



Τμήμα Φυσικής

Δυναμικής Ατμόσφαιρας

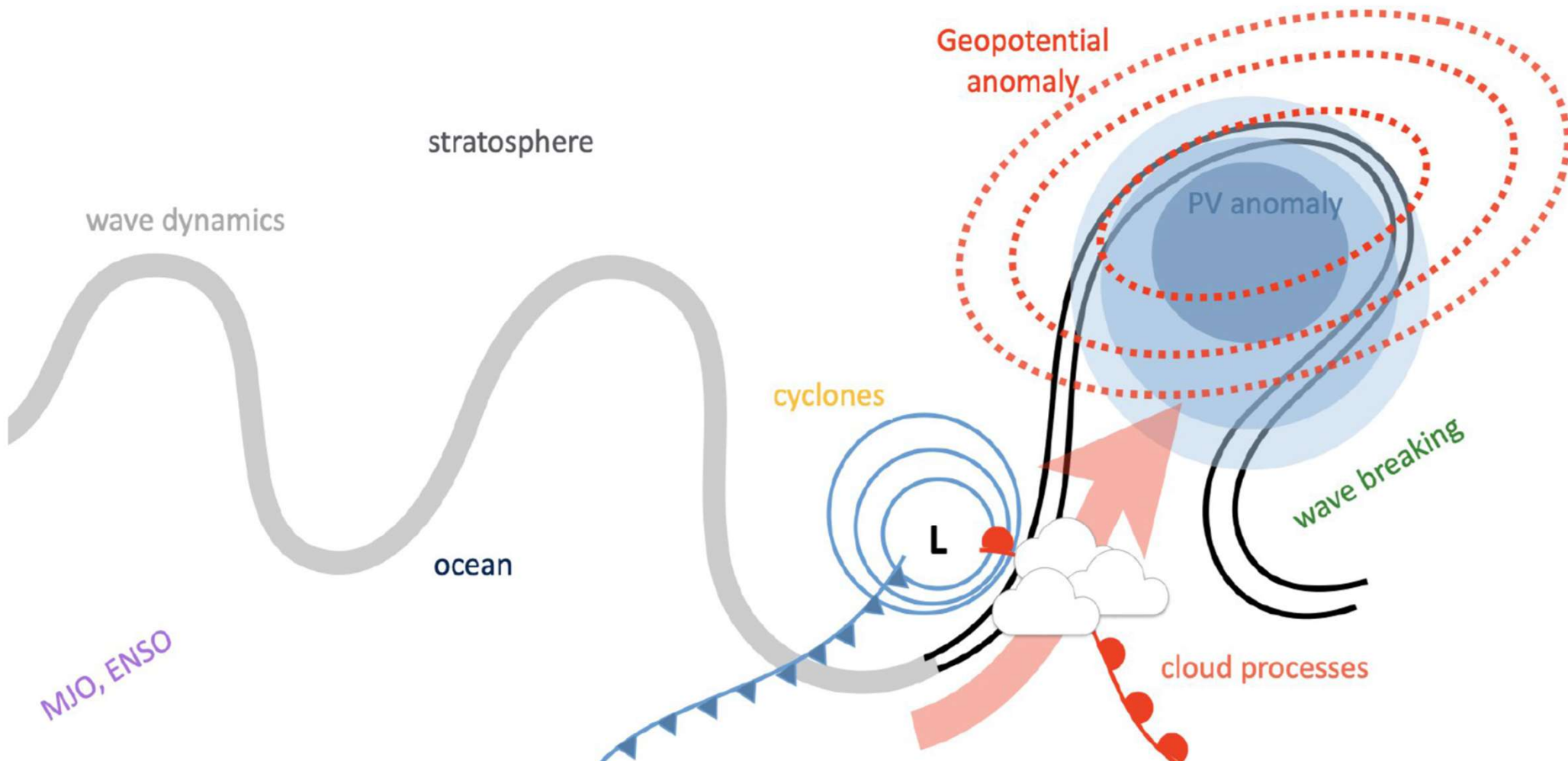
Ευάγγελος Τυρλής

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Τομέας Φυσικής Περιβάλλοντος & Μετεωρολογίας

Δυναμική Ατμόσφαιρας





ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
Τμήμα Φυσικής
Τομέας Φυσικής Περιβάλλοντος & Μετεωρολογίας

The diagram illustrates the relationship between the stream function ζ and the stream function gradient θ . The top part shows a cross-section in the x - z plane with a wavy interface. Five vertical cylinders are placed at different points along the x -axis, labeled with their ζ values: $\zeta = 0$, $\zeta > 0$, $\zeta < 0$, $\zeta > 0$, and $\zeta < 0$. The angle θ is shown as θ_0 and $\theta_0 + \delta\theta$. The bottom part shows a plan view in the x - y plane with a wavy line representing the interface. Five points are marked along this line: A, B, Γ , Δ , and E. At each point, a red circular arrow indicates the direction of the stream function gradient. Below the points, the text "Vortex Stretching" and "Vortex Shrinking" is written in orange.

Άσκηση

Εφαρμογή

Ροή σε γ. π. $\varphi = 45^\circ\text{N}$ χαρακτηρίζεται από απόλυτο στροβιλισμό $\eta = 5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Θεωρώντας ροή ρηχού στρώματος να βρεθεί ο δυναμικός στροβιλισμός και ο σχετικός στροβιλισμός στις παρακάτω περιπτώσεις διαφορετικού ύψους της ατμοσφαιρικής στήλης. Δίδεται $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$
 $h_1 = 0.5 \text{ km}, h_2 = 1 \text{ km} \text{ \& } h_3 = 2.5 \text{ km}$

$$\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 0.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3 = ?$$

$$PV_{sw} = \frac{\zeta + f}{h} = \frac{\eta}{h}$$

$$PV_1^{sw}, PV_2^{sw}, PV_3^{sw} = ?$$

$$f = 2 \Omega \sin \varphi = 1.03 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$h_1 = 0.5 \text{ km} \quad h_2 = 1 \text{ km} \quad h_3 = 2 \text{ km}$$

$$\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \eta_1 - f = -0.53 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$PV_1^{sw} = \frac{\zeta_1 + f}{h_1} = \frac{\eta_1}{h_1} = \frac{5 \times 10^{-5}}{5 \times 10^2} = 1 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$PV_2^{sw} = \frac{\zeta_2 + f}{h_2} = \frac{\eta_2}{h_2} = \frac{5 \times 10^{-5}}{1 \times 10^3} = 5 \times 10^{-8} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$PV_3^{sw} = \frac{\zeta_3 + f}{h_3} = \frac{\eta_3}{h_3} = \frac{5 \times 10^{-5}}{2.5 \times 10^3} = 2 \times 10^{-8} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Ο σχετικός στροβιλισμός παραμένει ίδιος εφόσον η θέση της ατμοσφαιρικής στήλης παραμένει η ίδια.
Ο δυναμικός στροβιλισμός μειώνεται όσο αυξάνεται το ύψος της στήλης.

Άσκηση

Εφαρμογή

Ατμοσφαιρική ροή η οποία εκτείνεται σε πάχος H βρίσκεται σε γ. π. $\varphi_A = 60^\circ\text{N}$ χαρακτηρίζεται από σχετικό στροβιλισμό $3 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ με κίνηση **προς τα νότια** σε γ. π. $\varphi_B = 45^\circ\text{N}$. Δίδεται $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Να βρεθεί ο σχετικός & απόλυτος στροβιλισμός στη νέα θέση στην περίπτωση

- 1) Που το ύψος της ροής μειώνεται στο μισό
- 2) Που το ύψος της ροής παραμένει αναλλοίωτο

$$PV_{sw} = \frac{\zeta + f}{h} = \frac{\eta}{h}$$

$$\zeta_A = 3 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_{B1} = ?$$

$$\zeta_{B2} = ?$$

$$f_A = 2 \Omega \sin \varphi_A = 1.26 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$f_{B1} = 1.03 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$f_{B2} = 1.03 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$h_A = H$$

$$h_{B1} = H/2$$

$$h_{B2} = H$$

$$\frac{\zeta_A + f_A}{h_A} = \frac{\zeta_B + f_B}{h_B} \Rightarrow \zeta_B = \frac{h_B}{h_A} (\zeta_A + f_A) - f_B$$

$$\eta_A = \zeta_A + f_A = 4.26 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_{B1} = \frac{1}{2} (4.26 \times 10^{-4}) - 1.03 \times 10^{-4} = 1.1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\eta_{B1} = \zeta_{B1} + f_{B1} = 2.13 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_{B2} = (4.26 \times 10^{-4}) - 1.03 \times 10^{-4} = 3.23 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\eta_{B2} = \zeta_{B2} + f_{B2} = 4.26 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Σε μετακινήσεις προς τον Ισημερινό, **αν το ύψος της ατμοσφαιρικής στήλης παραμένει αμετάβλητο (περίπτωση 2)**, ο σχετικός στροβιλισμός ζ θα αυξηθεί ώστε να αντισταθμίσει τη μείωση του πλανητικού στροβιλισμού f και να παραμείνει σταθερός ο απόλυτος στροβιλισμός.

Είναι όμως πιο σύνηθες (**περίπτωση 1**) να μειώνεται *αυθόρμητα* (αν επιτρέπεται) ο απόλυτος στροβιλισμός η και ταυτόχρονα το ύψος της στήλης h ώστε να διατηρείται ο δυναμικός στροβιλισμός PV_{sw}

Άσκηση

Εφαρμογή

Ατμοσφαιρική ροή η οποία εκτείνεται σε πάχος H βρίσκεται σε γ. π. $\varphi_A = 40^\circ\text{N}$ χαρακτηρίζεται από σχετικό στροβιλισμό $2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ με κίνηση **προς τα βόρεια** σε γ. π. $\varphi_B = 60^\circ\text{N}$. Δίδεται $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Να βρεθεί ο σχετικός & απόλυτος στροβιλισμός στη νέα θέση στην περίπτωση

1) Που το ύψος της ροής αυξάνεται στο διπλάσιο

2) Που το ύψος της ροής παραμένει αναλλοίωτο

$$PV_{sw} = \frac{\zeta + f}{h} = \frac{\eta}{h}$$

$$\zeta_A = 2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_{B1} = ?$$

$$\zeta_{B2} = ?$$

$$f_A = 2 \Omega \sin \varphi_A = 0.93 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$f_{B1} = 1.26 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$f_{B2} = 1.26 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$h_A = H$$

$$h_{B1} = 2H$$

$$h_{B2} = H$$

$$\frac{\zeta_A + f_A}{h_A} = \frac{\zeta_B + f_B}{h_B} \Rightarrow \zeta_B = \frac{h_B}{h_A} (\zeta_A + f_A) - f_B$$

$$\eta_A = \zeta_A + f_A = 2.93 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_{B1} = 2(2.93 \times 10^{-4}) - 1.26 \times 10^{-4} = 4.6 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\eta_{B1} = \zeta_{B1} + f_{B1} = 5.86 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_{B2} = (2.93 \times 10^{-4}) - 1.26 \times 10^{-4} = 1.67 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\eta_{B2} = \zeta_{B2} + f_{B2} = 2.93 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Σε μετακινήσεις προς τους πόλους, **αν το ύψος της ατμοσφαιρικής στήλης παραμένει αμετάβλητο (περίπτωση 2)**, ο σχετικός στροβιλισμός ζ θα μειωθεί ώστε να αντισταθμίσει την αύξηση του πλανητικού στροβιλισμού f και να παραμείνει σταθερός ο απόλυτος στροβιλισμός.

Είναι όμως πιο σύνηθες (**περίπτωση 1**) να αυξάνεται *αυθόρμητα* (αν επιτρέπεται) ο απόλυτος στροβιλισμός η και ταυτόχρονα το ύψος της στήλης h ώστε να διατηρείται ο δυναμικός στροβιλισμός PV_{sw}

Άσκηση

Εφαρμογή

Ατμοσφαιρική ροή η οποία εκτείνεται σε ύψος H βρίσκεται σε γ. π. $\varphi_A = 50^\circ N$ χαρακτηρίζεται από σχετικό στροβιλισμό $2 \times 10^{-4} s^{-1}$ κατευθείαν **προς τα ανατολικά**. Δίδεται $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} s^{-1}$ Να βρεθεί ο σχετικός & απόλυτος στροβιλισμός στη νέα θέση στην περίπτωση

- 1) **Συγκλίνουσας ροής, η οποία διπλασιάζει το ύψος της στήλης σε $2H$**
- 2) **Αποκλίνουσας ροής, η οποία υποδιπλασιάζει το ύψος της στήλης σε $H/2$**

$$PV_{sw} = \frac{\zeta + f}{h} = \frac{\eta}{h}$$

$$\zeta_A = 2 \times 10^{-4} s^{-1}$$

$$\zeta_{B1} = ?$$

$$\zeta_{B2} = ?$$

$$f_A = 2 \Omega \sin \varphi_A = 1.12 \times 10^{-4} s^{-1}$$

$$f_{B1} = 1.12 \times 10^{-4} s^{-1}$$

$$f_{B2} = 1.12 \times 10^{-4} s^{-1}$$

$$h_A = H$$

$$h_{B1} = 2H$$

$$h_{B2} = H/2$$

$$\eta_A = \zeta_A + f_A = 3.12 \times 10^{-4} s^{-1}$$

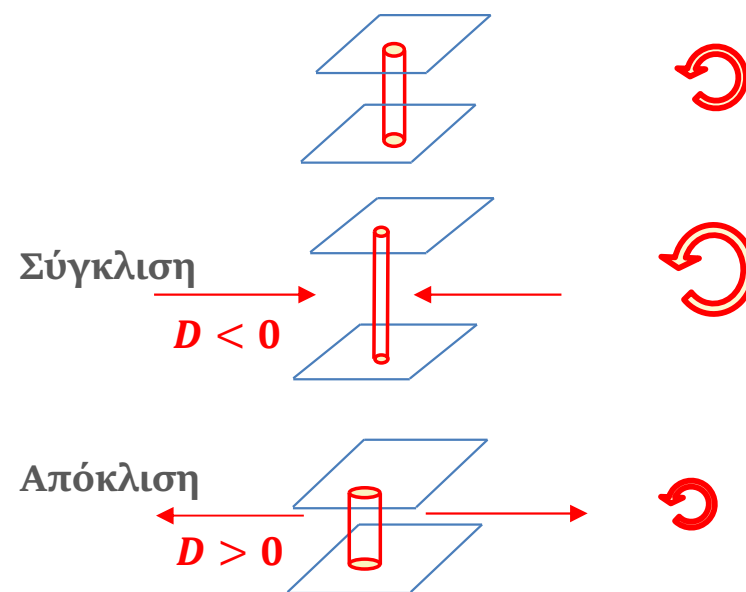
$$\frac{\zeta_A + f_A}{h_A} = \frac{\zeta_B + f_B}{h_B} \Rightarrow \zeta_B = \frac{h_B}{h_A} (\zeta_A + f_A) - f_B$$

$$\zeta_{B1} = 2(3.12 \times 10^{-4}) - 1.12 \times 10^{-4} = 5.12 \times 10^{-4} s^{-1}$$

$$\eta_{B1} = \zeta_{B1} + f_{B1} = 6.24 \times 10^{-4} s^{-1}$$

$$\zeta_{B2} = \frac{1}{2}(3.12 \times 10^{-4}) - 1.12 \times 10^{-4} = 0.44 \times 10^{-4} s^{-1}$$

$$\eta_{B2} = \zeta_{B2} + f_{B2} = 1.56 \times 10^{-4} s^{-1}$$

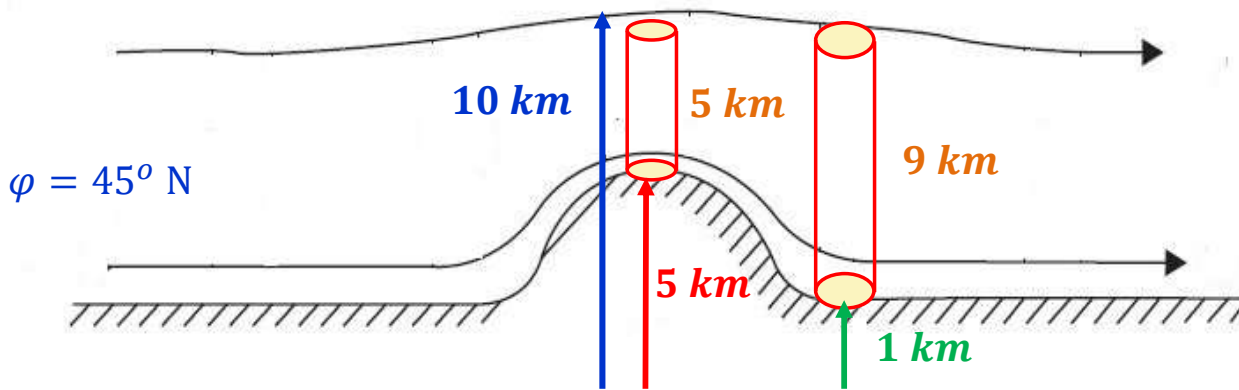


Η απόκλιση ελαττώνει τον σχετικό στροβιλισμό ζ , ενώ η σύγκλιση τον αυξάνει. Αυτή η κατάσταση εμφανίζεται σε κυκλοφορίες μέσης κλίμακας, όπως οι καταιγίδες, όπου οι κινήσεις λαμβάνουν χώρα σε περιορισμένη κλίμακα περίπου στο ίδιο γεωγραφικό πλάτος. Οπότε το f δεν μεταβάλλεται.

Άσκηση

Εφαρμογή

Ροή προσπίπτει επάνω σε ορεινό όγκο στο Βόρειο Ημισφαίριο. Να υπολογιστούν ο σχετικός και απόλυτος στροβιλισμός στην υπήνεμη πλευρά. Δίδεται $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$



$$\zeta_A = 0 \text{ s}^{-1} \quad h_A = 5 \text{ km}$$

$$\zeta_B = ? \quad h_B = 9 \text{ km}$$

$$f = 2\Omega \sin \varphi$$

$$\eta = 2\Omega \sin \varphi + \zeta$$

$$\frac{\zeta_A + f}{h_A} = \frac{\zeta_B + f}{h_B} \Rightarrow \zeta_B = f \frac{(h_B - h_A)}{h_A} \Rightarrow \zeta_B = 8.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

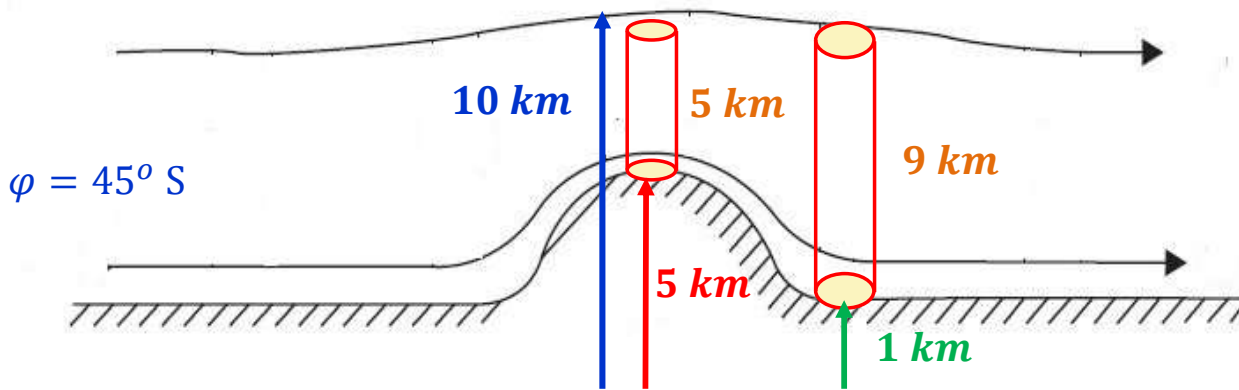
$$\eta_A = 2\Omega \sin(45) + \zeta_A = 1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\eta_B = 2\Omega \sin(45) + \zeta_B = 10 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} + 8.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} = 18.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

Άσκηση

Εφαρμογή

Ροή προσπίπτει επάνω σε ορεινό όγκο στο Νότιο Ημισφαίριο. Να υπολογιστούν ο σχετικός και απόλυτος στροβιλισμός στην υπήνεμη πλευρά. Δίδεται $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$



$$\zeta_A = 0 \text{ s}^{-1} \quad h_A = 5 \text{ km}$$

$$\zeta_B = ? \quad h_B = 9 \text{ km}$$

$$f = 2\Omega \sin \varphi$$

$$\eta = 2\Omega \sin \varphi + \zeta$$

$$\frac{\zeta_A + f}{h_A} = \frac{\zeta_B + f}{h_B} \Rightarrow \zeta_B = f \frac{(h_B - h_A)}{h_A} \Rightarrow \zeta_B = -8.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\eta_A = 2\Omega \sin(-45) + \zeta_A = -1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\eta_B = 2\Omega \sin(-45) + \zeta_B = -10 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} - 8.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} = -18.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

Άσκηση

Εφαρμογή

Ατμοσφαιρική ροή η οποία εκτείνεται σε πάχος H χαρακτηρίζεται από σχετικό στροβιλισμό $2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ και εκτείνεται σε περιοχή όπου η παράμετρο Coriolis έχει τιμή $2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Να βρεθεί ο σχετικός & απόλυτος στροβιλισμός της ροής όταν αυτή μεταβεί σε μια νέα περιοχή όπου το ύψος της στήλης έχει μειωθεί σε $H/3$ και η παράμετρος Coriolis έχει νέα τιμή $f = 1.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

$$\zeta_A = 2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_B = ?$$

$$\eta_B = ?$$

$$f_A = 0.2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$f_B = 0.15 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$PV_{sw} = \frac{\zeta + f}{h} = \frac{\eta}{h}$$

$$h_A = H$$

$$h_B = H/3$$

$$\eta_A = \zeta_A + f_A = 2.2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{\zeta_A + f_A}{h_A} = \frac{\zeta_B + f_B}{h_B} \Rightarrow \zeta_B = \frac{h_B}{h_A}(\zeta_A + f_A) - f_B$$

$$\zeta_B = \frac{1}{3}(2.2 \times 10^{-4}) - 0.15 \times 10^{-4} = 0.58 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

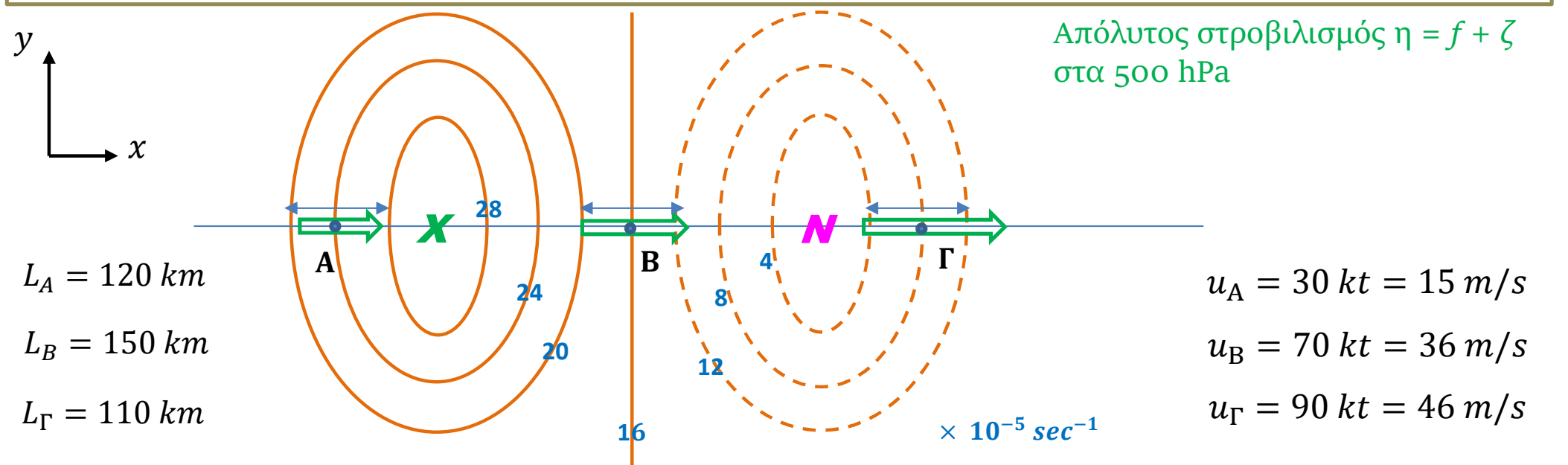
$$\eta_B = \zeta_B + f_B = 0.73 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Ο απόλυτος στροβιλισμός έχει μειωθεί στο 1/3 της αρχικής του τιμής ως αποτέλεσμα της μείωσης του ύψους της στήλης στο 1/3. Έτσι διατηρείται ο δυναμικός στροβιλισμός.

Άσκηση

Εφαρμογή

Δίδεται το παρακάτω πεδίο απόλυτου στροβιλισμού και ο άνεμος στην ισοβαρική επιφάνεια των 500 hPa. Να υπολογιστεί στα σημεία A, B & Γ η μεταφορά στροβιλισμού και να γίνει μια εκτίμηση για τις καιρικές συνθήκες οι οποίες μπορεί να επικρατούν στην επιφάνεια.



$$\vec{u} = u \hat{i} + v \hat{j}$$

$$\vec{\nabla}_p \eta = \frac{\partial \eta}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \hat{j}$$

$$-\vec{u} \cdot \vec{\nabla}_p \eta = -u \frac{\partial \eta}{\partial x} - v \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

Σημείο A: $[-\vec{u} \cdot \vec{\nabla}_p \eta]_A = -u_A \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_A = -15 \frac{(28 - 20) \times 10^{-5}}{L_A} = -10^{-8} \text{ s}^{-2}$

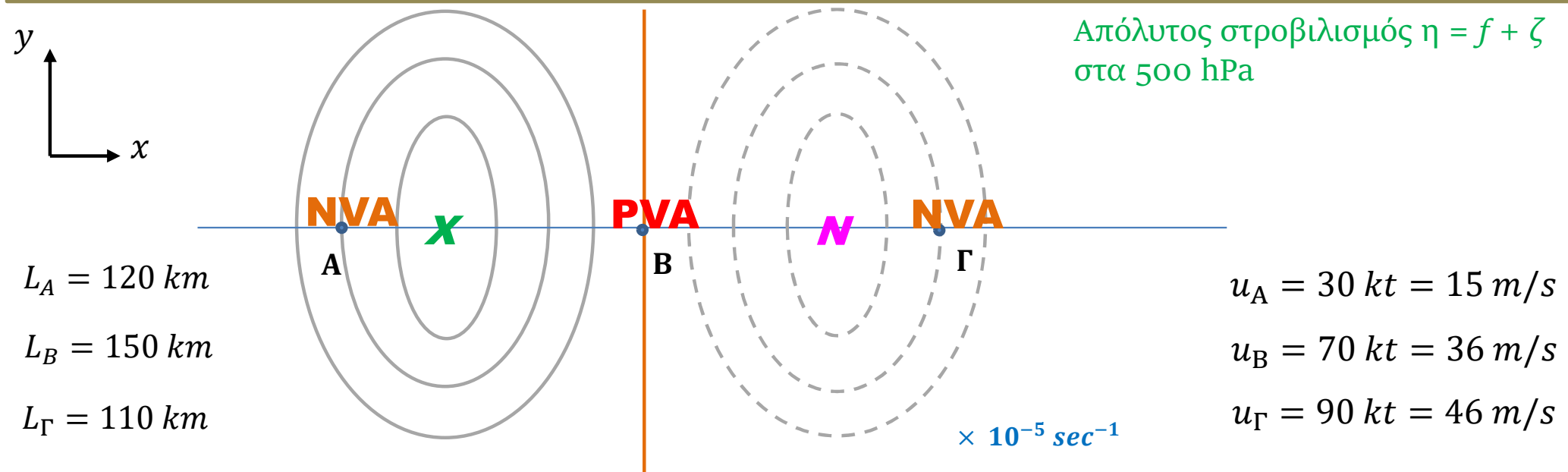
Σημείο B: $[-\vec{u} \cdot \vec{\nabla}_p \eta]_B = -u_B \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_B = -36 \frac{(12 - 20) \times 10^{-5}}{L_B} = 1.9 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$

Σημείο Γ: $[-\vec{u} \cdot \vec{\nabla}_p \eta]_\Gamma = -u_\Gamma \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_\Gamma = -46 \frac{(20 - 12) \times 10^{-5}}{L_\Gamma} = -3.3 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$

Άσκηση

Εφαρμογή

Δίδεται το παρακάτω πεδίο απόλυτου στροβιλισμού και ο άνεμος στην ισοβαρική επιφάνεια των 500 hPa. Να υπολογιστεί στα σημεία A, B & Γ η μεταφορά στροβιλισμού και να γίνει μια εκτίμηση για τις καιρικές συνθήκες οι οποίες μπορεί να επικρατούν στην επιφάνεια.



Κυκλώνες (αντικυκλώνες) δημιουργούνται ή ενισχύονται σε περιοχές με PVA (NVA) στην κατάντη.

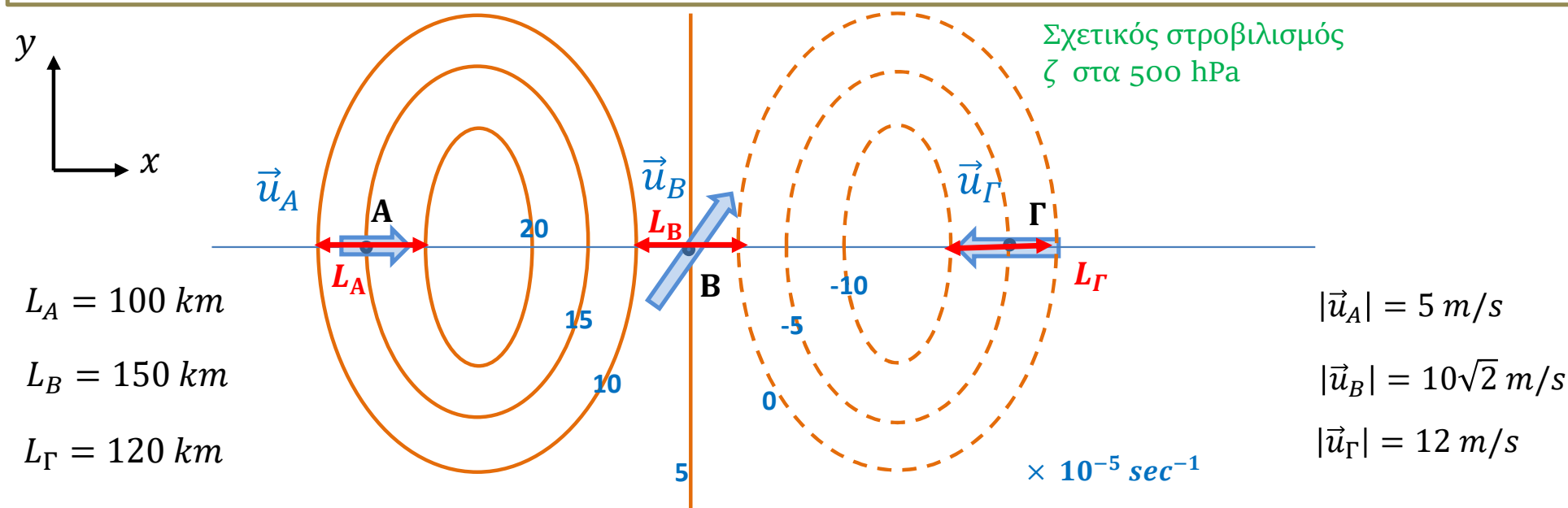
Περιοχή με PVA (NVA) σχετίζεται με ισχυρές ανοδικές (καθοδικές) κινήσεις, νεφοποίηση (νεφοδιάλυση) και βροχές (αίθριο καιρό).

Επομένως στην περιοχή των σημείων A & Γ γίνεται εκτίμηση για καλές καιρικές συνθήκες στην επιφάνεια ενώ στην περιοχή του σημείου B γίνεται εκτίμηση για κακοκαιρία στην επιφάνεια.

Άσκηση

Εφαρμογή

Δίδεται το παρακάτω πεδίο απόλυτου στροβιλισμού και ο άνεμος στην ισοβαρική επιφάνεια των 500 hPa. Να υπολογιστεί στα σημεία A, B & Γ η μεταφορά στροβιλισμού και να γίνει μια εκτίμηση για τις καιρικές συνθήκες οι οποίες μπορεί να επικρατούν στην επιφάνεια.



$$\vec{u} = u \hat{i} + v \hat{j}$$

$$\vec{\nabla}_p \eta = \frac{\partial \eta}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \hat{j}$$

$$-\vec{u} \cdot \vec{\nabla}_p \eta = -u \frac{\partial \eta}{\partial x} - v \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

Σημείο A: $[-\vec{u} \cdot \vec{\nabla}_p \eta]_A = -u_A \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_A = -5 \frac{(20 - 10) \times 10^{-5}}{L_A} = -0.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$

Σημείο B: $[-\vec{u} \cdot \vec{\nabla}_p \eta]_B = -u_B \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_B = -10 \frac{(0 - 10) \times 10^{-5}}{L_B} = 1.0 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$

Σημείο Γ: $[-\vec{u} \cdot \vec{\nabla}_p \eta]_\Gamma = -u_\Gamma \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_\Gamma = 12 \frac{(0 + 10) \times 10^{-5}}{L_\Gamma} = 1.0 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$