



Τμήμα Φυσικής
Δυναμικής Ατμόσφαιρας

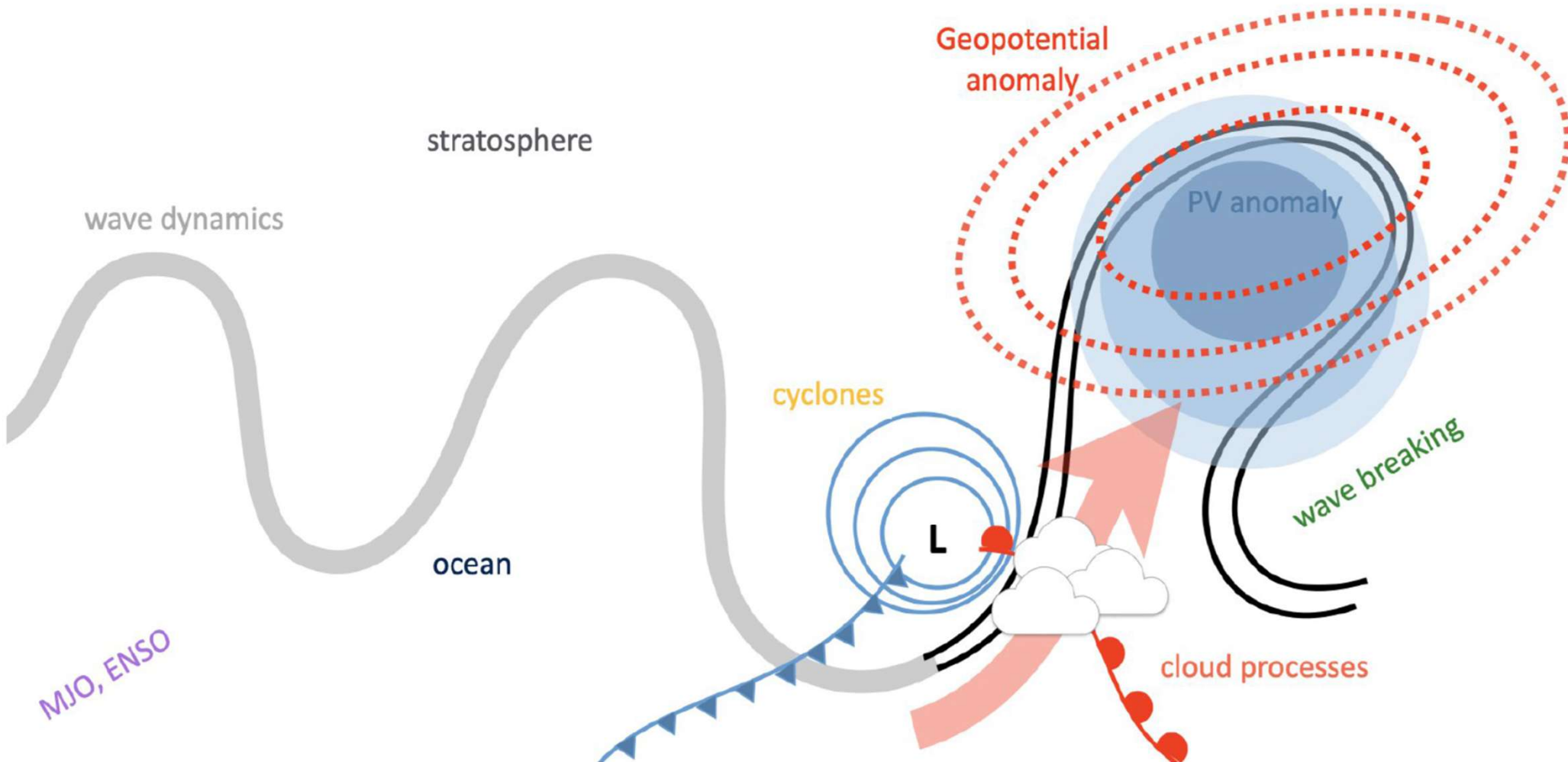
Ευάγγελος Τυρλής

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Τομέας Φυσικής Περιβάλλοντος & Μετεωρολογίας

Δυναμική Ατμόσφαιρας





Evangelos Tyrlis
Assistant Professor, Physics



HELLENIC REPUBLIC
National and Kapodistrian
University of Athens

<http://scholar.uoa.gr/etyrlis/home>

BIO/CV CLASSES PUBLICATIONS PROJECTS PRESENTATIONS CALENDAR CONTACT

Evangelos Tyrlis is an Assistant Professor in Atmospheric Dynamics at the Section of Environmental Physics–Meteorology, Department of Physics of the National and Kapodistrian University of Athens, Greece. He was born in Kiato, Greece. He gained a BSc in Physics from the National and Kapodistrian University of Athens (2000), an MSc in Weather, Climate and Modelling (2001) and a PhD in Atmospheric Sciences (2006), both from the University of Reading, UK. He concluded his research on atmospheric blocking during his placement as a postgraduate research assistant at the Department of Meteorology of the University of Reading. He conducted research as a postdoctoral fellow at the Laboratory of Atmospheric Modelling and Weather Forecasting Group of the National and Kapodistrian University of Athens and the Energy, Environment and Water Resource Centre of the Cyprus Institute. Subsequently, he became a Research Scientist at the Max–Planck Institute for Meteorology in Hamburg, Germany and contributed to the understanding of the links between Arctic Amplification and mid–latitude weather extremes. Currently, he contributes to the teaching of several undergraduate and postgraduate courses including Cloud Physics and Mesoscale Phenomena, Atmospheric Modelling, Atmospheric Physics and Synoptic Meteorology. He has extensive research experience on the dynamics involved in blocking onset and maintenance and the role of blocking in linking climate anomalies between the Arctic and mid–latitudes under a changing climate. In addition, he is active in identifying remote drivers of climate variability over the Mediterranean and the Middle East and the dynamical processes associated with the emergence of the region into a hotspot of climate change. He has participated in 7 scientific projects and published 24 articles in international peer–reviewed Journals and presented work in more than 60 international conferences. His published work has attracted around 1200 citations (excluding self–citations from all authors) resulting in an h–index of 15. He has acted as a reviewer for over 15 Journals including *Journal of Climate*, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* and *Climate Dynamics*.

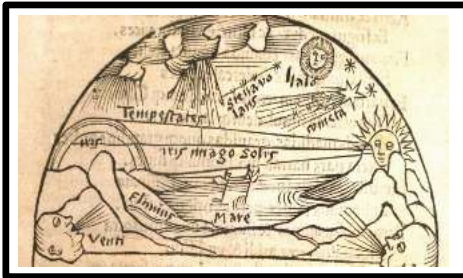


Contact Details

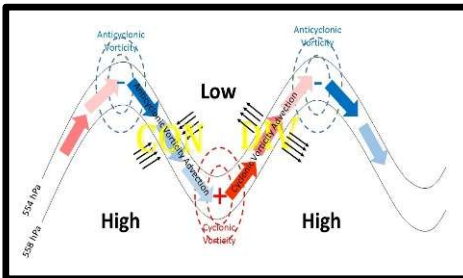
Department of Physics
National and Kapodistrian
University of Athens
University Campus
GR-157 84 Zografou, Athens

Tel.: (+30) 210-7276925

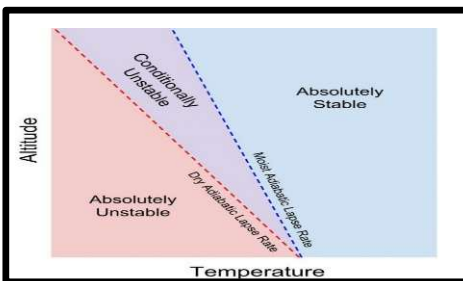
Email: etyrlis@phys.uoa.gr



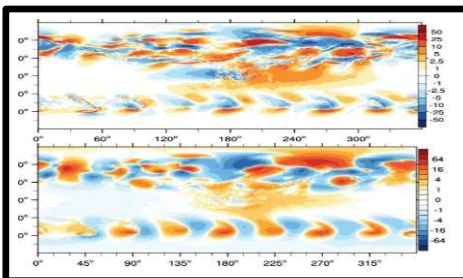
1. Στροβιλισμός



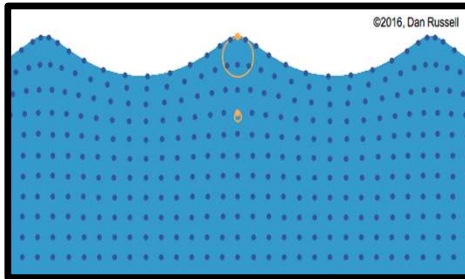
2. Μεταφορά στροβιλισμού



3. Στατική αστάθεια



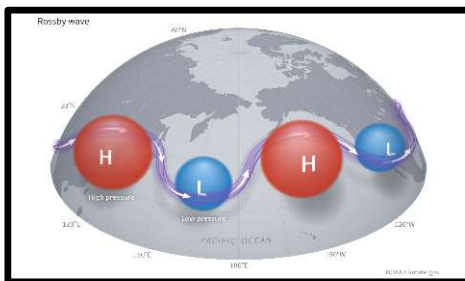
4. Μέθοδος μικρών διαταραχών



5. Κύματα



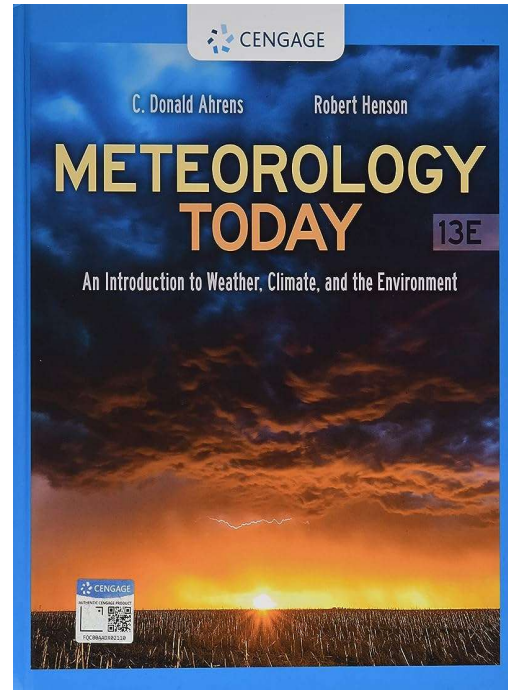
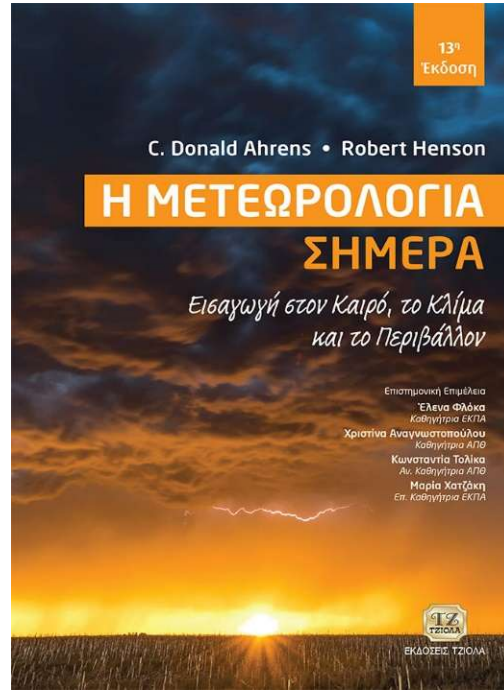
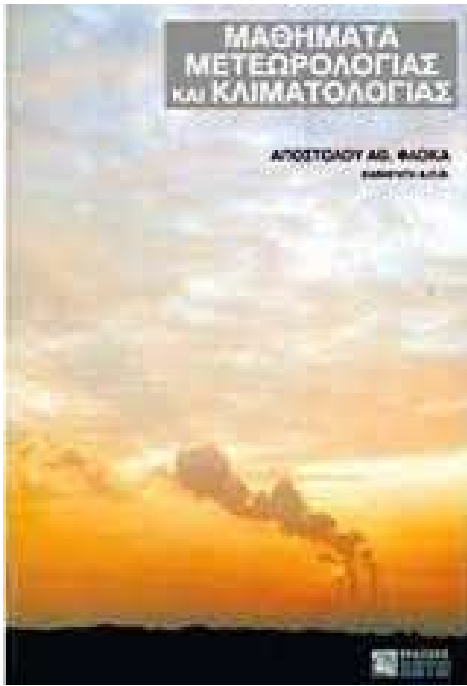
6. Δυναμική αστάθεια



7. Κύματα Rossby



8. Κύματα Βαρύτητας

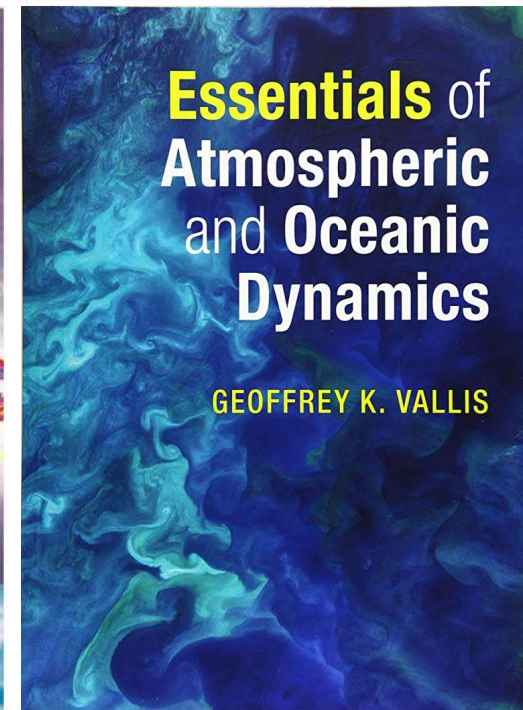
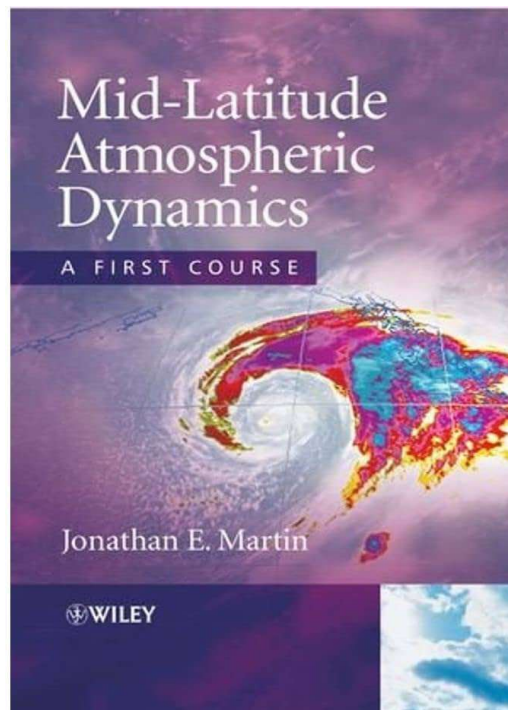
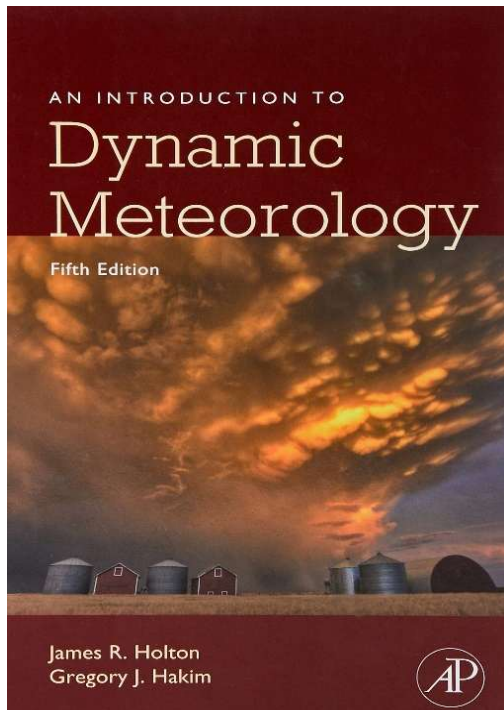
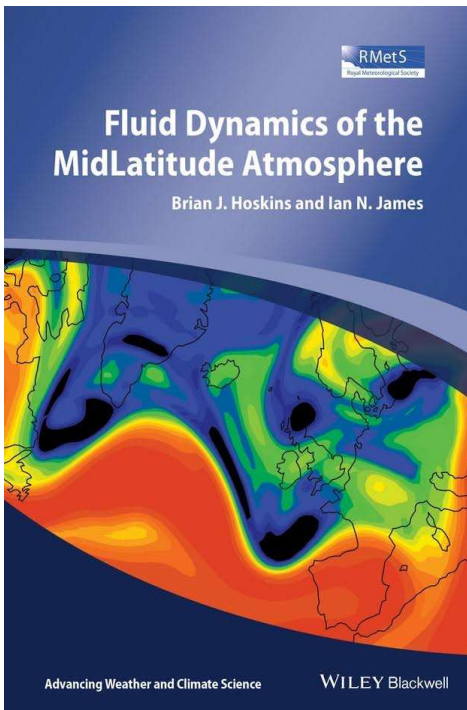


Practical Meteorology

An Algebra-based Survey of Atmospheric Science



Roland Stull





Τμήμα Φυσικής

Δυναμική Ατμόσφαιρας

Ευάγγελος Τυρλής

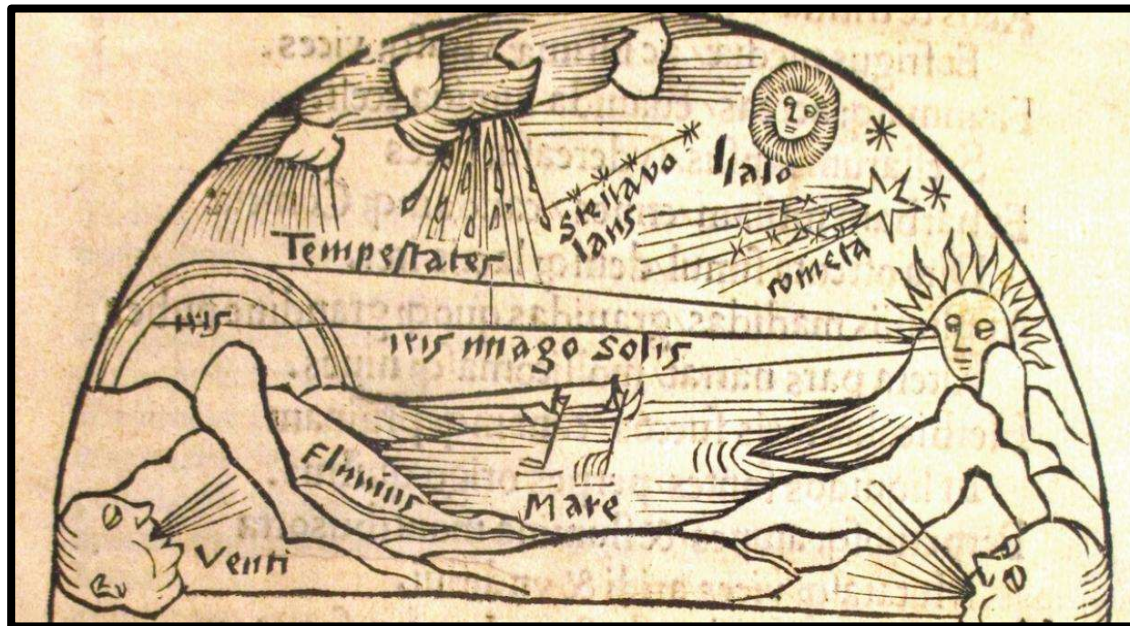
ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Τομέας Φυσικής Περιβάλλοντος & Μετεωρολογίας

1. Στροβιλισμός

- Εισαγωγή
- Κυκλοφορία
- Σχετικός στροβιλισμός
- Πλανητικός στροβιλισμός
- Απόλυτος στροβιλισμός
- Είδη στροβιλισμού
- Παραδείγματα





1. Η έννοια της περιστροφής στα ρευστά



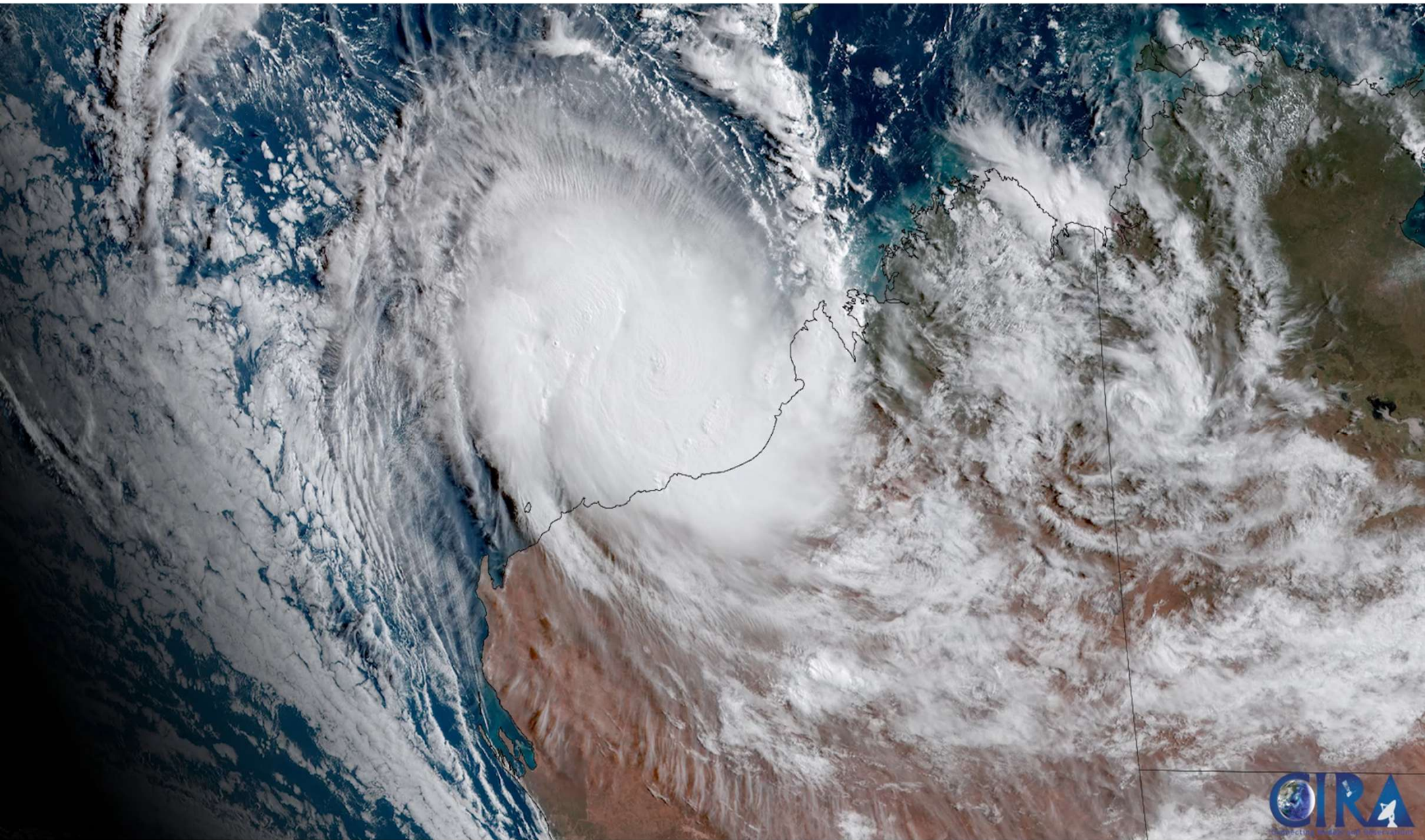
Το πεδίο ταχύτητας των Γεωφυσικών ρευστών (Ατμόσφαιρα και Ωκεανοί) χαρακτηρίζεται από ισχυρή **περιστροφική συνιστώσα** (rotational component). Η περιστροφή είναι εμφανής παντού γύρω μας και ποσοτικοποιείται από την **3-D διανυσματική** ποσότητα του **στροβιλισμού** (vorticity).

2. Η περιστροφή στην Ατμόσφαιρα



Οι καιρικές συνθήκες που βιώνουμε στα μέσα γεωγραφικά πλάτη είναι αποτέλεσμα της δημιουργίας και κίνησης των **κυκλώνων** και **αντικυκλώνων** (αποτέλεσμα βαροκλιτικής αστάθειας). Χαρακτηρίζονται από περιστροφή αερίων μαζών γύρω από κατακόρυφο άξονα.

2. Η περιστροφή στην Ατμόσφαιρα



04-13-2023 | 00:00:00 UTC | Himawari-9 | GeoColor

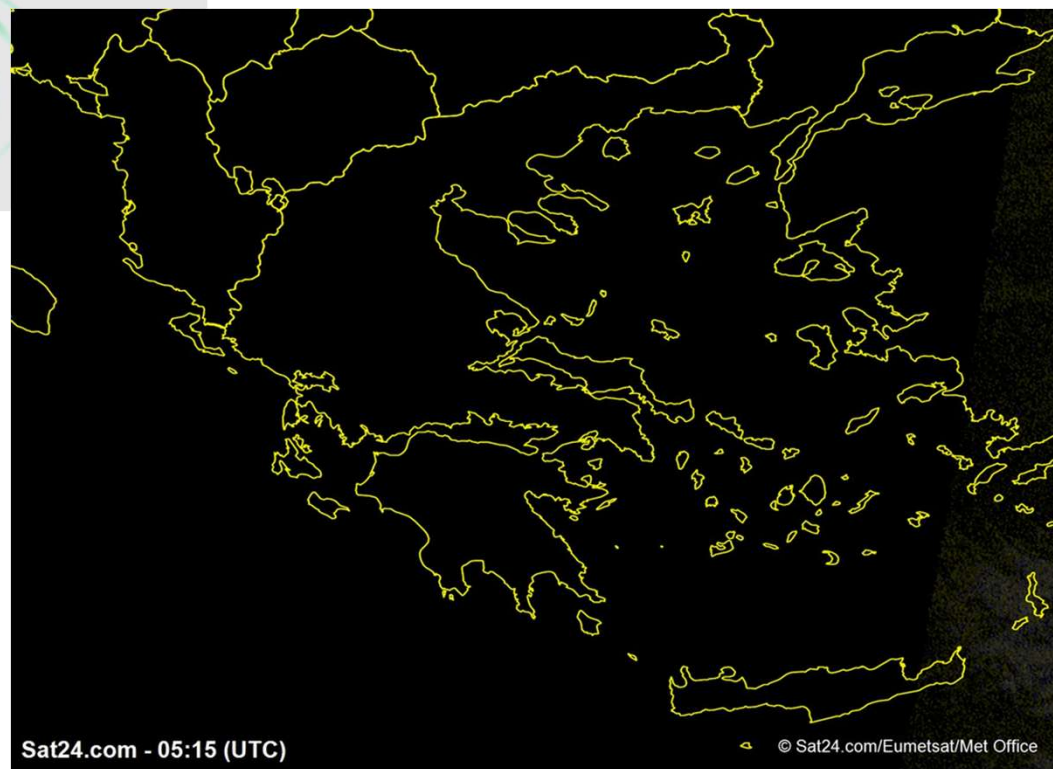
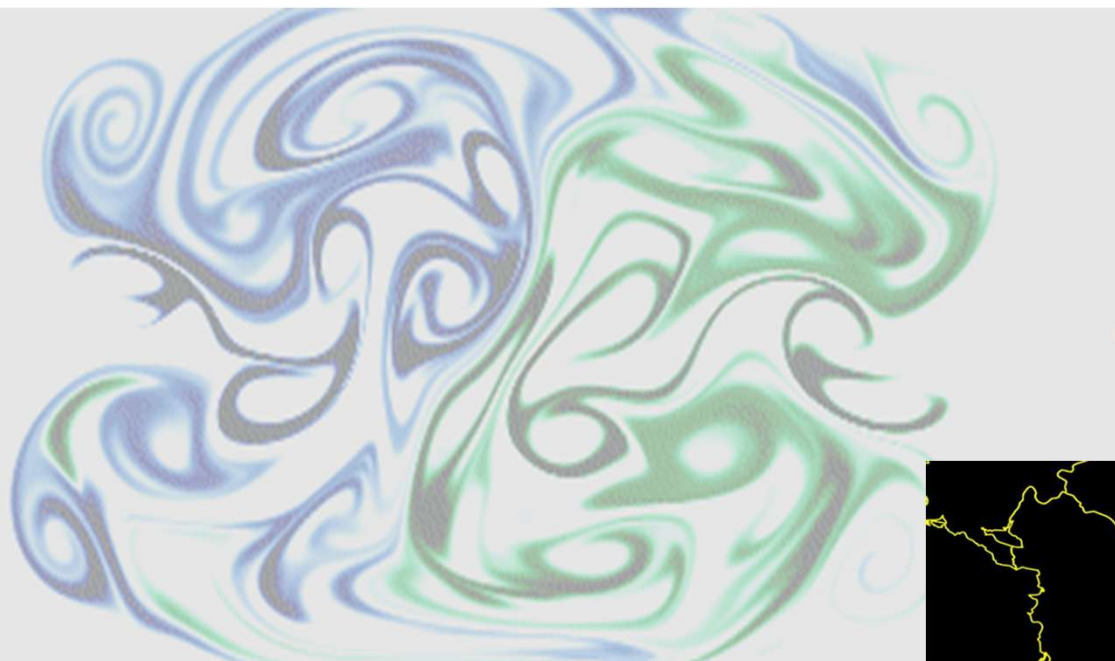
Οι καιρικές συνθήκες που βιώνουμε στα μικρά γεωγραφικά πλάτη χαρακτηρίζονται από καταιγίδες με ημερήσια διακύμανση και τη πιο σπάνια δημιουργία τροπικών κυκλώνων.

3. Ο ιδιαίτερος χαρακτήρας των ρευστών

Όμως ένα συνεχές ρευστό, όπως η Ατμόσφαιρα, παρουσιάζει ιδιαιτερότητες σε σχέση με ένα στερεό σώμα. Σε αντίθεση με τα στερεά σώματα, τα ρευστά δεν περιστρέφονται ομοιόμορφα. Τα διάφορα στοιχεία του ρευστού στρέφονται με μεταβλητές ταχύτητες στο χώρο και στο χρόνο γύρω από διαφορετικά κέντρα καμπυλότητας και μεταβαλλόμενες ακτίνες καμπυλότητας.

Έντονη περιστροφή μεμονωμένων στοιβάδων του ρευστού γύρω από κάποιον τοπικό άξονα.

Στρόβιλοι νεφών υποδεικνύουν ισχυρή περιστροφή στο οριζόντιο επίπεδο γύρω από την τοπική κατακόρυφη.



Ερώτηση: Πώς μπορεί να ποσοτικοποιηθεί η έντονη περιστροφή των διαφόρων στοιβάδων/μερών ενός ρευστού σε κάθε περιοχή του;

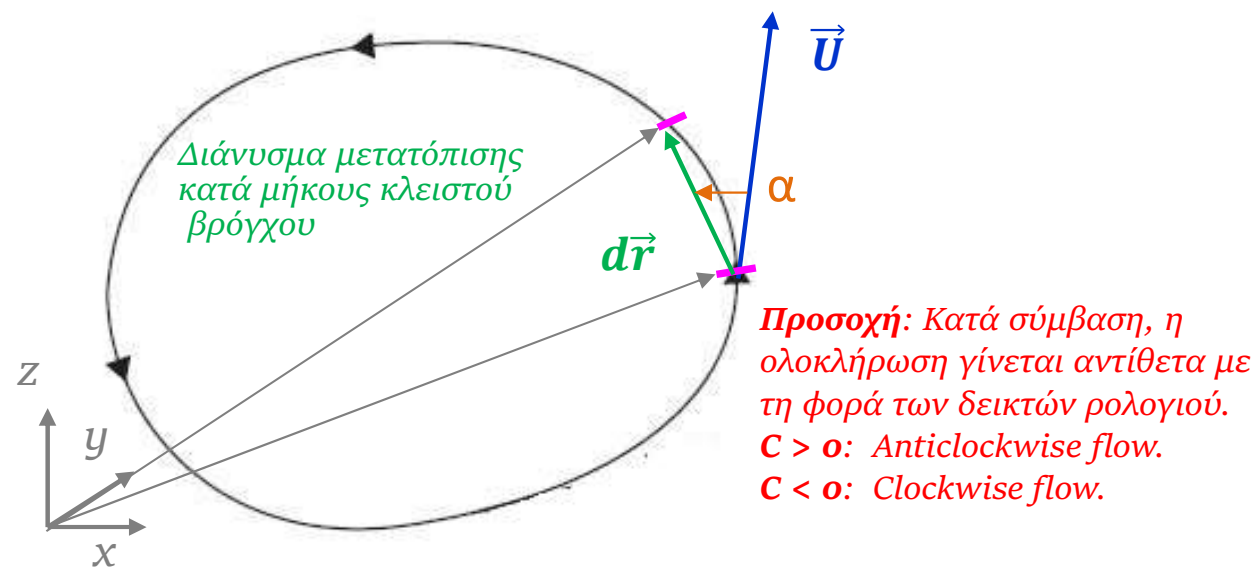
4. Κυκλοφορία και στροβιλισμός

Η **κυκλοφορία** (circulation) και ο **στροβιλισμός** (vorticity) είναι οι δυο κύριες ποσότητες οι οποίες χαρακτηρίζουν την περιστροφή του πεδίου ταχύτητας ενός ρευστού.

Κυκλοφορία - Circulation

$$C = \oint \vec{U} d\vec{r} = \oint |\vec{U}| \cos \alpha dr$$

Ταχύτητα ρευστού



Αντιστοιχεί στο επικαμπύλιο ολοκλήρωμα κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής μέσα στο ρευστό. Ολοκληρώνεται η συνιστώσα της ταχύτητας η οποία εφάπτεται τοπικά στην καμπύλη (εφαπτομενική ταχύτητα).

- Βαθμωτό μέγεθος
- Μακροσκοπικό μέγεθος (macroscopic quantity)
- Αποτιμά την περιστροφή του πεδίου ταχύτητας σε πεπερασμένη περιοχή του ρευστού

Στροβιλισμός - Vorticity

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{U} \quad \vec{U} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Καρτεσιανές συντεταγμένες

Διακρίνεται σε **σχετικό ή απόλυτο στροβιλισμό**: Προκύπτει από το curl της σχετικής ή απόλυτης ταχύτητας \vec{U}

- Διανυσματικό μέγεθος
- Μικροσκοπικό μέγεθος (microscopic quantity)
- Αποτιμά την περιστροφή του πεδίου ταχύτητας σε κάθε σημείο του ρευστού

5. Σχετικός και απόλυτος στροβιλισμός

Οι αέριες μάζες στην Ατμόσφαιρα βρίσκονται στον περιστρεφόμενο πλανήτη μας, ο οποίος αποτελεί ένα μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Στην Ατμόσφαιρα συναντάμε δυο είδη στροβιλισμού.

Σχετικός στροβιλισμός – Relative Vorticity

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{U}$$

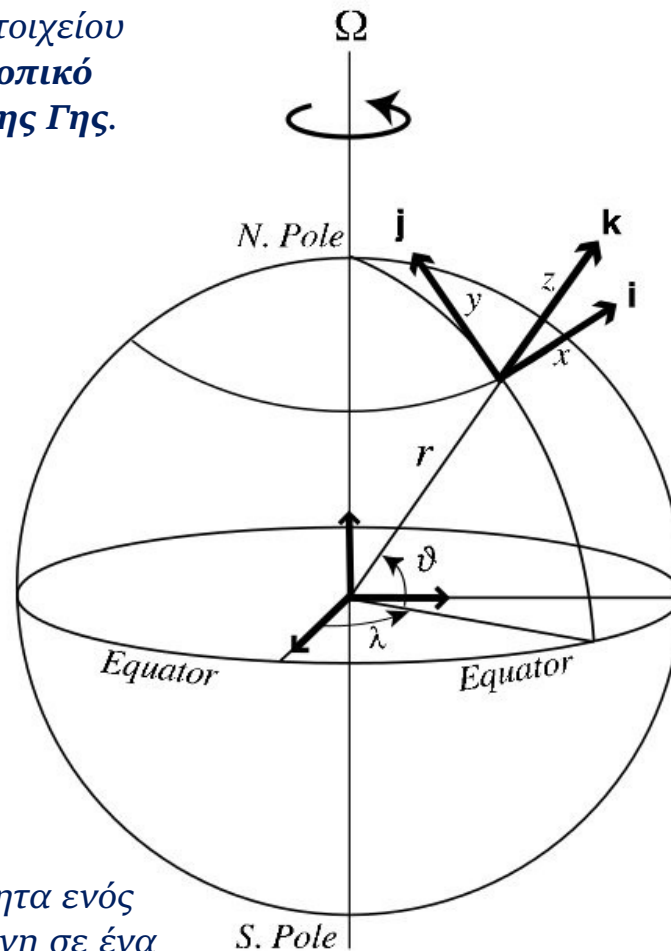
Καθορίζεται ως η περιστροφή ενός στοιχείου της Ατμόσφαιρας γύρω από κάποιο **τοπικό άξονα σε σχέση με την επιφάνεια της Γης**.

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

Η σχετική ταχύτητα \vec{U} είναι η ταχύτητα ενός στοιχείου της ατμόσφαιρας μετρημένη σε ένα περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς το οποίο είναι προσδεμένο στην επιφάνεια της Γης.



Απόλυτος στροβιλισμός – Absolute Vorticity

$$\vec{\omega}_a = \nabla \times \vec{U}_a$$

Καθορίζεται ως η περιστροφή ενός στοιχείου της Ατμόσφαιρας όπως μετράται από κάποιον ακίνητο παρατηρητή (ως προς τους μακρινούς αστέρες) και μακριά από την περιστρεφόμενη Γη .

Τα μοναδιαία διανύσματα \hat{i} , \hat{j} & \hat{k} δείχνουν προς ανατολικά (εφαπτόμενο τοπικού παραλλήλου), βόρεια (εφαπτόμενο τοπικού μεσημβρινού) και κατακόρυφα προς τα επάνω.

Η απόλυτη ταχύτητα \vec{U}_a είναι η ταχύτητα ενός στοιχείου της όπως μετράται σε ένα απόλυτο σύστημα αναφοράς το οποίο βρίσκεται μακριά από την Γη. Η απόλυτη ταχύτητα περιλαμβάνει την κίνηση λόγω περιστροφής της Γης .

5. Σχέση κυκλοφορίας και στροβιλισμού

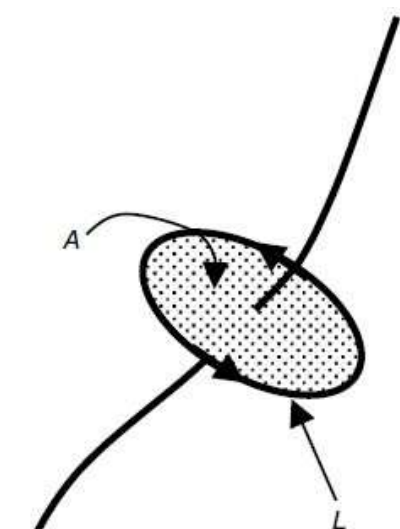
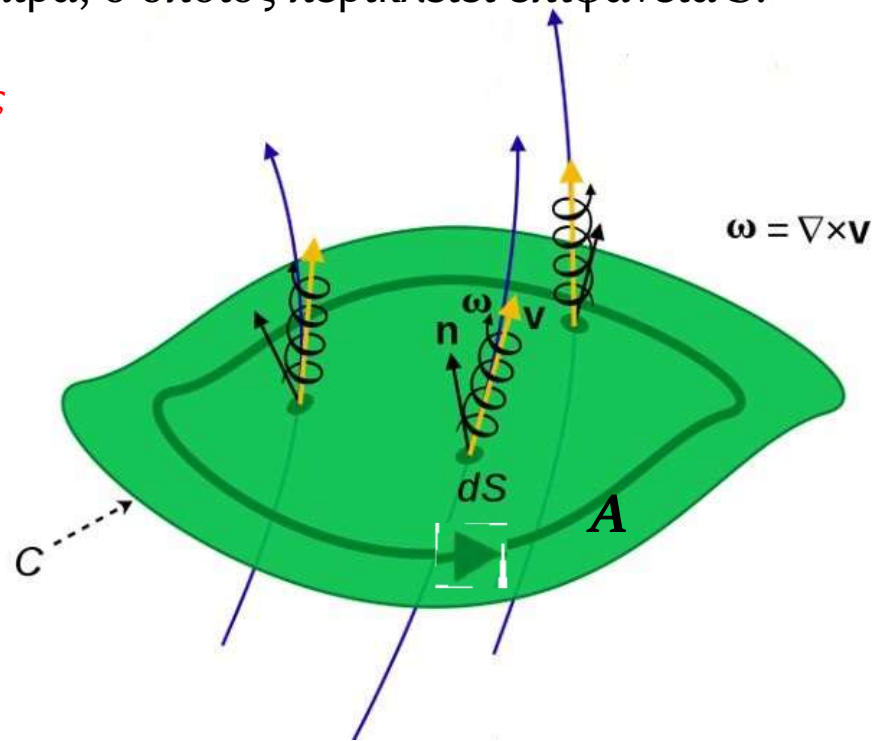
Θεωρούμε κλειστό βρόγχο μήκους L μέσα στην Ατμόσφαιρα, ο οποίος περικλείει επιφάνεια S .

$$C = \oint_L \vec{U} \cdot d\vec{r} = \int_A \nabla \times \vec{U} \cdot d\vec{S} \quad \text{Εφαρμογή Θεωρήματος Stokes'}$$

$$= \int_A \nabla \times \vec{U} \cdot \hat{n} \, dS = \int_A \vec{\omega} \cdot \hat{n} \, dS \quad \vec{\omega} = \nabla \times \vec{U}$$

Για να αποκτήσουμε μια σχέση ανάμεσα στο μακροσκοπικό μέγεθος C και στο μικροσκοπικό μέγεθος $\vec{\omega}$ πρέπει να μικρύνουμε τον βρόγχο

Για πολύ μικρό βρόγχο το \hat{n} δεν μεταβάλλεται κατά μήκος της επιφάνειας A , την οποία περικλείει.



Συνιστώσα στροβιλισμού κάθετη στην επιφάνεια. Προβολή $\vec{\omega}$ στη διεύθυνση \hat{n}

$$C = \int_A \vec{\omega} \cdot \hat{n} \, dS = \langle \vec{\omega} \cdot \hat{n} \rangle \int_A dS = \langle \vec{\omega} \cdot \hat{n} \rangle A \Rightarrow$$

$$\langle \vec{\omega} \cdot \hat{n} \rangle = \frac{C}{A}$$

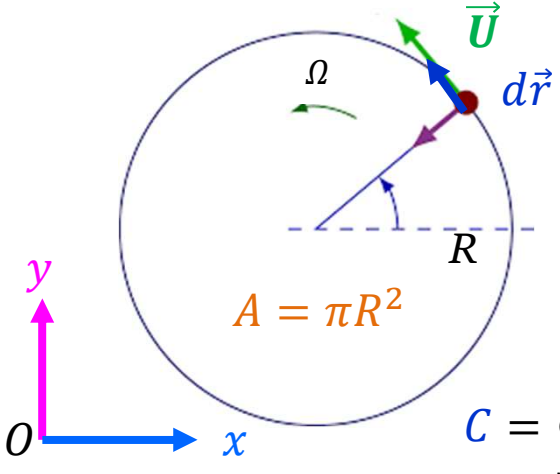
Η μέση τιμή της **κάθετης συνιστώσας του στροβιλισμού** στην επιφάνεια ισούται με την κυκλοφορία υπολογισμένη στο βρόγχο που περικλείει την επιφάνεια ανά μονάδα επιφανείας.

Το πρόσημο του στροβιλισμού συμφωνεί με το πρόσημο της κυκλοφορίας!

Αυτή η σχέση συνδέει τον στροβιλισμό με την κυκλοφορία. Ο στροβιλισμός είναι ένα εξιδανικευμένο μαθηματικό εργαλείο και ορίζεται στο όριο που ο βρόγχος γίνεται πολύ μικρός.

6. Παράδειγμα: σχέση κυκλοφορίας και στροβιλισμού για κυκλική τροχιά

Εφαρμογή
 Θεωρούμε ροή όπου κάθε δείγμα αέρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, η οποία πραγματοποιείται στο επίπεδο Oxy . Να βρεθεί η σχέση μεταξύ κυκλοφορίας και στροβιλισμού.



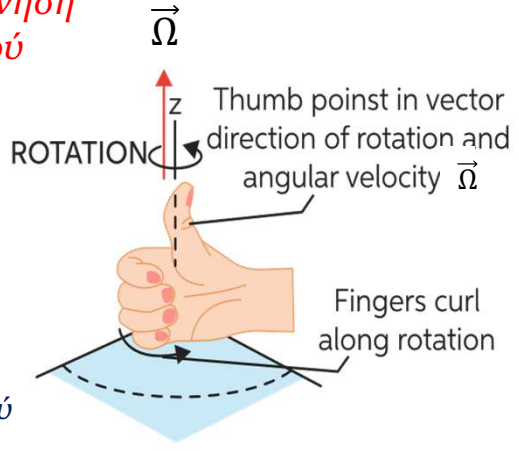
$\vec{\Omega}$ Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας είναι κάθετο προς το Oxy και με κατεύθυνση προς τα έξω για κίνηση αντίθετη με τη φορά των δεικτών του ρολογιού

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|\vec{U}| = \Omega R$$

$$C = \oint \vec{U} \cdot d\vec{r} = \oint |\vec{U}| \cos \alpha \, dr$$

$\alpha = 0^\circ \Rightarrow \cos \alpha = 1$
 Κίνηση σώματος σύμφωνα με τη φορά δεικτών ρολογιού



$$C = \oint |\vec{U}| \cos \alpha \, dr = \Omega R \oint dr = \Omega R (2\pi R) = 2\pi\Omega R^2$$

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \zeta \end{bmatrix}$$

$$\langle \vec{\omega} \cdot \hat{n} \rangle = \zeta$$

Η κάθετη συνιστώσα του $\vec{\omega}$ στο επίπεδο Oxy είναι η κατακόρυφη συνιστώσα του στροβιλισμού (ζ)

Επειδή $\langle \vec{\omega} \cdot \hat{n} \rangle = \frac{C}{A}$

Ο στροβιλισμός είναι διπλάσιος της γωνιακής ταχύτητας

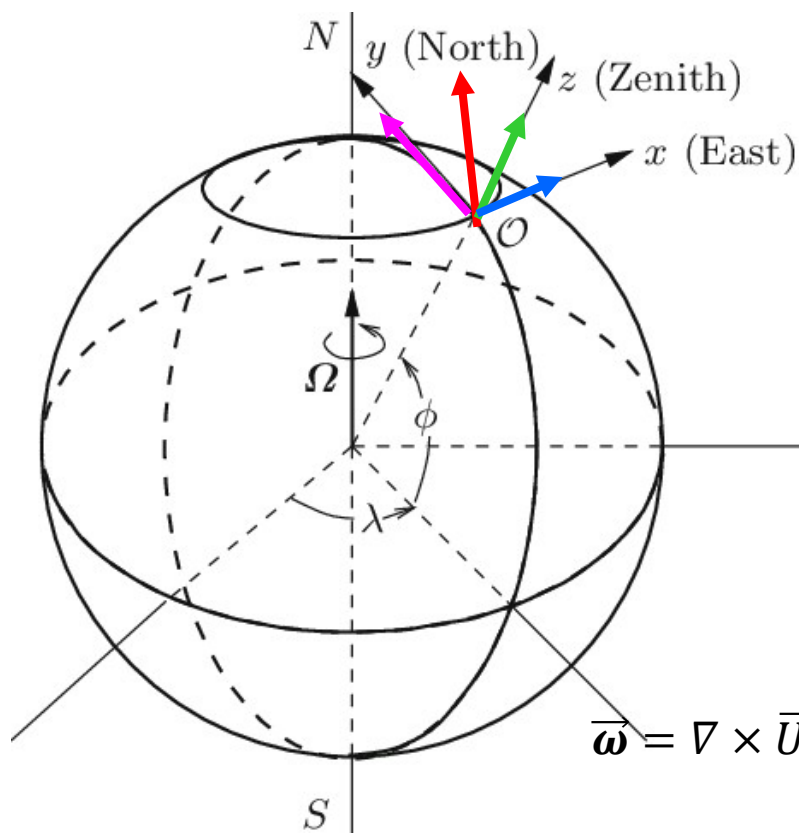
$$\text{Άρα } \zeta = \frac{C}{A} = \frac{2\pi\Omega R^2}{\pi R^2} = 2\Omega$$

Για κίνηση στο επίπεδο Oxy ο στροβιλισμός έχει μόνο μια συνιστώσα στην κατακόρυφη διεύθυνση. Αυτή είναι θετική για κίνηση αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού, ακολουθώντας το πρόσημο της κυκλοφορίας.

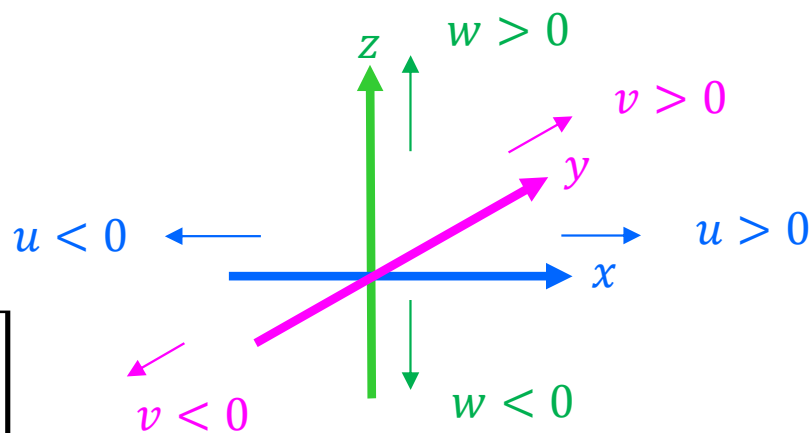
Το αποτέλεσμα αυτό δύναται να γενικευτεί!

7. Συνιστώσες σχετικού στροβιλισμού

Το διάνυσμα του σχετικού στροβιλισμού έχει 3 συνιστώσες στις διευθύνσεις των μοναδιαίων διανυσμάτων \hat{i} , \hat{j} & \hat{k} .

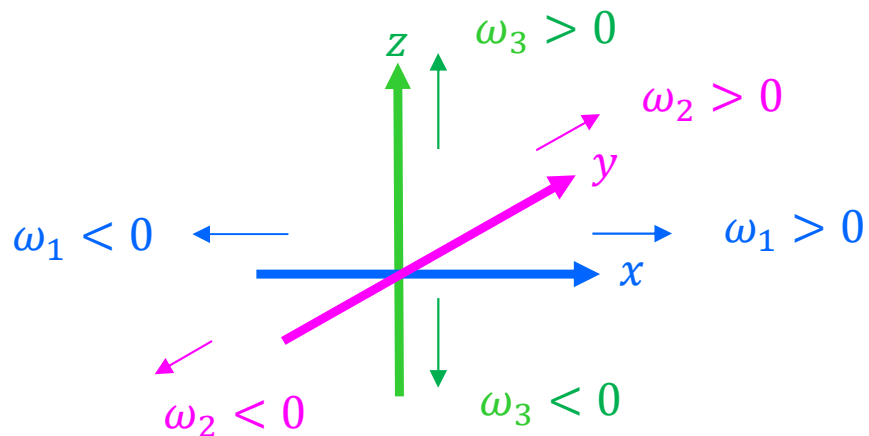


$$\vec{U} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$



Συνιστώσες και πρόσημα της **σχετικής ταχύτητας** ενός στοιχείου της ατμόσφαιρας όπως μετράται στο **μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς**.

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{U} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} = \underbrace{\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)}_{\omega_1} \hat{i} + \underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)}_{\omega_2} \hat{j} + \underbrace{\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)}_{\omega_3} \hat{k}$$



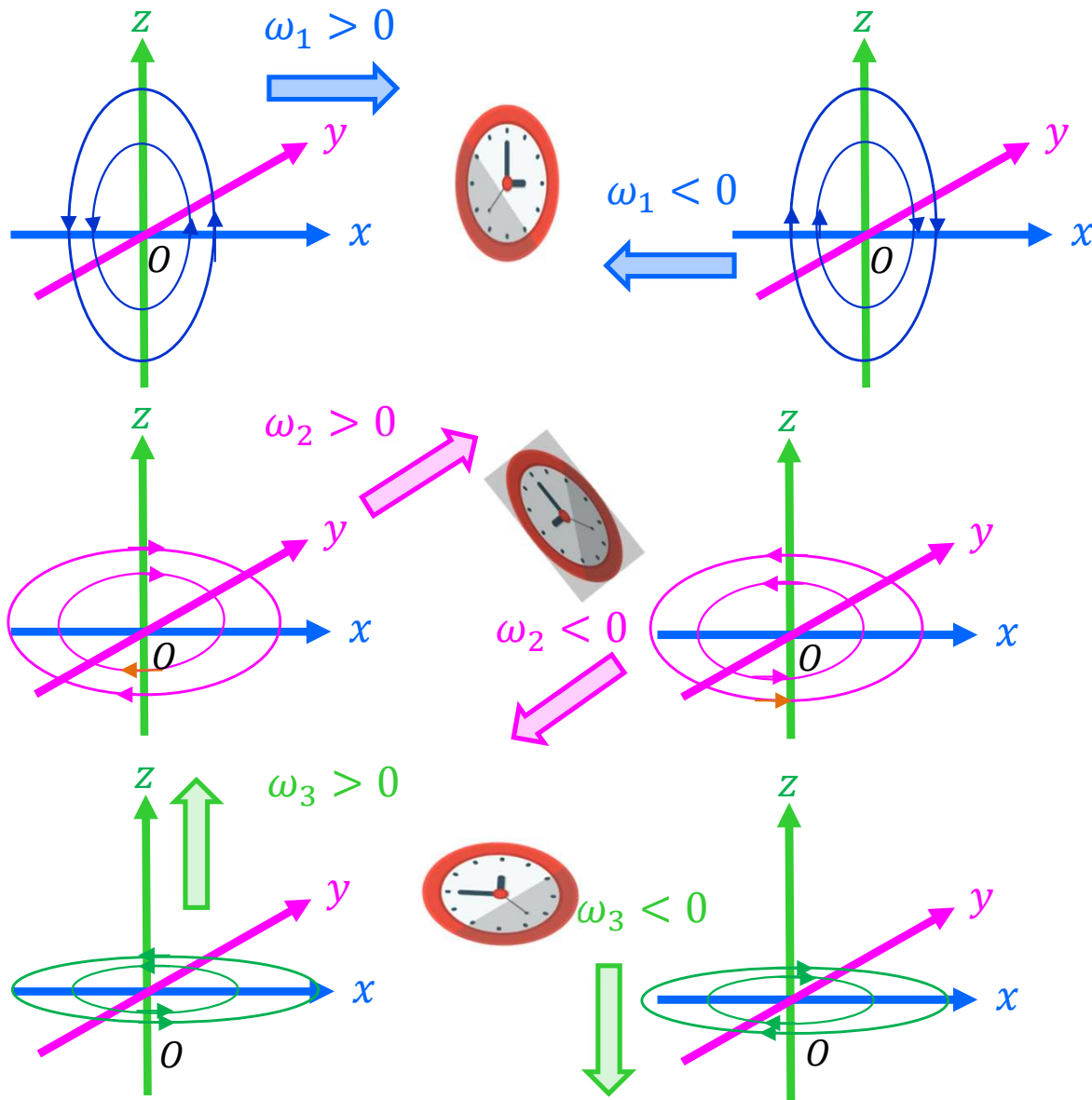
Συνιστώσες του σχετικού στροβιλισμού (βαθμωτά μεγέθη).

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}$$

7. Συνιστώσες σχετικού στροβιλισμού

Τι εκφράζει ξεχωριστά ο κάθε όρος του στροβιλισμού;

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{U} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$



Το πεδίο ταχύτητας στην Ατμόσφαιρα στο επίπεδο Oyz (κατακόρυφο επίπεδο στη διεύθυνση Βορρά-Νοτου) προκαλεί περιστροφή γύρω από τον άξονα Ox (Δύσης-Ανατολής).

Η **ζωνική συνιστώσα** (διεύθυνση x) ω_1 είναι θετική αν η περιστροφή συμβαίνει αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

Το πεδίο ταχύτητας στην Ατμόσφαιρα στο επίπεδο Ozx (κατακόρυφο επίπεδο στη διεύθυνση Δύσης-Ανατολής) προκαλεί περιστροφή γύρω από τον άξονα Oy (Βορρά - Νότου).

Η **μεσημβρινή συνιστώσα** (διεύθυνση y) ω_2 είναι θετική αν η περιστροφή συμβαίνει αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

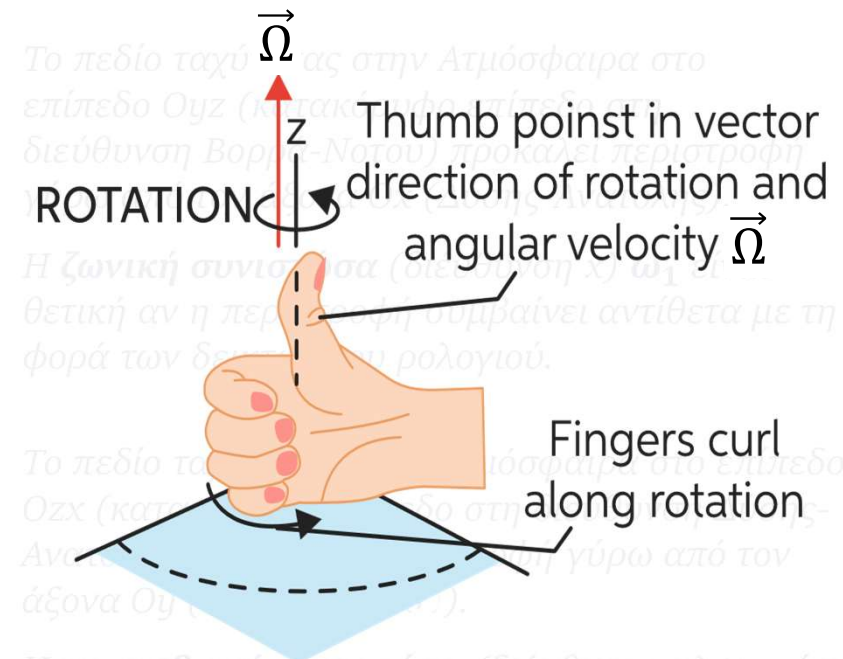
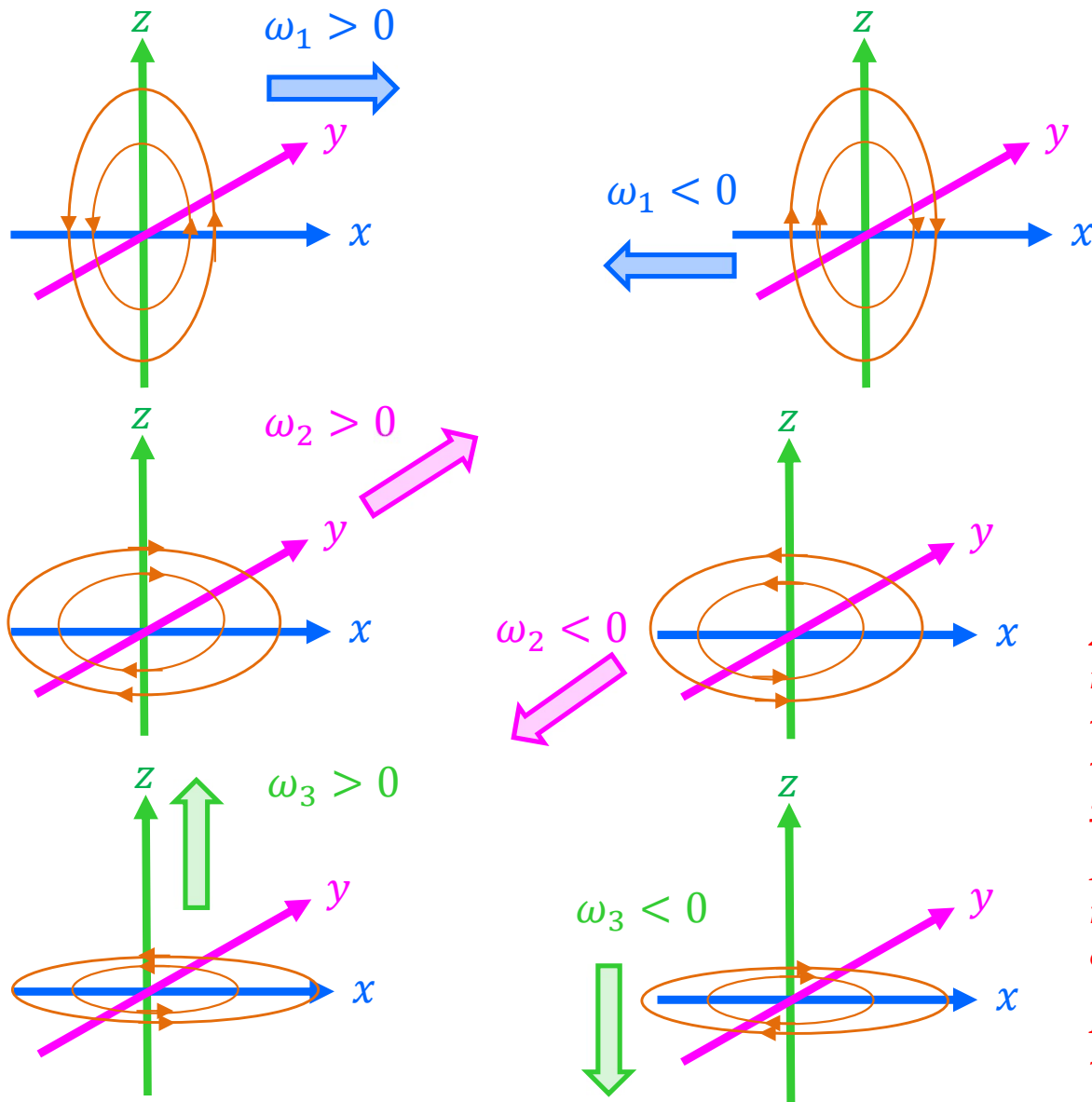
Το πεδίο ταχύτητας στην Ατμόσφαιρα στο επίπεδο Oxy (οριζόντιο επίπεδο) προκαλεί περιστροφή γύρω από τον κατακόρυφο άξονα Oz .

Η **κατακόρυφη συνιστώσα** (διεύθυνση z) ω_3 είναι θετική αν η περιστροφή συμβαίνει αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

7. Συνιστώσες σχετικού στροβιλισμού

Τι εκφράζει ξεχωριστά ο κάθε όρος του στροβιλισμού;

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{U} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$



Σύμφωνα με τον **κανόνα του δεξιού χεριού**, η κατεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\Omega}$ υποδεικνύεται από τον αντίχειρα, όταν τα δάκτυλα “κουλουριάζονται” ακολουθώντας την περιστροφή των αερίων μαζών επάνω στο επίπεδο. Η γωνιακή ταχύτητα είναι θετική όταν η κίνηση όταν η περιστροφή γίνεται αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

Προσοχή: Μην συγχέετε τη γωνιακή ταχύτητα $\vec{\Omega}$ με τον στροβιλισμό $\vec{\omega}$.

7. Συνιστώσες σχετικού στροβιλισμού

Προχωρούμε σε **ανάλυση κλίμακας** των συνιστωσών του σχετικού στροβιλισμού.

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{U} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$

Ο μεγαλύτερος όρος κυριαρχεί και διαμορφώνει την τάξη μεγέθους της συνιστώσας

$$\sim \frac{W}{L}$$

$$\sim \frac{U}{H}$$

$$\sim \frac{U}{H}$$

$$\sim \frac{W}{L}$$

$$\sim \frac{U}{L}$$

$$\sim \frac{U}{L}$$

$$10^{-8}$$

$$10^{-3}$$

$$10^{-3}$$

$$10^{-6}$$

$$10^{-5}$$

$$10^{-5}$$

$$\omega_1, \omega_2 \sim \frac{U}{H}$$

$$\omega_3 \sim \frac{U}{L}$$

Οριζόντιες συνιστώσες

Κατακόρυφη συνιστώσα

$$\frac{\omega_1, \omega_2}{\omega_3} \sim \frac{10^{-3}}{10^{-5}} = 100$$

Χαρακτηριστικές κλίμακες στην Ατμόσφαιρα που αφορούν συνοπτικής κλίμακας κινήσεις.

$U \sim 10 \text{ m s}^{-1}$	characteristic horizontal velocity
$W \sim 1 \text{ cm s}^{-1}$	characteristic vertical velocity
$L \sim 10^6 \text{ m}$	characteristic length scale of synoptic-scale features
$H \sim 10^4 \text{ m}$	characteristic depth (i.e. depth of the troposphere)
$\frac{\delta p}{\rho} \sim 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$	characteristic horizontal pressure fluctuation
$\frac{L}{U} \sim 10^5 \text{ s}$	characteristic time scale.

Η κατακόρυφη συνιστώσα του στροβιλισμού είναι πολύ μικρότερη σε μέγεθος από τις οριζόντιες συνιστώσες (ζωνική & μεσημβρινή) του στροβιλισμού.

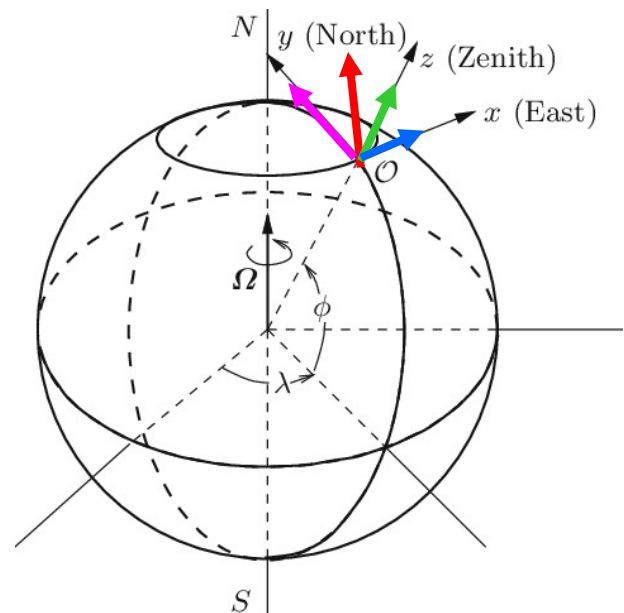
8. Η κατακόρυφη συνιστώσα του σχετικού στροβιλισμού

Παρόλο που η κατακόρυφη συνιστώσα του σχετικού στροβιλισμού είναι μικρότερη σε τάξη μεγέθους από τις οριζόντιες συνιστώσες, στη Μετεωρολογία ενδιαφερόμαστε για την περιστροφή των αερίων μαζών γύρω από τον τοπικό κατακόρυφο άξονα, δηλαδή την **κατακόρυφη συνιστώσα του σχετικού στροβιλισμού**.

$$\vec{\omega} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$\zeta \equiv \hat{k} \cdot \vec{\omega} = \hat{k} \cdot \nabla \times \vec{U} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

Βαθμωτό μέγεθος



Σε ένα σύστημα καιρού (πχ κυκλώνας) οι αέριες μάζες περιστρέφονται στο οριζόντιο επίπεδο γύρω από τον κατακόρυφο άξονα.

Η ένταση της περιστροφής σχετίζεται συχνά με τη σφοδρότητα του συστήματος και τη βιαιότητα των φαινομένων που το συνοδεύουν.

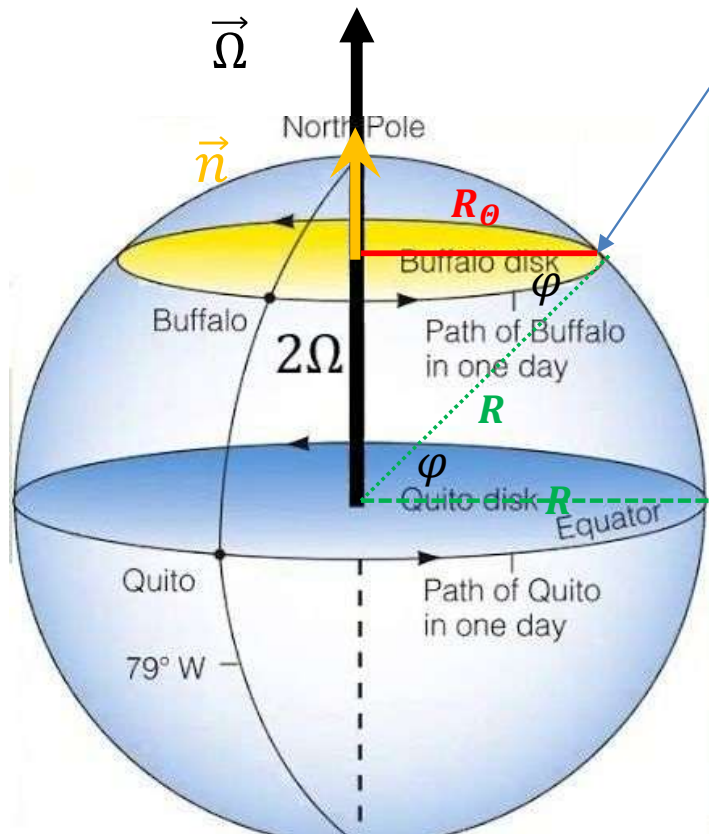
Οπότε προκύπτει ανάγκη ποσοτικοποίησης αυτής της περιστροφής μέσω της συνιστώσα ζ.

Η μεταφορά του ζ (vertical vorticity advection) σχετίζεται με τον εξαναγκασμό των αερίων μαζών σε κατακόρυφες κινήσεις, το οποίο είναι ζωτικής σημασίας στην πρόγνωση καιρού.



10. Πλανητικός στροβιλισμός – Planetary vorticity

Όλα τα σώματα στην επιφάνεια του πλανήτη αλλά και οι αέριες μάζες στην Ατμόσφαιρα διαθέτουν στροβιλισμό επειδή περιστρέφονται μαζί με τον πλανήτη.



Σημείο στην επιφάνεια της Γης με γ. π. ϕ (πχ σημείο στο κέντρο της Αθήνας) περιστρέφεται γύρω από τον άξονα του πλανήτη με ταχύτητα \vec{v}_θ και απέχει από τον άξονα περιστροφής απόσταση R_θ . Αυτή την ταχύτητα την καταγράφει απομακρυσμένος αδρανειακός (σε ακίνητο σύστημα αναφοράς) παρατηρητής.

$$R_\theta = R \cos \phi \qquad v_\theta \equiv |\vec{v}_\theta| = \Omega R_\theta = \Omega R \cos \phi$$

$$C = \oint_L \vec{v}_\theta d\vec{l} = \oint_L \Omega R \cos \phi dl = \Omega R \cos \phi \oint_L dl = 2 \pi \Omega R^2 \cos^2 \phi$$

Η ταχύτητα είναι παράλληλη στη μετατόπιση κατά μήκος της περιφέρειας του κύκλου

$$A_\theta = \pi R^2 \cos^2 \phi$$

Επιφάνεια κύκλου στο συγκεκριμένο γ. π.

Ο πλανητικός στροβιλισμός σε κάποιο γ.π. είναι διάνυσμα και το μέτρο του είναι η **κυκλοφορία** εξαιτίας της πλανητικής περιστροφής διαιρεμένη με την **επιφάνεια ενός κύκλου στο συγκεκριμένο γεωγραφικό πλάτος**.

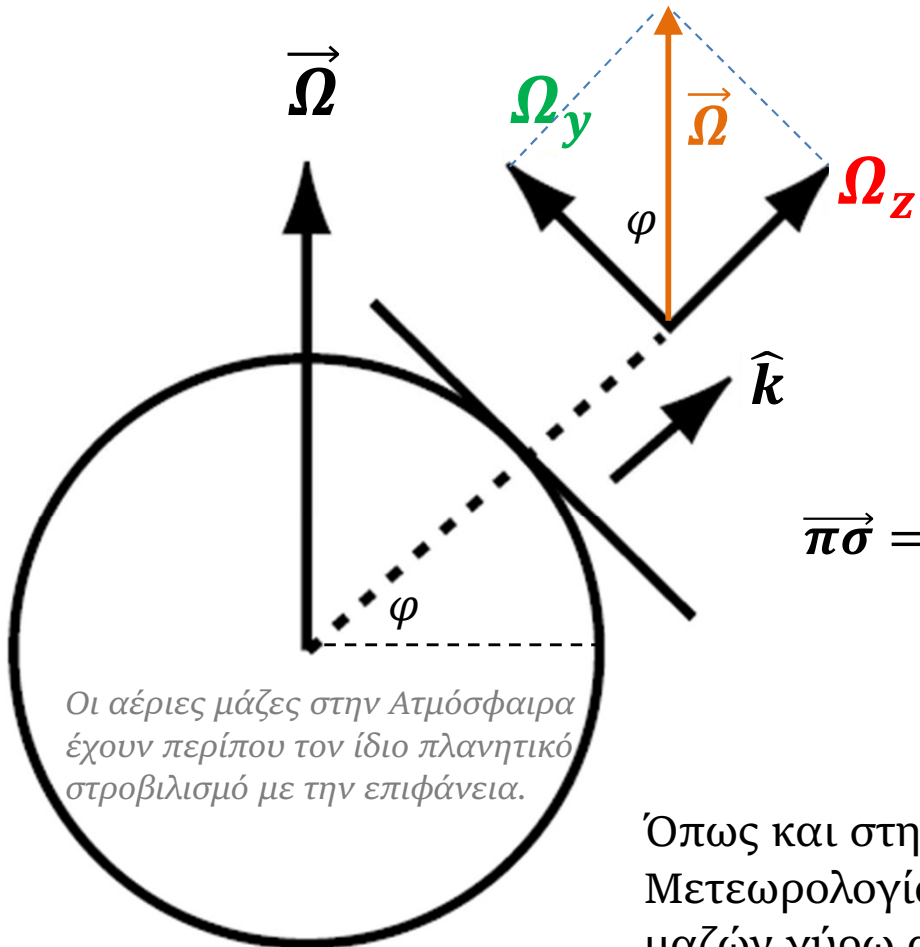
$$|\vec{\pi\sigma}| = \frac{C}{A_\theta} = \frac{2 \pi \Omega R^2 \cos^2 \phi}{\pi R^2 \cos^2 \phi} = 2\Omega$$

Ο πλανητικός στροβιλισμός έχει διεύθυνση κάθετη προς την επιφάνεια κατά τη φορά του \vec{n} .

Αυτό συμβαίνει επειδή $C > 0$. Άρα ο πλανητικός στροβιλισμός έχει τη φορά του $\vec{\Omega}$ και το διπλάσιο μέτρο.

10. Πλανητικός στροβιλισμός: κατακόρυφη συνιστώσα

Όπως το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας, έτσι και ο πλανητικός στροβιλισμός αναλύεται σε 2 συνιστώσες σε κάθε σημείο του πλανήτη: **κατακόρυφη** και **οριζόντια** (μεσημβρινή συνιστώσα).



$$\vec{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega \cos\varphi \\ \Omega \sin\varphi \end{bmatrix}$$

Δεν υπάρχει συνιστώσα στη ζωνική διεύθυνση

$$\vec{\pi\sigma} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2\Omega \cos\varphi \\ 2\Omega \sin\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f^* \\ f \end{bmatrix}$$

Ο πλανητικός στροβιλισμός είναι διπλάσιος της γωνιακής ταχύτητας του πλανήτη

$$\begin{aligned} f &= 2\Omega \sin\varphi \\ f^* &= 2\Omega \cos\varphi \end{aligned}$$

Οι αέριες μάζες στην Ατμόσφαιρα έχουν περίπου τον ίδιο πλανητικό στροβιλισμό με την επιφάνεια.

Όπως και στην περίπτωση του σχετικού στροβιλισμού, στη Μετεωρολογία ενδιαφερόμαστε για την περιστροφή των αερίων μαζών γύρω από τον **τοπικό κατακόρυφο άξονα**.

Έτσι έχει επικρατήσει ο όρος **πλανητικός στροβιλισμός** να αναφέρεται στην τοπική κατακόρυφη συνιστώσα του διανύσματος του πλανητικού στροβιλισμού (παράμετρος Coriolis):

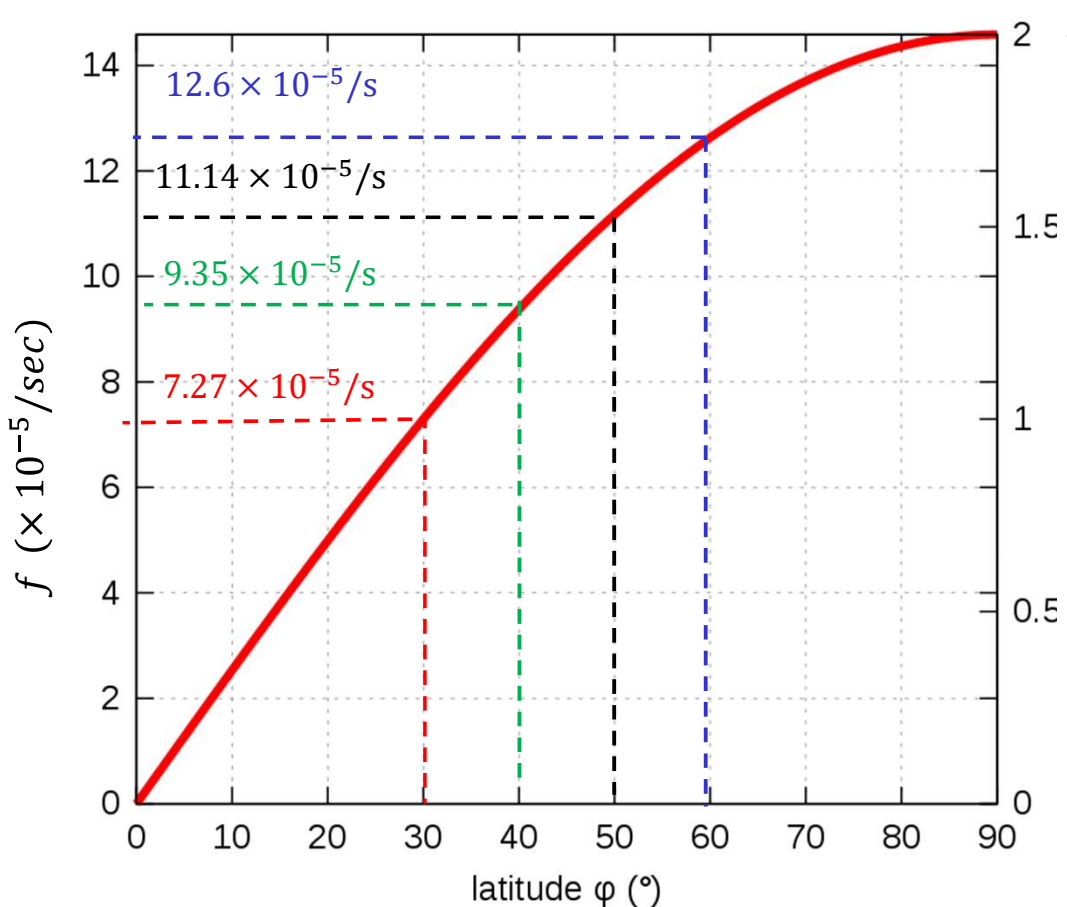
$$f = 2\Omega \sin\varphi$$

Πλανητικός στροβιλισμός

10. Πλανητικός στροβιλισμός: κατακόρυφη συνιστώσα

$$\Omega = \frac{2\pi \text{ radians}}{\text{Χρονος μιας περιστροφης}} = \frac{2\pi}{1 \text{ αστρικη ημερα}} = 7.2921 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$$

Αστρική ημέρα (sidereal day):
23hrs 56min 4sec



$f = 2\Omega$

$f \sim 10^{-4} / \text{s}$

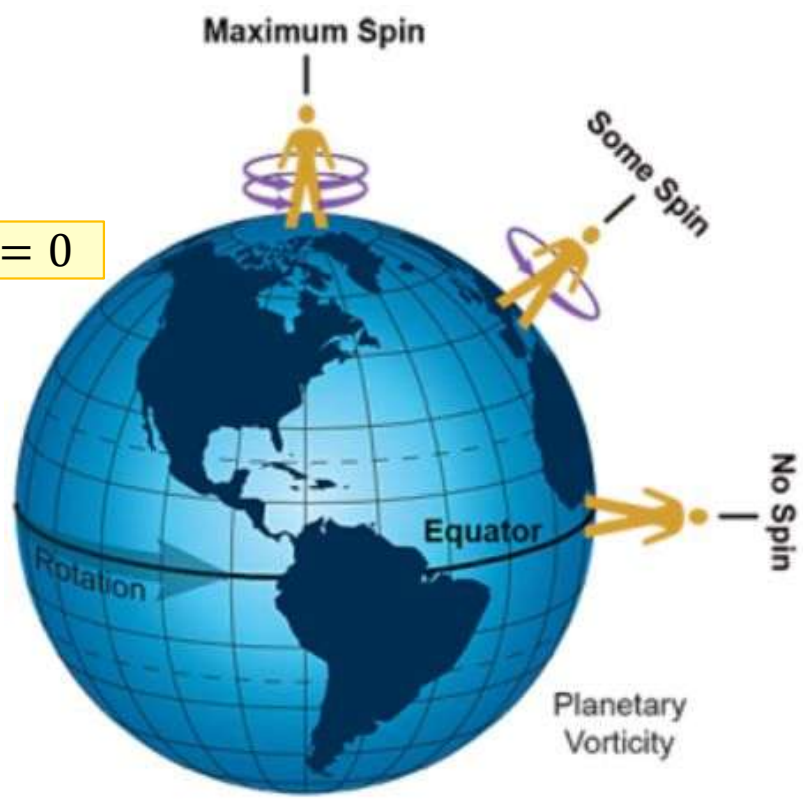
$f = f(\varphi) = 2\Omega \sin\varphi$

$f = 0$

Στα μέσα γεωγραφικά πλάτη

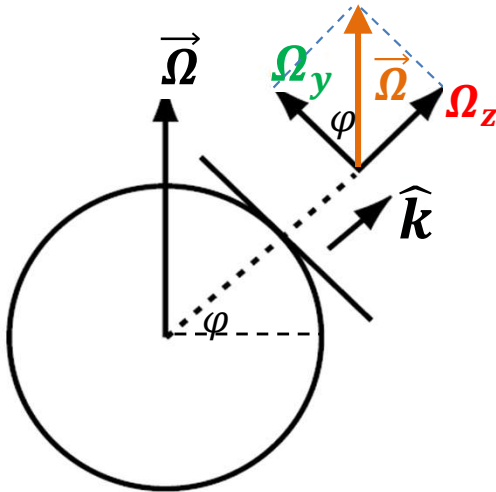
Ο πλανητικός στροβιλισμός είναι μέγιστος στον Βόρειο Πόλο και μηδενικός στον Ισημερινό. Εξαιτίας της περιστροφής της Γης όλα τα σώματα στην επιφάνεια της Γης και οι αέριες μάζες στην ατμόσφαιρα περιστρέφονται γύρω από τον τοπικό κατακόρυφο άξονα.

Αυτή η περιστροφή είναι αντίθετη με τη φορά των δεικτών του ρολογιού στο Βόρειο Ημισφαίριο.

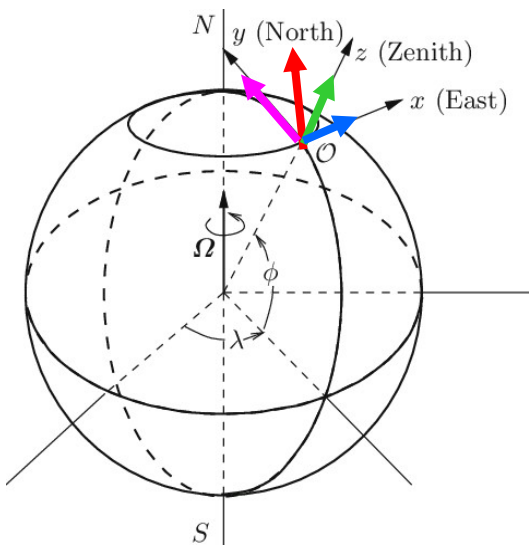


11. Πλανητικός, σχετικός & απόλυτος στροβιλισμός (absolute vorticity)

$$\vec{\omega} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$



$$\vec{\pi\sigma} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2\Omega \cos\phi \\ 2\Omega \sin\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f^* \\ f \end{bmatrix}$$



Απόλυτος στροβιλισμός - Absolute Vorticity

≡ Πλανητικός στροβιλισμός - Planetary Vorticity +

Σχετικός στροβιλισμός - Relative Vorticity

$$\eta = f + \zeta$$

$$\eta = 2\Omega \sin\phi + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

Όπως και στην περίπτωση του πλανητικού και σχετικού στροβιλισμού, συνήθως ο όρος απόλυτος στροβιλισμός αναφέρεται στην κατακόρυφη συνιστώσα του. Ουσιαστικά είναι το άθροισμα των κατακόρυφων συνιστωσών του πλανητικού και σχετικού στροβιλισμού.

11. Σύγκριση σχετικού και απόλυτου στροβιλισμού στα μέσα γεωγραφικά πλάτη

Οι αέριες μάζες στην Ατμόσφαιρα βρίσκονται στον περιστρεφόμενο πλανήτη μας, ο οποίος αποτελεί ένα μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Στην Ατμόσφαιρα συναντάμε δυο είδη στροβιλισμού.

Σχετικός στροβιλισμός – Relative Vorticity

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{U}$$

Η ταχύτητα \vec{U} μετράται στο μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς το οποίο περιστρέφεται μαζί με την Γη.

Κατακόρυφη συνιστώσα

$$\zeta \equiv \hat{k} \cdot \vec{\omega} = \hat{k} \cdot \nabla \times \vec{U} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\sim \frac{U}{L} \quad \sim \frac{U}{L}$$

$$10^{-5} \quad 10^{-5}$$

$\zeta \sim 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$ Για κινήσεις συνοπτικής κλίμακας

$f \sim 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ Στα μέσα γεωγραφικά πλάτη

Απόλυτος στροβιλισμός – Absolute Vorticity

$$\vec{\omega}_a = \nabla \times \vec{U}_a$$

Η ταχύτητα \vec{U}_a μετράται σε αδρανειακό (απόλυτο) σύστημα αναφοράς το οποίο βρίσκεται κάπου μακριά. Περιλαμβάνει την κίνηση λόγω περιστροφής της Γης.

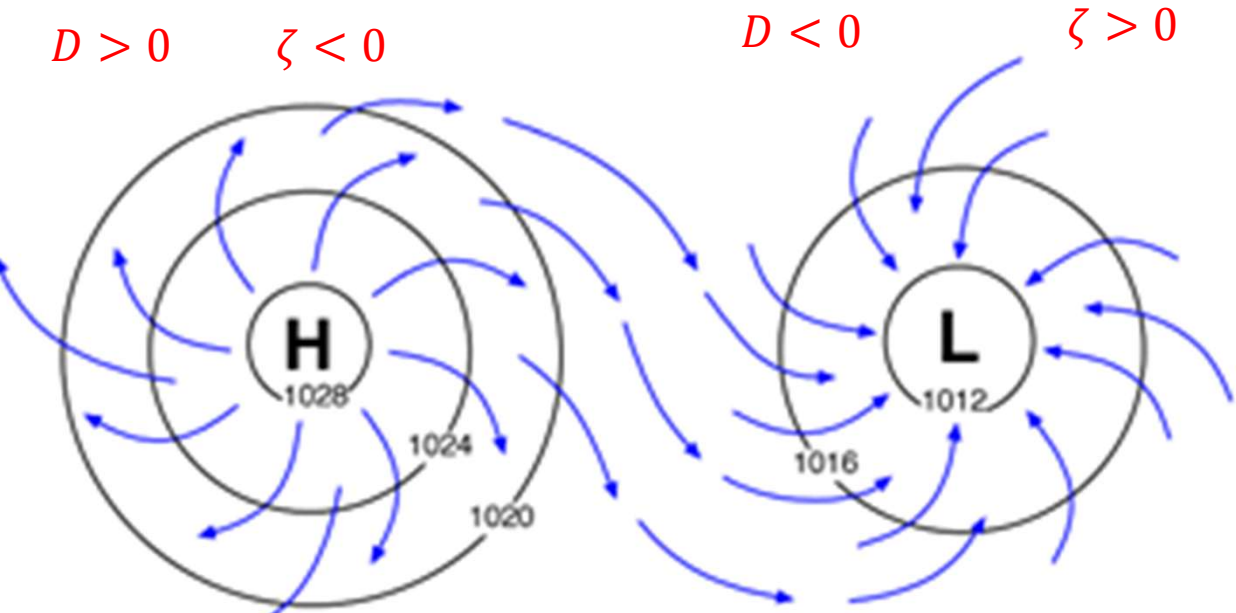
$$\eta \equiv \hat{k} \cdot \vec{\omega}_a = \hat{k} \cdot \nabla \times \vec{U}_a = \left(\frac{\partial v_a}{\partial x} - \frac{\partial u_a}{\partial y} \right)$$

Χαρακτηριστικές κλίμακες στην Ατμόσφαιρα που αφορούν συνοπτικής κλίμακας κινήσεις.

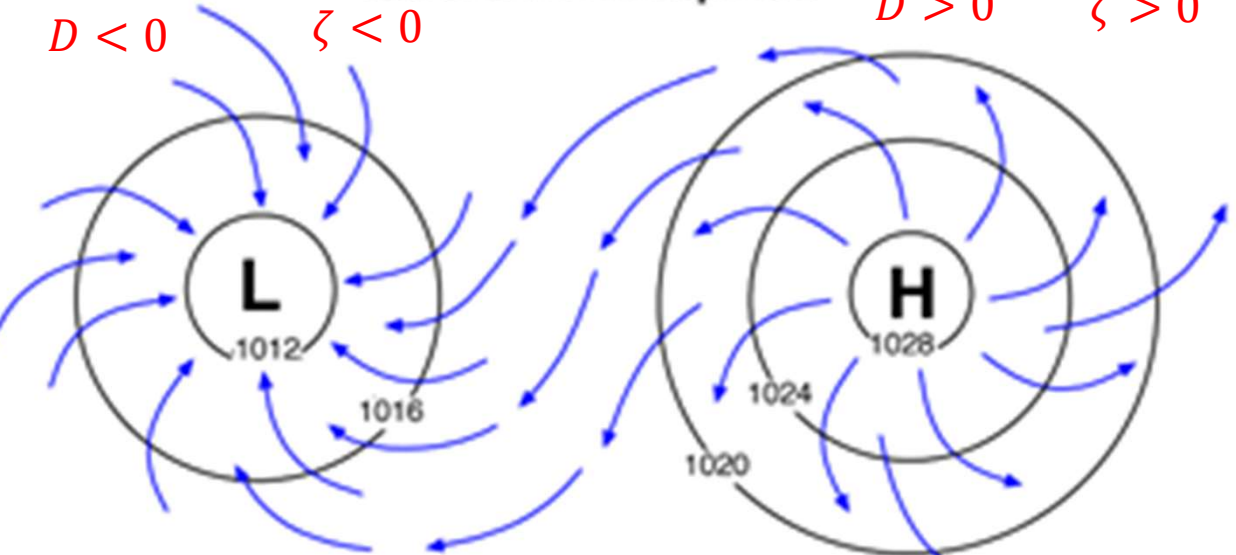
$U \sim 10 \text{ m s}^{-1}$	characteristic horizontal velocity
$W \sim 1 \text{ cm s}^{-1}$	characteristic vertical velocity
$L \sim 10^6 \text{ m}$	characteristic length scale of synoptic-scale features
$H \sim 10^4 \text{ m}$	characteristic depth (i.e. depth of the troposphere)
$\frac{\delta p}{\rho} \sim 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$	characteristic horizontal pressure fluctuation
$\frac{L}{U} \sim 10^5 \text{ s}$	characteristic time scale.

Επομένως στα μέσα γεωγραφικά πλάτη και για κινήσεις συνοπτικής κλίμακας, η συνεισφορά του πλανητικού στροβιλισμού f στη διαμόρφωση του απόλυτου στροβισμού η είναι μεγαλύτερη από τη συνεισφορά του σχετικού στροβιλισμού ζ κατά μια τάξη μεγέθους.

12. Στροβιλισμός σε περιοχές κυκλώνων και αντικυκλώνων

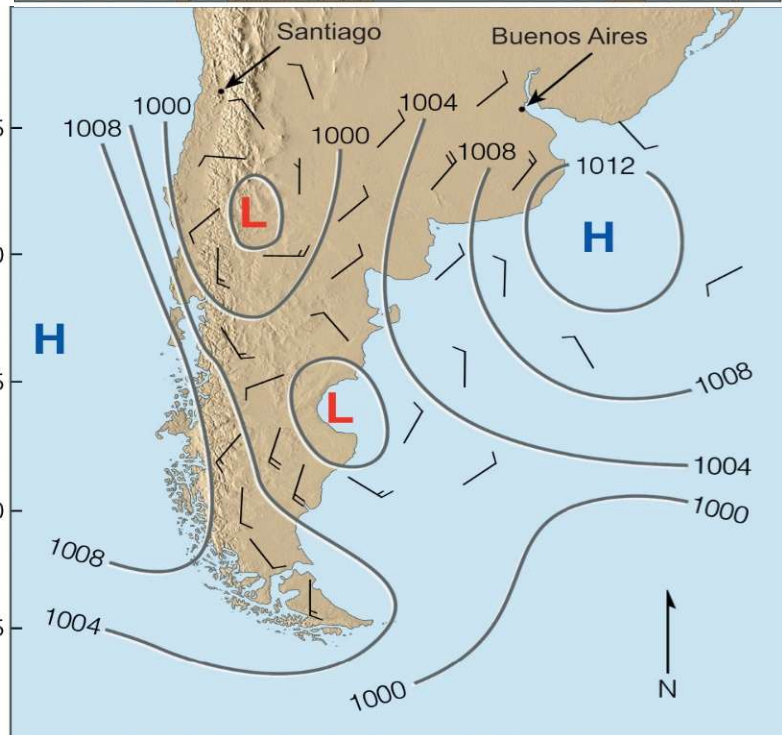
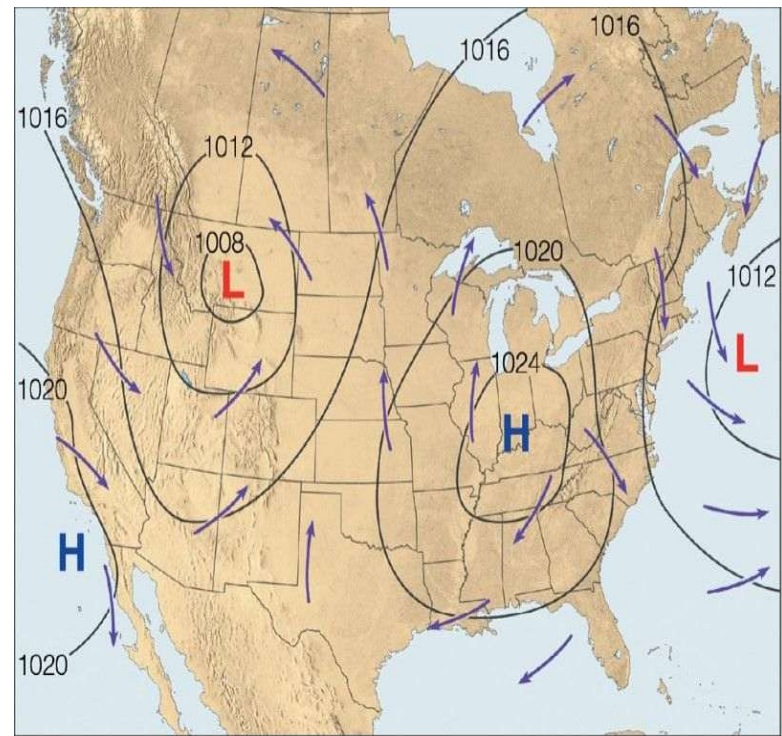


Northern Hemisphere



Southern Hemisphere

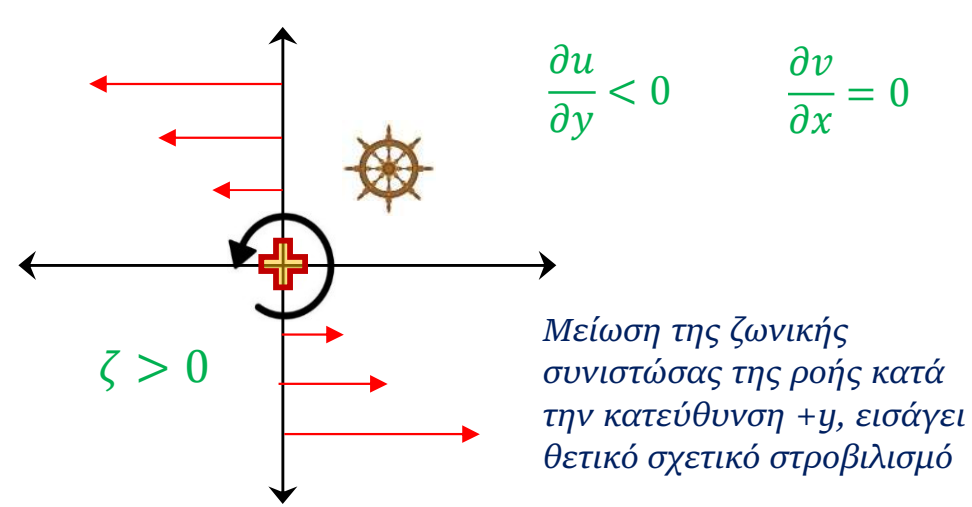
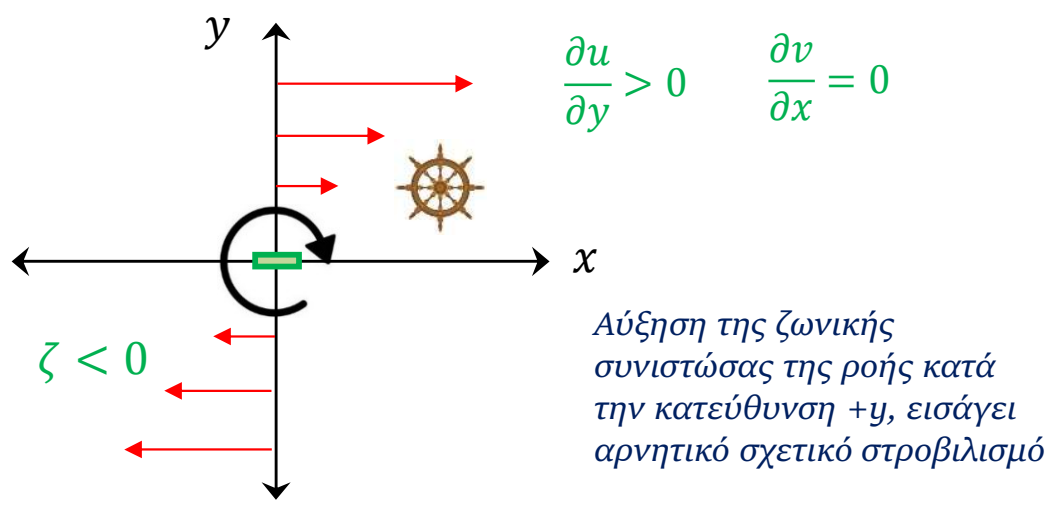
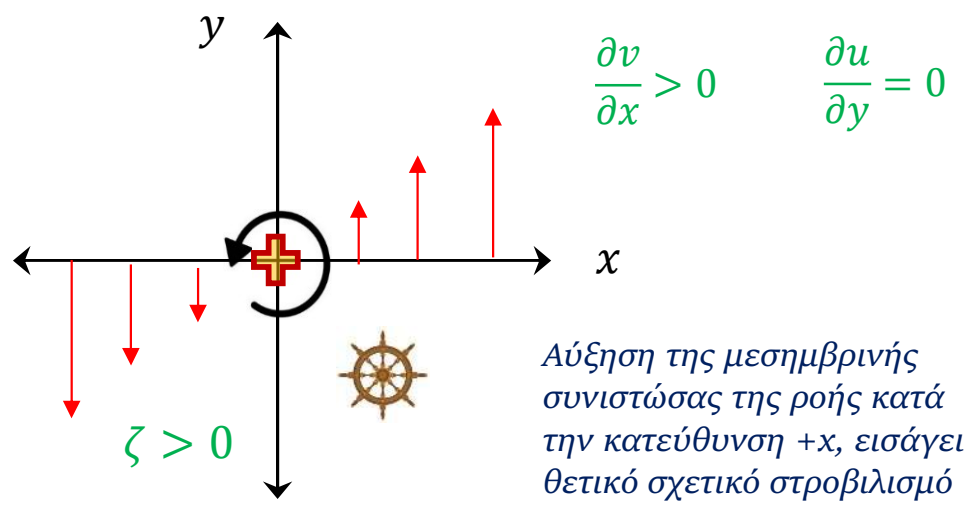
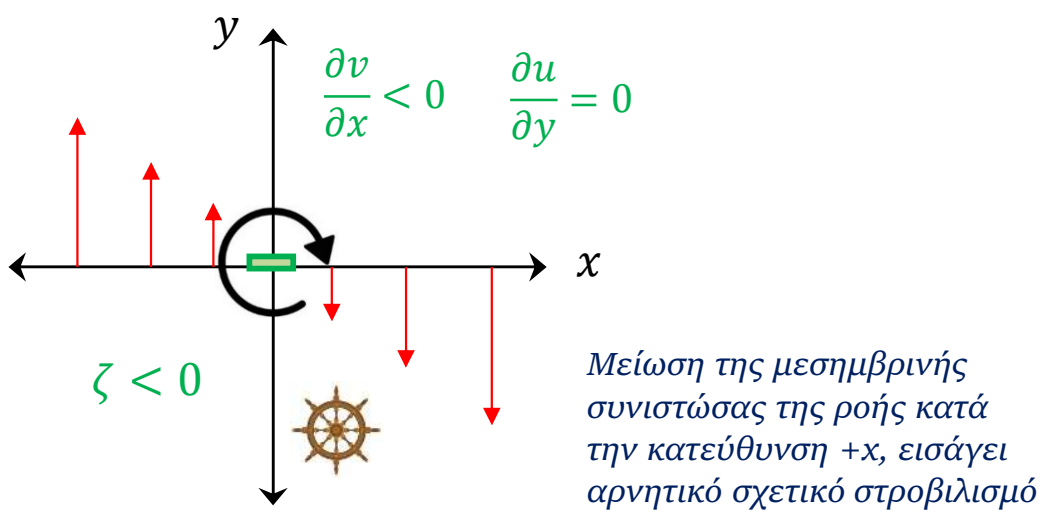
Ο στροβιλισμός είναι θετικός για κίνηση αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού



13. Παραδείγματα ροών με διάτμηση ανέμου σε μια οριζόντια διεύθυνση

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$\zeta \equiv \hat{k} \cdot \vec{\omega} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$



Σε πιο πολύπλοκες ροές μπορεί να μεταβάλλονται και οι δυο συνιστώσες της ροής στον αντίστοιχο άξονα. Το τελικό πρόσημο του σχετικού στροβιλισμού θα εξαρτάται από τις σχετικές συνεισφορές των δυο όρων.

13. Παραδείγματα ροών με διάτμηση ανέμου στις δυο οριζόντιες διευθύνσεις

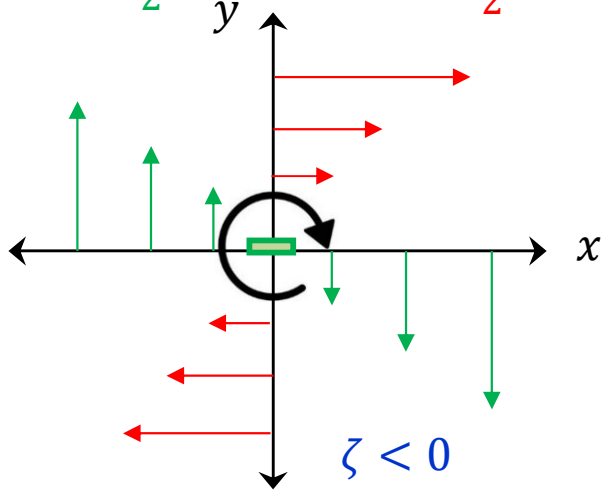
$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{2} < 0 \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} > 0$$

$$\zeta_1 = -\frac{1}{2} < 0 \quad \zeta_2 = -\frac{1}{2} < 0$$

$$\zeta = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = (\zeta_1 + \zeta_2)$$

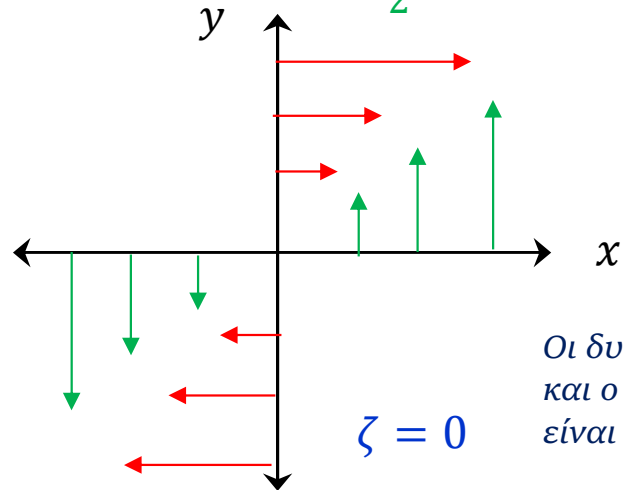
$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{2} > 0 \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} > 0$$

$$\zeta_1 = \frac{1}{2} > 0 \quad \zeta_2 = -\frac{1}{2} < 0$$



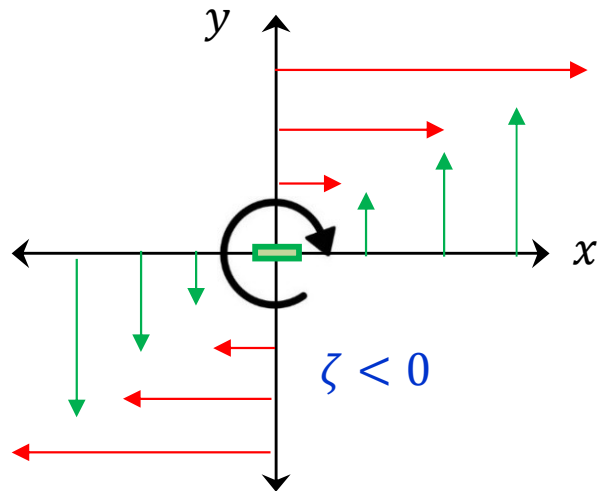
$$\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}y \\ -\frac{1}{2}x \\ 0 \end{bmatrix}$$

Οι δυο όροι είναι ίσοι και αρνητικοί.



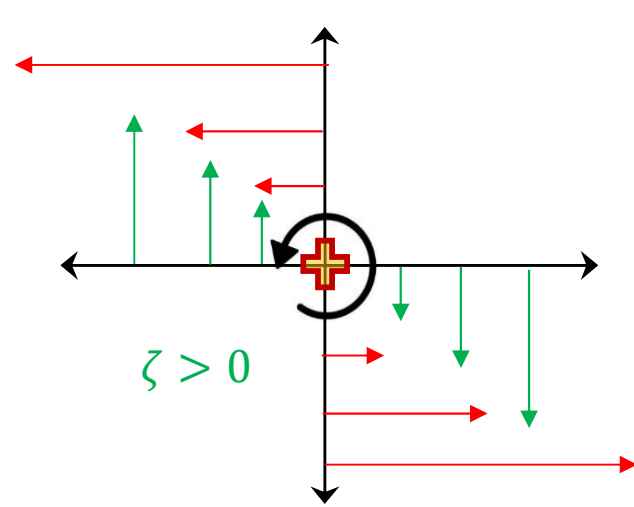
$$\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}y \\ \frac{1}{2}x \\ 0 \end{bmatrix}$$

Οι δυο όροι είναι αντίθετοι και ο συνολικός στροβιλισμός είναι μηδενικός



$$\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}y \\ \frac{1}{2}x \\ 0 \end{bmatrix}$$

Επικρατεί τελικά αρνητικός στροβιλισμός



$$\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2}y \\ -\frac{1}{2}x \\ 0 \end{bmatrix}$$

Επικρατεί τελικά θετικός στροβιλισμός

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{2} > 0 \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2} > 0$$

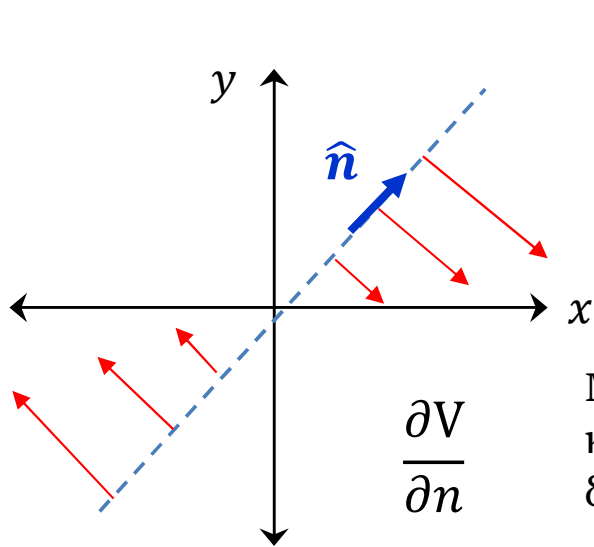
$$\zeta_1 = \frac{1}{2} > 0 \quad \zeta_2 = -\frac{3}{2} < 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{2} < 0 \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{3}{2} < 0$$

$$\zeta_1 = -\frac{1}{2} < 0 \quad \zeta_2 = \frac{3}{2} > 0$$

14. Η ανάγκη για ένα νέο σύστημα συντεταγμένων

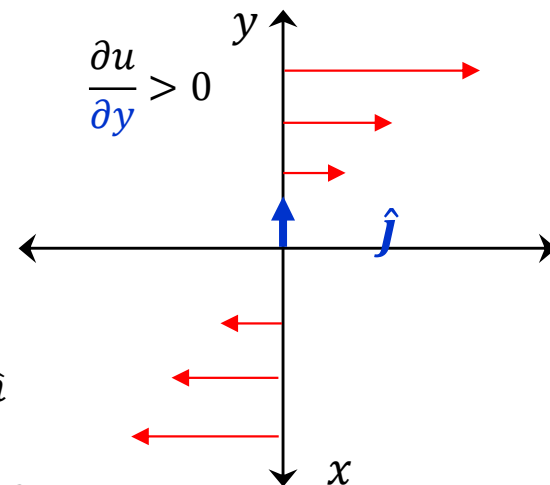
Σε πιο πολύπλοκες ροές είναι δυνατόν να μεταβάλλεται η ταχύτητα της ροής, δηλαδή να υπάρχει οριζόντια διάτμηση, σε μια διεύθυνση διαφορετική από την x ή y - ιδανικές ροές που είδαμε πιο πριν.



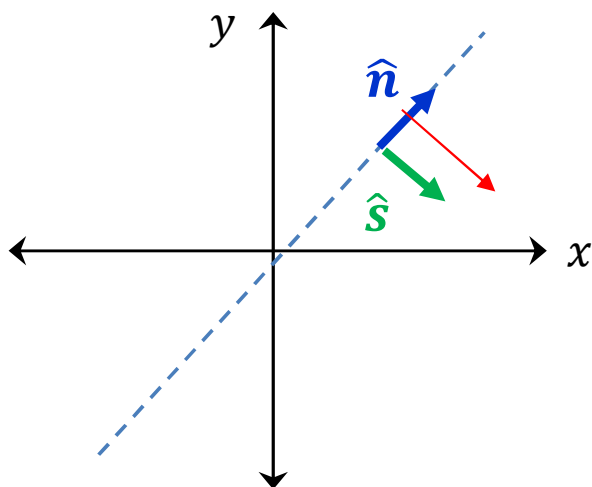
Παρατηρείται διάτμηση σε τυχαία διεύθυνση διαφορετική από την x ή y .

Δηλαδή η ταχύτητα ροής είναι κάθετη προς αυτή τη διεύθυνση. Η ταχύτητα μεταβάλλεται κατά αυτή τη διεύθυνση (μέγιστη διάτμηση).

Μπορούμε να ορίσουμε μοναδιαίο διάνυσμα \hat{n} κάθετο στη ροή και παράλληλο προς της διεύθυνση εμφάνισης της οριζόντιας διάτμησης;



Κάποιο τέτοιο διάνυσμα θα παίζει το ρόλο του \hat{j} το οποίο ορίζει τη διεύθυνση y και μας βοηθά να ποσοτικοποιήσουμε τον όρο $\frac{\partial u}{\partial y}$ ή αντίστοιχα το \hat{i} στη διεύθυνση x και μας βοηθά να ποσοτικοποιήσουμε τον όρο $\frac{\partial v}{\partial x}$.

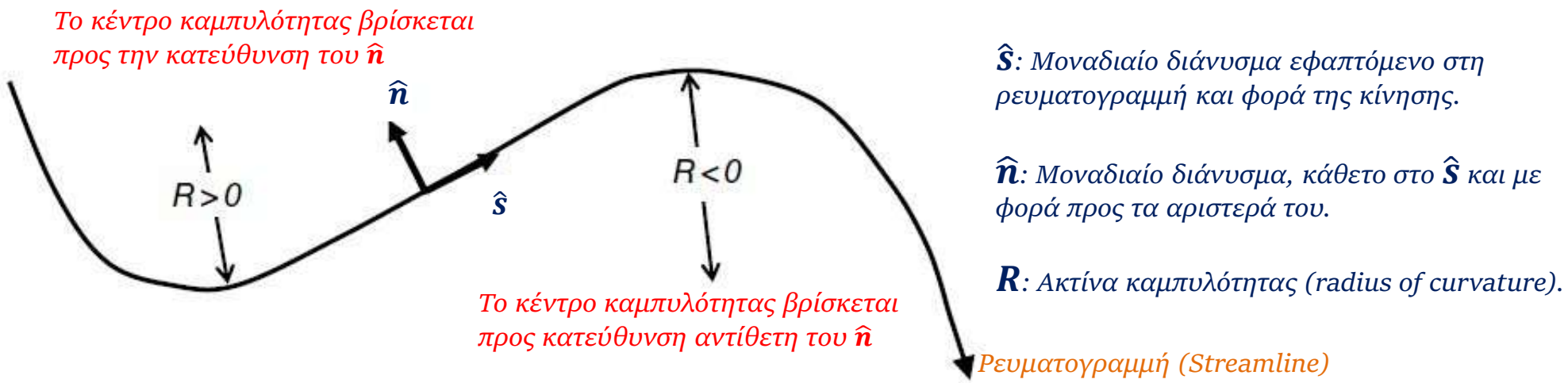


Τότε θα απαιτηθεί να ορίσουμε και δεύτερο μοναδιαίο διάνυσμα \hat{s} κάθετο στο \hat{n} και άρα με φορά αυτήν της ροής.

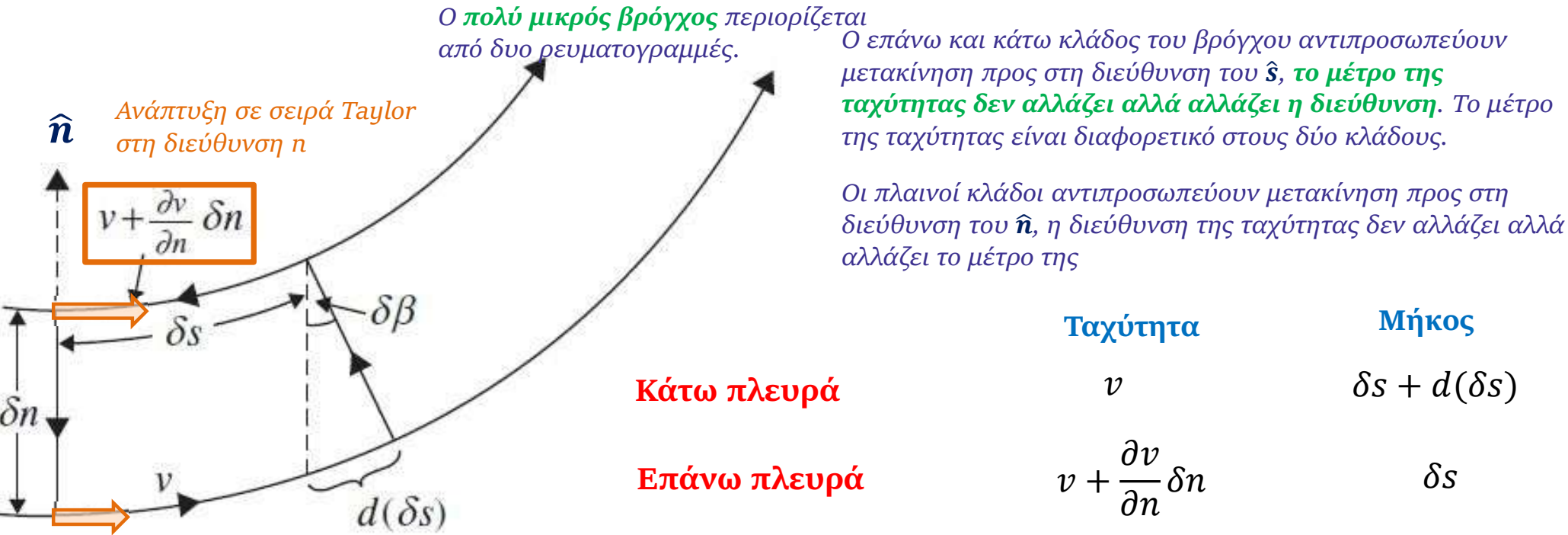
Όπως χρειαζόμαστε τα μοναδιαία διανύσματα \hat{i} & \hat{j} για να ορίσουμε το επίπεδο Oxy και να υπολογίσουμε τις δυο συνιστώσες της κατακόρυφης συνιστώσας του στροβιλισμού. Έτσι χρειαζόμαστε δύο νέα μοναδιαία διανυσμάτα τα οποία θα μας δώσουν δυο νέες συνιστώσες του κατακόρυφου στροβιλισμού.

14. Συνιστώσες στροβιλισμού: curvature & shear vorticity

Εξετάζουμε την κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο με τη χρήση φυσικών συντεταγμένων



Για να υπολογίσουμε τη συνιστώσα του στροβιλισμού κάθετη προς το επίπεδο που ορίζουν τα διανύσματα \hat{s} & \hat{n} θα υπολογιστεί η κυκλοφορία κατά μήκος ενός απειροστά μικρού βρόγχου και θα διαιρεθεί με το εμβαδό το οποίο περικλείεται από τον βρόγχο.



14. Συνιστώσες στροβιλισμού: curvature & shear vorticity

Το μήκος του κάτω κλάδου του βρόγχου αλλάζει κατά $d(\delta s)$ σε σχέση με το μήκος του άνω κλάδου λόγω καμπυλότητας της ροής, η οποία συνδέεται με περιστροφή του \hat{n} κατά $\delta\beta$.

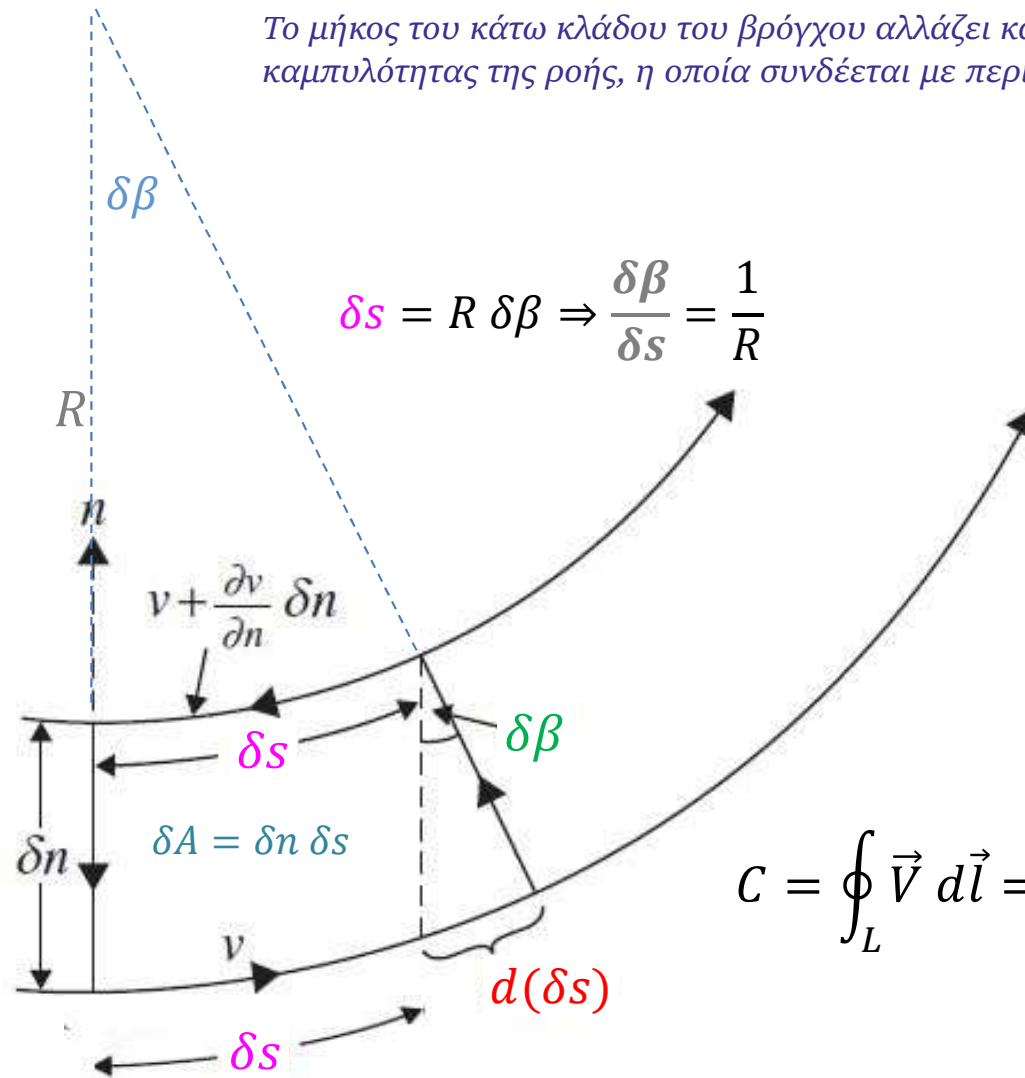
$$\sin \delta\beta \approx \delta\beta = \frac{d(\delta s)}{\delta n} \Rightarrow d(\delta s) = \delta\beta \delta n$$

$$\delta s = R \delta\beta \Rightarrow \frac{\delta\beta}{\delta s} = \frac{1}{R}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της διεύθυνσης της ταχύτητας, όπως μετράται κατά μήκος της ροής (διεύθυνση του \hat{S}), είναι αντιστρόφως ανάλογη της καμπυλότητας.

Ο βρόγχος είναι τόσο μικρός ώστε μπορεί να θεωρηθεί ορθογώνιο παραλληλεπίδο με πλευρές δn & δs και εμβαδό $\delta A = \delta n \delta s$

Η συνεισφορά των πλαινών κλάδων είναι μηδενική επειδή η διεύθυνση του $d\vec{l}$ είναι κάθετη στην ταχύτητα \vec{V} και το $\vec{V} \cdot d\vec{l} = 0$.



$$C = \oint_L \vec{V} \cdot d\vec{l} = v(\delta s + \delta\beta \delta n) + 0 - \left(v + \frac{\partial v}{\partial n} \delta n \right) \delta s + 0 \Rightarrow$$

$$C = v \delta s + v \delta\beta \delta n - v \delta s - \frac{\partial v}{\partial n} \delta n \delta s = v \delta\beta \delta n - \frac{\partial v}{\partial n} \delta n \delta s$$

$$\zeta = \lim_{\delta n \delta s \rightarrow 0} \frac{C}{\delta n \delta s} = v \frac{\delta\beta}{\delta s} - \frac{\partial v}{\partial n} = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

Η κατακόρυφη συνιστώσα του στροβιλισμού (κάθετη στην επιφάνεια) του απειροστά μικρού βρόγχου αναλύθηκε σε δυο όρους. Εμφανίζεται μόνο ένας όρος διάτμησης!

14. Συνιστώσες στροβιλισμού: curvature & shear vorticity

Curvature vorticity

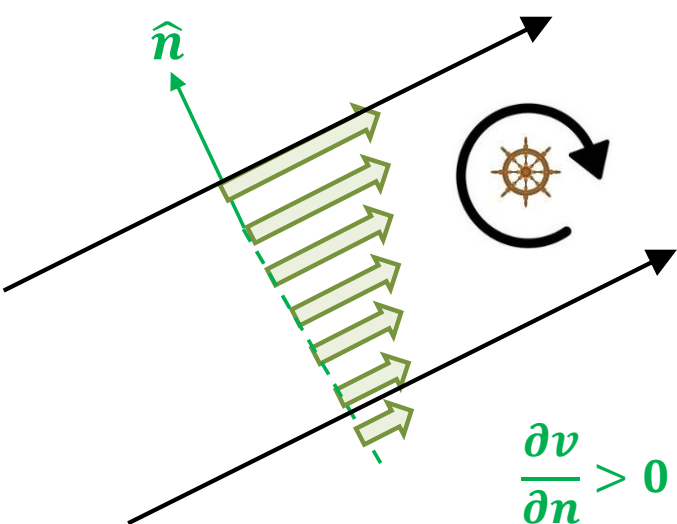
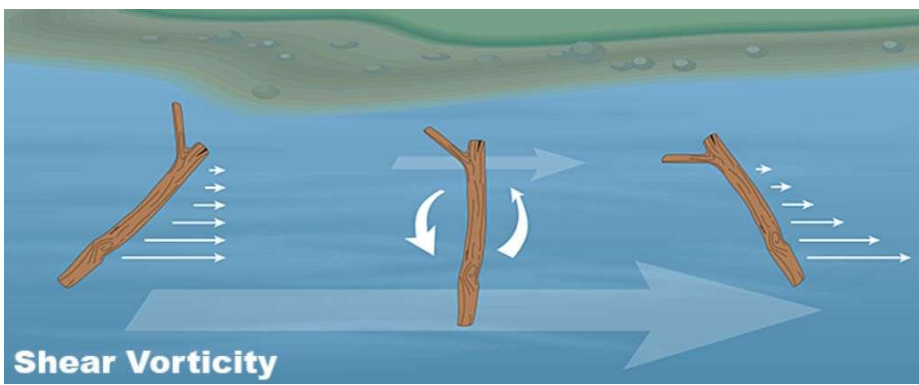
Shear vorticity

$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

1. Shear vorticity

Στροβιλισμός λόγω διάτμησης του πεδίου ταχύτητας, δηλαδή μεταβολής της ταχύτητας σε διεύθυνση κάθετη στο διάνυσμα της ταχύτητας, κατά μήκος του \hat{n}

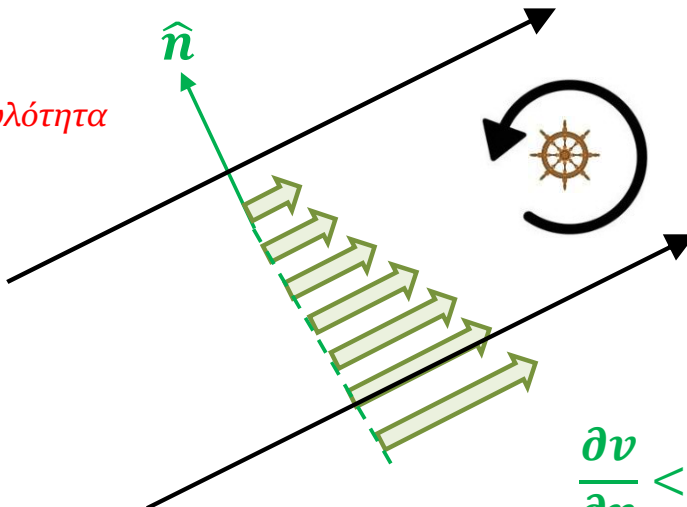
Σε μια τυπική ροή ποταμιού η ταχύτητα ροής αυξάνει με την απόσταση από την όχθη προκαλώντας περιστροφή ενός κλαδιού αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού (θετικός στροβιλισμός)



$$\frac{\partial v}{\partial n} > 0 \Rightarrow -\frac{\partial v}{\partial n} < 0$$

$$R = \infty$$

Μηδενική καμπυλότητα



$$\frac{\partial v}{\partial n} < 0 \Rightarrow -\frac{\partial v}{\partial n} > 0$$

Η αύξηση του μέτρου ταχύτητας στη διεύθυνση του \hat{n} , δηλαδή προς τα αριστερά της ροής, έχει αρνητική συνεισφορά στον στροβιλισμό λόγω περιστροφής σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού.

Η μείωση του μέτρου της ταχύτητας στη διεύθυνση του \hat{n} , δηλαδή προς τα δεξιά της ροής, έχει θετική συνεισφορά στον στροβιλισμό λόγω περιστροφής αντίθετα με τους δείκτες του ρολογιού.

14. Συνιστώσες στροβιλισμού: curvature & shear vorticity

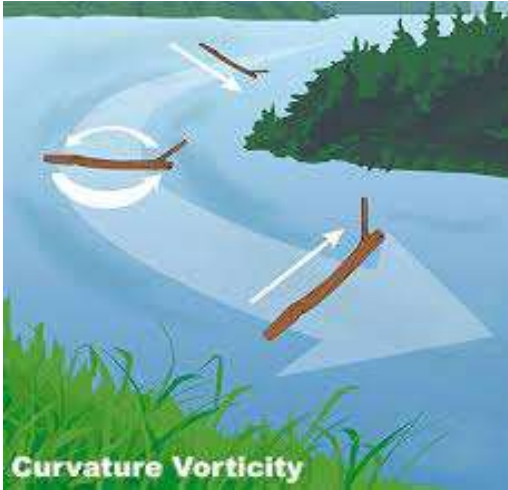
Curvature vorticity

Shear vorticity

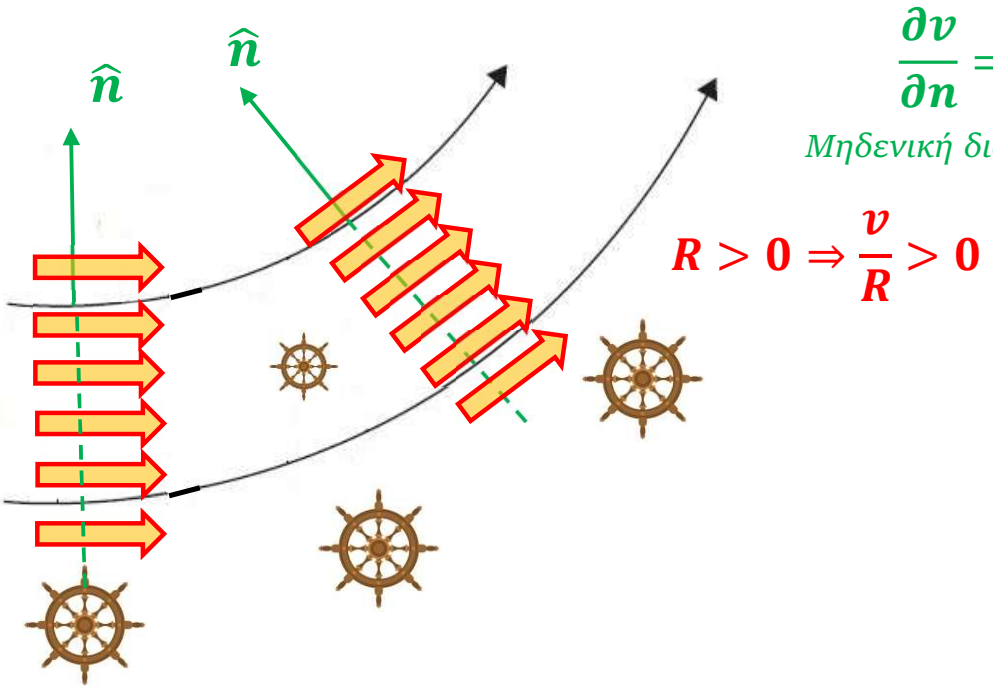
$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

2. Curvature vorticity

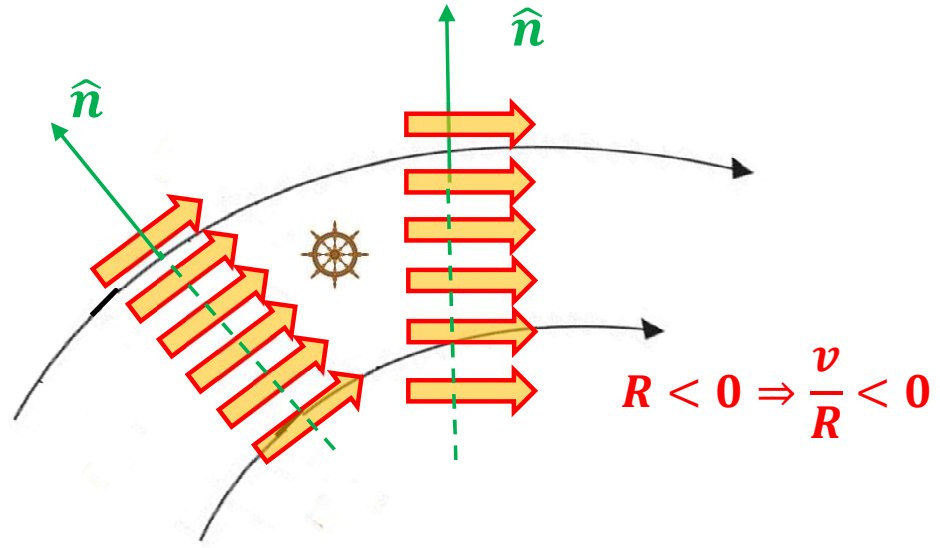
Στροβιλισμός λόγω καμπυλότητας της ροής, δηλαδή μεταβολής της διεύθυνσης του διανύσματος της ταχύτητας ακολουθώντας μια ρευματογραμμή



Περίπτωση στροφής στην κοίτη του ποταμού όπου η ταχύτητα ροής είναι ομοιόμορφη αλλά αλλάζει διεύθυνση. Για να παραμείνει το κλαδί κάθετο στην όχθη θα πρέπει να περιστραφεί σύμφωνα ή αντίθετα με τους δείκτες του ρολογιού ανάλογα με την στροφή της κοίτης.



Το μέτρο της ταχύτητας δεν μεταβάλλεται στη διεύθυνση του \hat{n} , αλλάζει όμως η διεύθυνση της ταχύτητας αντίθετα με τους δείκτες του ρολογιού.



Το μέτρο της ταχύτητας δεν μεταβάλλεται στη διεύθυνση του \hat{n} , αλλάζει όμως η διεύθυνση της ταχύτητας σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού.

14. Συνιστώσες στροβιλισμού: curvature & shear vorticity

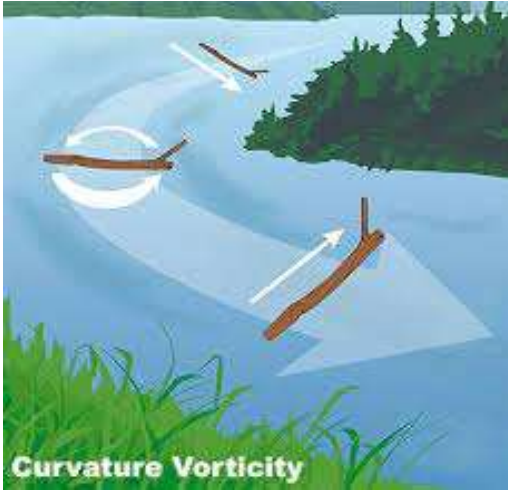
Curvature vorticity

Shear vorticity

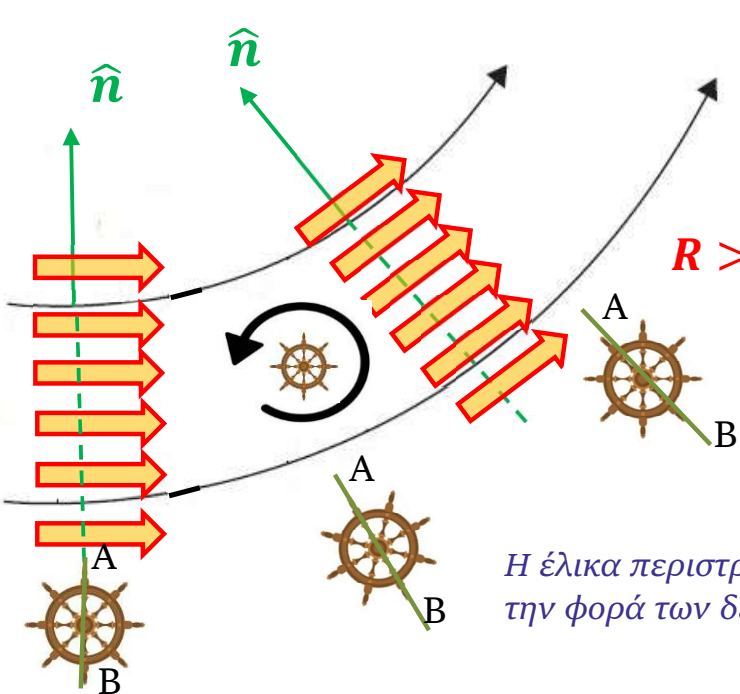
$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

2. Curvature vorticity

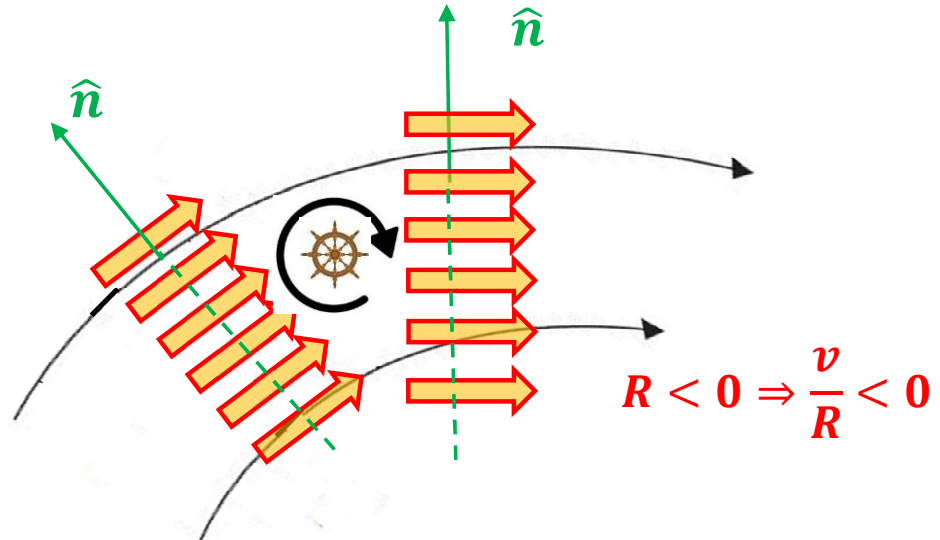
Στροβιλισμός λόγω καμπυλότητας της ροής, δηλαδή μεταβολής της διεύθυνσης του διανύσματος της ταχύτητας ακολουθώντας μια ρευματογραμμή



Περίπτωση στροφής στην κοίτη του ποταμού όπου η ταχύτητα ροής είναι ομοιόμορφη αλλά αλλάζει διεύθυνση. Για να παραμείνει το κλαδί κάθετο στην όχθη θα πρέπει να περιστραφεί σύμφωνα ή αντίθετα με τους δείκτες του ρολογιού ανάλογα με την στροφή της κοίτης.



Η έλικα περιστρέφεται αντίθετα με την φορά των δεικτών του ρολογιού.



Η έλικα περιστρέφεται σύμφωνα με την φορά των δεικτών του ρολογιού.

Η καμπυλότητα της ροής έχει ως συνέπεια ο όρος να συνεισφέρει **θετικά** στον συνολικό στροβιλισμό

Η καμπυλότητα της ροής έχει ως συνέπεια ο όρος να συνεισφέρει **αρνητικά** στον συνολικό στροβιλισμό

14. Συνιστώσες στροβιλισμού: curvature & shear vorticity

Curvature vorticity

Shear vorticity

Στη φύση συνήθως δεν υπάρχει αμιγώς το ένα από τα 2 είδη στροβιλισμού αλλά συνυπάρχουν

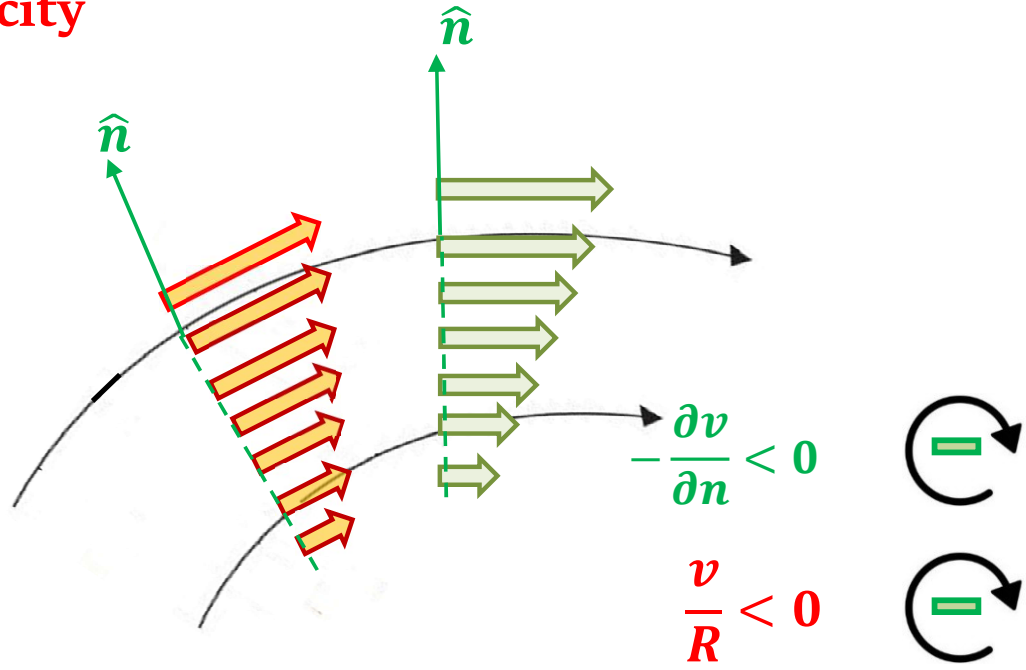
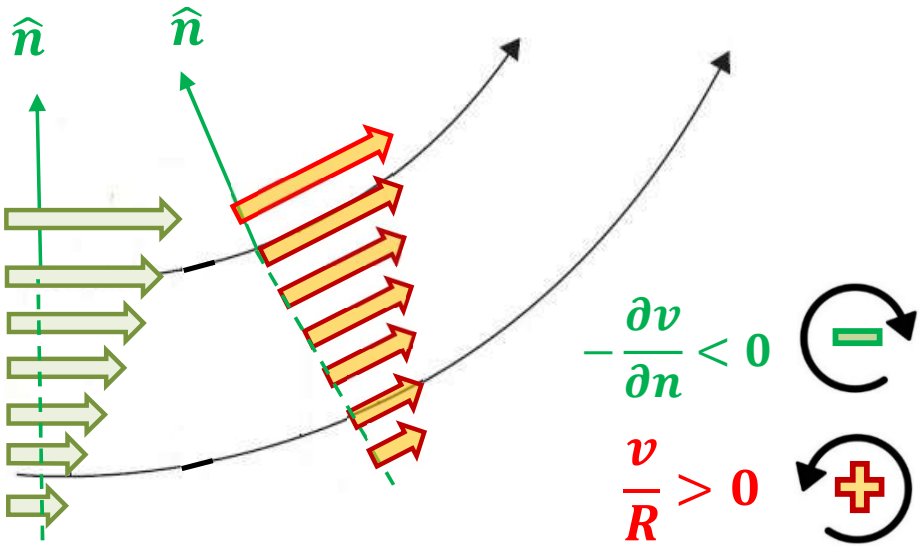
$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

Θεωρούμε ροή προς τα δεξιά οπότε το \hat{n} δείχνει προς τα αριστερά της ροής.
Αντίστοιχα συμπεράσματα σχετικά με τις συνεισφορές των 2 ειδών στροβιλισμού μπορούν να εξαχθούν και για ροή προς την αντίθετη κατεύθυνση.

Shear vorticity



Curvature vorticity



Τα δυο είδη στροβιλισμού έχουν αντίθετη συνεισφορά στον συνολικό στροβιλισμό.
Μπορεί να υπάρξει πλήρη ακύρωση μεταξύ τους ώστε ο συνολικός στροβιλισμός να είναι μηδενικός και να μην παρατηρείται περιστροφή στο ρευστό.

Οι συνεισφορές του στροβιλισμού λόγω διάτμησης και καμπυλότητας της ροής έχουν αρνητική συνεισφορά στον συνολικό στροβιλισμό.
Ο συνολικός στροβιλισμός είναι αρνητικός και υπάρχει περιστροφή των στοιχείων του ρευστού σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

14. Συνιστώσες στροβιλισμού: curvature & shear vorticity

Curvature vorticity

Shear vorticity

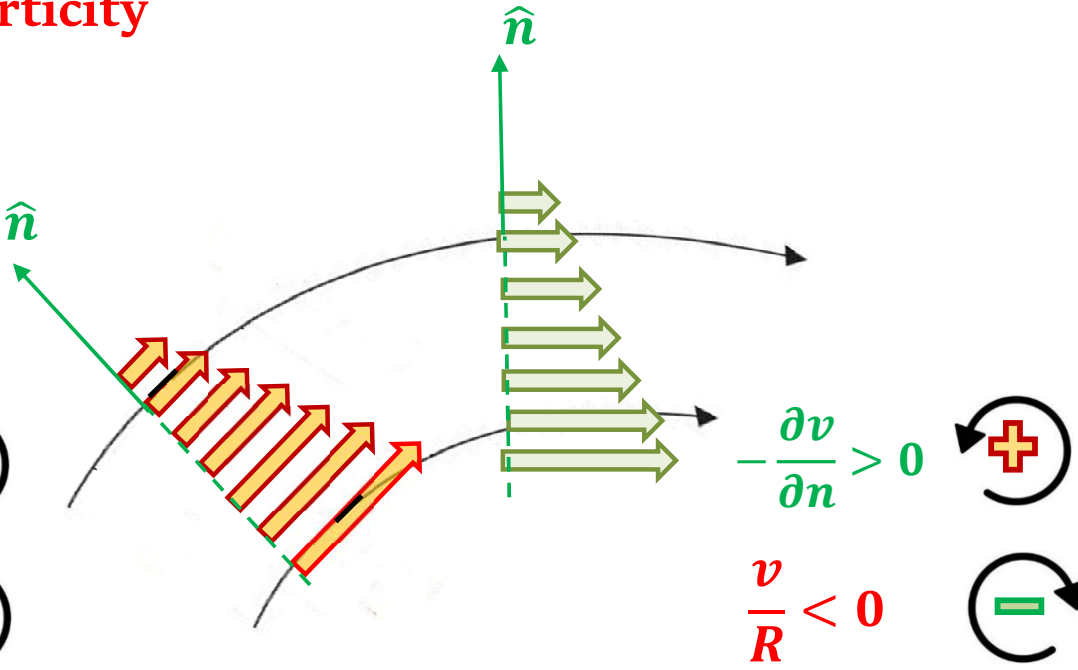
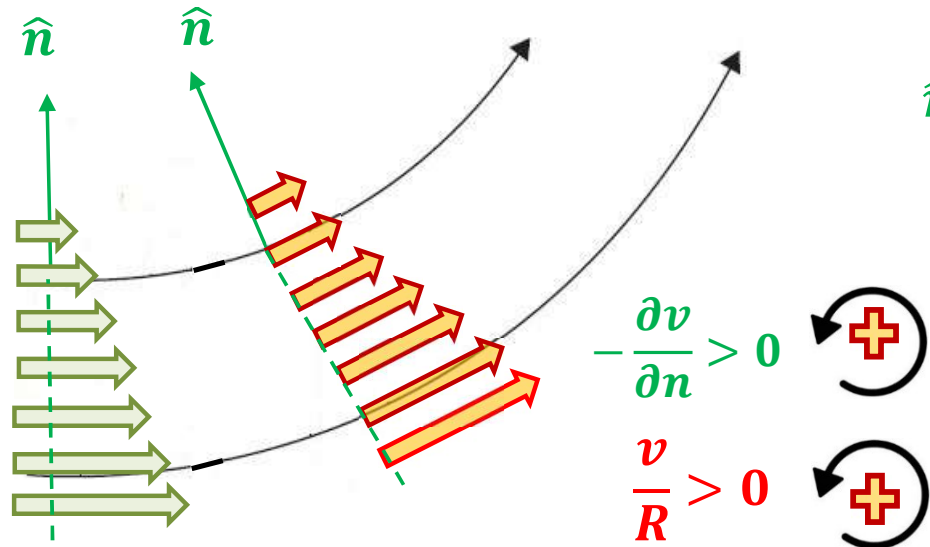
Στη φύση συνήθως δεν υπάρχει αμιγώς το ένα από τα 2 είδη στροβιλισμού αλλά συνυπάρχουν

$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

Shear vorticity



Curvature vorticity



Οι συνεισφορές του στροβιλισμού λόγω διάτμησης και καμπυλότητας της ροής έχουν θετική συνεισφορά στον συνολικό στροβιλισμό.

Ο συνολικός στροβιλισμός είναι θετικός και υπάρχει περιστροφή των στοιχείων του ρευστού αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

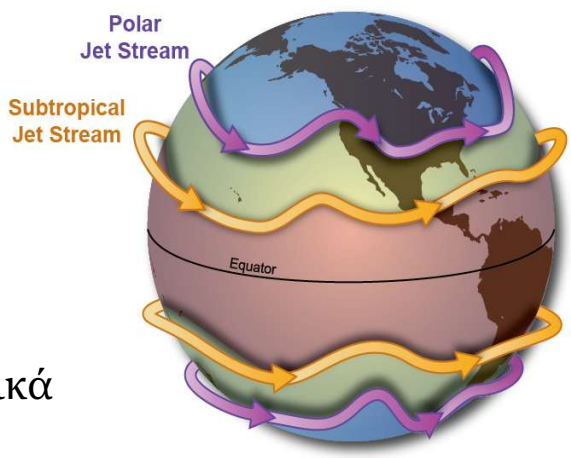
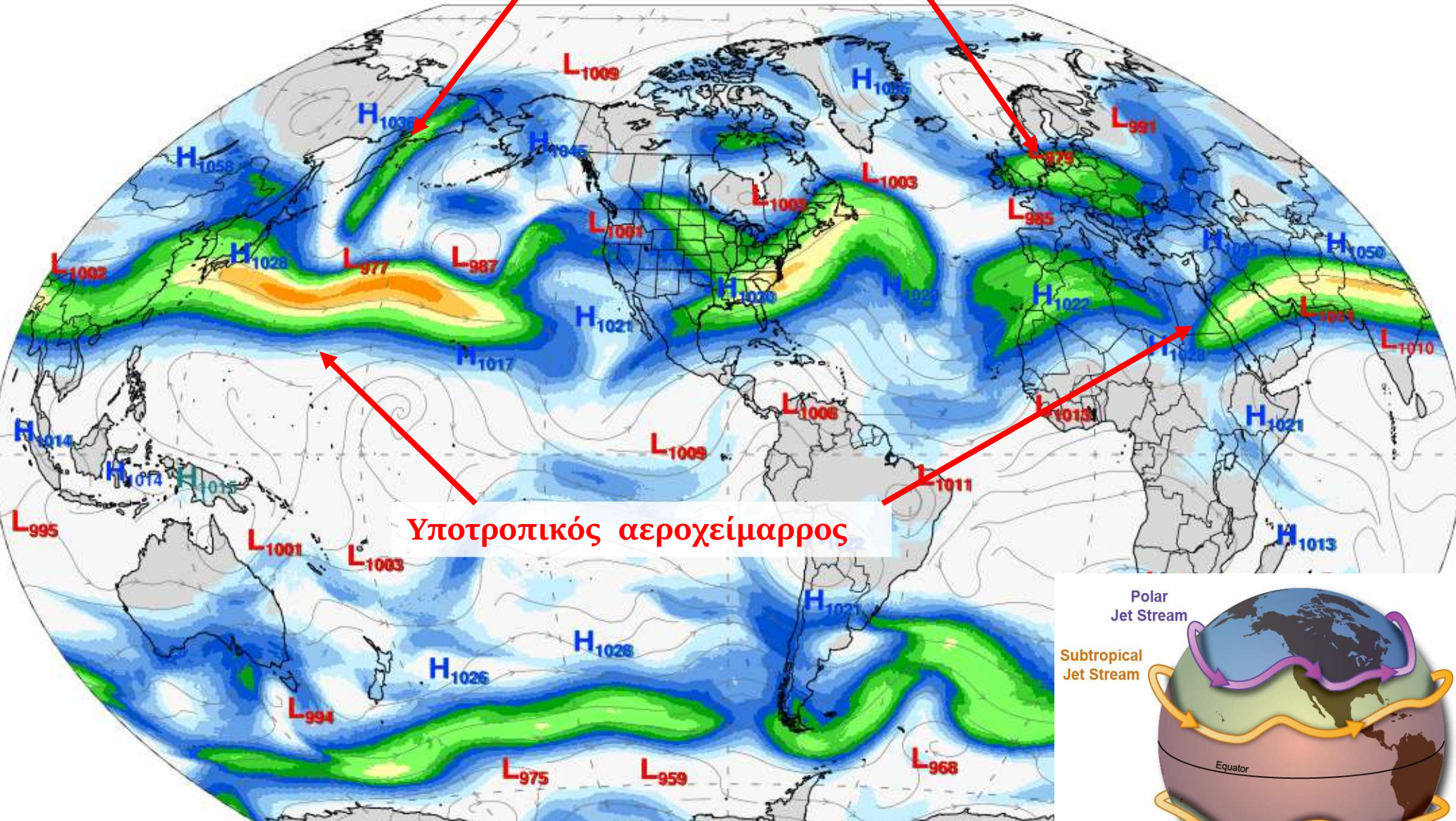
Τα δυο είδη στροβιλισμού έχουν αντίθετη συνεισφορά στον συνολικό στροβιλισμό.

Μπορεί να υπάρξει πλήρη ακύρωση μεταξύ τους ώστε ο συνολικός στροβιλισμός να είναι μηδενικός και να μην παρατηρείται περιστροφή στο ρευστό.

15. Εφαρμογή: Συνιστώσες στροβιλισμού στην Ατμόσφαιρα

GFS 250hPa Jetstream (kt), MSLP (hPa)
1-day Avg | Wed, Jan 17, 2024

ClimateReanalyzer.org
Climate Change Institute | University of Maine



Ο πολικός και υποτροπικός αεροχείμαρρος χαρακτηρίζονται από χαρακτηριστικά μοτίβα κυματισμών τα οποία ονομάζονται **μαιάνδροι**.



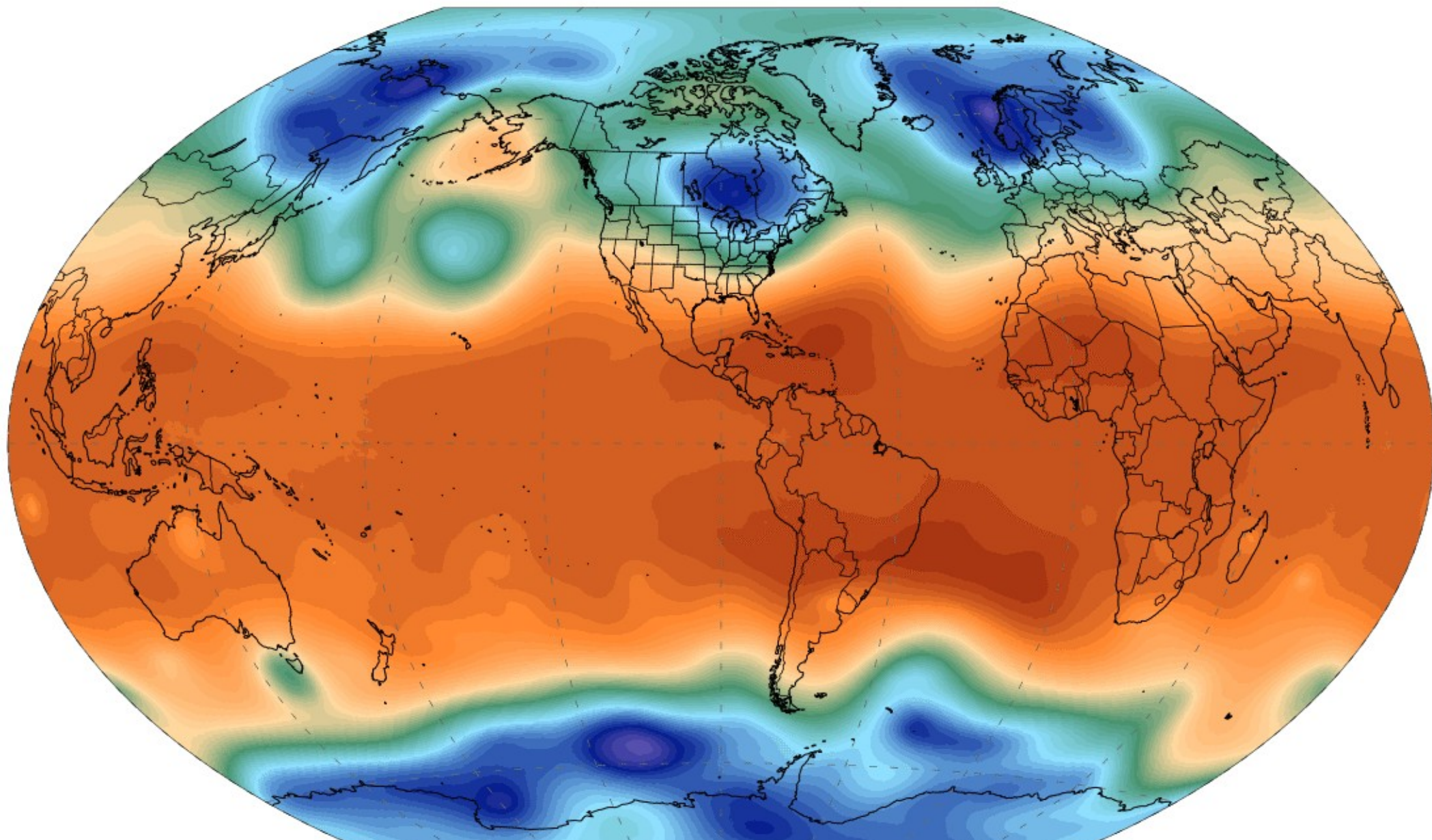
15. Εφαρμογή: Συνιστώσες στροβιλισμού στην Ατμόσφαιρα

GFS 500hPa Geopotential Height (dam)

1-day Avg | Wed, Jan 17, 2024

ClimateReanalyzer.org

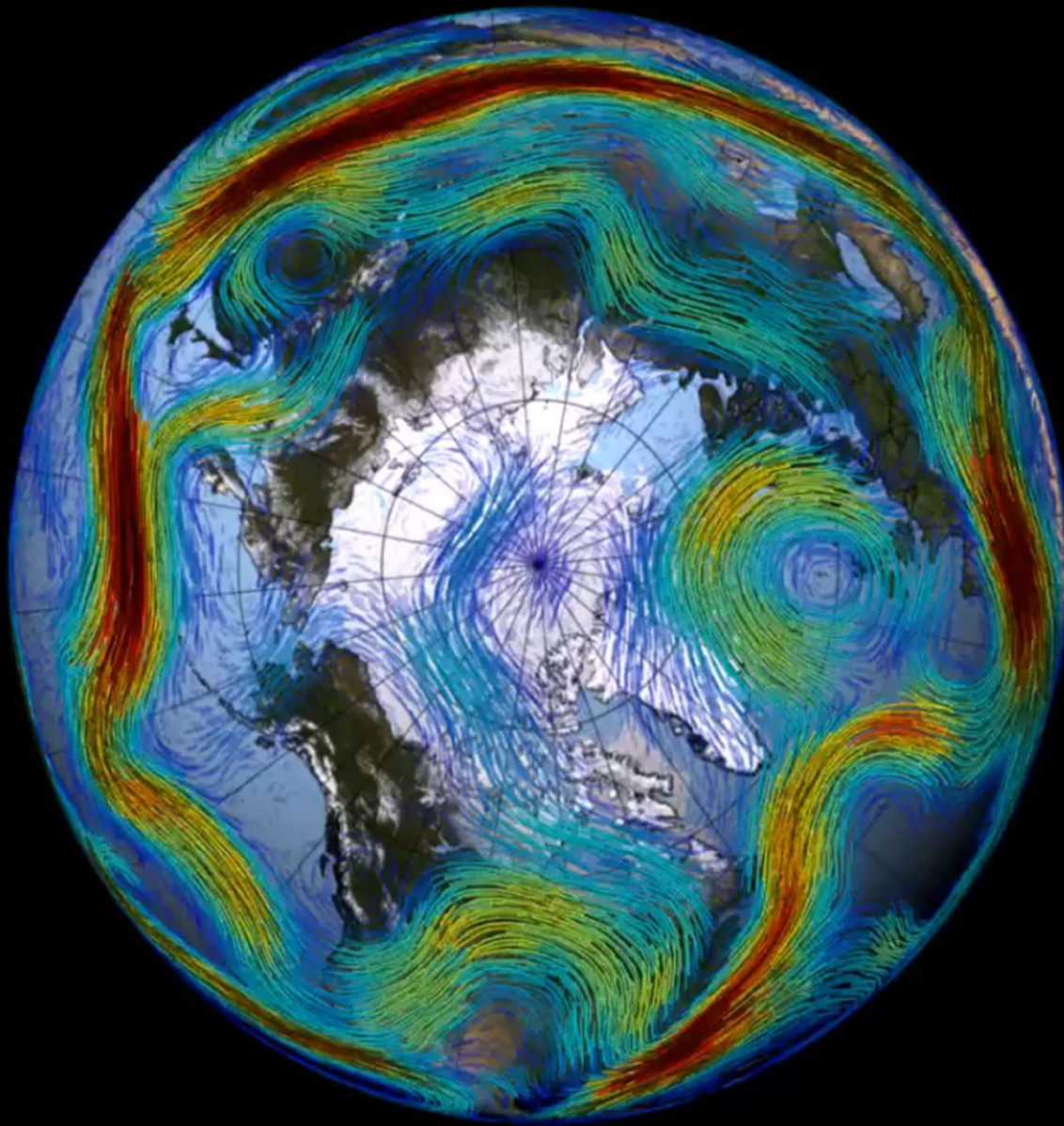
Climate Change Institute | University of Maine



Τα μοτίβα αυτά οφείλονται στην ύπαρξη troughs & ridges.



16. Πολικός αεροχείμαρρος



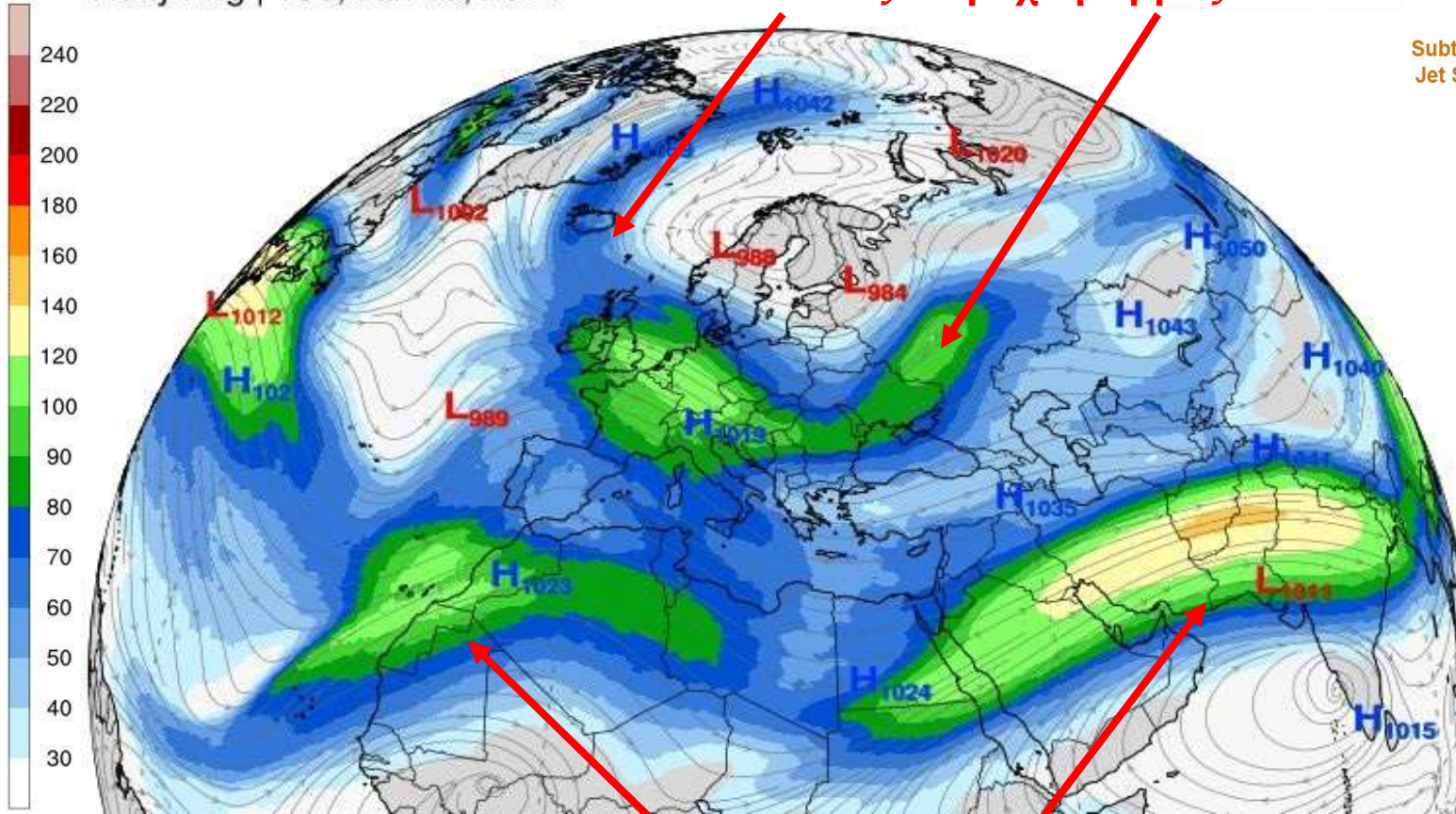
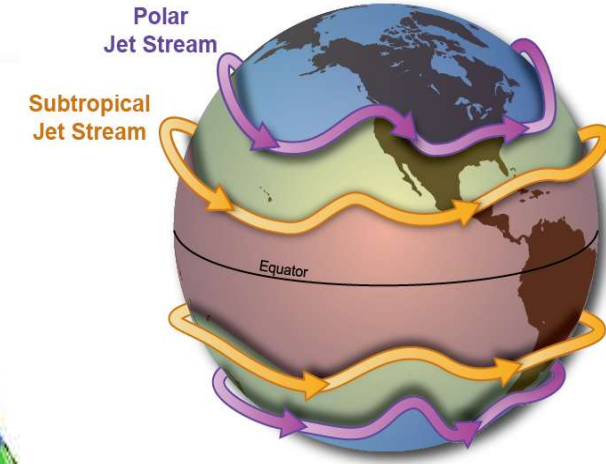
Τα πλανητικά κύματα Rossby είναι ευδιάκριτα ως μαιανδρικές διαταραχές του πολικού αεροχείμαρρου (eddy driven jet) στα μέσα γεωγραφικά πλάτη.

Προκαλούν μεσημβρινές μετατοπίσεις κατά μήκος του άξονα του αεροχειμάρου.

17. Εφαρμογή: Συνιστώσες στροβιλισμού στην Ατμόσφαιρα

GFS 250hPa Jetstream (kt), MSLP (hPa)
1-day Avg | Tue, Jan 16, 2024

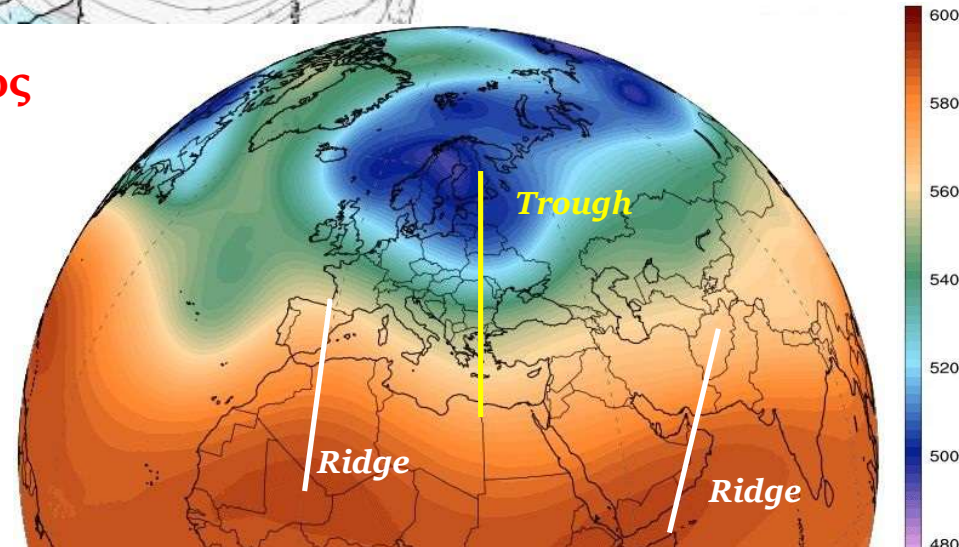
Πολικός αεροχείμαρρος



Υποτροπικός αεροχείμαρρος

Ως αποτέλεσμα της ύπαρξης μαιάνδρων, η ροή δεν είναι ευθύγραμμη αλλά παρουσιάζει **καμπυλότητα**. Επίσης η ταχύτητα του ανέμου εμφανίζει **διάτμηση** σε διεύθυνση κάθετη στη ροή.

Ο σχετικός στροβιλισμός θα προκύπτει από το άθροισμα στροβιλισμού λόγω **διάτμησης** και **καμπυλότητας**.



17. Εφαρμογή: Συνιστώσες στροβιλισμού στην Ατμόσφαιρα

GFS 250hPa Jetstream (kt), MSLP (hPa)

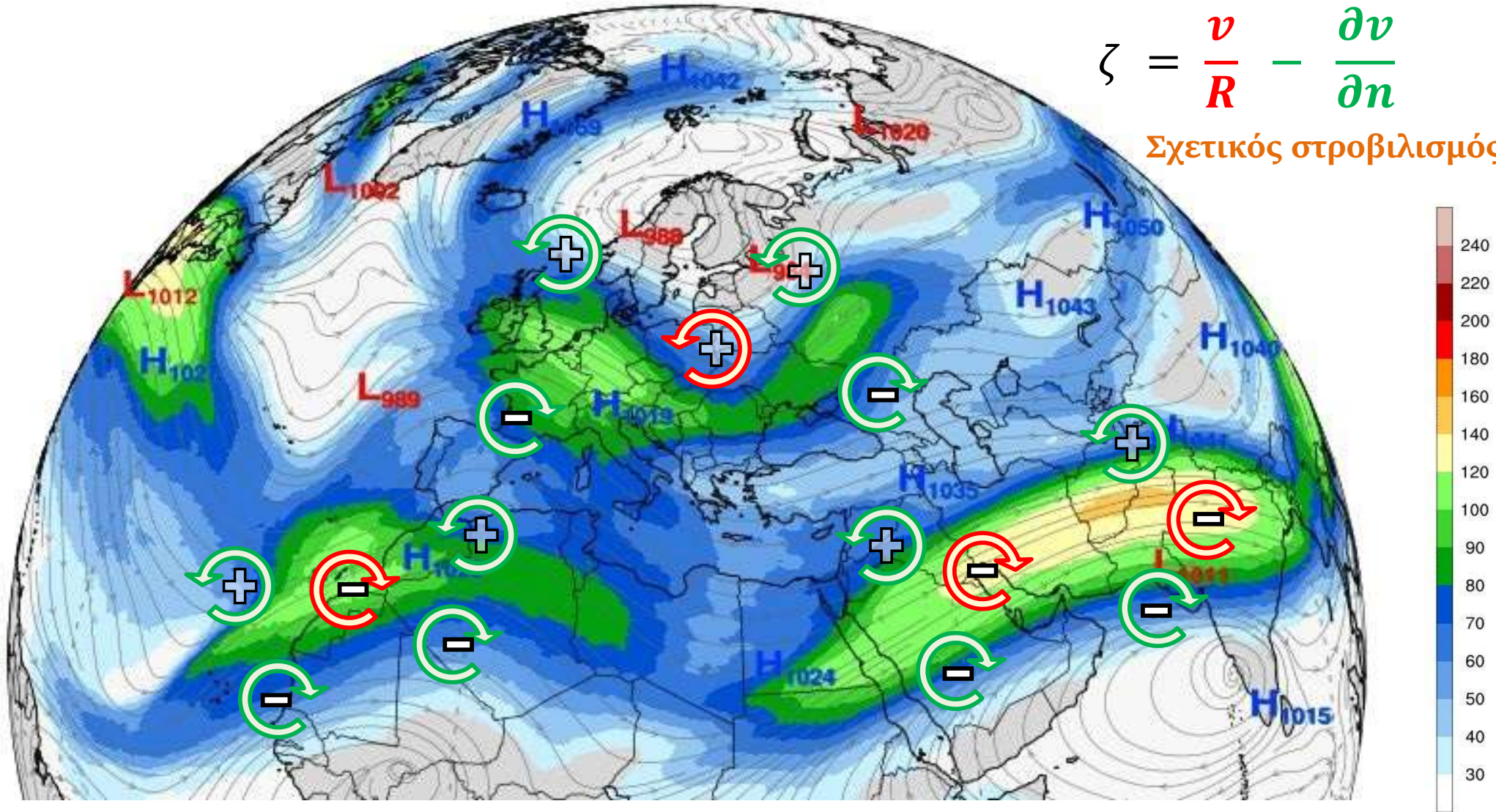
1-day Avg | Tue, Jan 16, 2024

Curvature vorticity

Shear vorticity

$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

Σχετικός στροβιλισμός



Η αντικυκλωνική (κυκλωνική) καμπυλότητα της ροής σε ένα ridge (trough) έχει αρνητική (θετική) συνεισφορά στον σχετικό στροβιλισμό μέσω του όρου curvature vorticity. Η μείωση της ταχύτητας του ανέμου προς τα αριστερά (δεξιά) της ροής, δηλαδή προς (αντίθετα προς) την κατεύθυνση \hat{n} , έχει θετική (αρνητική) συνεισφορά στον σχετικό στροβιλισμό μέσω του όρου shear vorticity.

17. Εφαρμογή: Συνιστώσες στροβιλισμού στην Ατμόσφαιρα

GFS 500hPa Geopotential Height (dam)

1-day Avg | Tue, Jan 16, 2024

600
580
560
540
520
500
480

Αν δεν λάβουμε υπόψη τη χωρική μεταβολή της ταχύτητας της ροής, η κυκλωνική καμπυλότητα της ροής γύρω από μια trough προκαλεί θετικό σχετικό στροβιλισμό.

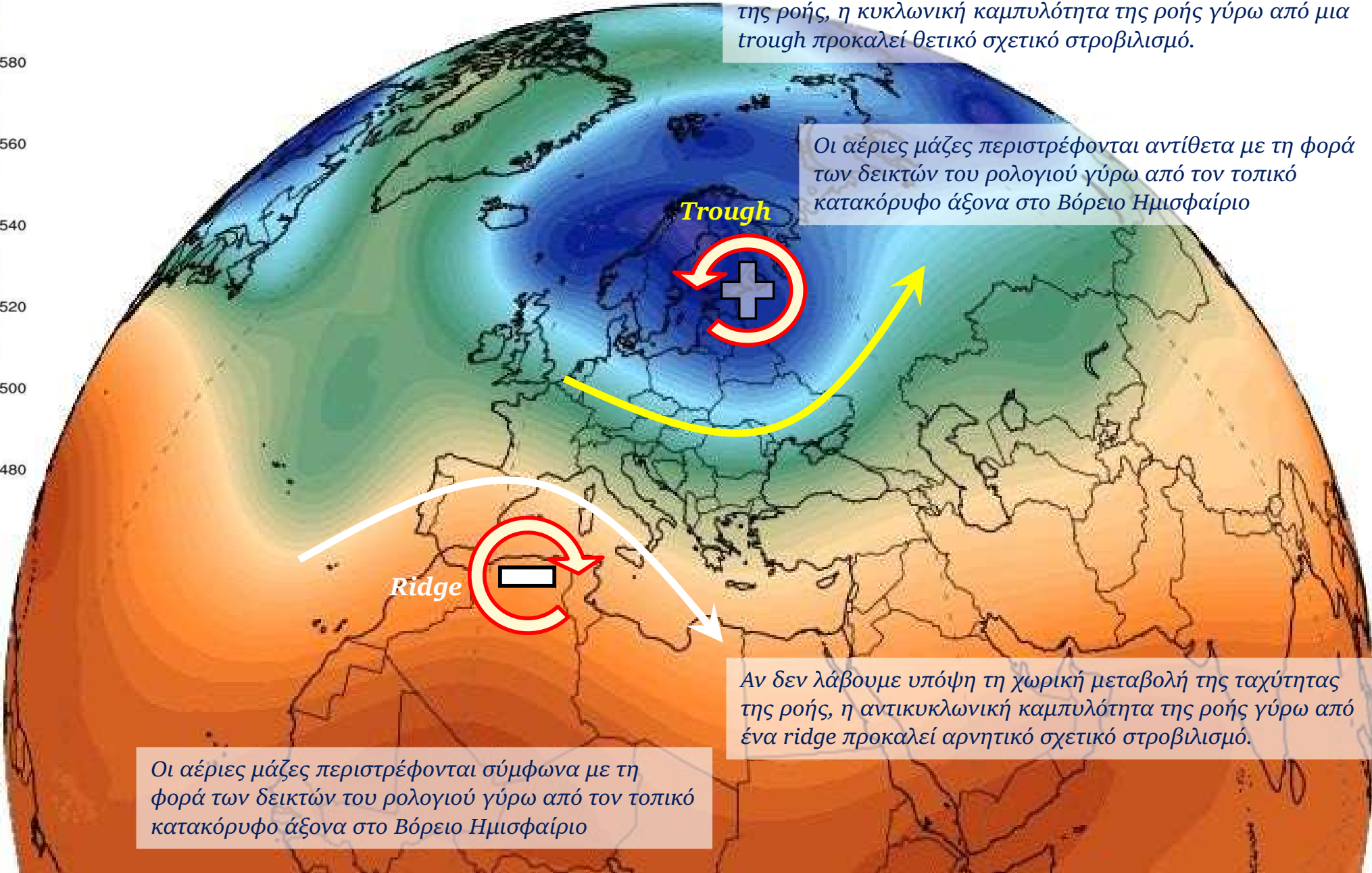
Οι αέριες μάζες περιστρέφονται αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού γύρω από τον τοπικό κατακόρυφο άξονα στο Βόρειο Ημισφαίριο

Trough

Ridge

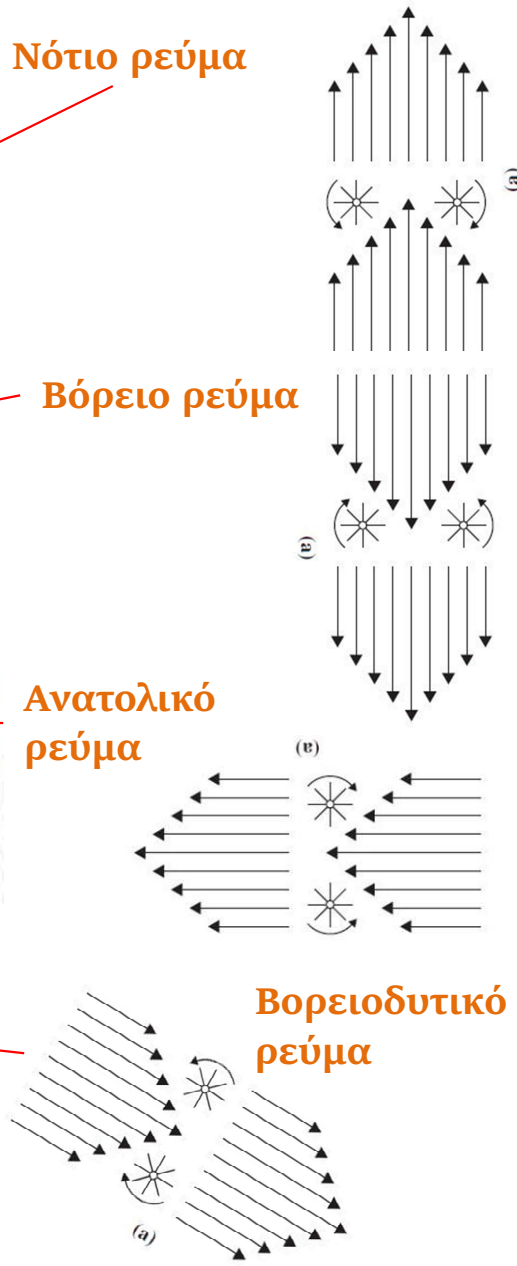
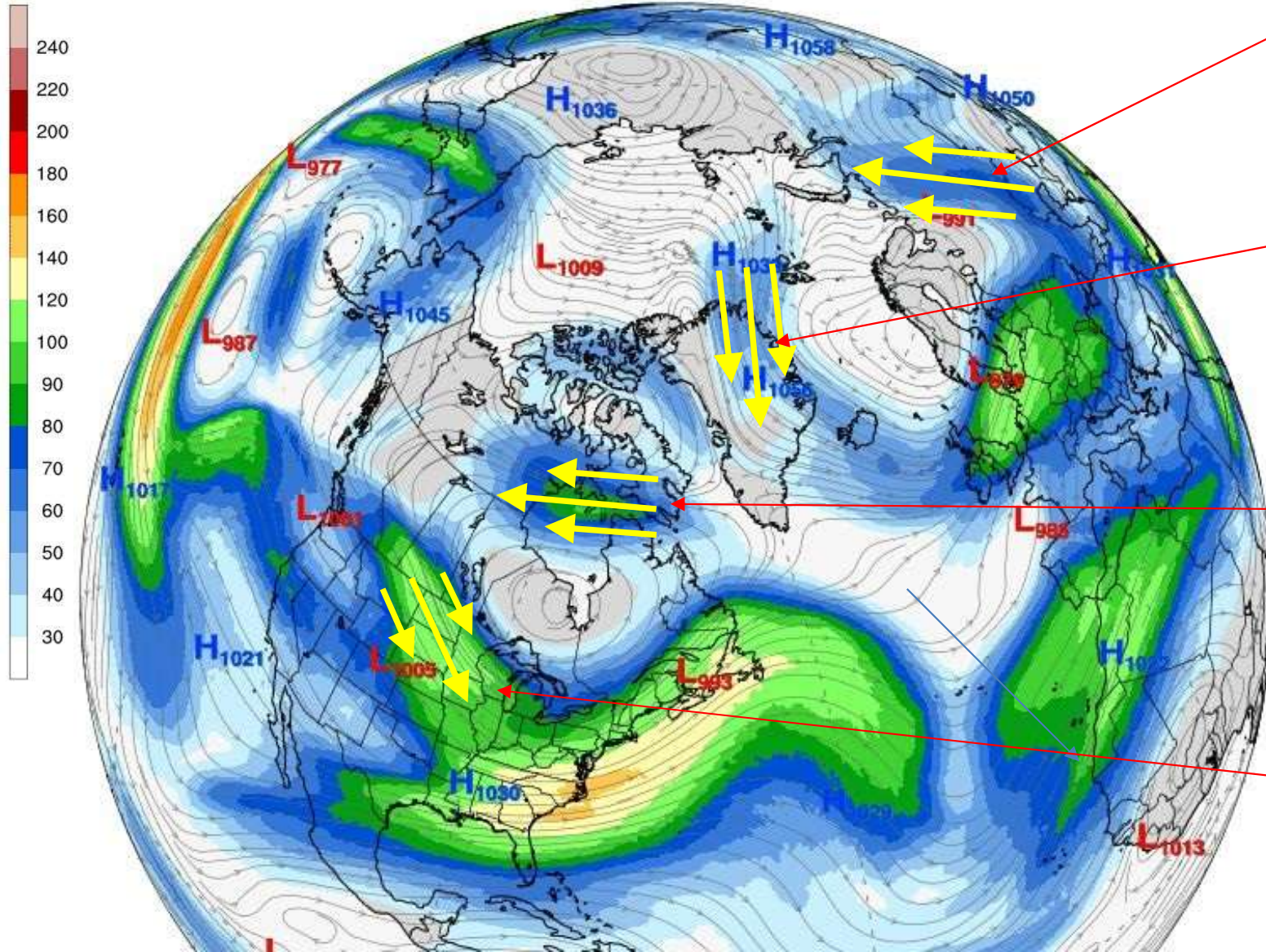
Αν δεν λάβουμε υπόψη τη χωρική μεταβολή της ταχύτητας της ροής, η αντικυκλωνική καμπυλότητα της ροής γύρω από ένα ridge προκαλεί αρνητικό σχετικό στροβιλισμό.

Οι αέριες μάζες περιστρέφονται σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού γύρω από τον τοπικό κατακόρυφο άξονα στο Βόρειο Ημισφαίριο



17. Εφαρμογή: Συνιστώσες στροβιλισμού στην Ατμόσφαιρα

GFS 250hPa Jetstream (kt), MSLP (hPa)
 1-day Avg | Wed, Jan 17, 2024



Η ροή στα μέσα γεωγραφικά πλάτη πολλές φορές παύει να είναι δυτικών διευθύνσεων αλλά γίνεται βόρεια, νότια ή και ανατολική. Επειδή στην πραγματικότητα η ταχύτητα του ανέμου μειώνεται μακριά από τον πυρήνα του αεροχείμαρρου, αναπτύσσεται ζεύγος στροβιλισμού λόγω διάτμησης της ταχύτητας ανέμου.

17. Εφαρμογή: Συνιστώσες στροβιλισμού στην Ατμόσφαιρα

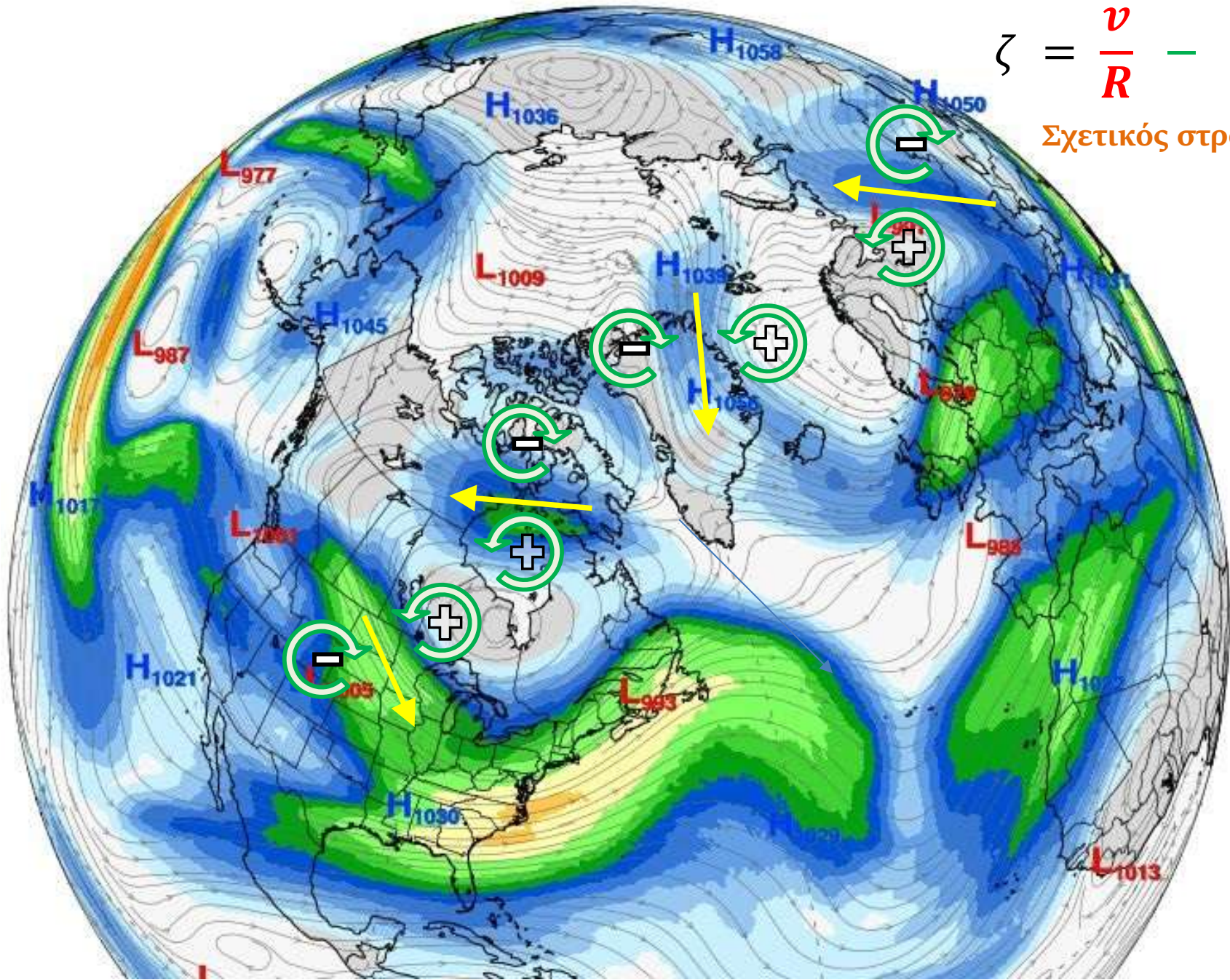
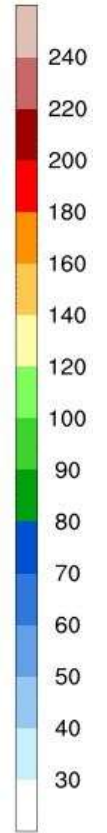
GFS 250hPa Jetstream (kt), MSLP (hPa)
 1-day Avg | Wed, Jan 17, 2024

Curvature vorticity

Shear vorticity

$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

Σχετικός στροβιλισμός

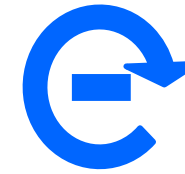
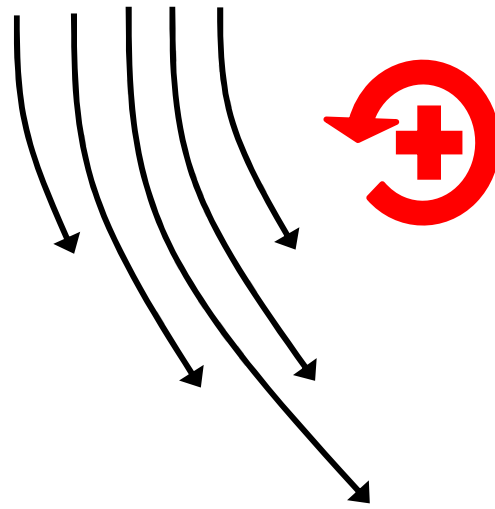
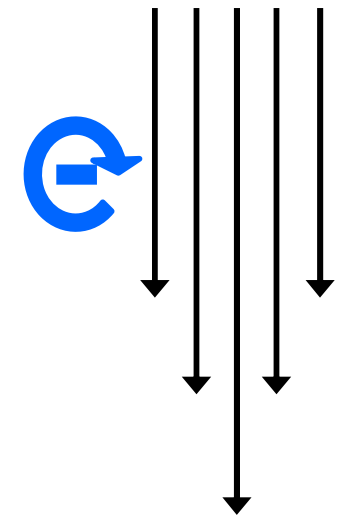


18. Κυκλωνικός και αντικυκλωνικός στροβιλισμός

Horizontal shear

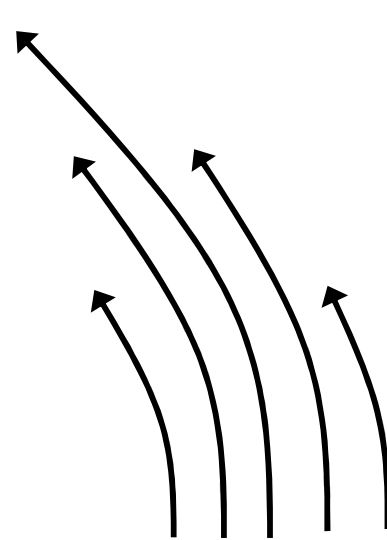
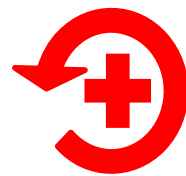
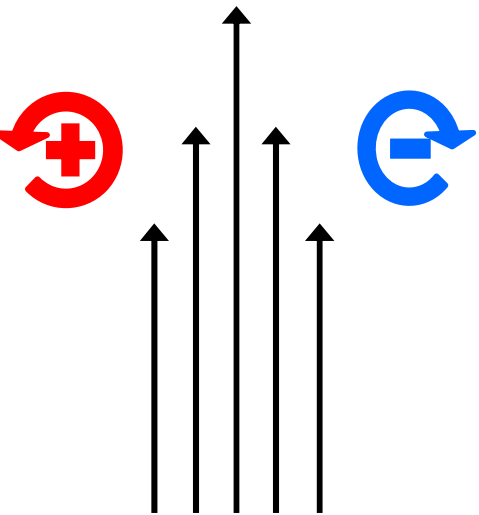
Horizontal shear + cyclonic curvature

Horizontal shear + anticyclonic curvature



Η κυκλωνική καμπυλότητα ροής εμφανίζεται γύρω από έναν κυκλώνα ή trough

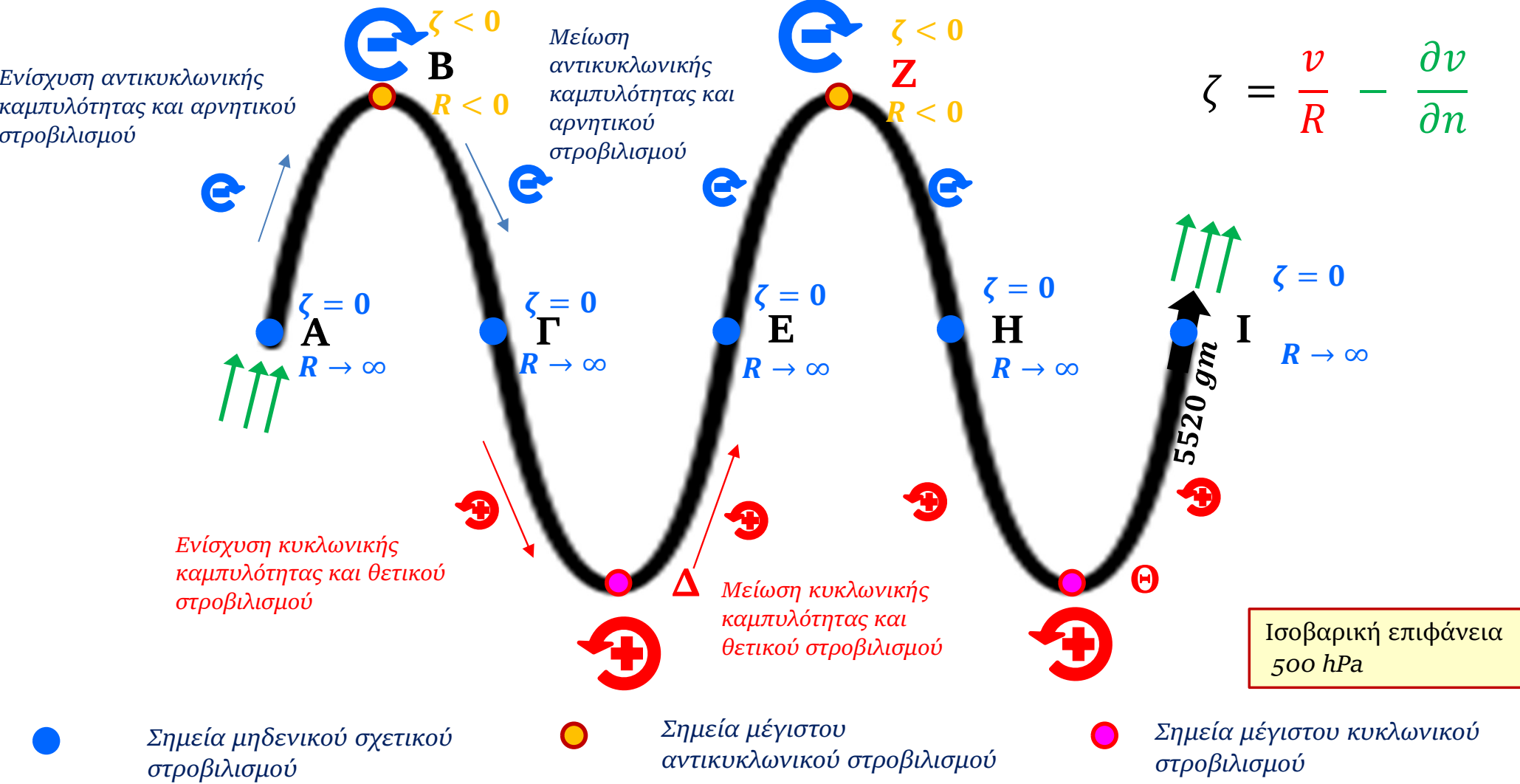
Η αντικυκλωνική καμπυλότητα ροής εμφανίζεται γύρω από έναν αντικυκλώνα ή ridge



Η κυκλωνική καμπυλότητα ροής ενισχύει τον θετικό στροβιλισμό λόγω διάτμησης ενώ αποδυναμώνει τον αρνητικό στροβιλισμό λόγω διάτμησης. Αντιστρόφως για την αντικυκλωνική καμπυλότητα ροής.

19. Εφαρμογή 2: Σχετικός στροβιλισμός σε ημιτονοειδή τροχιά

Θεωρούμε ένα αεροχείμαρρο ο οποίος **καμπυλώνεται** ώστε στοιχείο της ατμόσφαιρας το οποίο τον διατρέχει διαγράφει ημιτονοειδή τροχιά. Θεωρούμε πως δεν υπάρχει οριζόντια **διάτμηση** στην ροή.

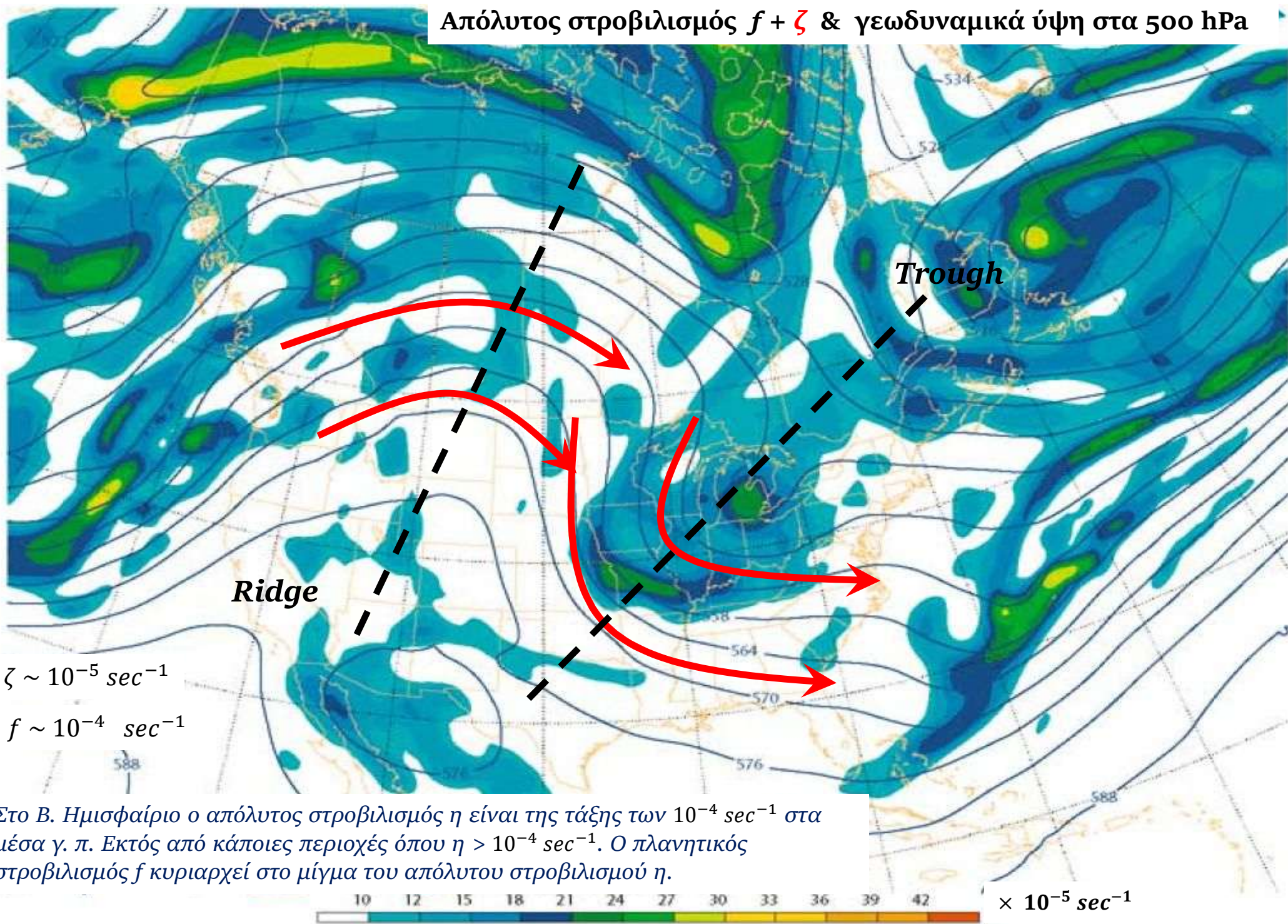


$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

Καθώς στοιχείο της ατμόσφαιρας από το A κινείται προς τα βόρεια, ο σχετικός στροβιλισμός ζ γίνεται αρνητικός για να λάβει ελάχιστη τιμή στα σημεία B & Z, λόγω αντικυκλωνικής καμπύλωσης της τροχιάς. Έπειτα αυξάνεται ώστε να μηδενιστεί στα ευθύγραμμα τμήματα της τροχιάς γύρω από τα Γ & Η. Περαιτέρω κίνηση προς νότια και κυκλωνική καμπύλωση της τροχιάς οδηγεί σε αύξηση του ζ για να λάβει μέγιστη τιμή στα σημεία Δ & Θ. Μετέπειτα κίνηση προς τα σημεία E & I οδηγεί σε εκ νέου μηδενισμό του ζ .

20. Εφαρμογή 3: Χάρτες σχετικού και απόλυτου στροβιλισμού

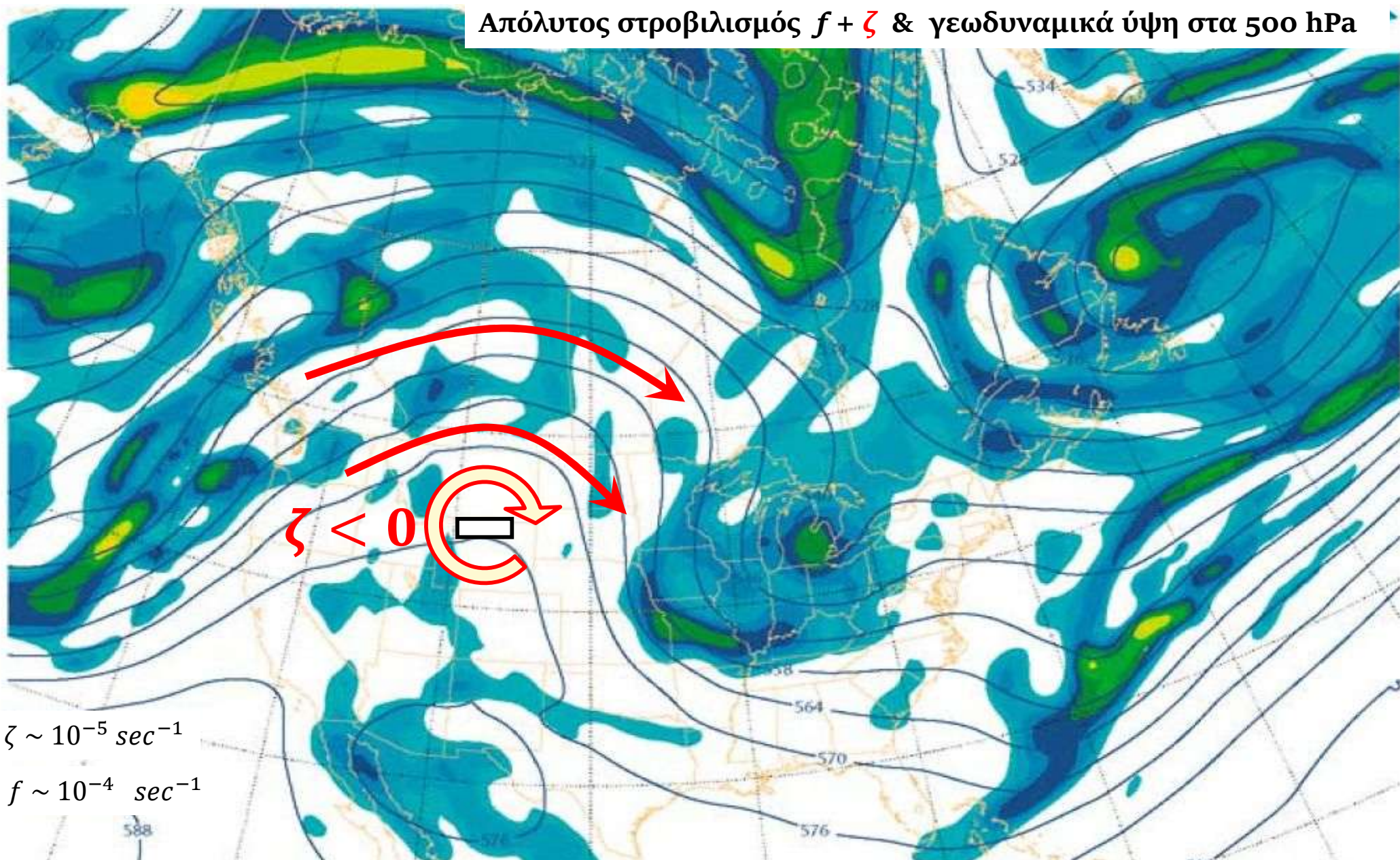
Απόλυτος στροβιλισμός $f + \zeta$ & γεωδυναμικά ύψη στα 500 hPa



Στο Β. Ημισφαίριο ο απόλυτος στροβιλισμός η είναι της τάξης των 10^{-4} sec^{-1} στα μέσα γ. π. Εκτός από κάποιες περιοχές όπου $\eta > 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$. Ο πλανητικός στροβιλισμός f κυριαρχεί στο μίγμα του απόλυτου στροβιλισμού η .

20. Εφαρμογή 3: Χάρτες σχετικού και απόλυτου στροβιλισμού

Απόλυτος στροβιλισμός $f + \zeta$ & γεωδυναμικά ύψη στα 500 hPa



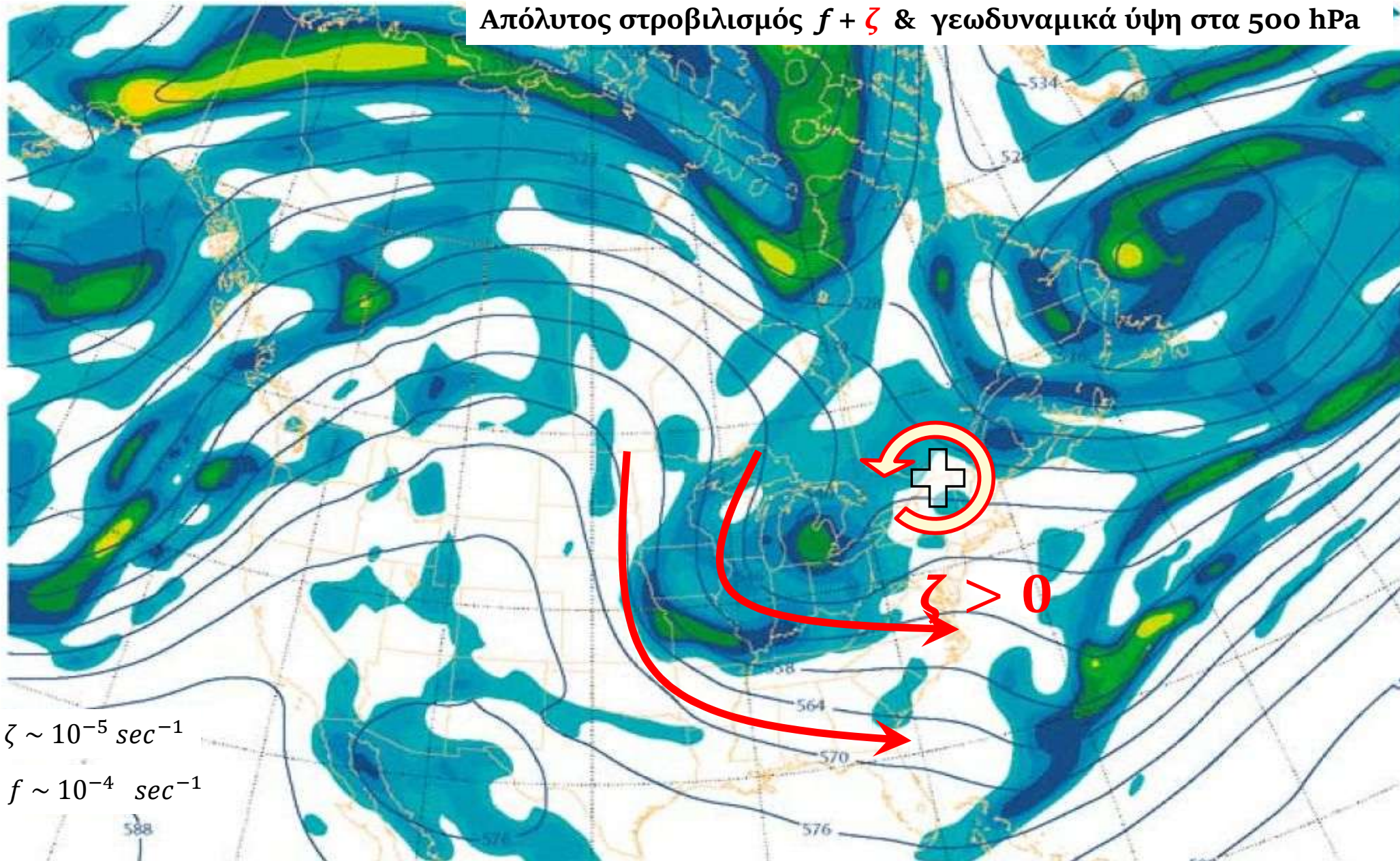
$\zeta \sim 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$
 $f \sim 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$

Στις περιοχές όπου υπάρχουν εξάρσεις (ridge), ο αρνητικός σχετικός στροβιλισμός ζ , λόγω αντικυκλωνικής καμπυλότητας της ροής, προστίθεται στον πολύ μεγαλύτερο κατά μέτρο (θετικό) πλανητικό στροβιλισμό f . Τελικά ο απόλυτος στροβιλισμός η είναι σε ένα ridge μικρότερος από άλλες περιοχές.



20. Εφαρμογή 3: Χάρτες σχετικού και απόλυτου στροβιλισμού

Απόλυτος στροβιλισμός $f + \zeta$ & γεωδυναμικά ύψη στα 500 hPa

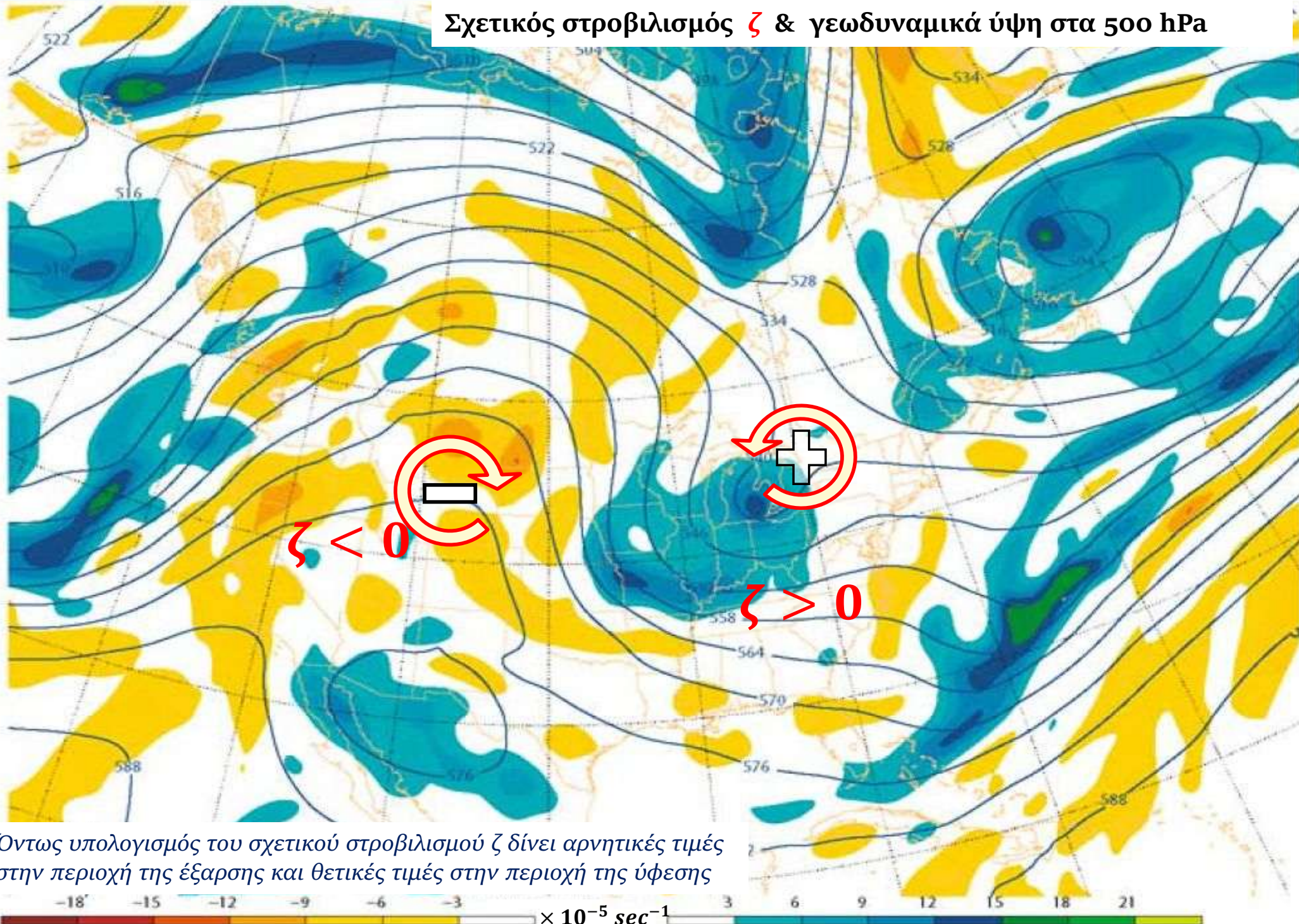


Στις περιοχές όπου υπάρχουν υφέσεις (trough), ο θετικός σχετικός στροβιλισμός ζ , λόγω κυκλωνικής καμπυλότητας της ροής, προστίθεται στον πολύ μεγαλύτερο κατά μέτρο (θετικό) πλανητικό στροβιλισμό f . Τελικά ο απόλυτος στροβιλισμός η είναι σε ένα trough πολύ μεγαλύτερος από άλλες περιοχές.



20. Εφαρμογή 3: Χάρτες σχετικού και απόλυτου στροβιλισμού

Σχετικός στροβιλισμός ζ & γεωδυναμικά ύψη στα 500 hPa

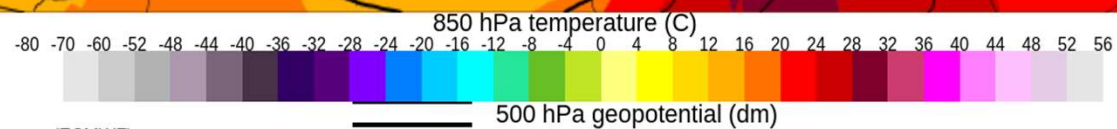
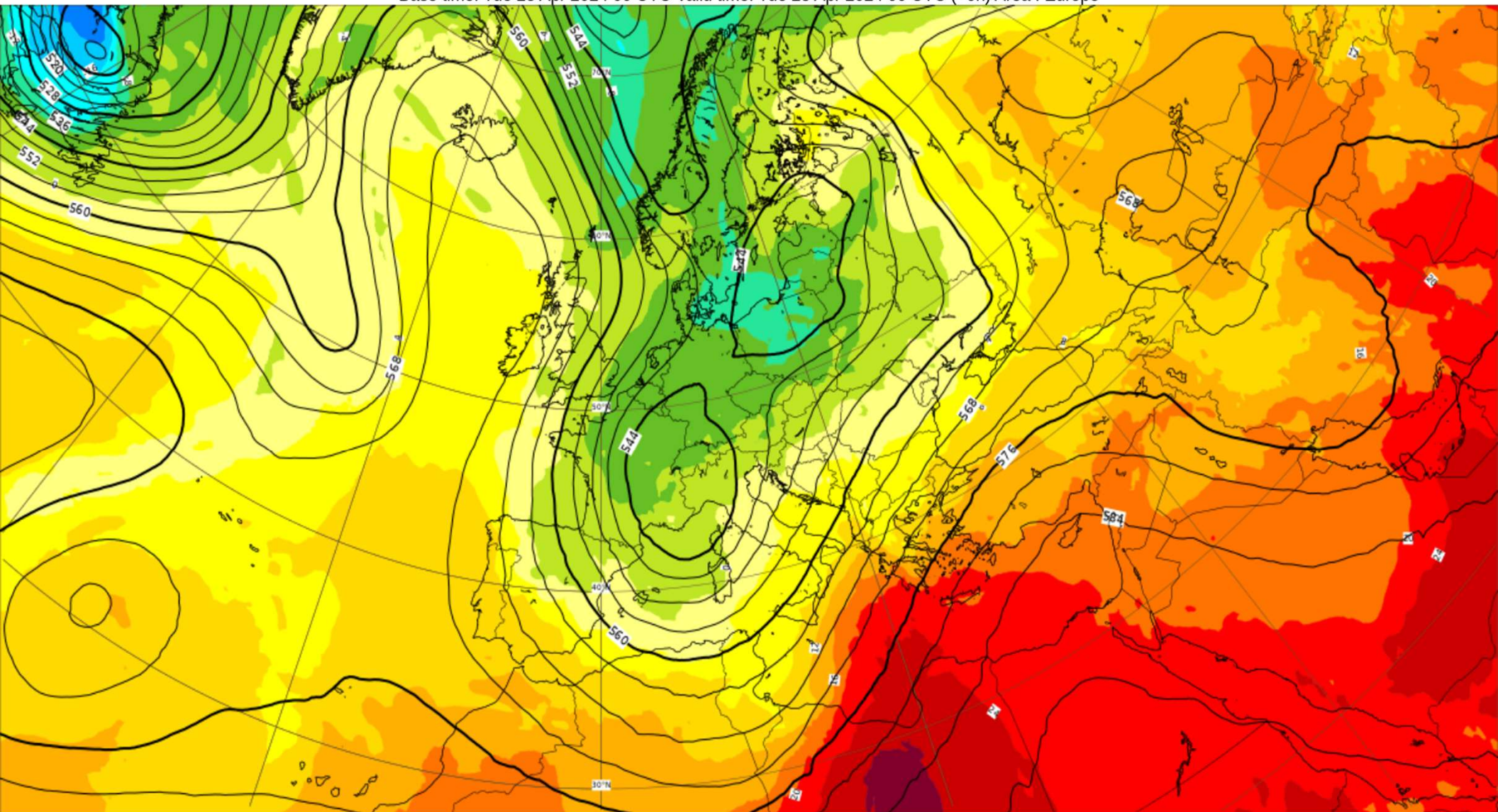


Όντως υπολογισμός του σχετικού στροβιλισμού ζ δίνει αρνητικές τιμές στην περιοχή της έξαρσης και θετικές τιμές στην περιοχή της ύφεσης

21. Εφαρμογή 4: Χάρτες σχετικού στροβιλισμού – Troughs & ridges

500 hPa geopotential height and 850 hPa temperature

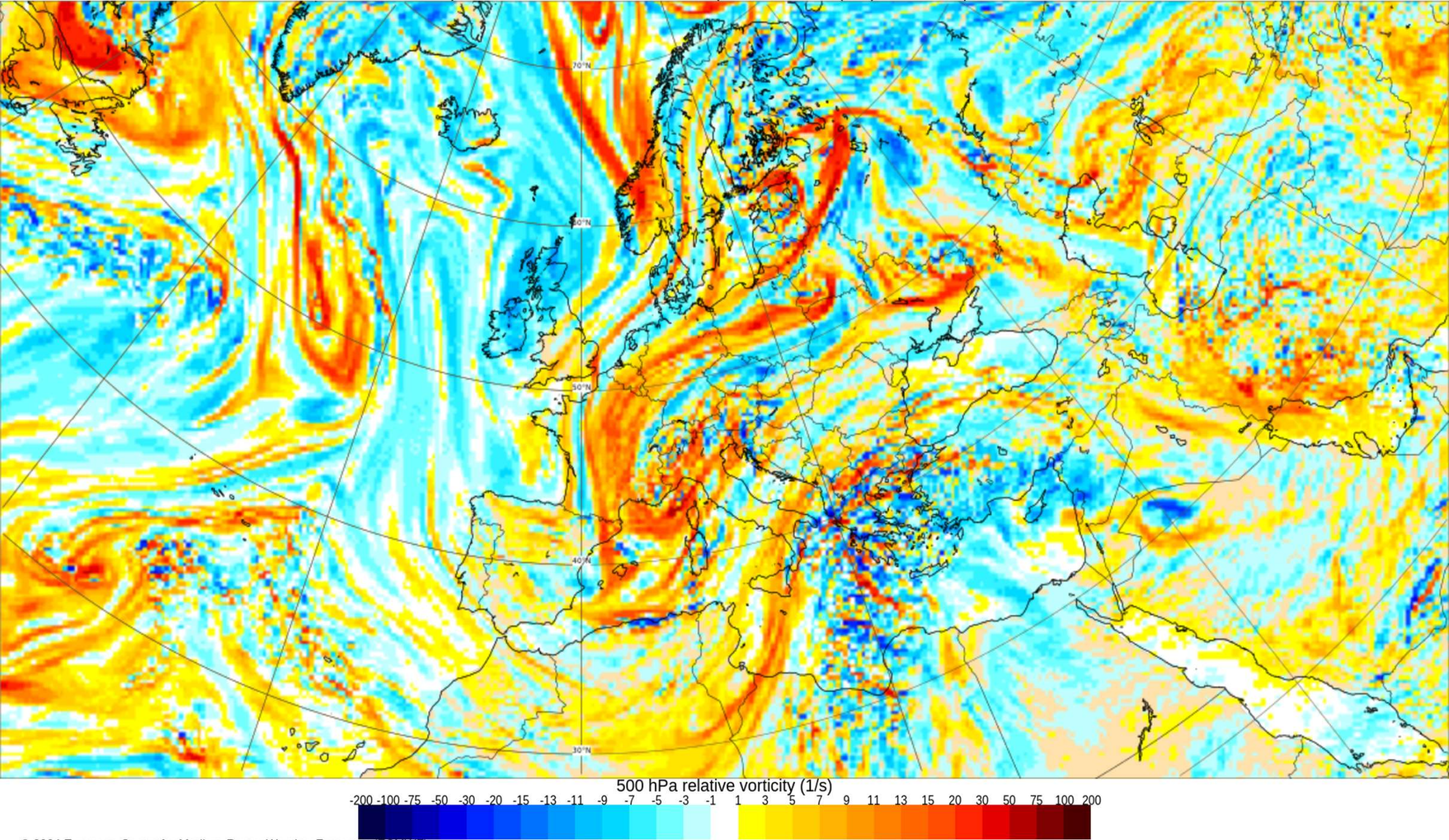
Base time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC Valid time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC (+0h) Area : Europe



21. Εφαρμογή 4: Χάρτες σχετικού στροβιλισμού – Troughs & ridges

Vorticity at various pressure levels

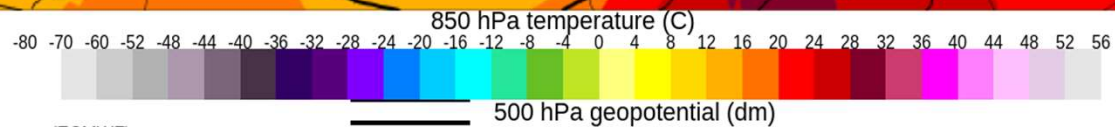
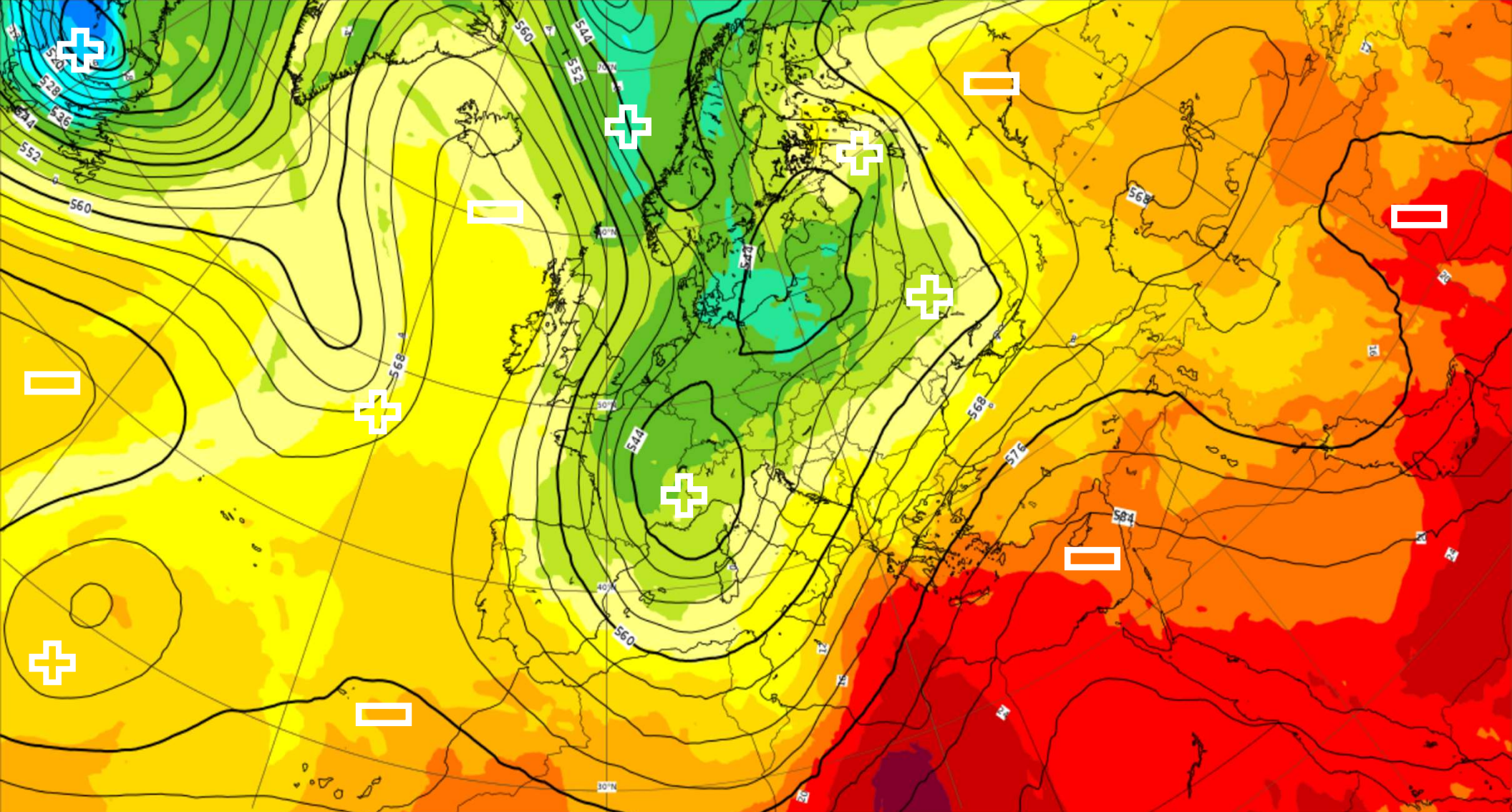
Base time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC Valid time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC (+0h) Area : Europe Parameters : 500 hPa



21. Εφαρμογή 4: Χάρτες σχετικού στροβιλισμού – Troughs & ridges

500 hPa geopotential height and 850 hPa temperature

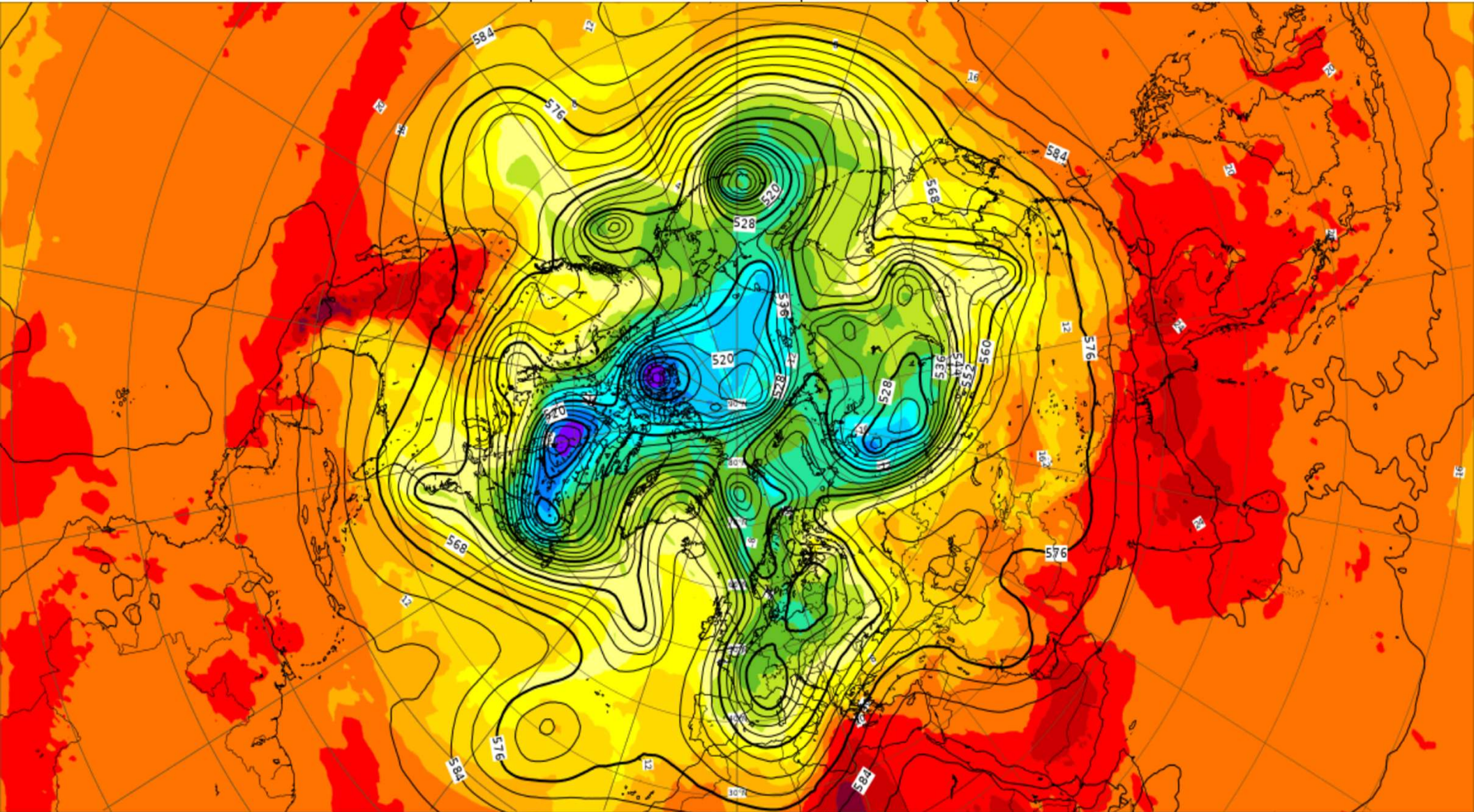
Base time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC Valid time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC (+0h) Area : Europe



21. Εφαρμογή 4: Χάρτες σχετικού στροβιλισμού – Troughs & ridges

500 hPa geopotential height and 850 hPa temperature

Base time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC Valid time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC (+0h) Area : North Pole



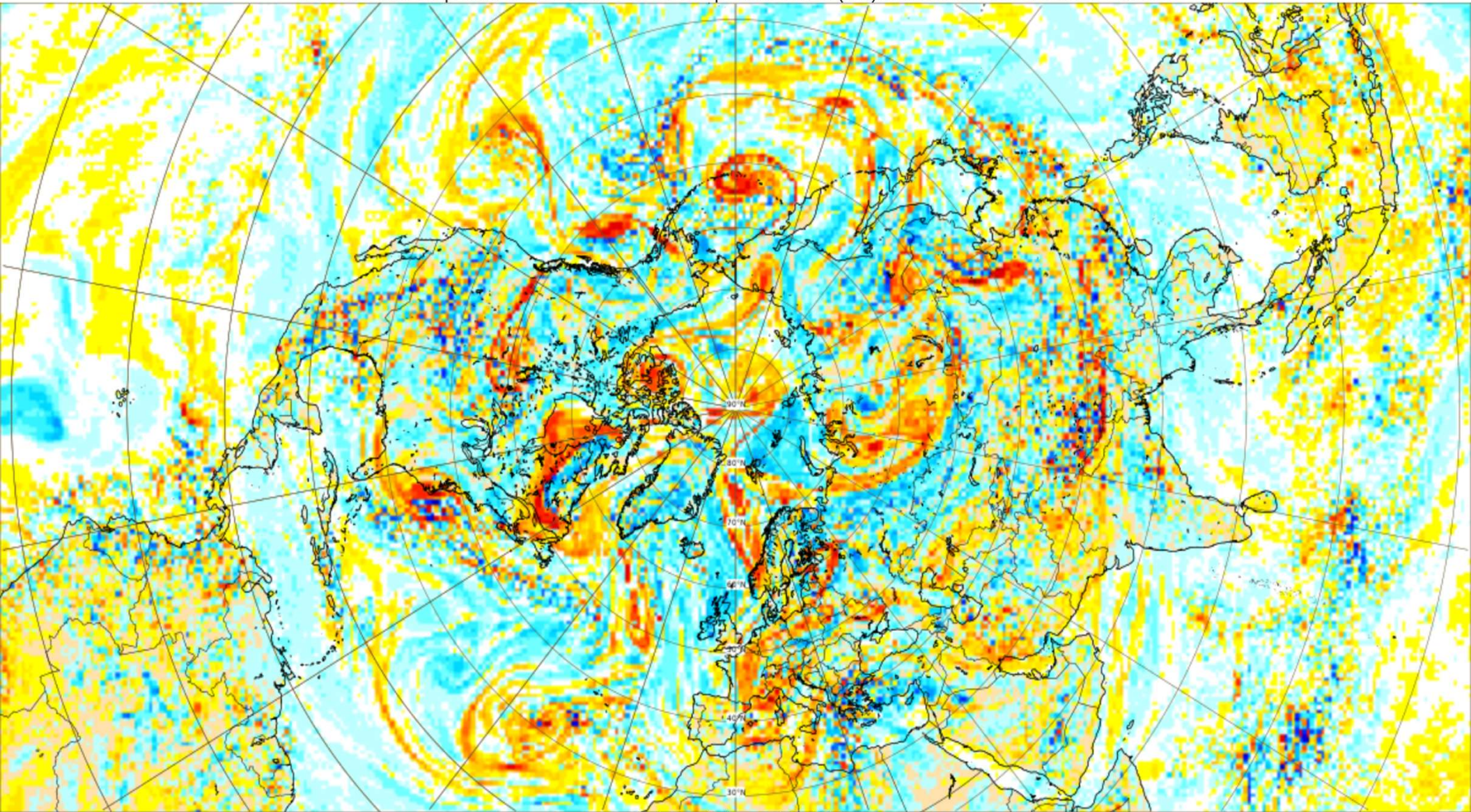
850 hPa temperature (C)
-80 -70 -60 -52 -48 -44 -40 -36 -32 -28 -24 -20 -16 -12 -8 -4 0 4 8 12 16 20 24 28 32 36 40 44 48 52 56

500 hPa geopotential (dm)

21. Εφαρμογή 4: Χάρτες σχετικού στροβιλισμού – Troughs & ridges

Vorticity at various pressure levels

Base time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC Valid time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC (+0h) Area : North Pole Parameters : 500 hPa

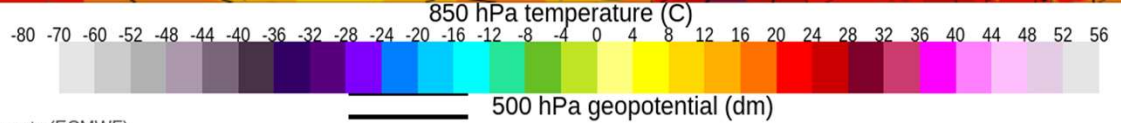
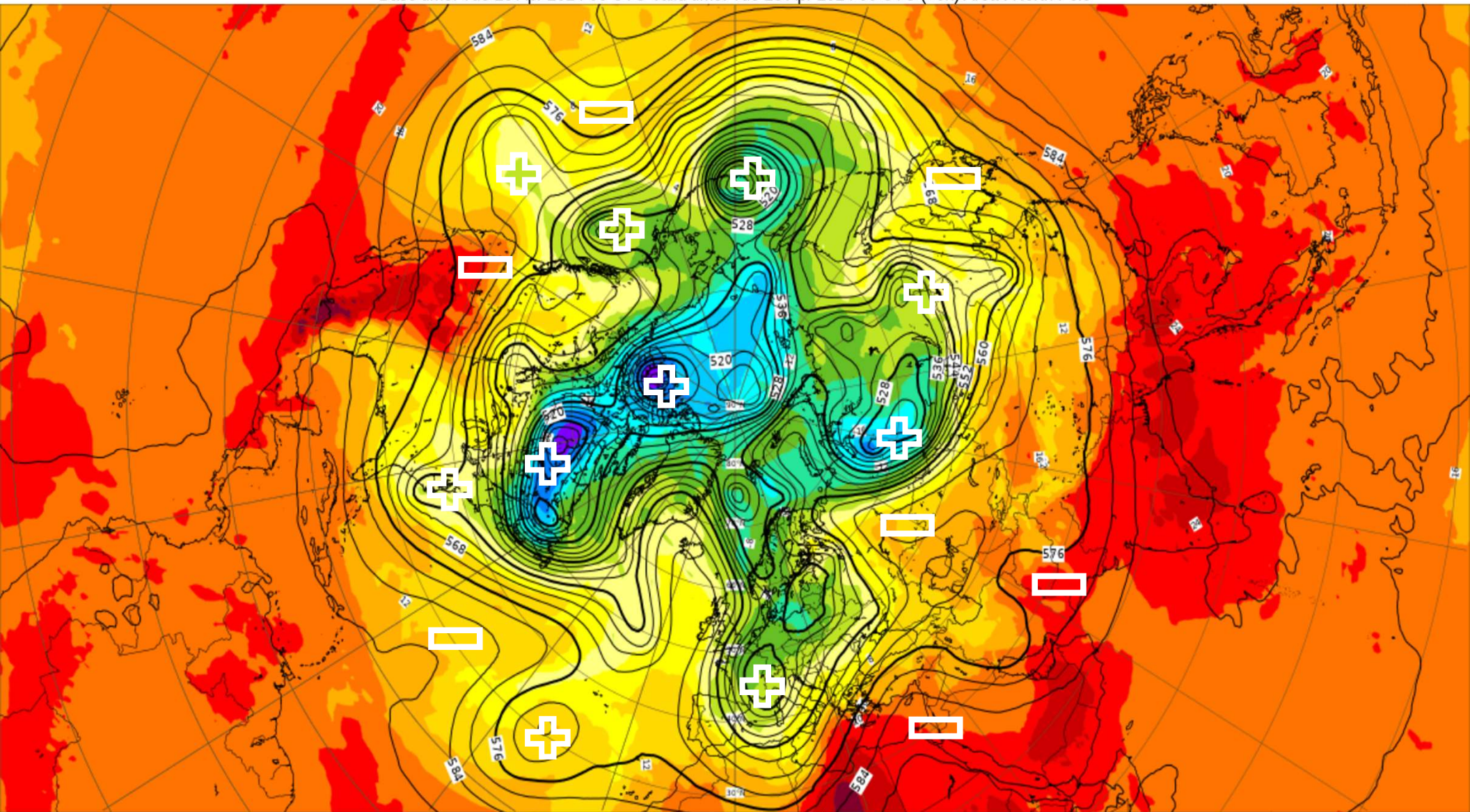


$\times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$

14. Εφαρμογή 4: Χάρτες σχετικού στροβιλισμού – Troughs & ridges

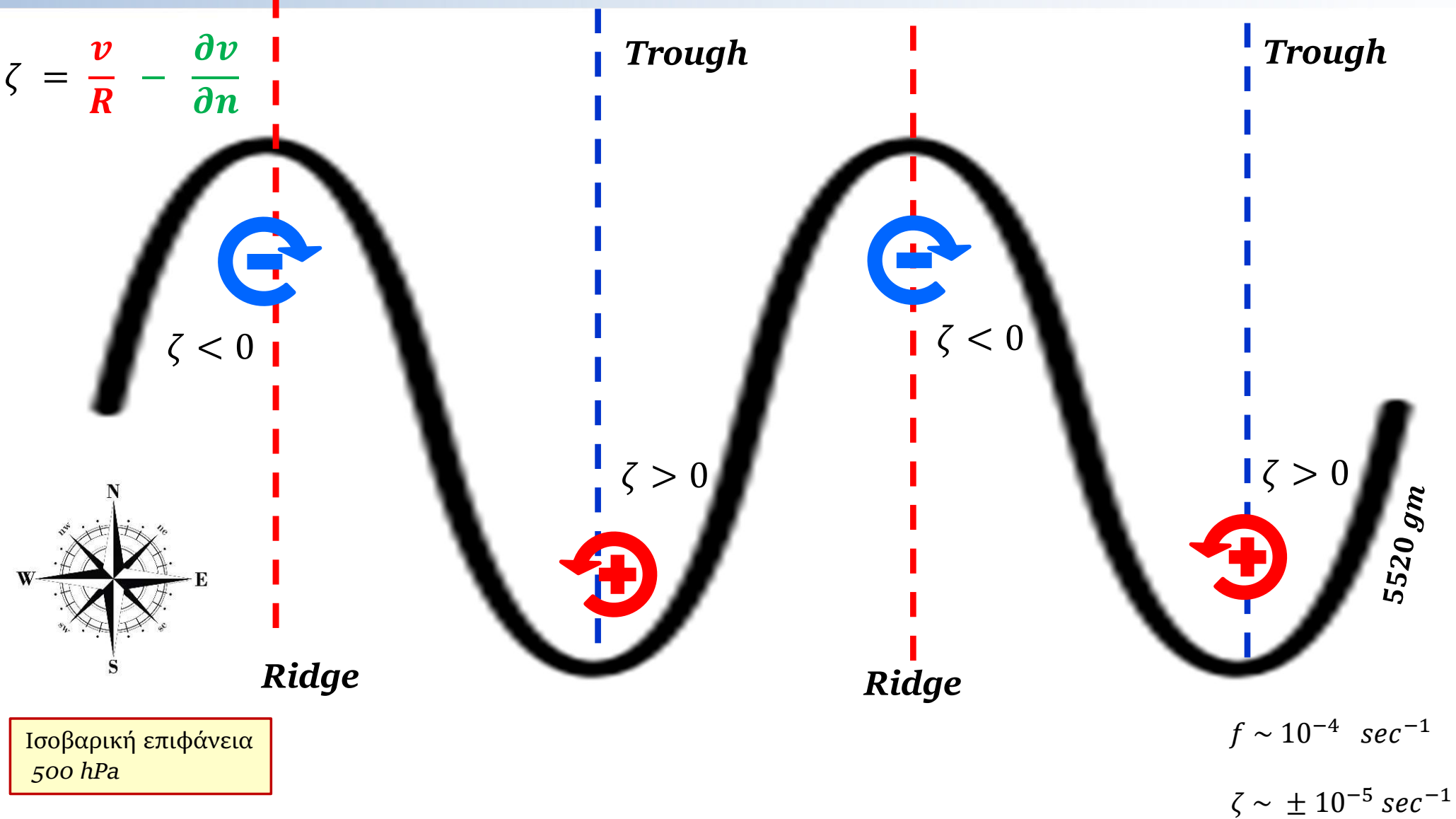
500 hPa geopotential height and 850 hPa temperature

Base time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC Valid time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC (+0h) Area : North Pole



22. Εφαρμογή 4: Σχετικός και απόλυτος στροβιλισμός – Βόρειο Ημισφαίριο

$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$



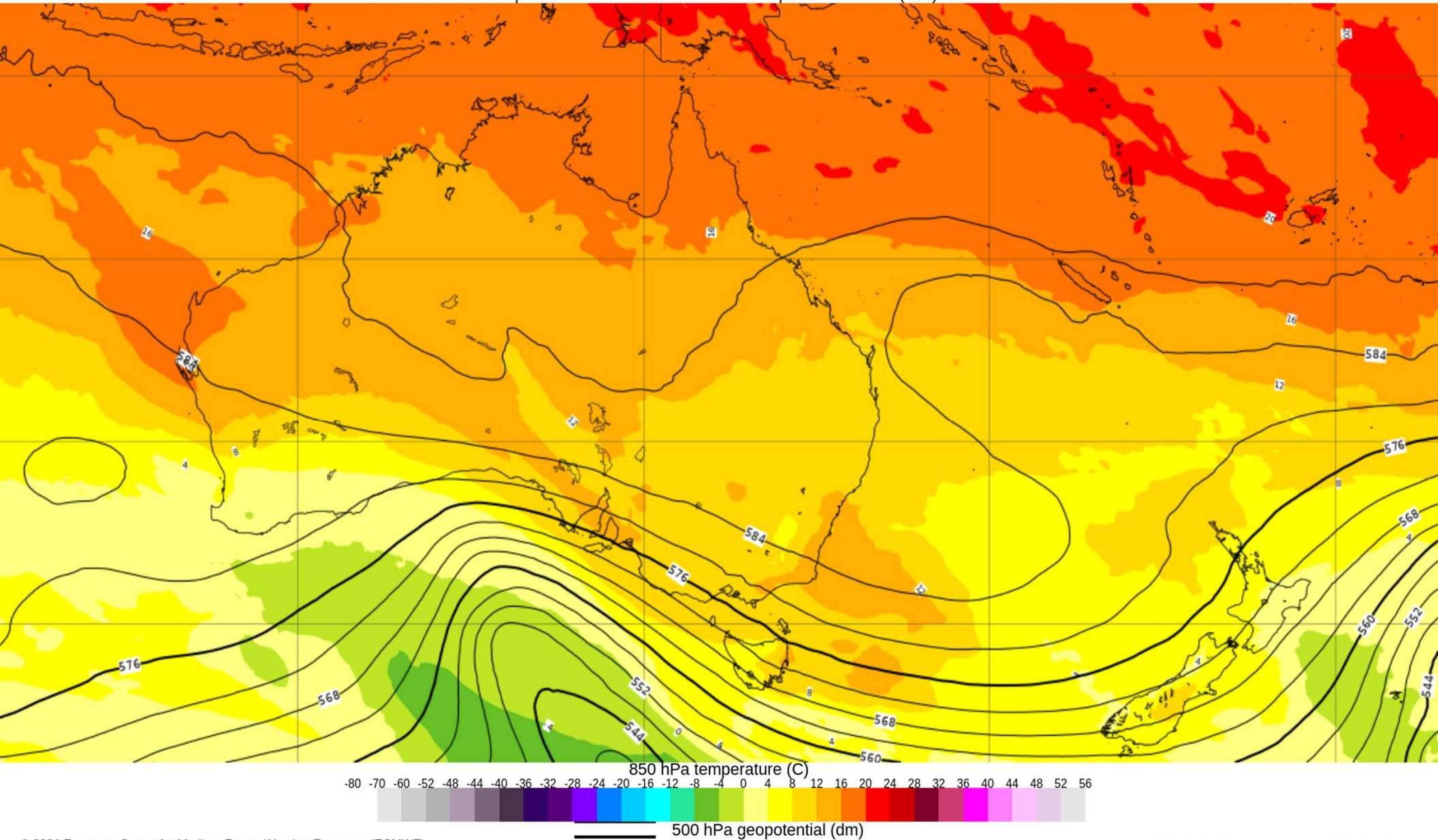
Στις περιοχές όπου υπάρχουν trough, ο θετικός σχετικός στροβιλισμός ζ , λόγω κυκλωνικής καμπυλότητας της ροής, προστίθεται στον πολύ μεγαλύτερο (θετικό) πλανητικό στροβιλισμό f υποβάθρου. Τελικά ο απόλυτος στροβιλισμός η είναι σε ένα trough μεγαλύτερος από άλλες περιοχές.

Στις περιοχές όπου υπάρχουν ridge, ο αρνητικός σχετικός στροβιλισμός ζ , λόγω αντικυκλωνικής καμπυλότητας της ροής, προστίθεται στον πολύ μεγαλύτερο (θετικό) πλανητικό στροβιλισμό f υποβάθρου. Τελικά ο απόλυτος στροβιλισμός η είναι σε ένα ridge μικρότερος από άλλες περιοχές.

23. Εφαρμογή 4: Χάρτες σχετικού στροβιλισμού – Troughs & ridges

500 hPa geopotential height and 850 hPa temperature

Base time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC Valid time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC (+0h) Area : Australasia



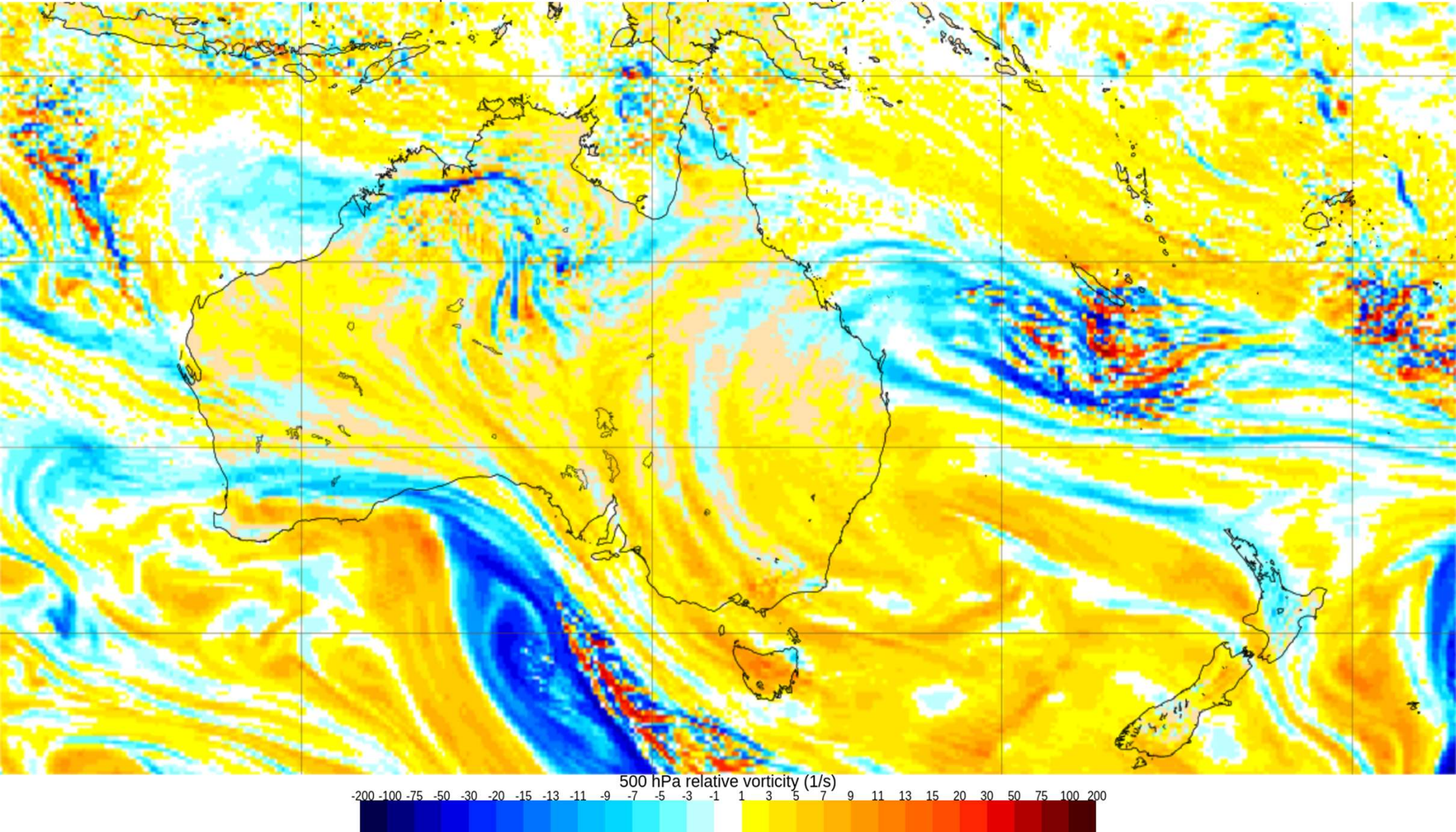
850 hPa temperature (C)
-80 -70 -60 -52 -48 -44 -40 -36 -32 -28 -24 -20 -16 -12 -8 -4 0 4 8 12 16 20 24 28 32 36 40 44 48 52 56

500 hPa geopotential (dm)

23. Εφαρμογή 4: Χάρτες σχετικού στροβιλισμού – Troughs & ridges

Vorticity at various pressure levels

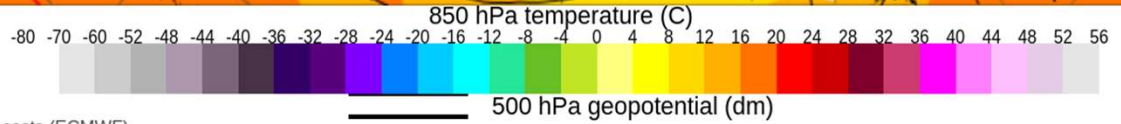
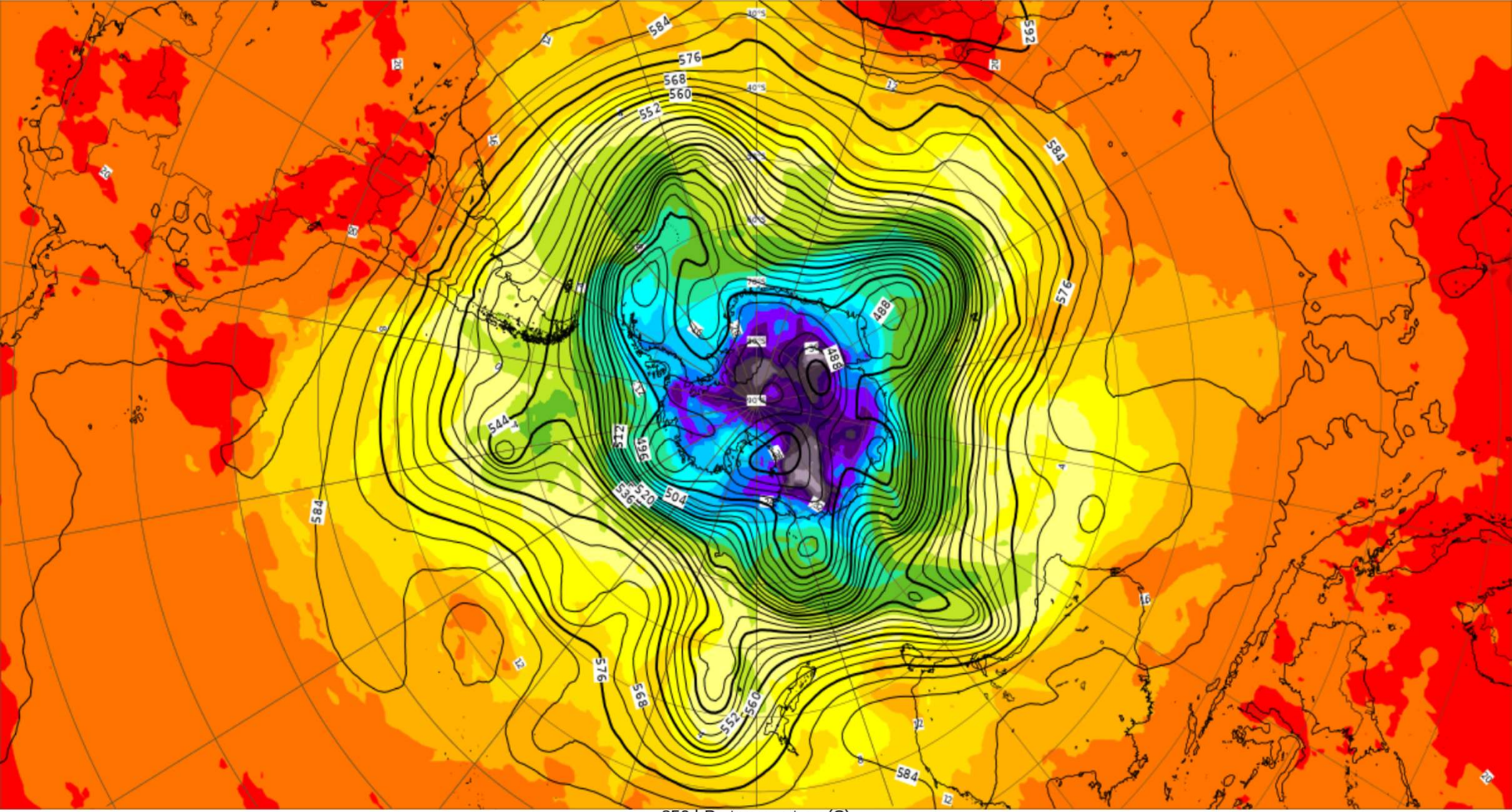
Base time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC Valid time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC (+0h) Area : Australasia Parameters : 500 hPa



23. Εφαρμογή 4: Χάρτες σχετικού στροβιλισμού – Troughs & ridges

500 hPa geopotential height and 850 hPa temperature

Base time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC Valid time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC (+0h) Area : South Pole

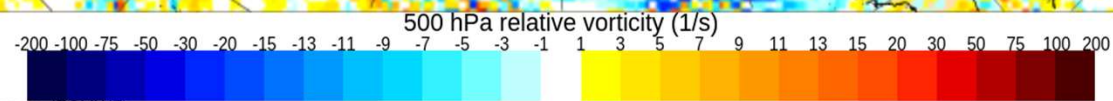
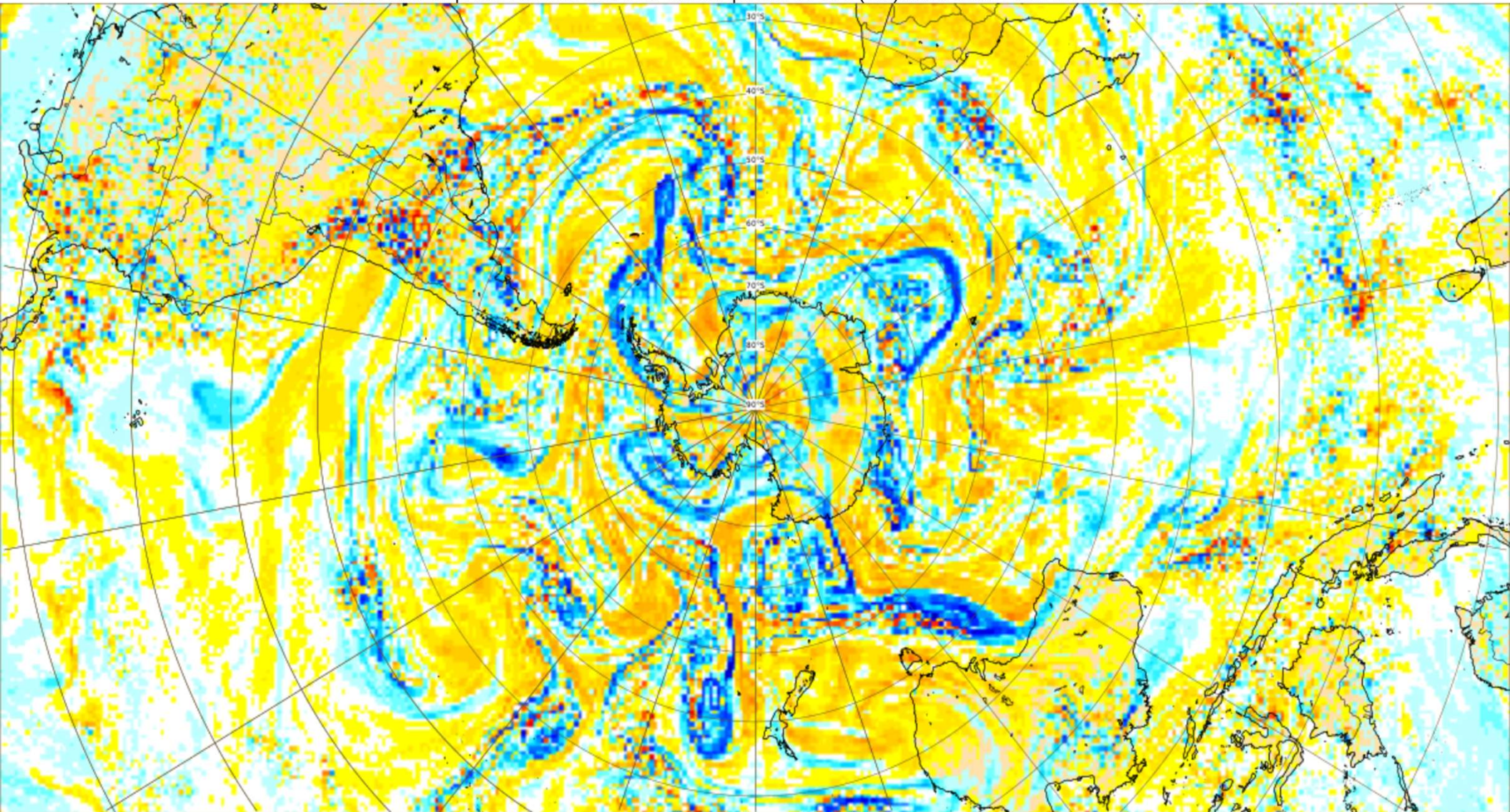


500 hPa geopotential (dm)

23. Εφαρμογή 4: Χάρτες σχετικού στροβιλισμού – Troughs & ridges

Vorticity at various pressure levels

Base time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC Valid time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC (+0h) Area : South Pole Parameters : 500 hPa

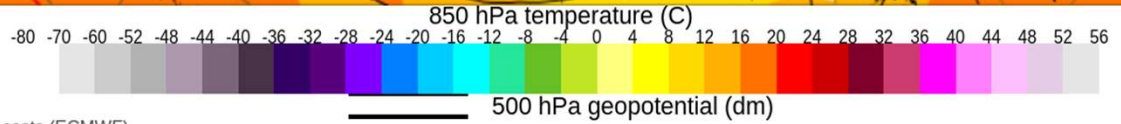
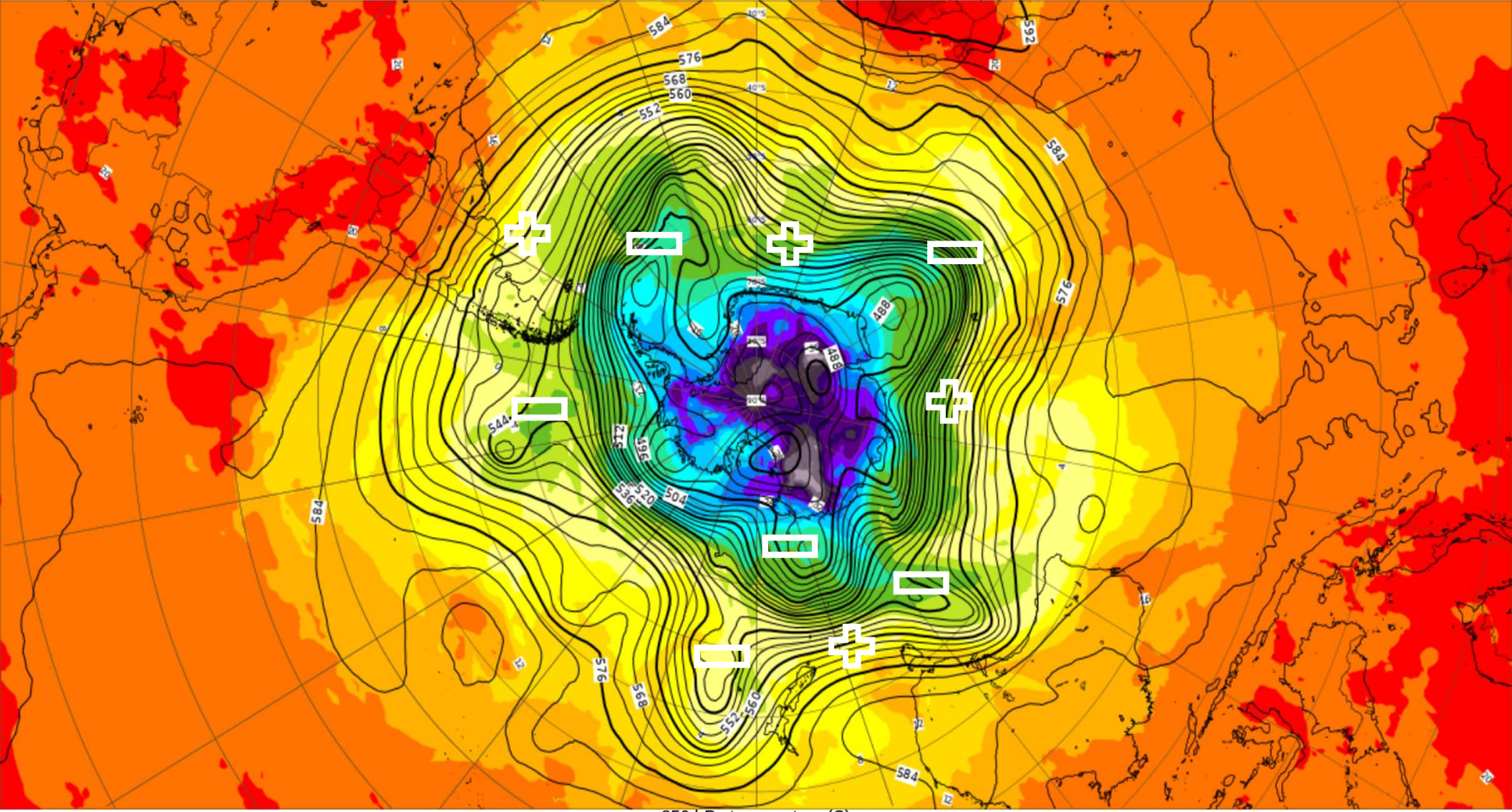


$\times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$

23. Εφαρμογή 4: Χάρτες σχετικού στροβιλισμού - Troughs & ridges

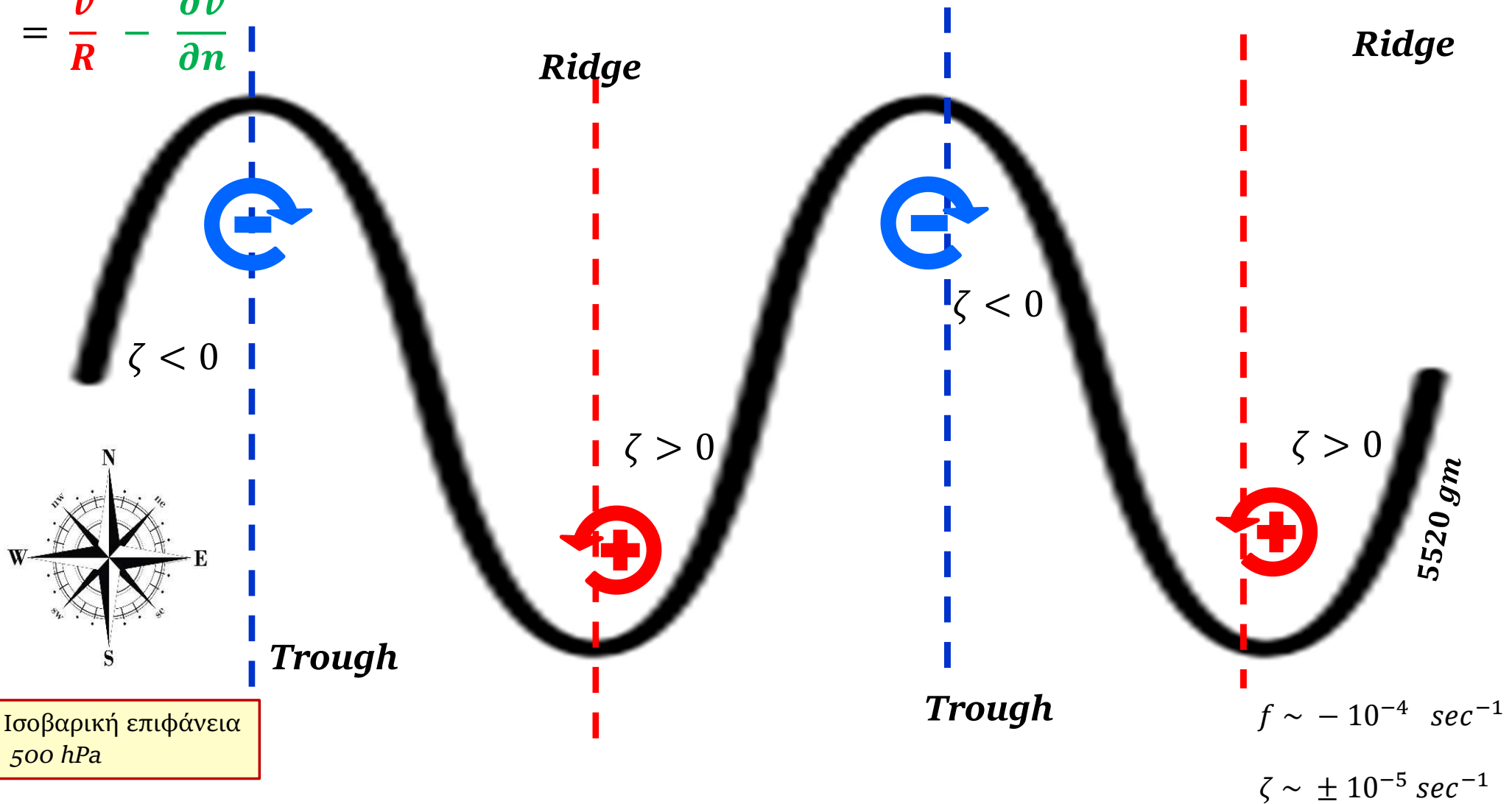
500 hPa geopotential height and 850 hPa temperature

Base time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC Valid time: Tue 23 Apr 2024 00 UTC (+0h) Area : South Pole



24. Εφαρμογή 4: Σχετικός και απόλυτος στροβιλισμός – Νότιο Ημισφαίριο

$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$



Ισοβαρική επιφάνεια
500 hPa

Στις περιοχές όπου υπάρχουν *trough*, ο αρνητικός σχετικός στροβιλισμός ζ , λόγω καμπυλότητας της ροής, προστίθεται στον πολύ μικρότερο (αρνητικό) πλανητικό στροβιλισμό f υποβάθρου. Τελικά ο απόλυτος στροβιλισμός η είναι σε ένα *trough* μικρότερος (πιο αρνητικός) από άλλες περιοχές.

Στις περιοχές όπου υπάρχουν *ridge*, ο θετικός σχετικός στροβιλισμός ζ , λόγω καμπυλότητας της ροής, προστίθεται στον πολύ μικρότερο (αρνητικό) πλανητικό στροβιλισμό f υποβάθρου. Τελικά ο απόλυτος στροβιλισμός η είναι σε ένα *ridge* μεγαλύτερος (λιγότερο αρνητικός) από άλλες περιοχές.