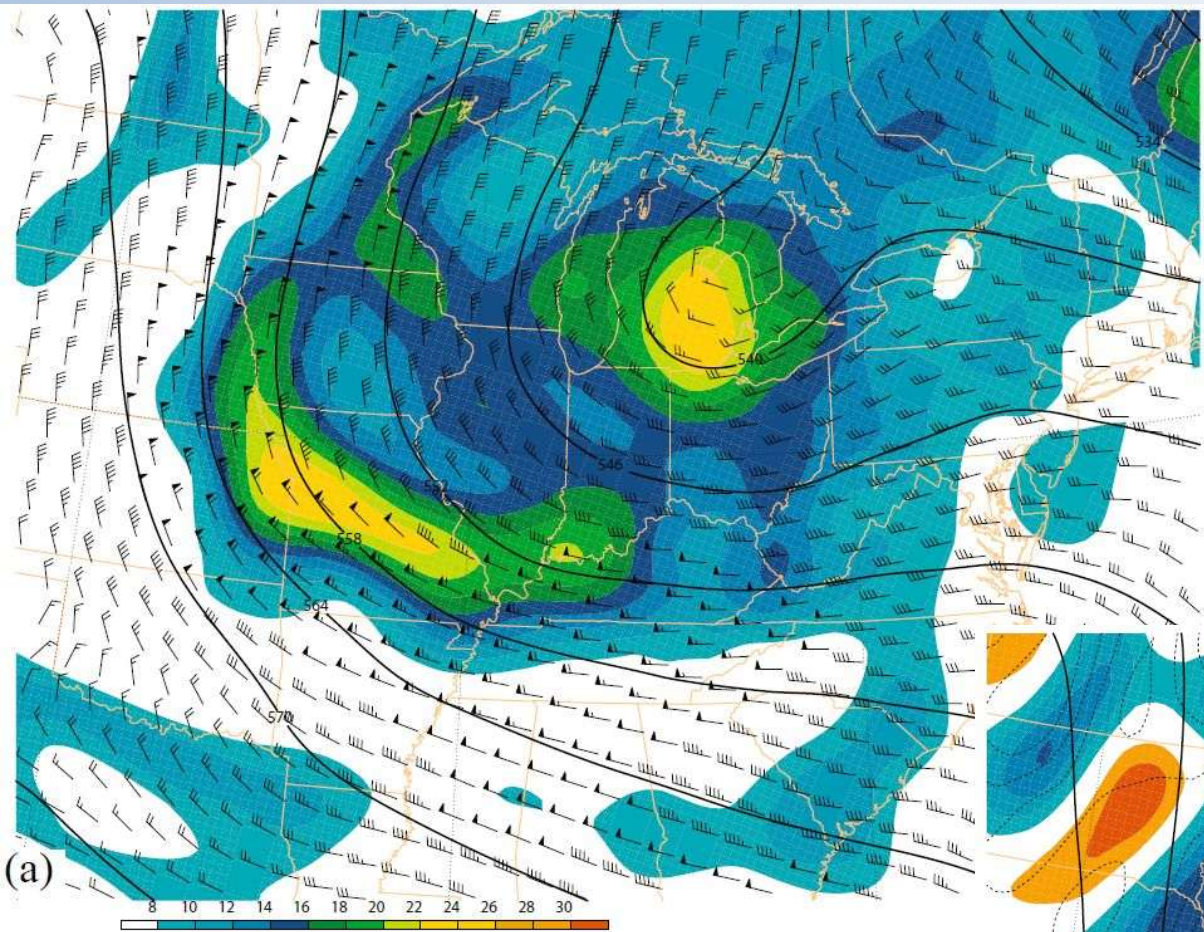
Η **οριζόντια μεταφορά στροβιλισμού** είναι **μηδενική** όταν οι **ισοπληθείς στροβιλισμού** είναι **παράλληλες** με τις **ισουψείς της ισοβαρικής επιφάνειας** (δηλ **κάθετες** στον **άνεμο**).

15. Παράδειγμα μεταφοράς απόλυτου στροβιλισμού

Απόλυτος στροβιλισμός $\eta = f + \zeta$ & γεωδυναμικά ύψη στα 500 hPa

Οι περιοχές θετικής οριζόντιας μεταφοράς PVA (κόκκινο) περιορίζονται κυρίως κατάντη του μεγίστου του στροβιλισμού.

Οι περιοχές αρνητικής οριζόντιας μεταφοράς NVA (κόκκινο) περιορίζονται κυρίως ανάντη του μεγίστου του στροβιλισμού.

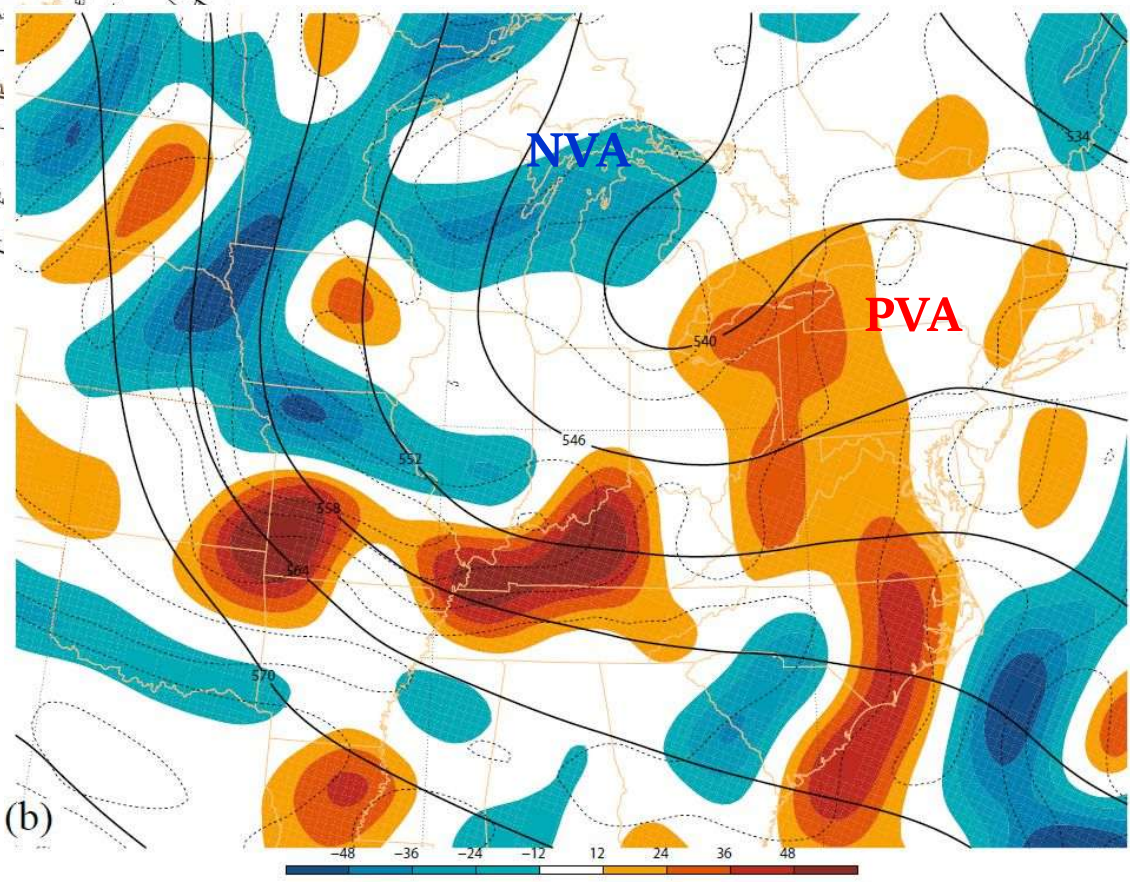


Οριζόντια μεταφορά απόλυτου στροβιλισμού & γεωδυναμικά ύψη στα 500 hPa

$$\vec{V}_{p\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \hat{j}$$
$$[-\vec{u} \cdot \vec{V}_{p\eta}] = \frac{m}{s} \frac{1}{s m} = s^{-2}$$

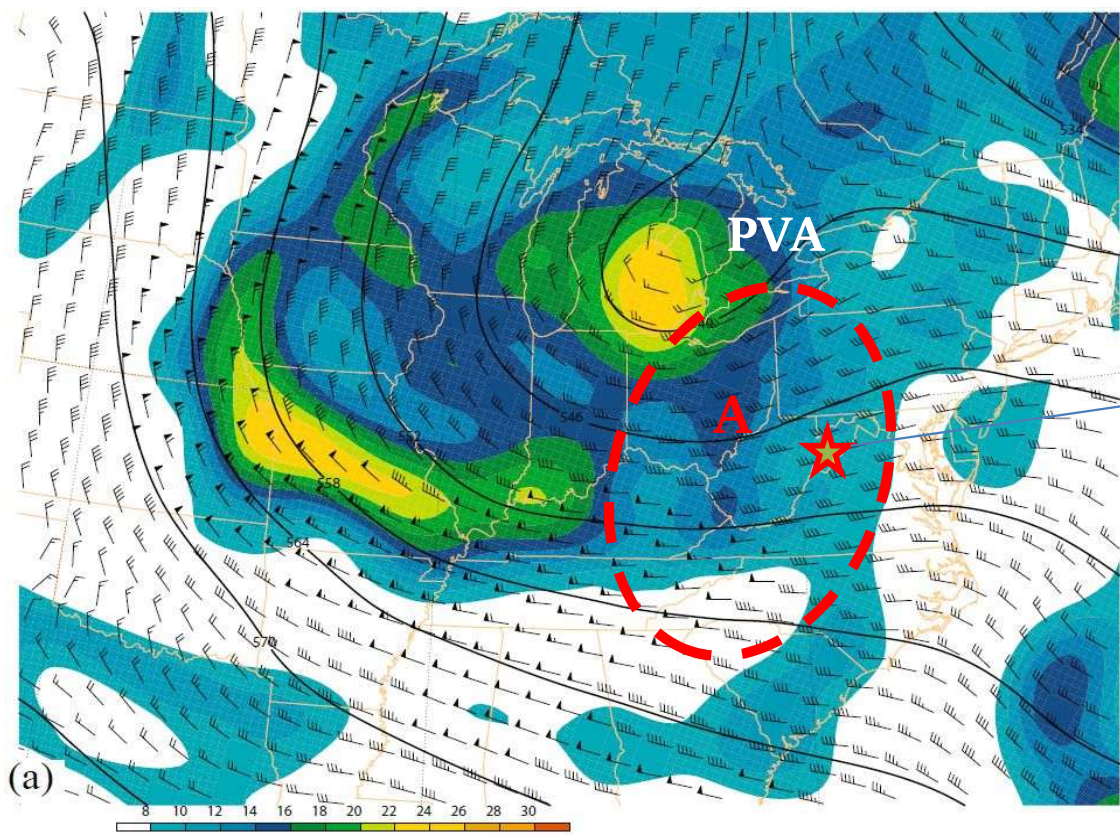
$\times 10^{-10} \text{ sec}^{-2}$

Μονάδες οριζόντιας μεταφοράς



16. Μεταφορά στροβιλισμού και απόκλιση στην ανώτερη Ατμόσφαιρα

Ερώτηση: Ποια η χρησιμότητα του εντοπισμού περιοχών PVA & NVA;

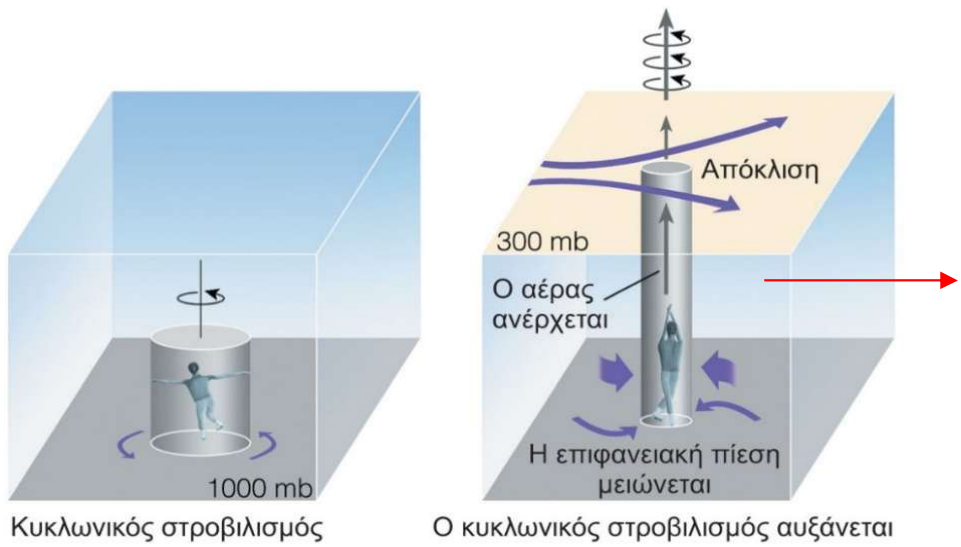


Εξαιτίας της περιοχής PVA μπροστά από την trough το πεδίο στροβιλισμού κινείται προς τα ανατολικά.



Eulerian column: Στήλη αέρα βρίσκεται στο σημείο A.

Έτσι αν θεωρήσουμε στήλη στη θέση A, θα πρέπει να αναμένουμε η περιστροφή του αέρα εντός της να γίνει πιο γρήγορη καθώς το μέγιστο του στροβιλισμού κινείται προς την περιοχή του σημείου A.

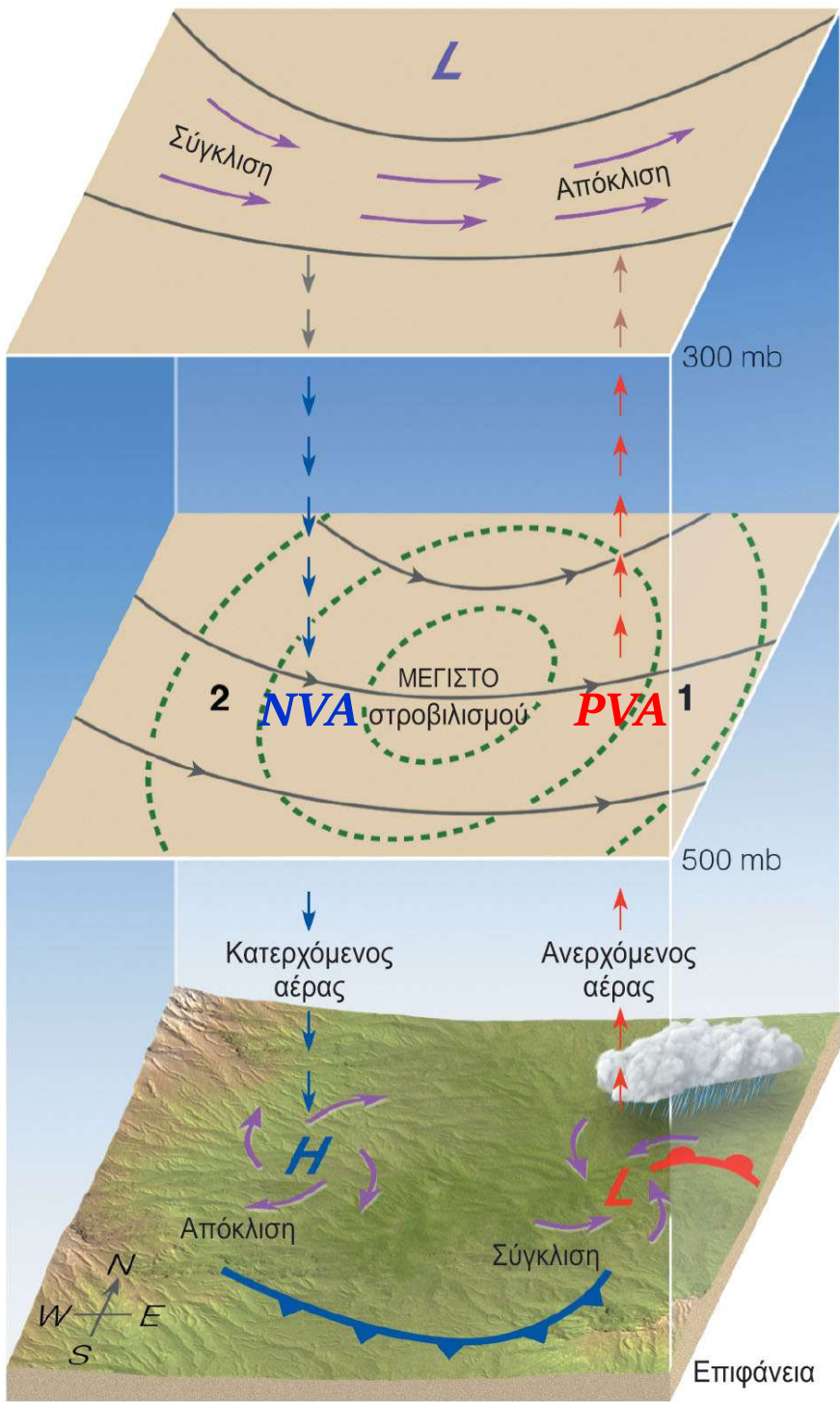


Εκροή αέρα (απόκλιση) στα 300 hPa επάνω από τη στήλη μειώνει την επιφανειακή πίεση. Τα τοιχώματα συγκλίνουν, αυτή εκτείνεται προς τα πάνω (ανοδικά ρεύματα) και περιστρέφεται ταχύτερα.

Η εκτίμηση μεταφοράς στροβιλισμού γίνεται στα 500 hPa. Η ανίχνευση PVA/NVA βοηθά τον εντοπισμό απόκλισης στην ανώτερη Τροπόσφαιρα.

Απάντηση: Η ύπαρξη απόκλισης (σύγκλισης) στην ανώτερη ατμόσφαιρα σχετίζεται με αύξηση (μείωση) στροβιλισμού και PVA (NVA) στην περιοχή των 500 hPa.

17. Μεταφορά στροβιλισμού και σχετιζόμενες καιρικές συνθήκες



Στην κατάντη (ανάντη) πλευρά μεγίστου στροβιλισμού επικρατεί PVA (NVA), η οποία σχετίζεται με απόκλιση (σύγκλιση) στα ανώτερα στρώματα.

Περιοχή με PVA (NVA) σχετίζεται με ισχυρές ανοδικές (καθοδικές) κινήσεις, νεφοποίηση (νεφοδιάλυση) και βροχές (αίθριο καιρό).

Ως εκ τούτου κυκλώνες (αντικυκλώνες) δημιουργούνται ή ενισχύονται σε περιοχές με PVA (NVA) στην κατάντη (ανάντη) περιοχή μιας trough.

Όταν μια trough πλησιάζει μια περιοχή όπου υπάρχει μετωπική επιφάνεια, θα υπάρξει κυκλογένεση με το κέντρο του βαρομετρικού χαμηλού ακριβώς κάτω από την περιοχή PVA στα 500 hPa.

Στην επιφάνεια, ως αποτέλεσμα δημιουργίας κυκλώνα (αντικυκλώνα) παρατηρείται απόκλιση (σύγκλιση) σε περιοχές με PVA (NVA).

Συμπερασματικά ο εντοπισμός περιοχών μεταφοράς απόλυτου στροβιλισμού παρέχει πολύτιμες πληροφορίες για την εξέλιξη της δομής της Ατμόσφαιρας.

18. Μεταφορά στροβιλισμού σε κυματοειδή τροχιά κίνησης (κύματα Rossby)

Η δυτική ροή στην ανώτερη Τροπόσφαιρα οργανώνεται σε κυματοειδή μορφή, η οποία παρουσιάζει διαδοχικά *trough* και *ridges*.

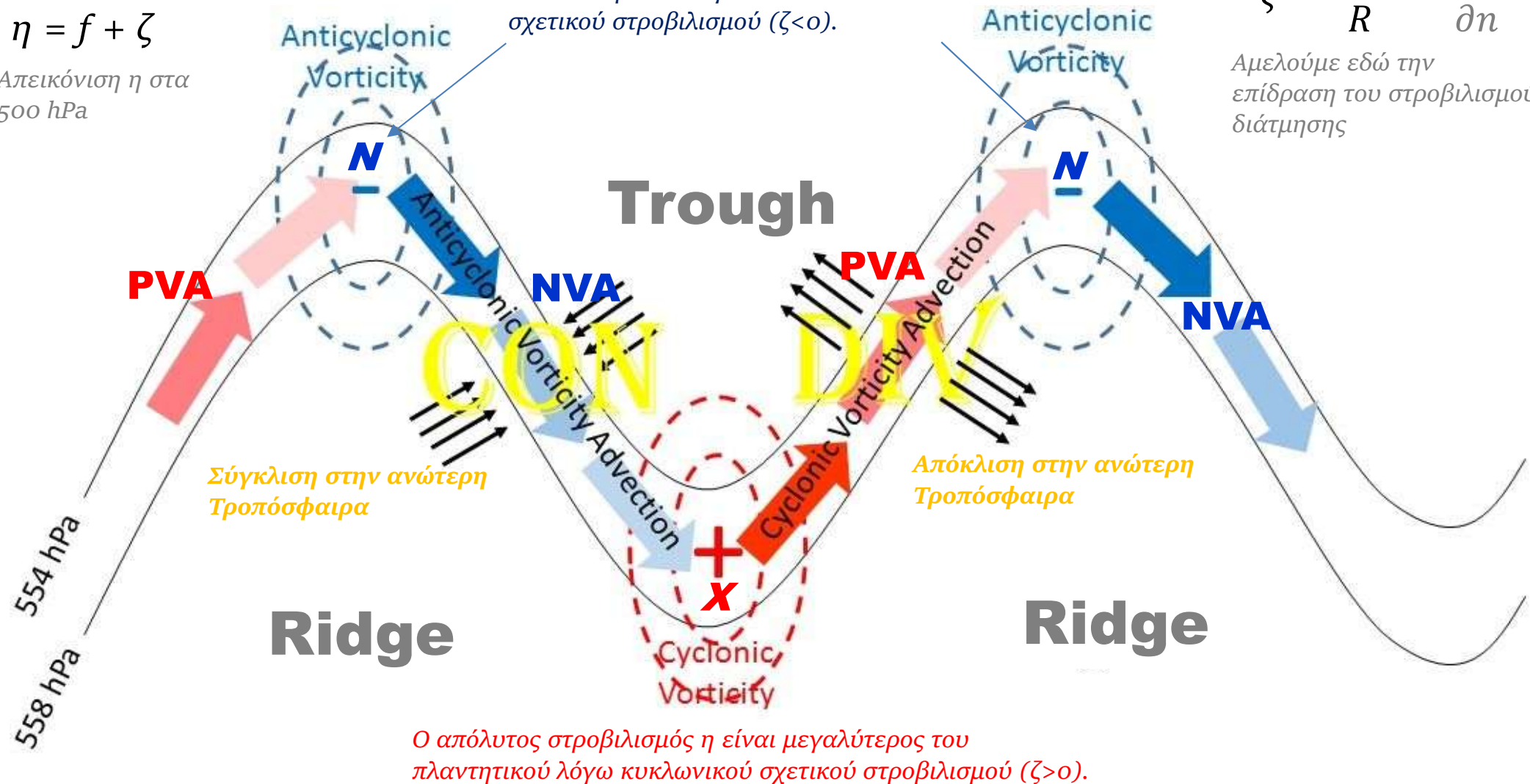
$$\eta = f + \zeta$$

Απεικόνιση η στα
500 hPa

Ο απόλυτος στροβιλισμός η είναι μικρότερος του πλανητικού λόγω αντικυκλωνικού σχετικού στροβιλισμού ($\zeta < 0$).

$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

Αμελούμε εδώ την
επίδραση του στροβιλισμού
διάτμησης



Πολλές φορές σε ένα χάρτη σταθερής πίεσης (ισοβαρικό χάρτη), σχεδιάζονται οι **ισοπληθείς απόλυτου στροβιλισμού** ως διακεκομμένες γραμμές. Περιοχές **ελάχιστου στροβιλισμού** συμβολίζονται με **N**, ενώ περιοχές **μέγιστου στροβιλισμού** με **X**.

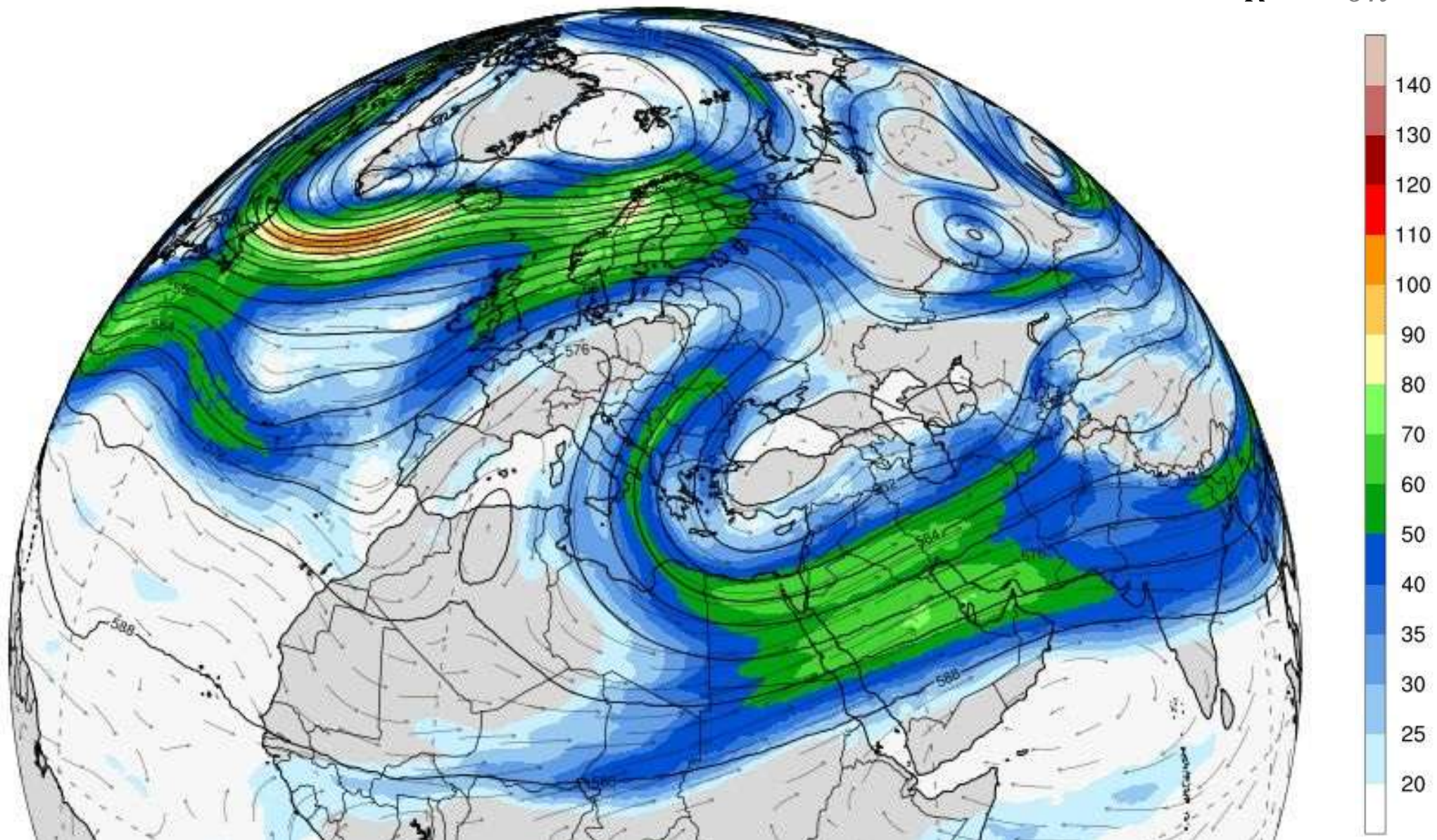
19. Εφαρμογή

Να αναγνωριστούν **μέγιστα** και **ελάχιστα** στροβιλισμού, λόγω κυκλωνικής και αντικυκλωνικής καμπυλότητας της ροής καθώς και περιοχές **PVA** & **NVA**.

GFS 500hPa Jetstream (kt) & Height (dam)

1-day Avg | Mon, Jan 29, 2024

$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$



19. Εφαρμογή

Να αναγνωριστούν **μέγιστα** και **ελάχιστα** στροβιλισμού, λόγω κυκλωνικής και αντικυκλωνικής καμπυλότητας της ροής καθώς και περιοχές **PVA** & **NVA**.

GFS 500hPa Jetstream (kt) & Height (dam)

1-day Avg | Mon, Jan 29, 2024

