



Τμήμα Φυσικής

Δυναμικής Ατμόσφαιρας

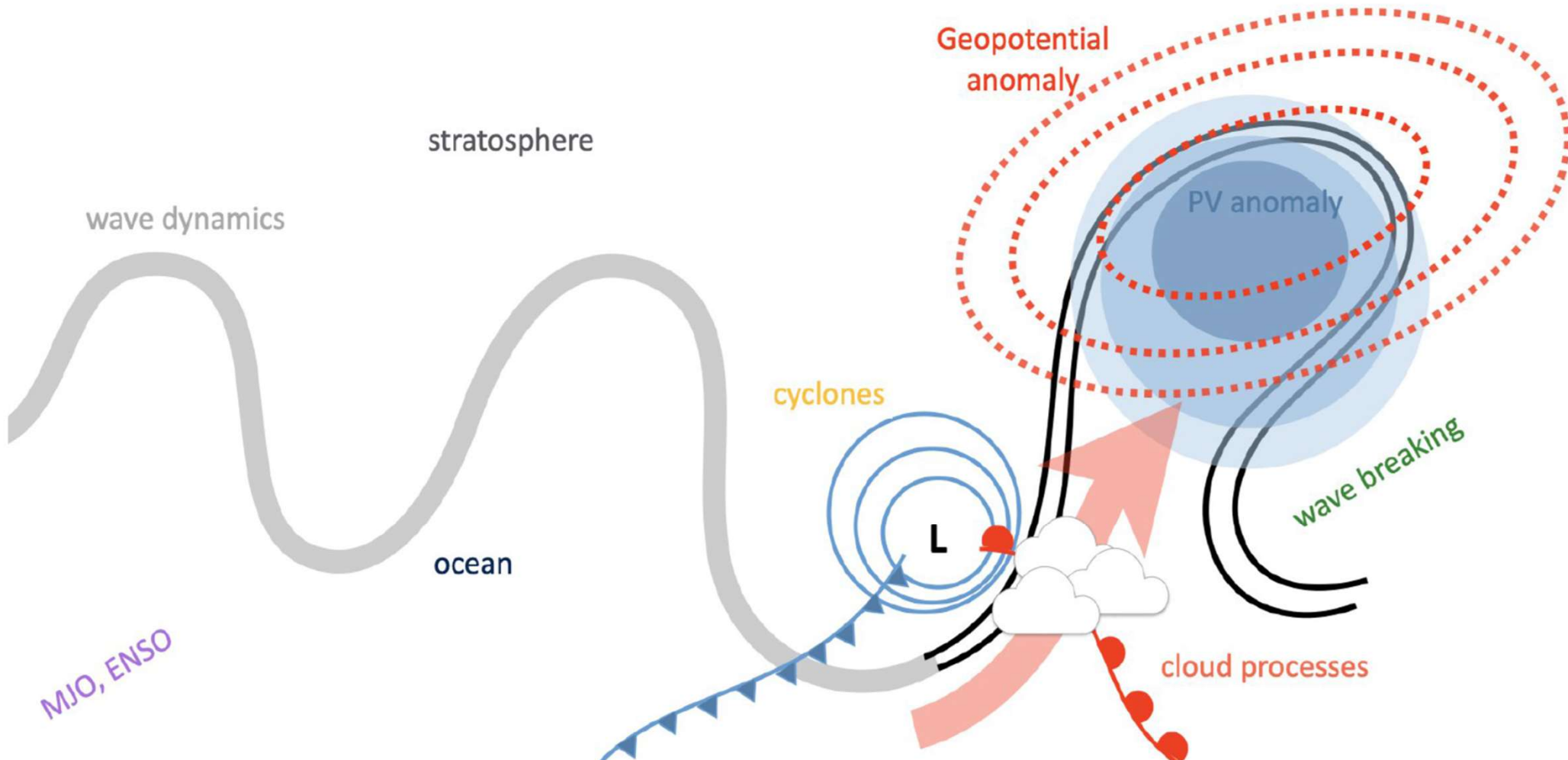
Ευάγγελος Τυρλής

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Τομέας Φυσικής Περιβάλλοντος & Μετεωρολογίας

Δυναμική Ατμόσφαιρας





Τμήμα Φυσικής

Δυναμική Ατμόσφαιρας

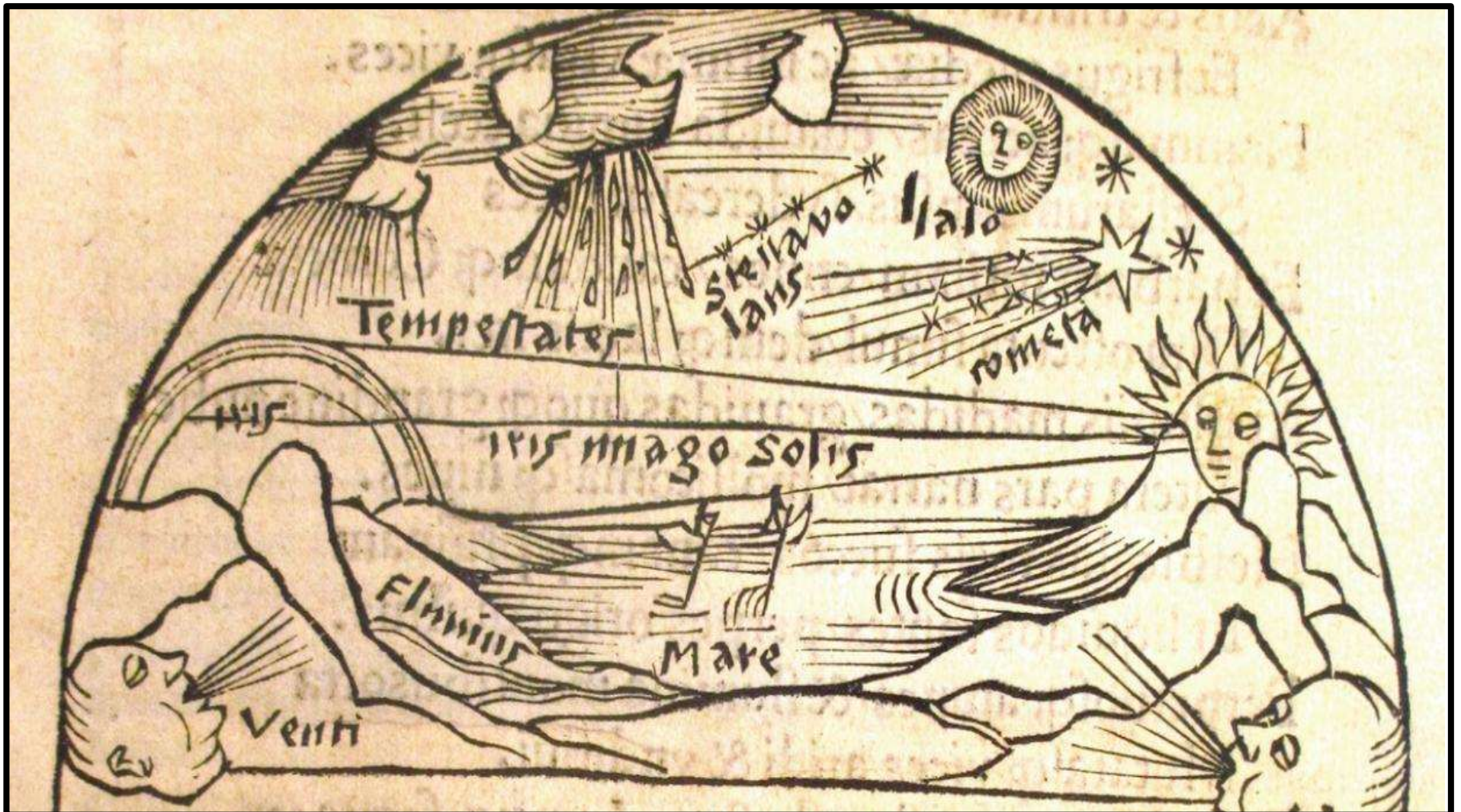
Ευάγγελος Τυρλής

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Τομέας Φυσικής Περιβάλλοντος & Μετεωρολογίας

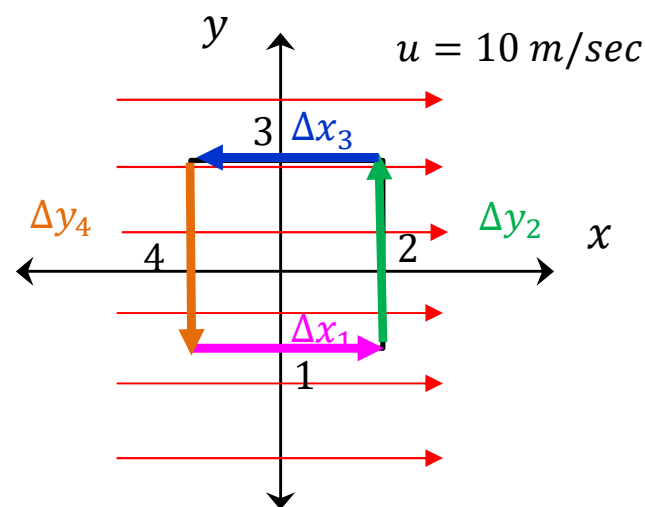
1. Ασκήσεις: Στροβιλισμός



Ασκήσεις

Εφαρμογή

Να υπολογιστεί η κυκλοφορία και ο στροβιλισμός για την παρακάτω ροή στο οριζόντιο επίπεδο.



$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\zeta \equiv \hat{k} \cdot \vec{\omega} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$d\vec{l} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}$$

$$\vec{V} \cdot d\vec{l} = u dx + v dy + w dz$$

$$C = \oint \vec{V} \cdot d\vec{l} = \int_1 \vec{V} \cdot d\vec{l} + \int_2 \vec{V} \cdot d\vec{l} + \int_3 \vec{V} \cdot d\vec{l} + \int_4 \vec{V} \cdot d\vec{l} = \int_1 u dx + \int_2 v dy + \int_3 u dx + \int_4 v dy$$

$$= u \Delta x_1 + u \Delta x_3 = u \Delta x_1 + u (-\Delta x_1) = 0$$

$$\langle \vec{\omega} \cdot \hat{n} \rangle \equiv \zeta = \frac{C}{A} = \frac{0}{\Delta x_1 \Delta y_2} = 0$$

Η κάθετη συνιστώσα του $\vec{\omega}$ στο επίπεδο Oxy είναι η κατακόρυφη συνιστώσα του στροβιλισμού ζ

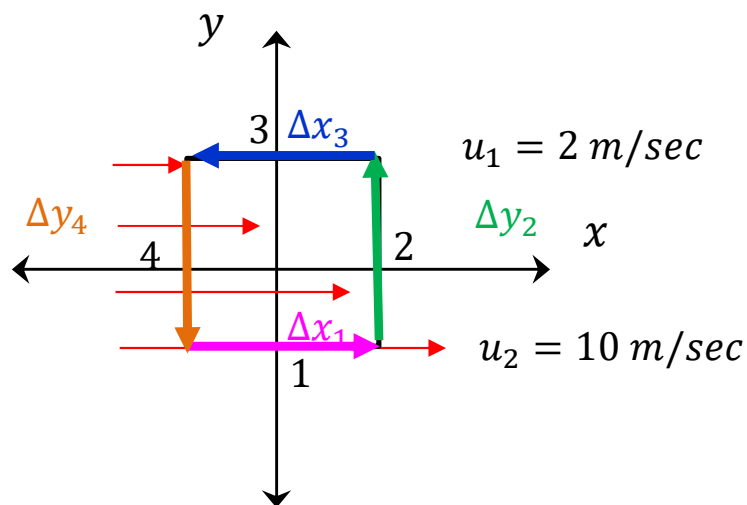
$$\zeta = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0 - 0 = 0$$

Καταλήγουμε στο ίδιο συμπέρασμα χρησιμοποιώντας κατευθείαν τη σχέση του στροβιλισμού.

Ασκήσεις

Εφαρμογή

Να υπολογιστεί η κυκλοφορία και ο στροβιλισμός για την παρακάτω ροή στο οριζόντιο επίπεδο. Η ζωνική συνιστώσα μειώνεται κατά 8 m/s για αύξηση του y κατά $\Delta y = 1 \text{ km}$.



$$\frac{\Delta u}{\Delta y} = \frac{u_1 - u_2}{\Delta y} = -8 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

$$\Delta y = \Delta y_2 = -\Delta y_4$$

Στη γενική περίπτωση λαμβάνουμε κλειστό βρόγχο με σχήμα ορθογωνίου.

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

$$d\vec{l} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}$$

$$\vec{V} \cdot d\vec{l} = u dx + v dy + w dz$$

$$C = \oint \vec{V} d\vec{l} = \int_1 \vec{V} d\vec{l} + \int_2 \vec{V} d\vec{l} + \int_3 \vec{V} d\vec{l} + \int_4 \vec{V} d\vec{l} = \int_1 u dx + \int_2 v dy + \int_3 u dx + \int_4 v dy$$

$$= u_2 \Delta x_1 + u_1 \Delta x_3 = u_2 \Delta x_1 + u_1 (-\Delta x_1) = \Delta x_1 (u_2 - u_1)$$

$$\langle \vec{\omega} \cdot \hat{n} \rangle \equiv \zeta = \frac{C}{A} = \frac{\Delta x_1 (u_2 - u_1)}{\Delta x_1 \Delta y_2} = \frac{(u_2 - u_1)}{\Delta y_2} = 8 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

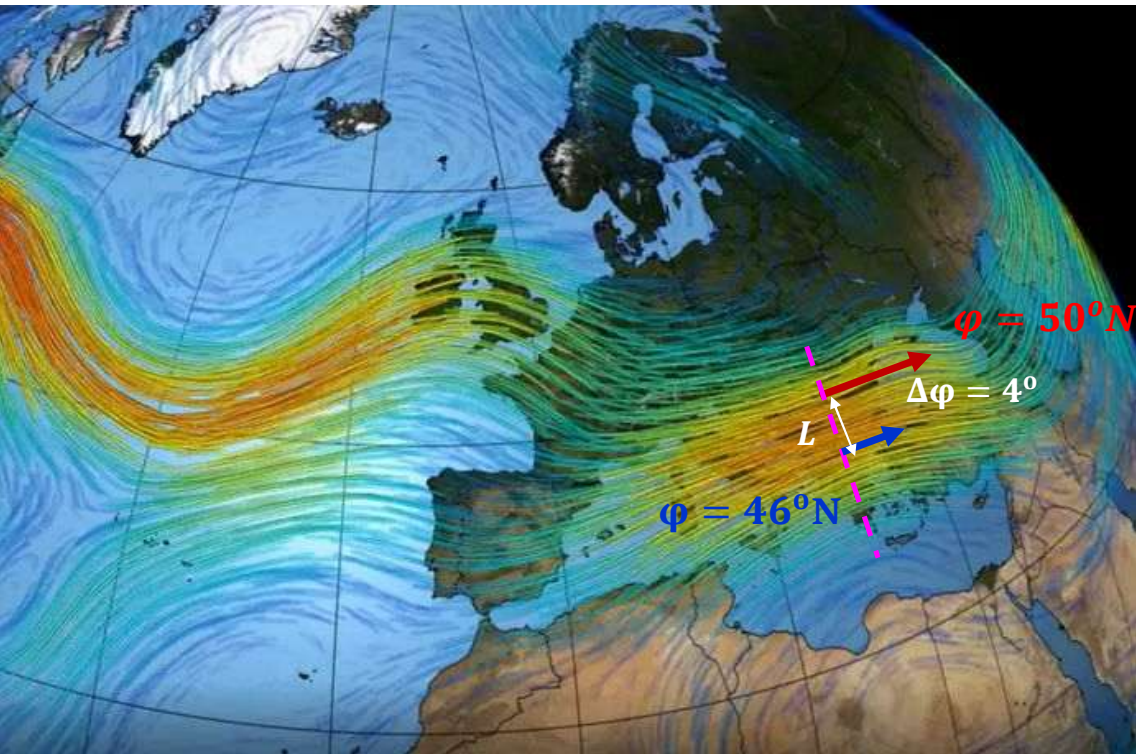
$$\zeta = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0 - \frac{\Delta u}{\Delta y} = 8 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

Περιστροφή αντίστροφα με την κίνηση των δεικτών του ρολογιού

Ασκήσεις

Εφαρμογή

Αεροχείμαρρος πάνω από τα Βαλκάνια παρουσιάζει ζωνική διευθέτηση. Σε γεωγραφικό πλάτος $\varphi = 46^\circ\text{N}$ ο άνεμος είναι δυτικός και πνέει με ταχύτητα $U_{46^\circ} = 50\text{ m/s}$ ενώ σε γεωγραφικό πλάτος $\varphi = 50^\circ\text{N}$, ο άνεμος είναι δυτικός με ταχύτητα $U_{50^\circ} = 100\text{ m/s}$. Να υπολογιστεί ο σχετικός στροβιλισμός ζ και ο απόλυτος στροβιλισμός η στη ζώνη $46 - 50^\circ\text{N}$. $\Omega = 0.729 \times 10^{-4}\text{ s}^{-1}$



$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{U} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$

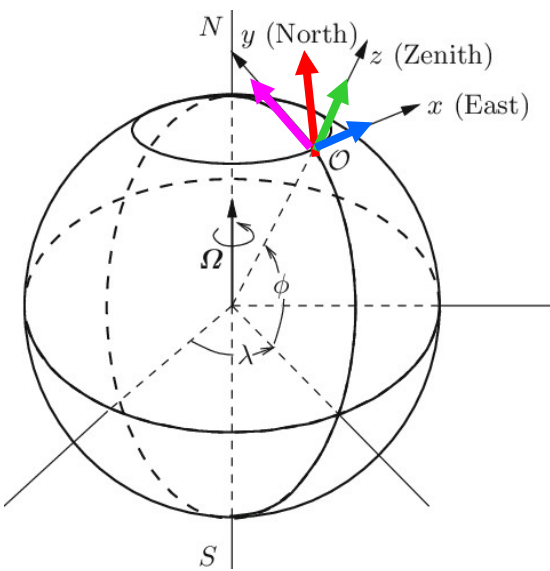
$$\vec{U} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{46^\circ} = 50\text{ m/s}$$

$$U_{50^\circ} = 100\text{ m/s}$$

$$\varphi_0 = 48^\circ\text{N}$$

$$1^\circ\text{lat} = 111\text{ km}$$



Σχετικός στροβιλισμός

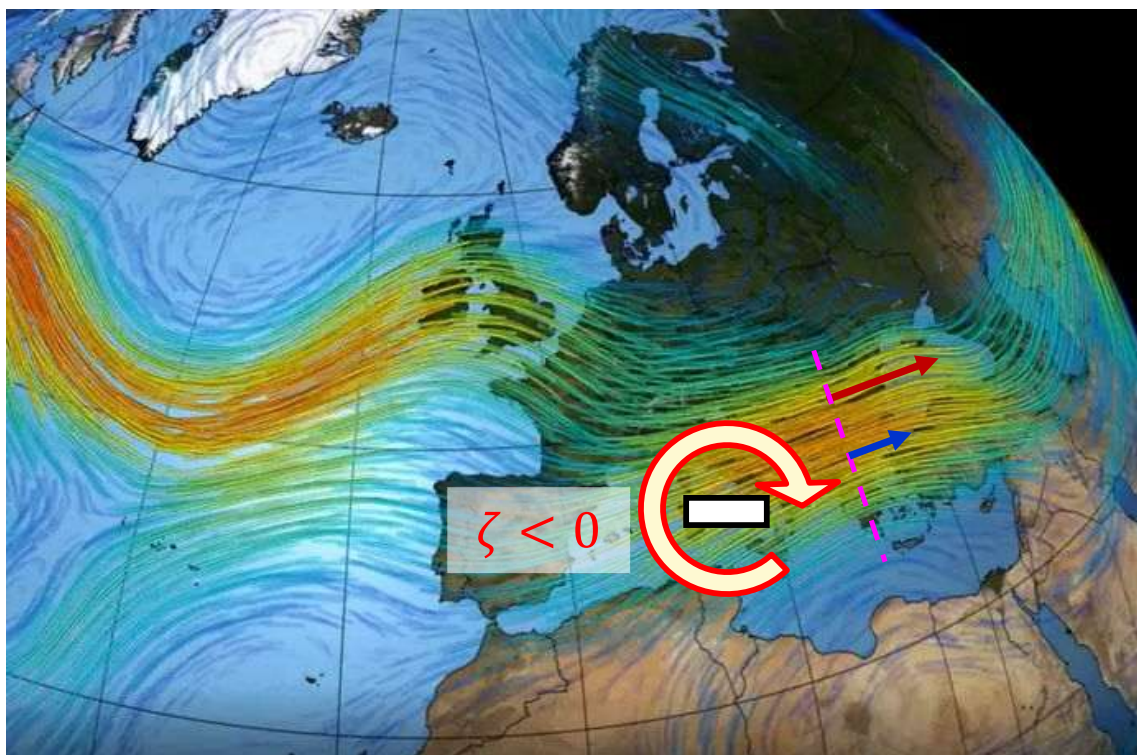
$$\zeta \equiv \hat{k} \cdot \vec{\omega} = \hat{k} \cdot \nabla \times \vec{U} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\Delta u}{\Delta y} = \frac{U_{50^\circ} - U_{46^\circ}}{L} = -\frac{50}{4 \times 111 \times 10^3} \text{ s}^{-1} = -1.14 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Απόλυτος στροβιλισμός

$$\eta = f + \zeta = 2\Omega \sin \varphi_0 + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 2 \times 0.729 \times 10^{-4} \times \sin(48^\circ) - 1.14 \times 10^{-4} = -0.6 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

Εφαρμογή

Αεροχείμαρρος πάνω από τα Βαλκάνια παρουσιάζει ζωνική διευθέτηση. Σε γεωγραφικό πλάτος $\varphi = 46^\circ\text{N}$ ο άνεμος είναι δυτικός και πνέει με ταχύτητα $U_{46^\circ} = 50 \text{ m/s}$ ενώ σε γεωγραφικό πλάτος $\varphi = 50^\circ\text{N}$, ο άνεμος είναι δυτικός με ταχύτητα $U_{50^\circ} = 100 \text{ m/s}$. Να υπολογιστεί ο σχετικός στροβιλισμός ζ και ο απόλυτος στροβιλισμός η στη ζώνη $46 - 50^\circ\text{N}$. $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$



$$f > 0$$

Πλανητικός στροβιλισμός

$$\zeta < 0$$

Σχετικός στροβιλισμός

$$\eta < 0$$

Απόλυτος στροβιλισμός

Ο αρνητικός σχετικός στροβιλισμός λόγω διάτμησης του ανέμου κατά την μεσημβρινή διεύθυνση προκαλεί μείωση του πλανητικού στροβιλισμού ώστε ο απόλυτος στροβιλισμός να γίνεται και αυτός αρνητικός

Σχετικός στροβιλισμός

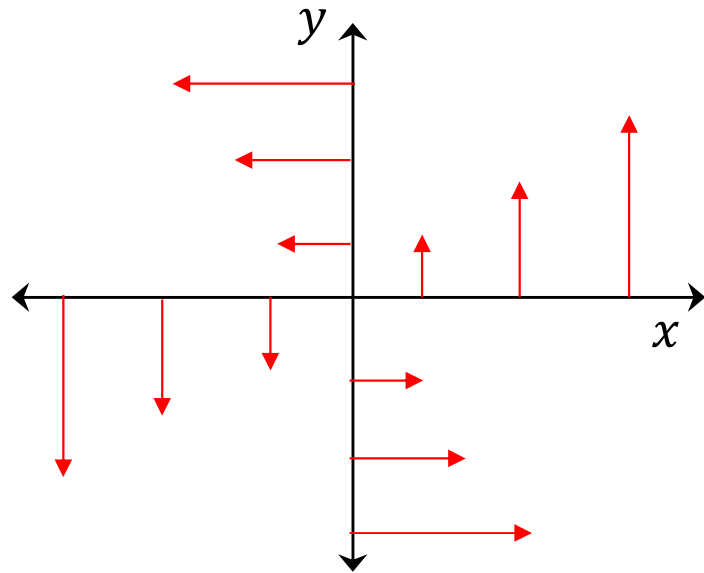
$$\zeta = -1.14 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Απόλυτος στροβιλισμός

$$\eta = f + \zeta = -0.6 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

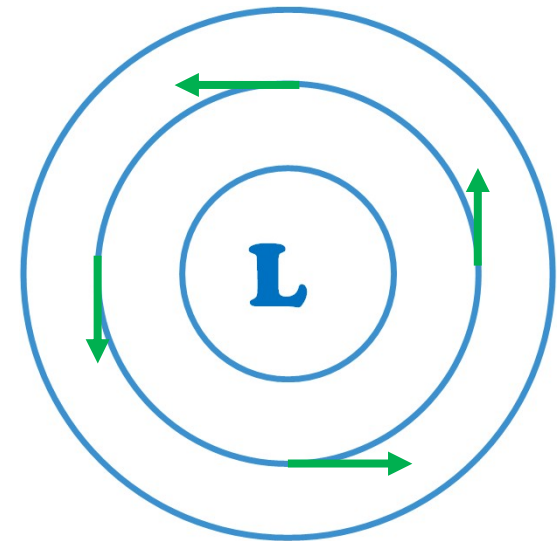
Εφαρμογή

Ροή σε οριζόντιο επίπεδο στην περιοχή ενός βαρομετρικού συστήματος περιγράφεται από την παρακάτω μαθηματική έκφραση. Να υπολογιστεί ο σχετικός στροβιλισμός. Είναι η ροή αστρόβιλη;



$$\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}y \\ \frac{1}{2}x \\ 0 \end{bmatrix}$$

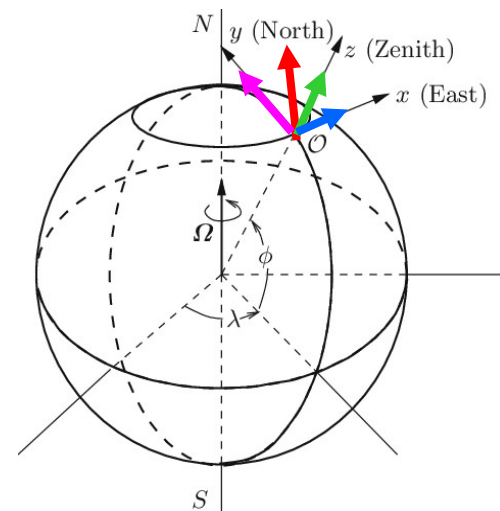
Θα μπορούσε να είναι η γεωστροφική ροή γύρω από κέντρο χαμηλών πιέσεων επάνω σε μια ισουψή επιφάνεια ή γύρω από χαμηλά ύψη σε μια ισοβαρική επιφάνεια.



$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$\zeta \equiv \hat{k} \cdot \vec{\omega} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2} \right) = 1 > 0$$

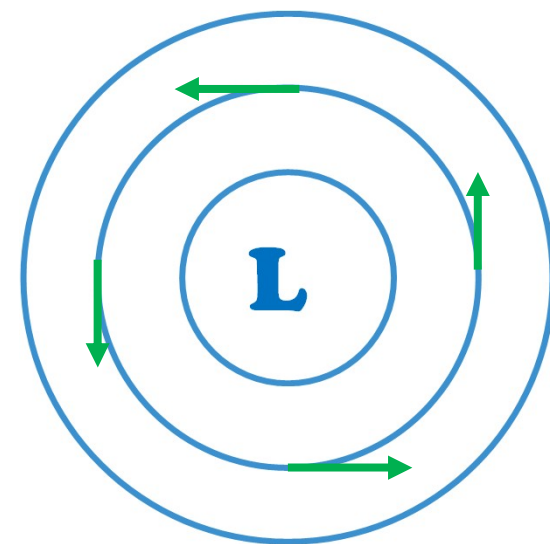
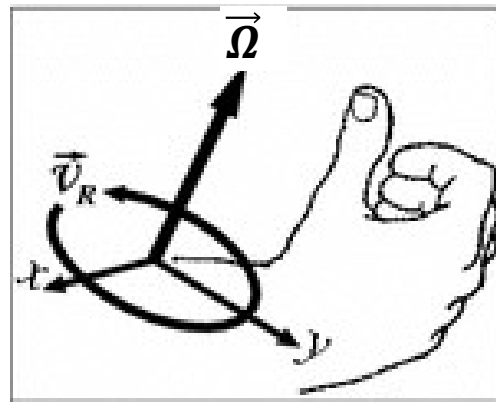
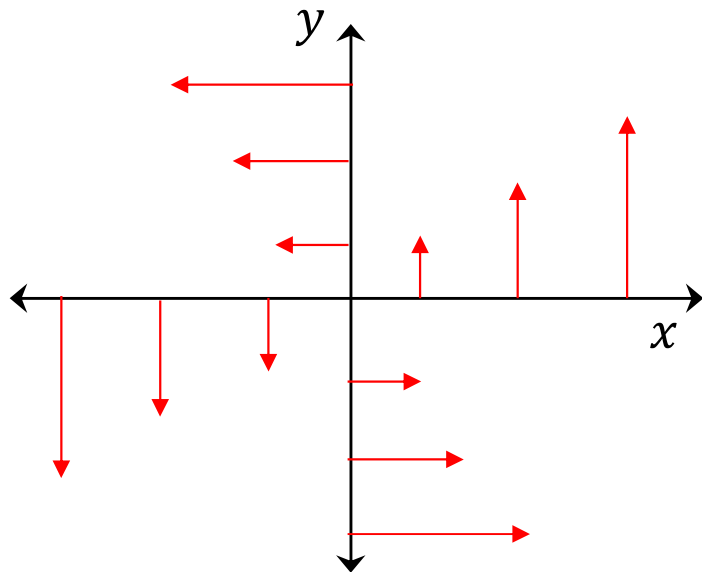
Το πεδίο ταχύτητας στην Ατμόσφαιρα στο επίπεδο Oxy προκαλεί περιστροφή γύρω από τον κατακόρυφο άξονα Oz.



Η ροή δεν είναι αστρόβιλη. Ο στροβιλισμός έχει μόνο κατακόρυφη συνιστώσα, την ζ η οποία είναι θετική (κατεύθυνση +z) επειδή η περιστροφή συμβαίνει αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

Εφαρμογή

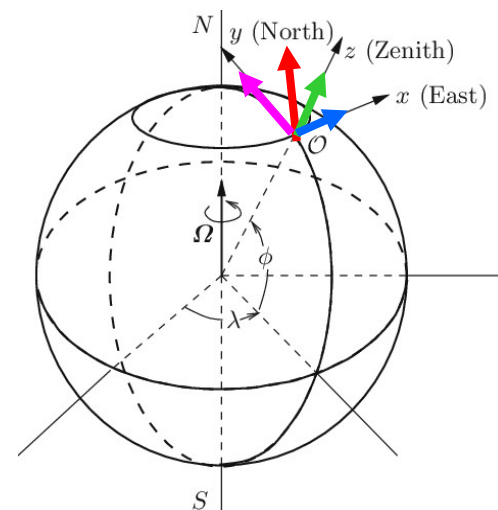
Ροή σε οριζόντιο επίπεδο στην περιοχή ενός βαρομετρικού συστήματος περιγράφεται από την παρακάτω μαθηματική έκφραση. Να υπολογιστεί ο σχετικός στροβιλισμός. Είναι η ροή αστρόβιλη;



$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$\zeta \equiv \hat{k} \cdot \vec{\omega} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2} \right) = 1 > 0$$

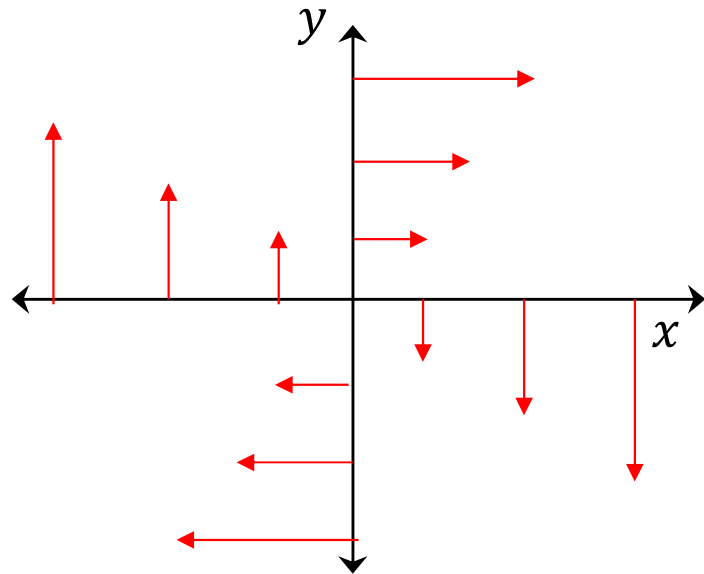
Το πεδίο ταχύτητας στην Ατμόσφαιρα στο επίπεδο Οxy προκαλεί περιστροφή γύρω από τον κατακόρυφο άξονα Oz.



Η ροή δεν είναι αστρόβιλη. Ο στροβιλισμός έχει μόνο κατακόρυφη συνιστώσα, την ζ η οποία είναι θετική (κατεύθυνση +z) επειδή η περιστροφή συμβαίνει αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

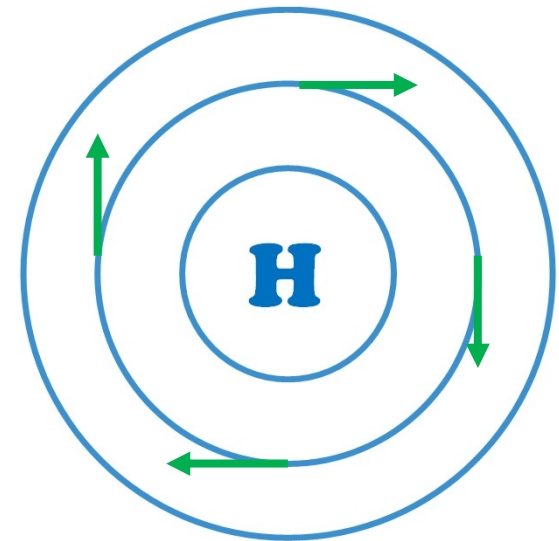
Εφαρμογή

Ροή σε οριζόντιο επίπεδο στην περιοχή ενός βαρομετρικού συστήματος περιγράφεται από την παρακάτω μαθηματική έκφραση. Να υπολογιστεί ο σχετικός στροβιλισμός. Είναι η ροή αστρόβιλη;



$$\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}y \\ -\frac{1}{2}x \\ 0 \end{bmatrix}$$

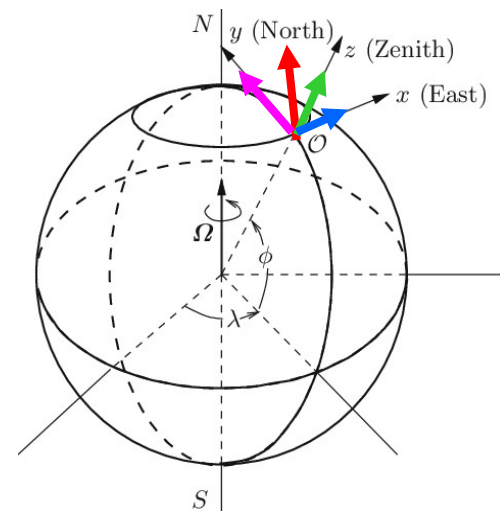
Θα μπορούσε να είναι η γεωστροφική ροή γύρω από κέντρο υψηλών πιέσεων επάνω σε μια ισοψή επιφάνεια ή γύρω από μεγάλα ύψη σε μια ισοβαρική επιφάνεια.



$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$\zeta \equiv \hat{k} \cdot \vec{\omega} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2} \right) = -1 < 0$$

Το πεδίο ταχύτητας στην Ατμόσφαιρα στο επίπεδο Oxy προκαλεί περιστροφή γύρω από τον κατακόρυφο άξονα Oz.



Η ροή δεν είναι αστρόβιλη. Ο στροβιλισμός έχει μόνο κατακόρυφη συνιστώσα, την ζ η οποία είναι αρνητική (κατεύθυνση $-z$) επειδή η περιστροφή συμβαίνει σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

Ασκήσεις

Εφαρμογή

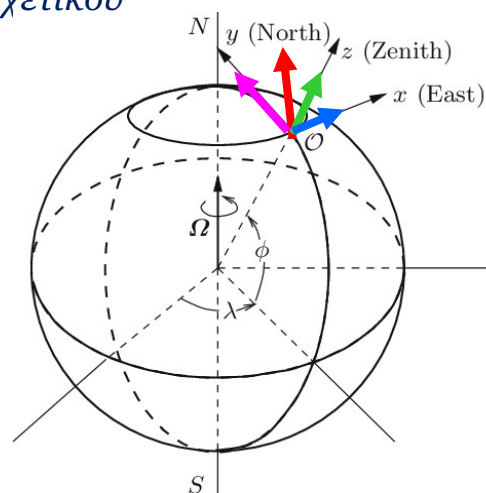
Ροή σε οριζόντιο επίπεδο περιγράφεται από την παρακάτω μαθηματική έκφραση. Να υπολογιστεί ο σχετικός στροβιλισμός. Είναι η ροή αστρόβιλη;

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 - y^2 \\ -2xy \\ 0 \end{bmatrix}$$

Προσοχή: Για 2D ατμοσφαιρική ροή στο οριζόντιο επίπεδο Oxy, οι δυο οριζόντιες συνιστώσες ω_x & ω_y του σχετικού στροβιλισμού $\vec{\omega}$ είναι μηδέν.

Οι συνιστώσες u & v δεν είναι συνάρτηση της κατακόρυφης συντεταγμένης z . $u, v \neq f(z)$

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = \underbrace{\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)}_{w=0} \hat{i} + \underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)}_{w=0} \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \equiv \zeta \end{bmatrix}$$

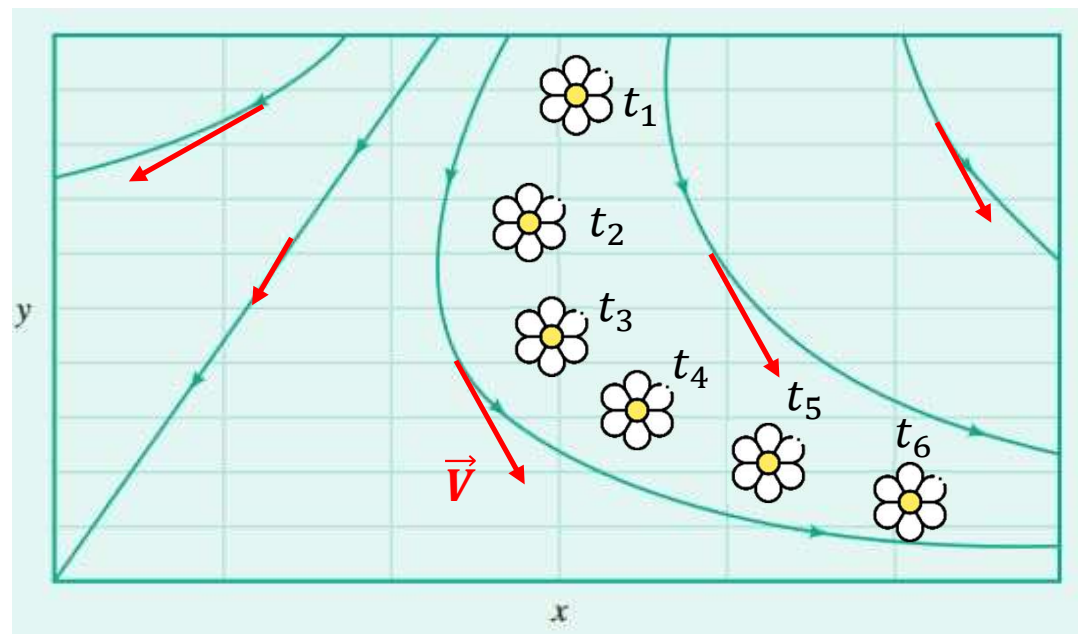


$$\zeta \equiv \hat{k} \cdot \vec{\omega} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -2y - (-2y) = 0$$

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Η ταχύτητα εφάπτεται στις γραμμές ροής (stream lines).

Η ροή είναι αστρόβιλη. Η “προπέλα” δεν θα περιστρέφεται σε κανένα σημείο της ροής.



Ασκήσεις

Εφαρμογή

Ροή στην Ατμόσφαιρα περιγράφεται από την παρακάτω μαθηματική έκφραση. Να υπολογιστεί ο σχετικός στροβιλισμός. Είναι η ροή αστρόβιλη; Αν όχι πώς περιστρέφονται οι αέριες μάζες γύρω από κάθε άξονα;

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 + y^2 + z^2 \\ xy + yz + z^2 \\ -3xz - \frac{1}{2}z^2 + 4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{\omega} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$

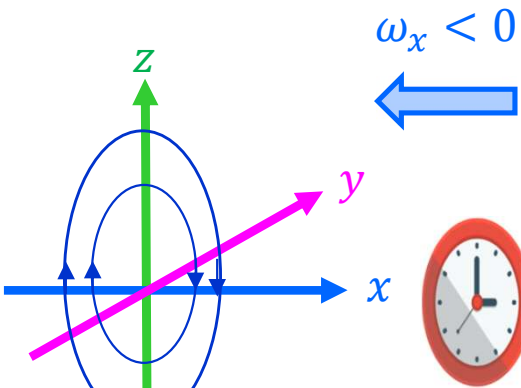
Η ροή είναι 3D καθώς η ταχύτητα έχει συνιστώσες και στις 3 διευθύνσεις.

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} 0 - (y + 2z) \\ 2z - (-3z) \\ 2x - (2y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y - 2z \\ 5z \\ 2x - 2y \end{bmatrix}$$

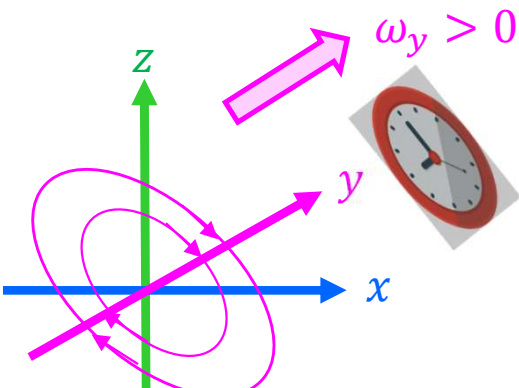
Η ροή δεν είναι αστρόβιλη.

Μια συνιστώσα του $\vec{\omega}$ κατά μήκος ενός άξονα είναι **θετική** αν η ροή σε επίπεδο κάθετο στον άξονα προκαλεί **περιστροφή αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού**. Το ρολόι θα πρέπει να είναι στραμμένο με τους δείκτες προς την θετική ημιευθεία του αντίστοιχου άξονα.

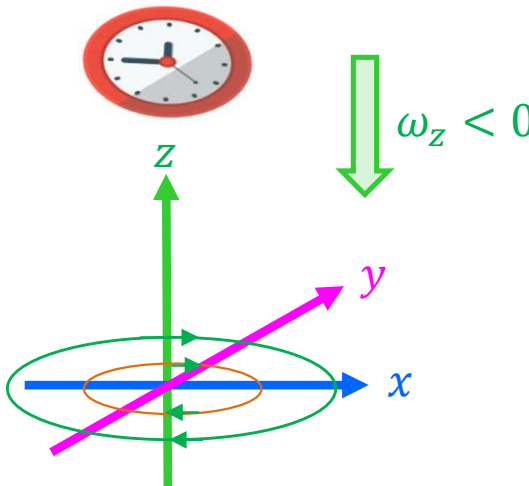
Στο σημείο A(0, 2, 2) $\vec{\omega} = [-6 \quad 10 \quad -4]$



Περιστροφή στο επίπεδο Oyz σύμφωνα με τη φορά των δεικτών.



Περιστροφή στο επίπεδο Oxz αντίθετα με τη φορά των δεικτών.



Περιστροφή στο επίπεδο Oxy σύμφωνα με τη φορά των δεικτών.

Ασκήσεις

Εφαρμογή

Ροή στην Ατμόσφαιρα περιγράφεται από την παρακάτω μαθηματική έκφραση. Να υπολογιστεί ο σχετικός στροβιλισμός. Είναι η ροή αστρόβιλη; Αν όχι πώς περιστρέφονται οι αέριες μάζες γύρω από κάθε άξονα;

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 + y^2 + z^2 \\ xy + yz + z^2 \\ -3xz - \frac{1}{2}z^2 + 4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{\omega} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$

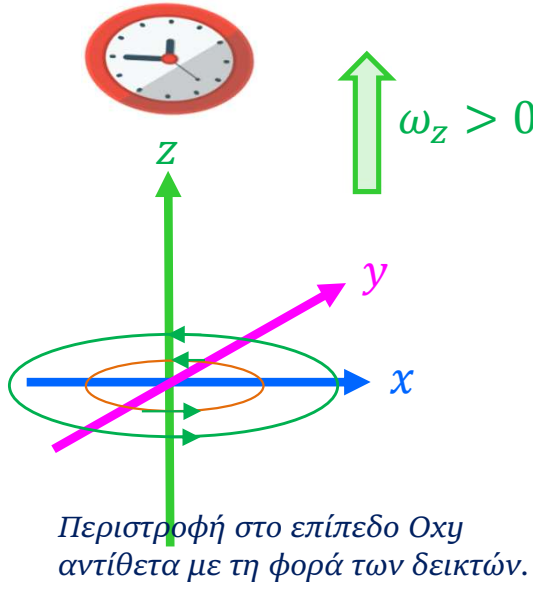
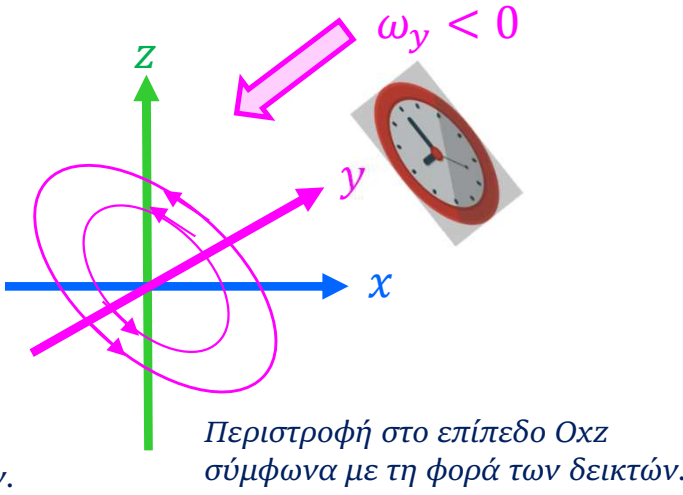
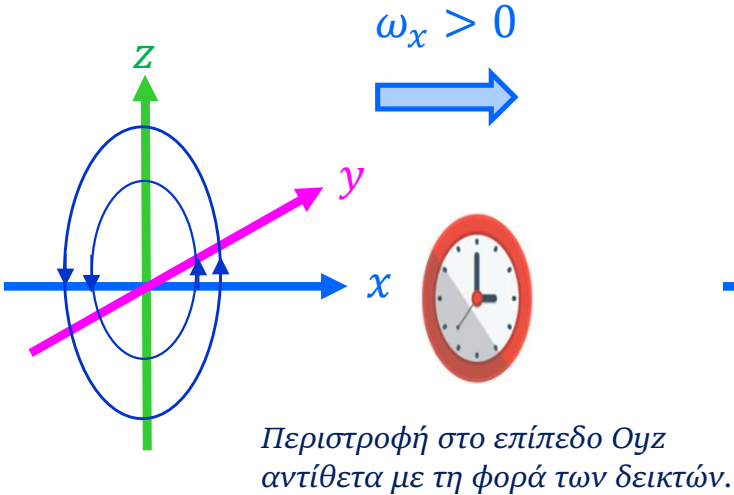
Η ροή είναι 3D καθώς η ταχύτητα έχει συνιστώσες και στις 3 διευθύνσεις.

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} 0 - (y + 2z) \\ 2z - (-3z) \\ 2x - (2y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y - 2z \\ 5z \\ 2x - 2y \end{bmatrix}$$

Η ροή δεν είναι αστρόβιλη.

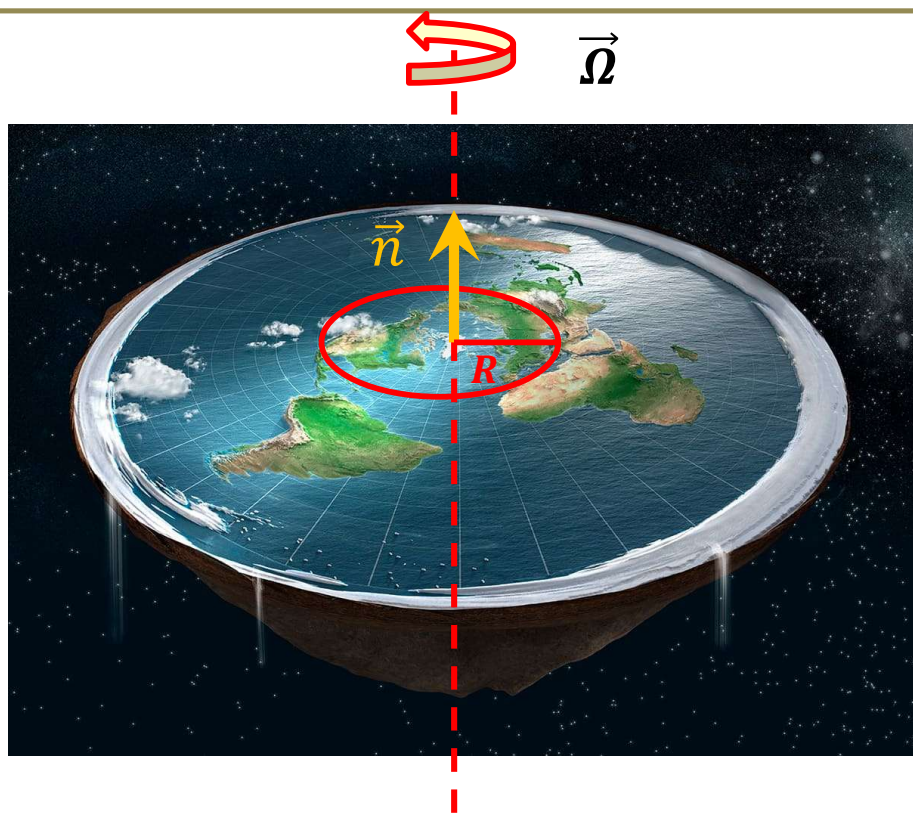
Μια συνιστώσα του $\vec{\omega}$ κατά μήκος ενός άξονα είναι **θετική** αν η ροή σε επίπεδο κάθετο στον άξονα προκαλεί **περιστροφή αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού**. Το ρολόι θα πρέπει να είναι στραμμένο με τους δείκτες προς την θετική ημιευθεία του αντίστοιχου άξονα.

Στο σημείο B(1, 0, -2) $\vec{\omega} = [4 \quad -10 \quad 2]$



Εφαρμογή

Κάποιοι πιστεύουν ότι η Γη είναι επίπεδη. Αν πραγματικά ήταν επίπεδη και περιστρέφονταν με γωνιακή ταχύτητα $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ να βρεθεί η τιμή του πλανητικού στροβιλισμού.



$$C = \oint |\vec{U}| \cos \alpha \, dr = \Omega R \oint dr = \Omega R (2\pi R) = 2\pi\Omega R^2$$

$$A = \pi R^2$$

$$|\overrightarrow{\pi\sigma}| = \frac{C}{A} = \frac{2\pi\Omega R^2}{\pi R^2} = 2\Omega$$

Τα σημεία της επιφάνειας του πλανήτη (και οι αέριες μάζες στην ατμόσφαιρα) διαγράφουν κυκλικές τροχιές ακτίνας R .

Ο πλανητικός στροβιλισμός είναι διάνυσμα και το μέτρο του είναι η **κυκλοφορία** εξαιτίας της πλανητικής περιστροφής διαιρεμένη με την **επιφάνεια ενός κύκλου**.

Εφαρμογή

Εάν ο σχετικός στροβιλισμός είναι $\zeta = 5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ να βρεθεί η τιμή του απόλυτου στροβιλισμού στα παρακάτω γεωγραφικά πλάτη. Δίδεται $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

$$\eta = 2\Omega \sin\varphi + \zeta$$

$$\varphi = 90^\circ \text{N}$$

$$\varphi = 60^\circ \text{N}$$

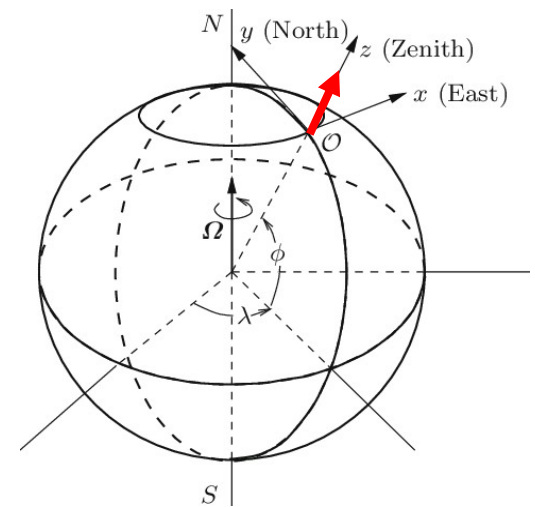
$$\varphi = 30^\circ \text{N}$$

$$\varphi = 0^\circ$$

$$\varphi = 30^\circ \text{S}$$

$$\varphi = 60^\circ \text{S}$$

$$\varphi = 90^\circ \text{S}$$



Ασκήσεις

Εφαρμογή

Εάν ο σχετικός στροβιλισμός είναι $\zeta = 5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ να βρεθεί η τιμή του απόλυτου στροβιλισμού στα παρακάτω γεωγραφικά πλάτη. Δίδεται $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

$$\eta = 2\Omega \sin\varphi + \zeta$$

$$\varphi = 90^\circ \text{N} \quad \eta = 14.58 \times 10^{-5} + 5 \times 10^{-5} = 19.58 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\varphi = 60^\circ \text{N} \quad \eta = 12.62 \times 10^{-5} + 5 \times 10^{-5} = 17.62 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

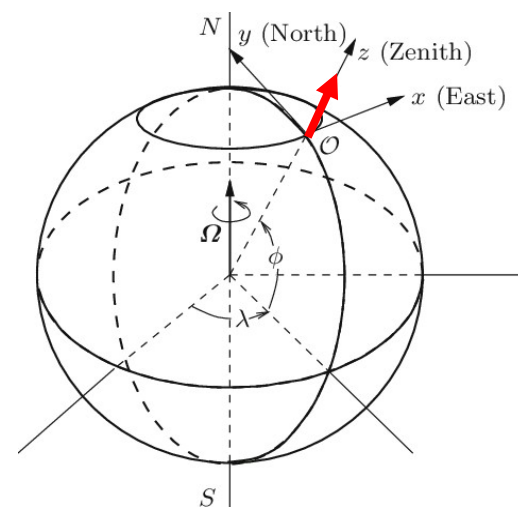
$$\varphi = 30^\circ \text{N} \quad \eta = 7.29 \times 10^{-5} + 5 \times 10^{-5} = 12.29 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\varphi = 0^\circ \quad \eta = 0 + 5 \times 10^{-5} = 5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\varphi = 30^\circ \text{S} \quad \eta = -7.29 \times 10^{-5} + 5 \times 10^{-5} = 2.29 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\varphi = 60^\circ \text{S} \quad \eta = -12.62 \times 10^{-5} + 5 \times 10^{-5} = -7.62 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

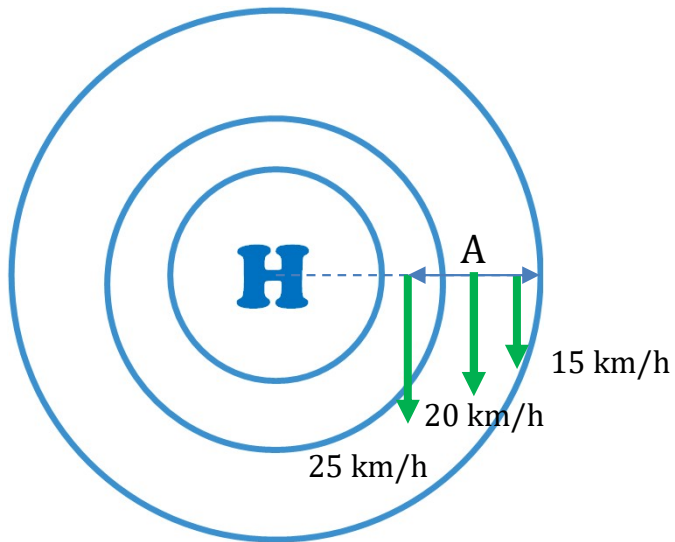
$$\varphi = 90^\circ \text{S} \quad \eta = -14.58 \times 10^{-5} + 5 \times 10^{-5} = -9.58 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$



Ασκήσεις

Εφαρμογή

Να βρεθεί ο σχετικός και απόλυτος στροβιλισμός στη θέση A (γ.π. $\varphi = 45^\circ \text{N}$). Να θεωρηθεί γεωστροφικός άνεμος. $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$



$$\eta = 2\Omega \sin \varphi + \zeta$$

$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

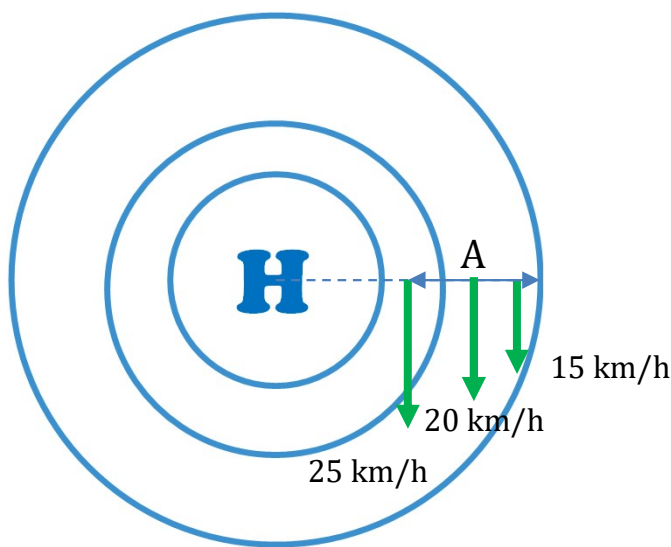
Το σημείο A βρίσκεται σε απόσταση από το κέντρο καμπυλότητας $R=500 \text{ km}$.

Ο άνεμος είναι εφαπτομενικός στις ισοβαρείς και η ταχύτητά του μειώνεται κατά 10 km/h σε ακτινική απόσταση 100 km .

Ασκήσεις

Εφαρμογή

Να βρεθεί ο σχετικός και απόλυτος στροβιλισμός στη θέση Α (γ.π. $\varphi = 45^\circ \text{N}$). Να θεωρηθεί γεωστροφικός άνεμος. $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$



Το σημείο Α βρίσκεται σε απόσταση από το κέντρο καμπυλότητας $R=500 \text{ km}$.

Ο άνεμος είναι εφαπτομενικός στις ισοβαρείς και η ταχύτητά του μειώνεται κατά 10 km/h σε ακτινική απόσταση 100 km .

$$\eta = 2\Omega \sin \varphi + \zeta$$

$$\zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

$$\frac{\partial v}{\partial n} = \frac{-10 \text{ km/h}}{100 \text{ km}} = -2.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{v}{R} = \frac{20 \text{ km/h}}{-500 \text{ km}} = -1.1 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

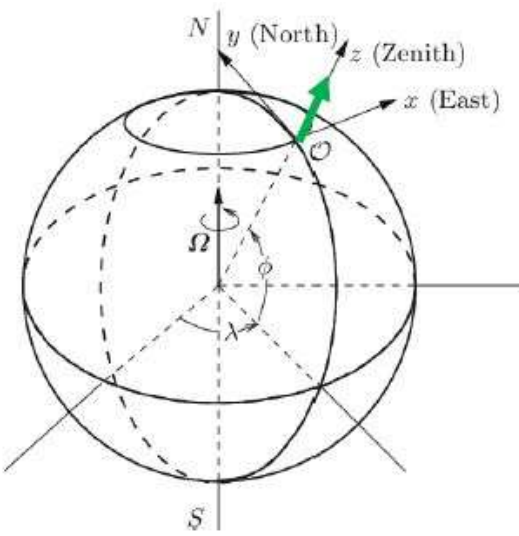
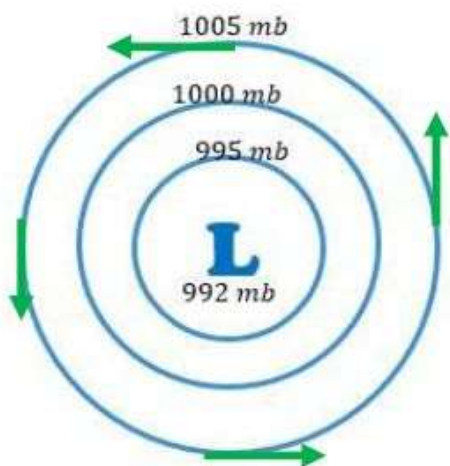
$$\zeta = -1.1 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} + 2.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} = 1.7 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\eta = 10 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} + 1.7 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} = 11.7 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

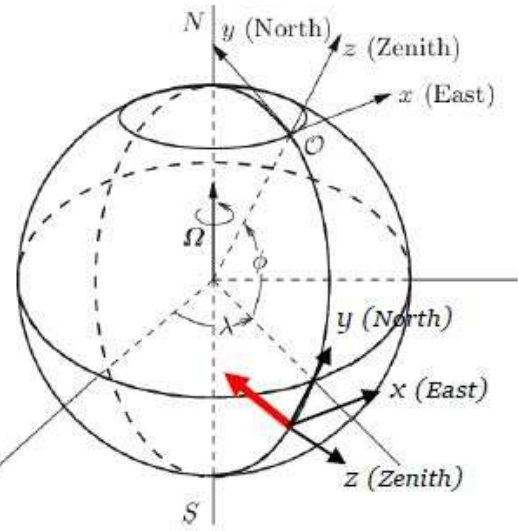
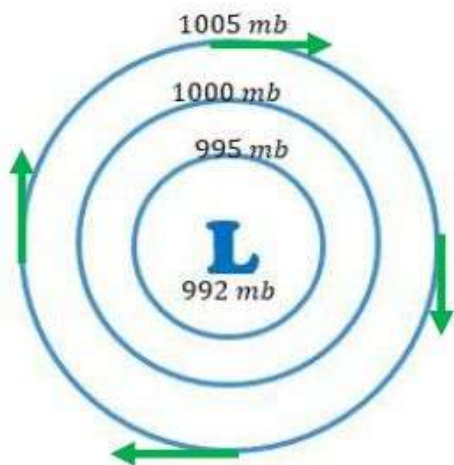
Εφαρμογή

Δίδεται πεδίο χαμηλών πιέσεων με κέντρο 992 mb το οποίο βρίσκεται σε γ. π. $\varphi_N = 45^\circ \text{ N}$. Το πεδίο προκαλεί ατμοσφαιρική ροή, η οποία χαρακτηρίζεται από σχετικό στροβιλισμό $\zeta = 0.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Να υπολογιστεί ο απόλυτος στροβιλισμός στην περιοχή αυτή του Β. Ημισφαιρίου. Να υπολογιστεί ο σχετικός και απόλυτος στροβιλισμός για ατμοσφαιρική ροή γύρω από την ίδια ακριβώς κατανομή πιέσεως αν αυτή μεταφερθεί αυτούσια στο Ν. Ημισφαίριο σε γ. π. $\varphi_S = 45^\circ \text{ S}$. Δίδεται $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

Βόρειο Ημισφαίριο



Νότιο Ημισφαίριο



Εφαρμογή

Δίδεται πεδίο χαμηλών πιέσεων με κέντρο 992 mb το οποίο βρίσκεται σε γ. π. $\varphi_N = 45^\circ \text{ N}$. Το πεδίο προκαλεί ατμοσφαιρική ροή, η οποία χαρακτηρίζεται από σχετικό στροβιλισμό $\zeta = 0.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Να υπολογιστεί ο απόλυτος στροβιλισμός στην περιοχή αυτή του Β. Ημισφαιρίου. Να υπολογιστεί ο σχετικός και απόλυτος στροβιλισμός για ατμοσφαιρική ροή γύρω από την ίδια ακριβώς κατανομή πιέσεως αν αυτή μεταφερθεί αυτούσια στο Ν. Ημισφαίριο σε γ. π. $\varphi_S = 45^\circ \text{ S}$. Δίδεται $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

Βόρειο Ημισφαίριο

$$f_N = 2\Omega \sin(+45) = 1.03 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_N = +0.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\eta_N = f_N + \zeta_N = 1.53 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Ο πλανητικός στροβιλισμός και ο σχετικός στροβιλισμός είναι θετικοί. Προκύπτουν από περιστροφή γύρω από τον τοπικό κατακόρυφο άξονα αντίθετα με τη φορά του ρολογιού.

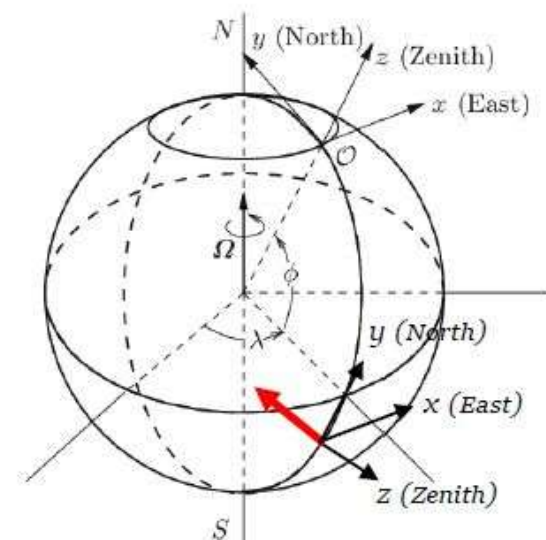
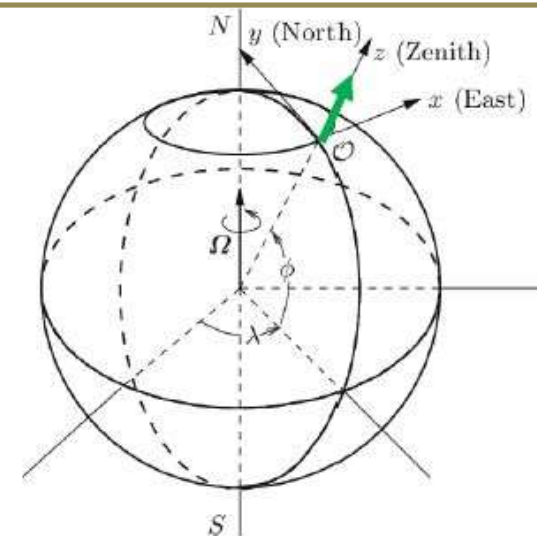
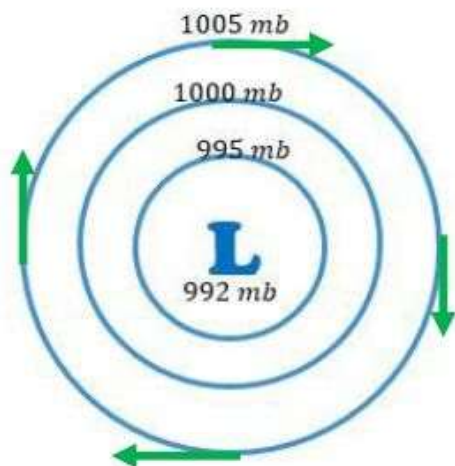
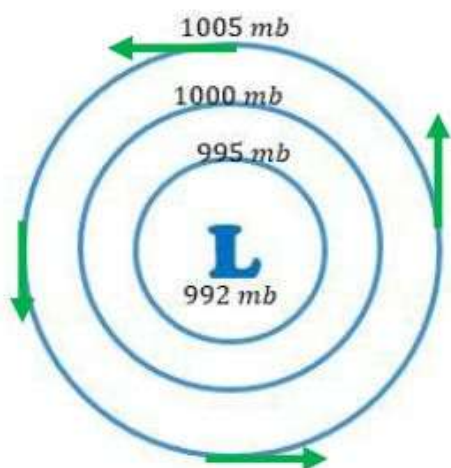
Νότιο Ημισφαίριο

$$f_S = 2\Omega \sin(-45) = -1.03 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_S = -0.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\eta_S = f_S + \zeta_S = -1.53 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

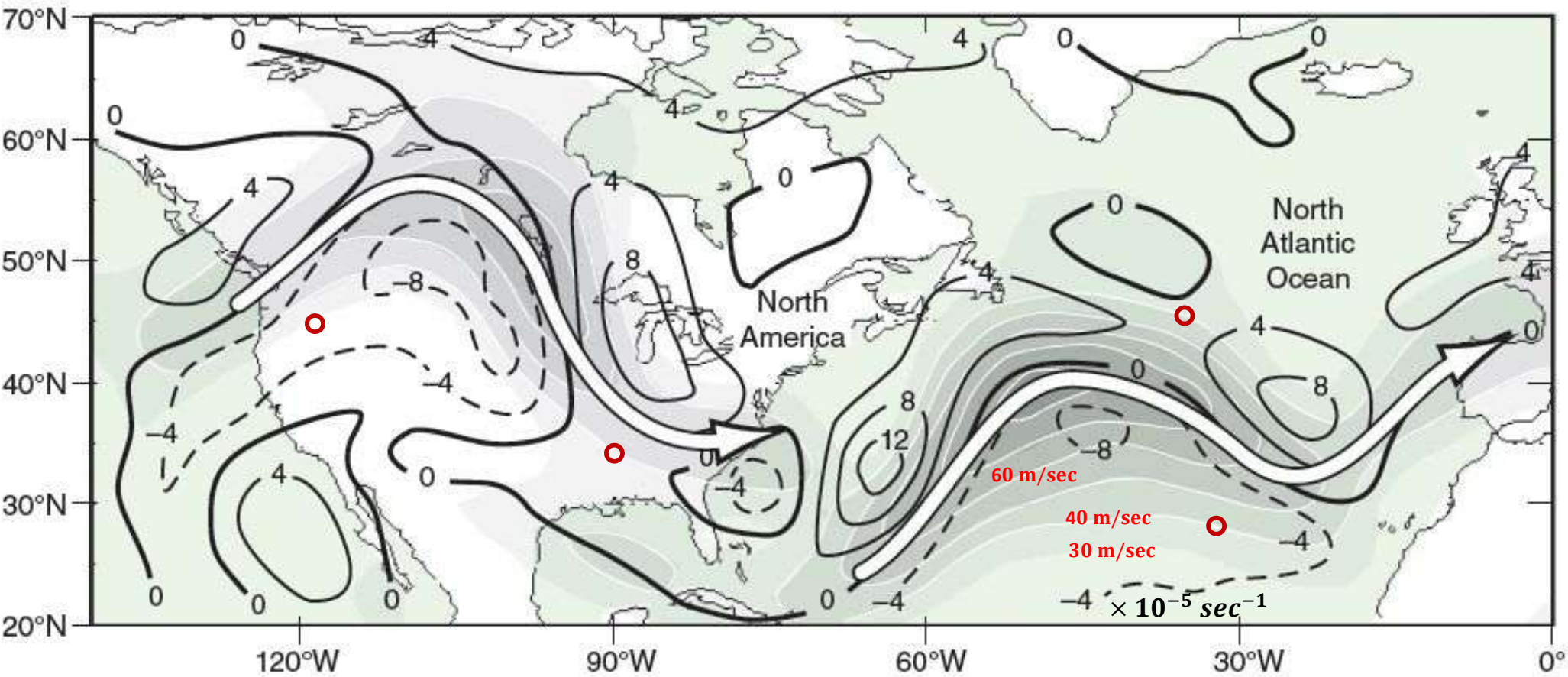
Ο πλανητικός στροβιλισμός και ο σχετικός στροβιλισμός είναι αρνητικοί. Προκύπτουν από περιστροφή γύρω από τον τοπικό κατακόρυφο άξονα σύμφωνα με τη φορά του ρολογιού.



Ασκήσεις

Εφαρμογή

Αν δίνεται η παρακάτω διάταξη του πολικού αεροχείμαρρου στο Βόρειο Ημισφαίριο να υπολογιστούν ο σχετικός και απόλυτος στροβιλισμός στα παρακάτω σημεία. Δίδεται $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$



$$\eta = 2\Omega \sin \varphi + \zeta \qquad \zeta = \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n}$$

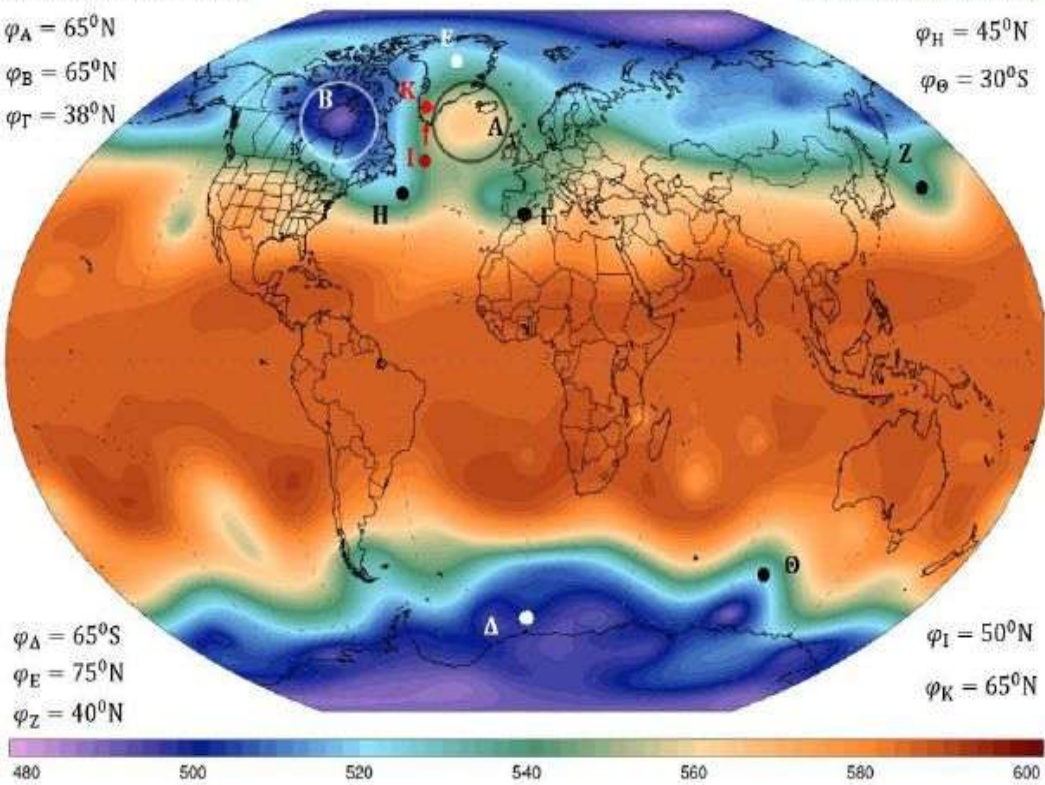
Οι ισοπληθείς δίδουν τον σχετικό στροβιλισμό σε 10^{-5} sec^{-1}

Εφαρμογή

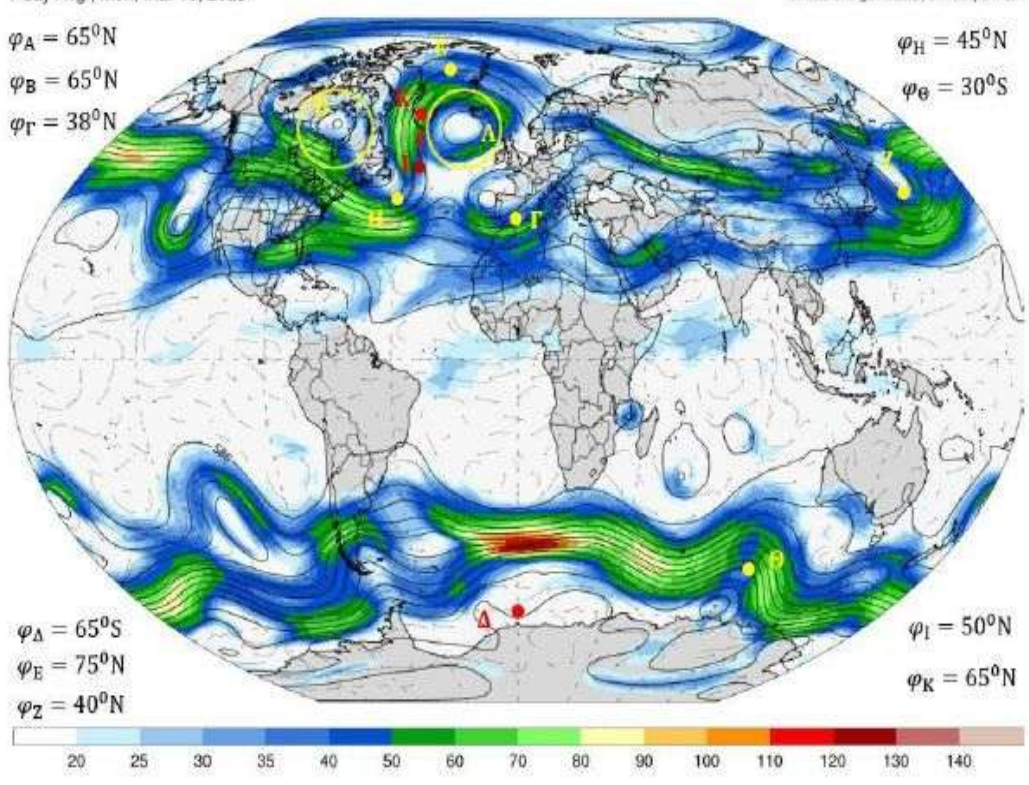
Δίδεται η μέση ημερήσια τιμή του γεωδυναμικού ύψους (Σχήμα 1) και ανέμου (Σχήμα 2) στην ισοβαρική επιφάνεια των 500 hPa (Σχήμα 1) στις 10 Μαρτίου 2025. Έχουν επισημανθεί τα σημεία Α έως Κ των οποίων τα γεωγραφικά πλάτη δίδονται στο χάρτη. Να αποφανθείτε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος:

- i) Ο απόλυτος στροβιλισμός στην περιοχή Α είναι μεγαλύτερος από αυτόν στην περιοχή Β. Να σημειωθεί ότι οι δυο περιοχές βρίσκονται στο ίδιο γεωγραφικό πλάτος.
- ii) Η τιμή του πλανητικού στροβιλισμού στο σημείο Γ είναι μικρότερη από αυτή στο σημείο Δ.
- iii) Δεδομένου της θέσης και μορφολογίας του πολικού αεροχειμάρρου, ο σχετικός στροβιλισμός λόγω καμπυλότητας της ροής στην περιοχή Ε είναι θετικός ενώ στην θέση Ζ είναι αρνητικός.
- iv) Ο σχετικός στροβιλισμός είναι θετικός στα σημεία Η & Θ.
- v) Ο απόλυτος στροβιλισμός είναι θετικός στο σημείο Η και αρνητικός στο σημείο Θ.

GFS 500hPa Geopotential Height (dam)
1-day Avg | Mon, Mar 10, 2025



GFS 500hPa Jetstream (kt) & Height (dam)
1-day Avg | Mon, Mar 10, 2025



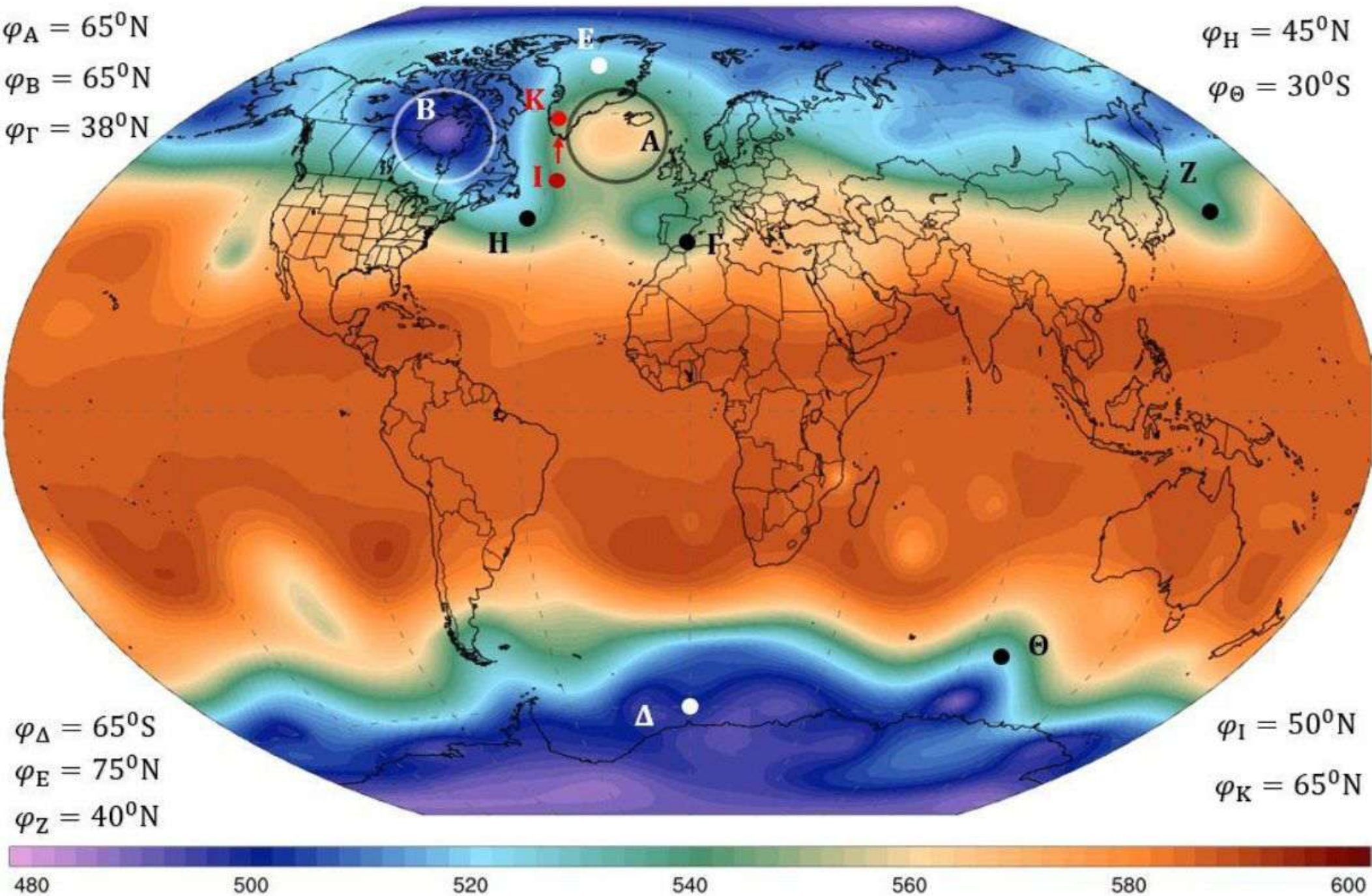
Ασκήσεις

GFS 500hPa Geopotential Height (dam)
1-day Avg | Mon, Mar 10, 2025

ClimateReanalyzer.org
Climate Change Institute | University of Mainz

$\varphi_A = 65^\circ\text{N}$
 $\varphi_B = 65^\circ\text{N}$
 $\varphi_\Gamma = 38^\circ\text{N}$

$\varphi_H = 45^\circ\text{N}$
 $\varphi_\Theta = 30^\circ\text{S}$



Ασκήσεις

GFS 500hPa Jetstream (kt) & Height (dam)

1-day Avg | Mon, Mar 10, 2025

ClimateReanalyzer.org

Climate Change Institute | University of Mainz

$$\varphi_A = 65^{\circ}\text{N}$$

$$\varphi_B = 65^{\circ}\text{N}$$

$$\varphi_{\Gamma} = 38^{\circ}\text{N}$$

$$\varphi_H = 45^{\circ}\text{N}$$

$$\varphi_{\Theta} = 30^{\circ}\text{S}$$

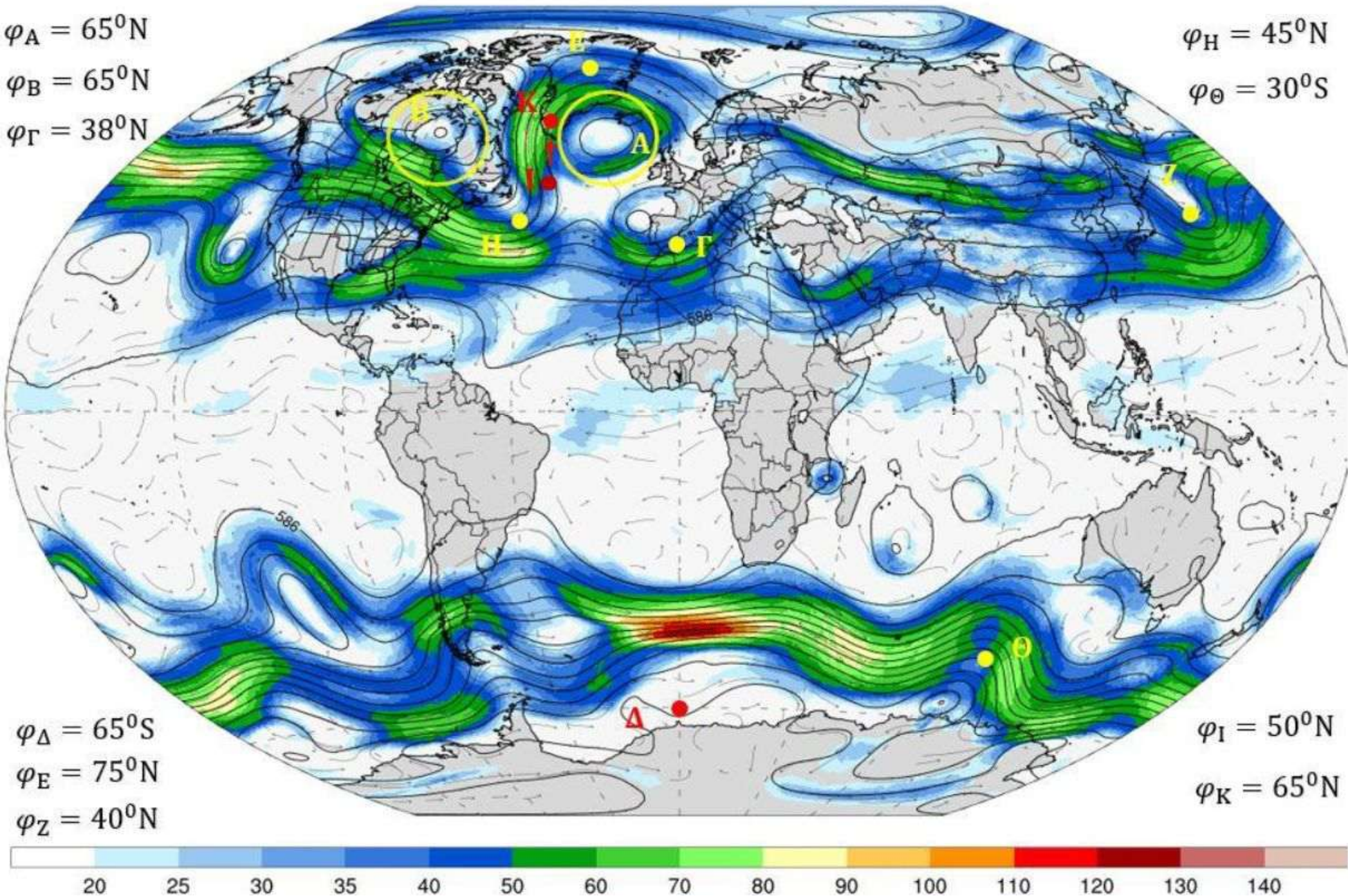
$$\varphi_{\Delta} = 65^{\circ}\text{S}$$

$$\varphi_E = 75^{\circ}\text{N}$$

$$\varphi_Z = 40^{\circ}\text{N}$$

$$\varphi_I = 50^{\circ}\text{N}$$

$$\varphi_K = 65^{\circ}\text{N}$$

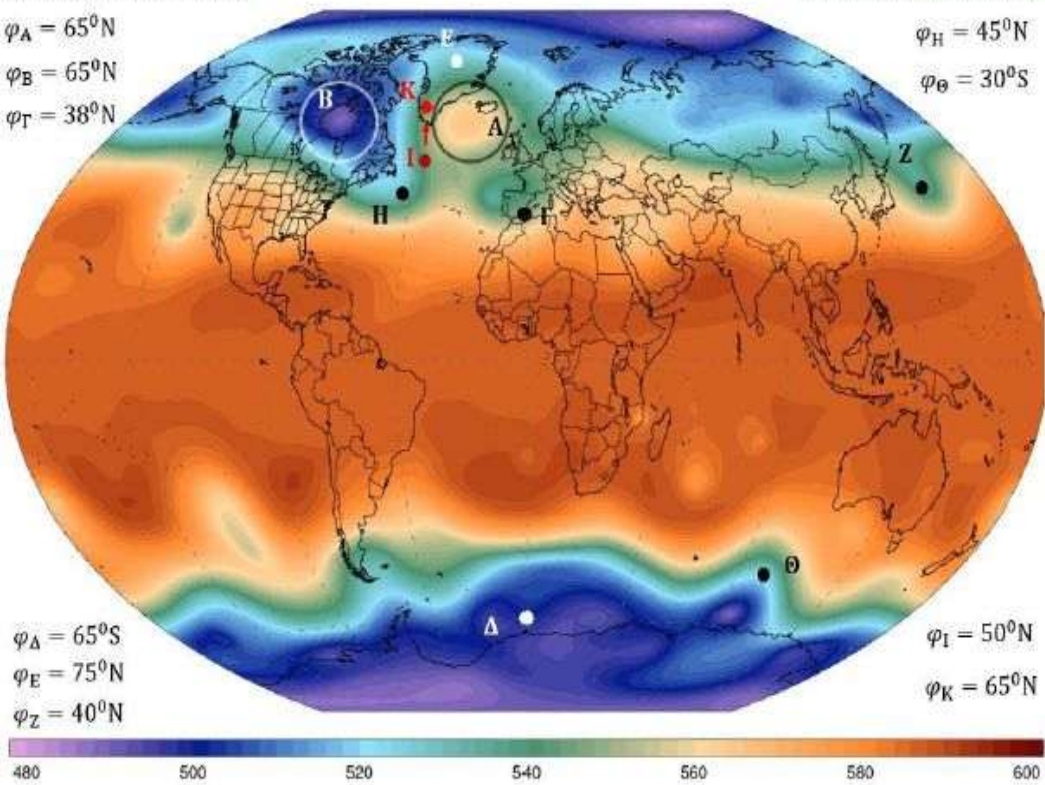


Εφαρμογή

Δίδεται η μέση ημερήσια τιμή του γεωδυναμικού ύψους (Σχήμα 1) και ανέμου (Σχήμα 2) στην ισοβαρική επιφάνεια των 500 hPa (Σχήμα 1) στις 10 Μαρτίου 2025. Έχουν επισημανθεί τα σημεία Α έως Κ των οποίων τα γεωγραφικά πλάτη δίδονται στο χάρτη. Να αποφανθείτε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος:

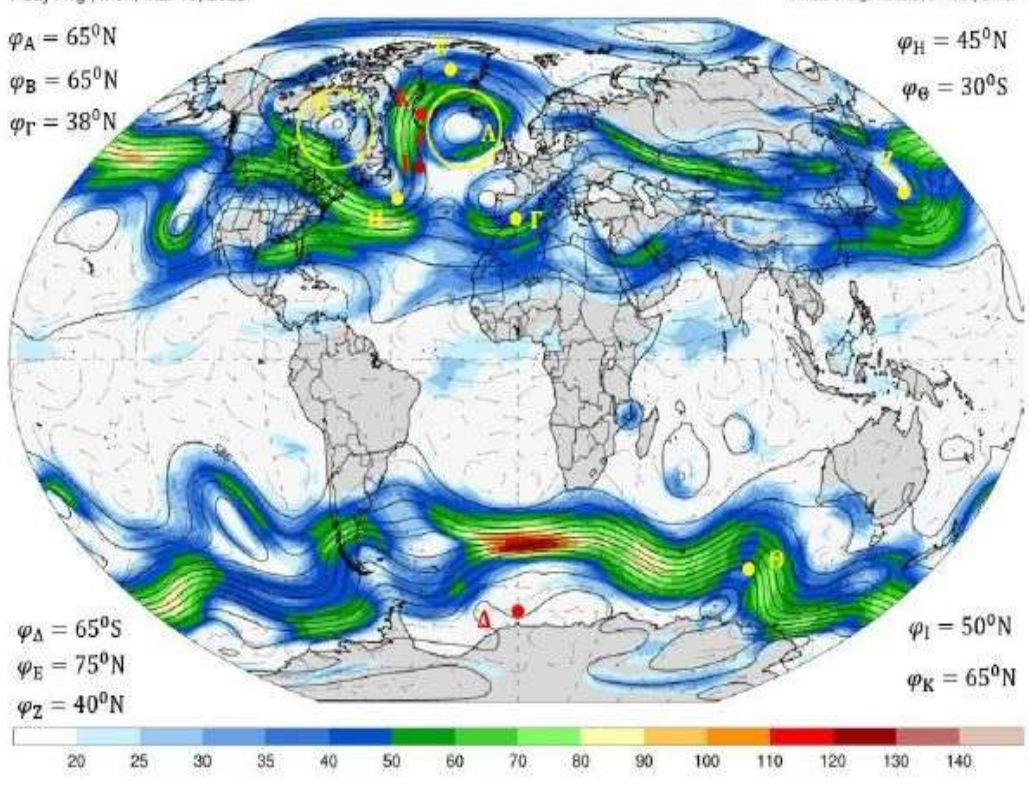
- i) Ο απόλυτος στροβιλισμός στην περιοχή Α είναι μεγαλύτερος από αυτόν στην περιοχή Β. Να σημειωθεί ότι οι δυο περιοχές βρίσκονται στο ίδιο γεωγραφικό πλάτος.
- ii) Η τιμή του πλανητικού στροβιλισμού στο σημείο Γ είναι μικρότερη από αυτή στο σημείο Δ.
- iii) Δεδομένου της θέσης και μορφολογίας του πολικού αεροχειμάρρου, ο σχετικός στροβιλισμός λόγω καμπυλότητας της ροής στην περιοχή Ε είναι θετικός ενώ στην θέση Ζ είναι αρνητικός.
- iv) Ο σχετικός στροβιλισμός είναι θετικός στα σημεία Η & Θ.
- v) Ο απόλυτος στροβιλισμός είναι θετικός στο σημείο Η και αρνητικός στο σημείο Θ.

GFS 500hPa Geopotential Height (dam)
1-day Avg | Mon, Mar 10, 2025



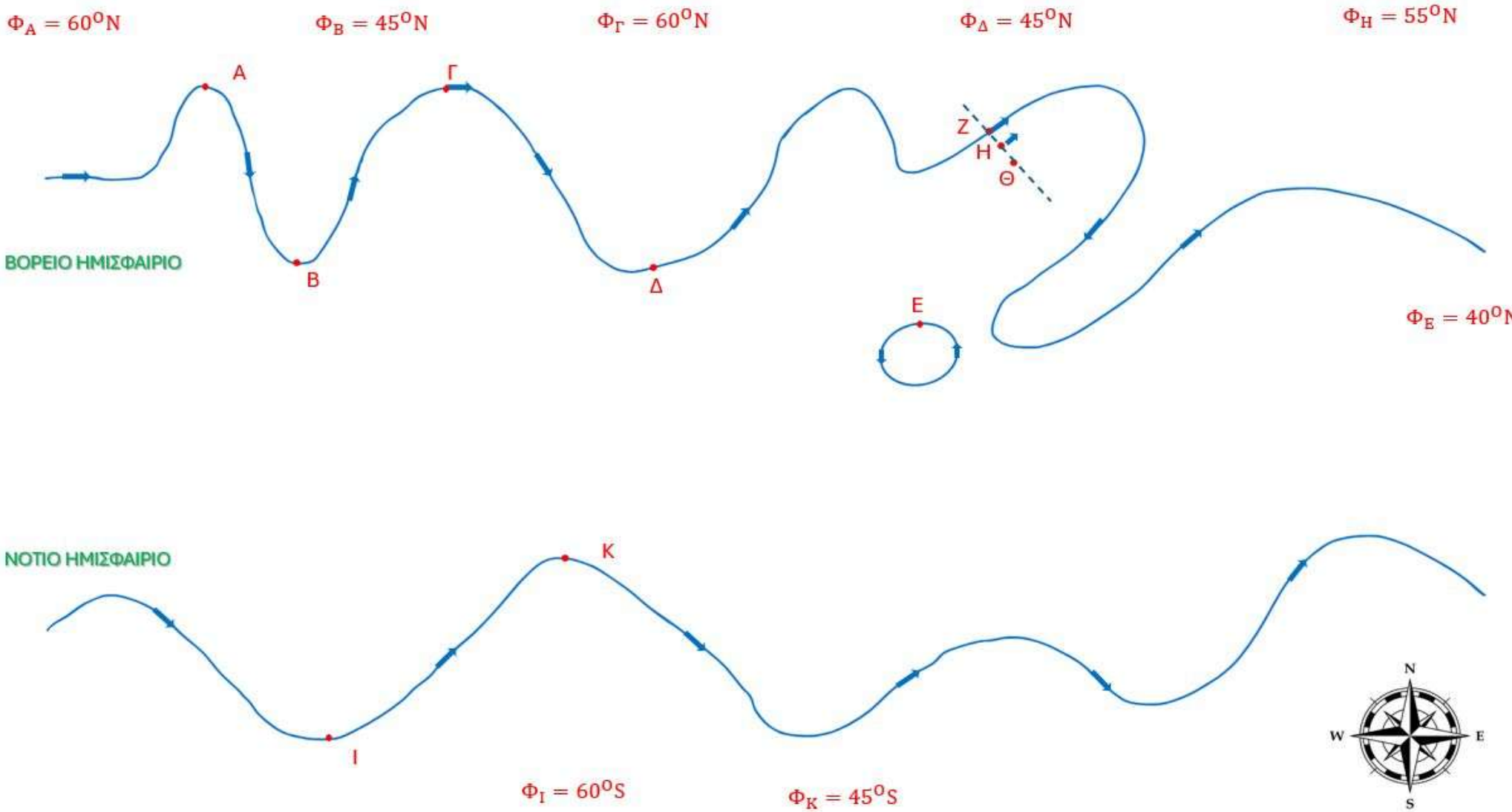
ClimateReanalyzer.org
Climate Change Institute | University of Miami

GFS 500hPa Jetstream (kt) & Height (dam)
1-day Avg | Mon, Mar 10, 2025



Εφαρμογή

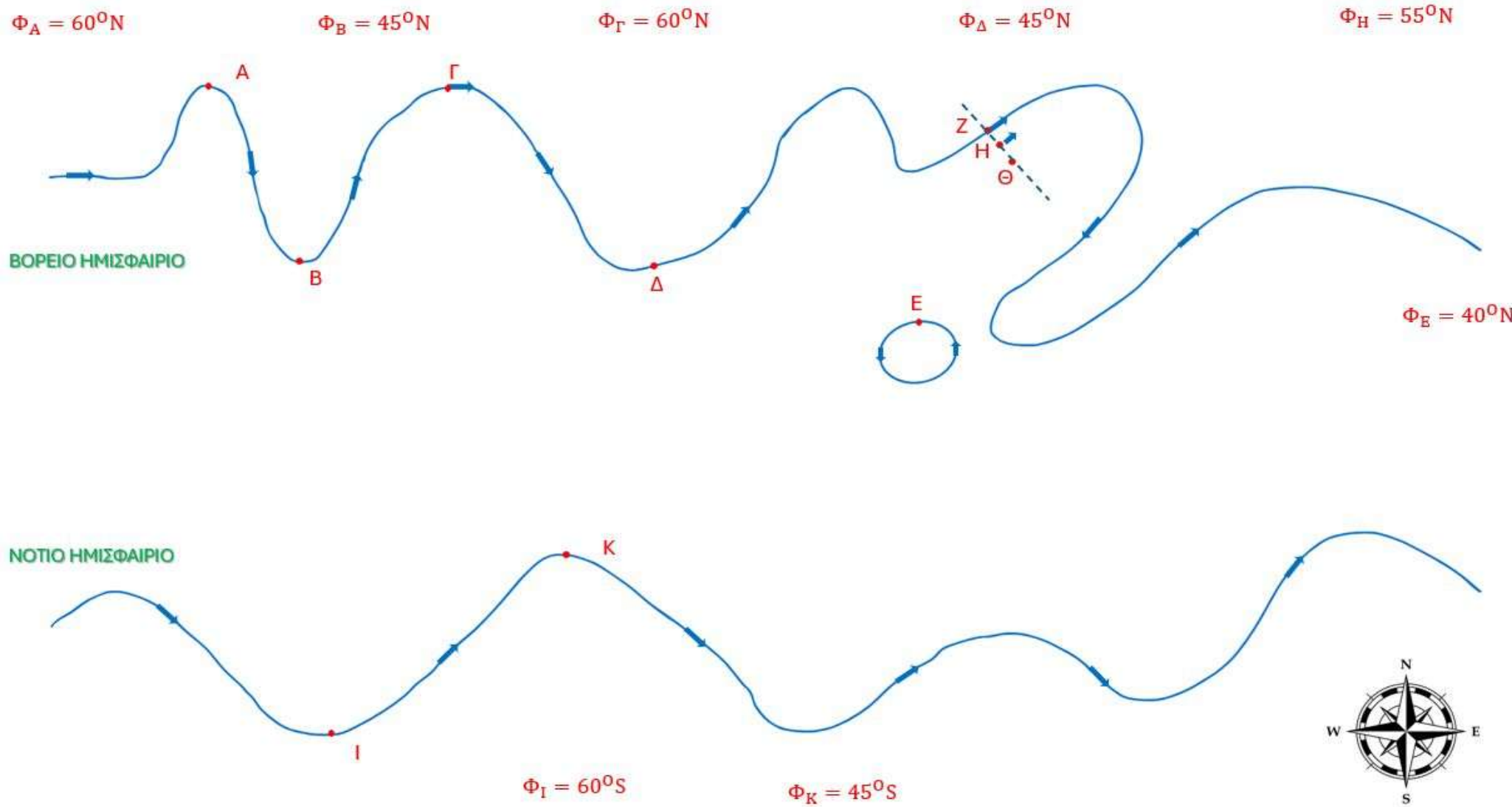
Δίδεται ιδεατή διάταξη αεροχειμάρρων στο Β. και Ν. Ημισφαίριο (Σχήμα 2) σε ύψος 5 km. Η ροή κατά μήκος τους δεν εμφανίζει διάτμηση ανέμου παρά μόνο αλλαγή στην καμπυλότητα. Στο Β. Ημισφαίριο η ταχύτητα του αεροχειμάρρου είναι 30 m/s και στο Ν. Ημισφαίριο 40 m/s. Έχουν επισημανθεί τα σημεία Α έως Κ των οποίων τα γ. π. αναγράφονται στο σχήμα. Στα σημεία Α, Β, Γ, Δ και Ε η ροή εμφανίζει καμπυλότητα και για την ακτίνα καμπυλότητας στα σημεία αυτά ισχύει $|R_E| = 100\text{ km}$, $|R_A| = |R_B| = 300\text{ km}$ και $|R_\Gamma| = |R_\Delta| = 600\text{ km}$.



Ασκήσεις

Να αποφανθείτε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος:

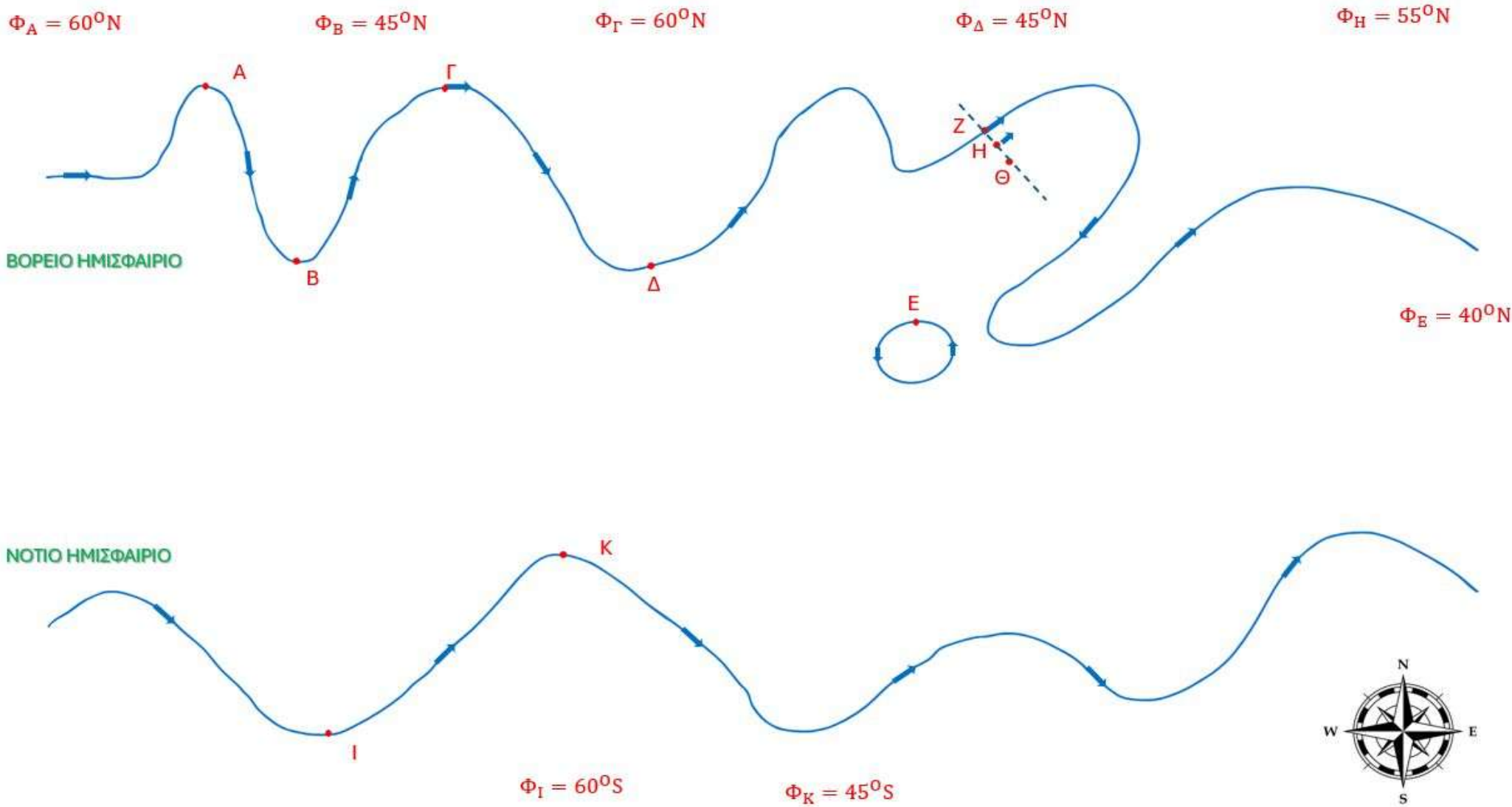
- i) Η τιμή του πλανητικού στροβιλισμού στη θέση Α είναι ίδια με αυτήν στη θέση Ι.
- ii) Η τιμή του απόλυτου στροβιλισμού στην περιοχή Α είναι μικρότερη από αυτήν στην περιοχή Γ.
- iii) Ο σχετικός στροβιλισμός λόγω καμπυλότητας της ροής στο σημείο Α είναι θετικός ενώ στο Δ είναι αρνητικός.
- iv) Ο σχετικός στροβιλισμός είναι αρνητικός στα σημεία Γ & Ι.
- v) Ο απόλυτος στροβιλισμός είναι θετικός στο σημείο Β και αρνητικός στο σημείο Κ.



Ασκήσεις

Να αποφανθείτε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος:

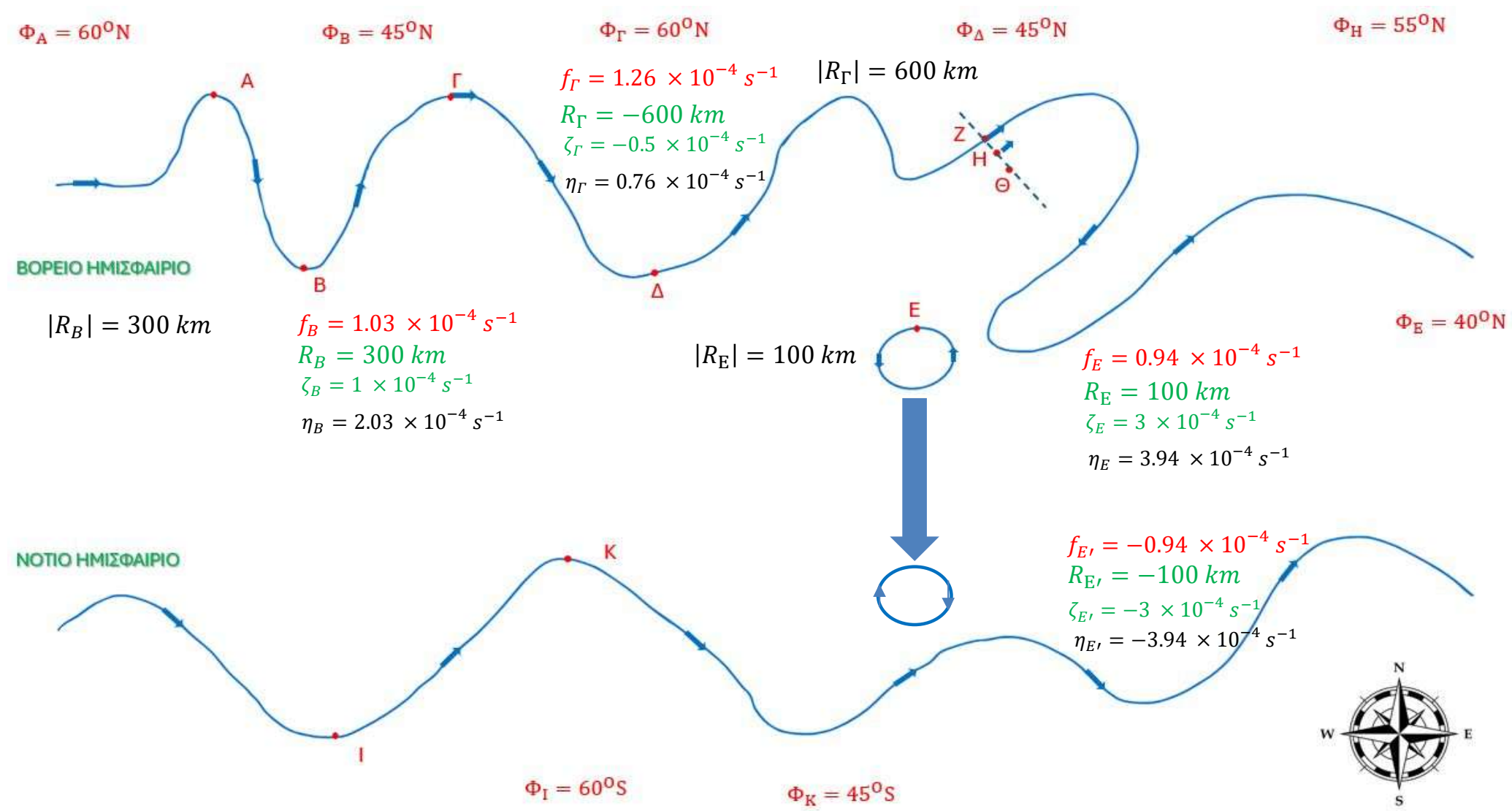
- i) Η τιμή του πλανητικού στροβιλισμού στη θέση Α είναι ίδια με αυτήν στη θέση Ι.
- ii) Η τιμή του απόλυτου στροβιλισμού στην περιοχή Α είναι μικρότερη από αυτήν στην περιοχή Γ.
- iii) Ο σχετικός στροβιλισμός λόγω καμπυλότητας της ροής στο σημείο Α είναι θετικός ενώ στο Δ είναι αρνητικός.
- iv) Ο σχετικός στροβιλισμός είναι αρνητικός στα σημεία Γ & Ι.
- v) Ο απόλυτος στροβιλισμός είναι θετικός στο σημείο Β και αρνητικός στο σημείο Κ.



Ασκήσεις

Να υπολογιστεί ο απόλυτος στροβιλισμός στα σημεία *B*, *Γ*, και *E*. Έπειτα να υπολογιστεί ο απόλυτος στροβιλισμός για ατμοσφαιρική ροή όταν η κατανομή πίεσης στη περιοχή του *E* (πεδίο χαμηλών πιέσεων) που παράγει τη ροή μεταφερθεί αυτούσια στο Ν. Ημισφαίριο σε γ. π. 40°S.

$$\eta = f + \zeta = 2\Omega \sin\varphi + \zeta = 2\Omega \sin\varphi + \frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial n} = 2\Omega \sin\varphi + \frac{v}{R}$$



Ασκήσεις

Θεωρείστε ότι στην περιοχή του σημείου Z, όπου η ροή δεν παρουσιάζει καμπυλότητα, εμφανίζεται οριζόντια διάτμηση. Έτσι η ταχύτητα της νοτιοδυτικής ροής από τη θέση Θ έως τη θέση Z (απόσταση $d_{Z\Theta} = 300 \text{ km}$) αυξάνεται γραμμικά από 0 σε 30 m/s. Να υπολογιστεί ο απόλυτος στροβιλισμός στο ενδιάμεσο σημείο H.

$$\eta = f + \zeta = 2\Omega \sin\varphi + \zeta = 2\Omega \sin\varphi - \frac{\partial v}{\partial n} = 2\Omega \sin\varphi - \frac{\partial v}{\partial n}$$

