

Μετασχηματισμοί ενός πραγματικού  
πίνακα  $2 \times 2$  σε ένα από τις μορφές:

$$\alpha) \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \quad \beta) \begin{pmatrix} \sigma & \omega \\ -\omega & \sigma \end{pmatrix}, \begin{matrix} \sigma, \omega \in \mathbb{R} \\ \lambda \in \mathbb{R} \end{matrix}$$

$$\gamma) \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \quad \lambda, \lambda_2 \in \mathbb{R}$$

Πρόταση α) Ο πίνακας  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$

δύο πραγματικές ιδιοτιμές  $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$   
και δύο αλληλοπυκνωτά ιδιοδιανύσματα

που είναι γραμμικά ανεξάρτητα και  
αλληλοπυκνωτά βάζει για το ελάχιστο

(είναι  $\lambda_1, \lambda_2$  είναι οι ιδιοδιανύσματα

$$\text{τότε } Ax_1 = \lambda_1 x_1$$

$$Ax_2 = \lambda_2 x_2$$

και συνεπώς αν  $X = [x_1, x_2]$

ο  $2 \times 2$  πίνακας με κορυφές οι  
ιδιοδιανύσματα τότε

$$\begin{aligned}
 AX &= A[x_1, x_2] = [Ax_1, Ax_2] = \\
 &= [\lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2] = [x_1, x_2] \underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}}_{\Lambda} \\
 &= X\Lambda
 \end{aligned}$$

αρα  $X^{-1}AX = \Lambda$

δηλαδή αν  $\frac{dx}{dt} = Ax$

και κάνω τον μετασχηματισμό  
 $y = X^{-1}x$  τότε το  $y$

δίνεται και το δυναμικό σύστημα

$$\frac{dy}{dt} = (X^{-1}AX)y$$

$$\text{ή} \quad \frac{dy}{dt} = \Lambda y$$

ή δυναμικό είναι "τοπολογικά" ισοδύναμο  
 (αλλά όχι οφείως <sup>και</sup> ~~μετρικά~~ <sup>μετρικά</sup>)

Ητ αυτών τι είναι  $\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$

Πρόταση p) Έχω δύο μιγαδικές

ιδιοτιμές. Τότε είναι ο

A είναι πραγματική διάνυσμα

ή μηδενική ή άλλη και

τα ανήκοντα ιδιοδιανύσματα

συμplex. Εστω ότι

οι ιδιοτιμές είναι  $\sigma \pm i\omega$

και τα ιδιοδιανύσματα

$$x_1 = u + i v$$

$$x_2 = u - i v$$

οι u & v πραγματικά  
διανύσματα.

Παρατήρηση Τα u & v είναι

αυτοκαθάρσις ορθογώνια και ανεξάρτητα

(και συνεπώς και τα  $x_1, x_2$ )

Αντίδειξη Ας υποθέσουμε ότι  
 δεν είναι. και  $u \neq \lambda v$   
 εφόσον  $u, v$  πραγματικά τ.γ.τ.  
 και το  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Τότε αφενοί

$$Ax_1 = A(u + iv) = (\sigma + i\omega)(u + iv)$$

$$= (\sigma + i\omega)(\lambda v + iv)$$

$$= (\sigma + i\omega)(\lambda + i)v$$

και αφετέρω

$$Ax_1 = A(\lambda v + iv) = (\lambda + i)Av$$

$$\text{συνεπώς} \quad Av = (\sigma + i\omega)v$$

$Ax_1 + αυτ'$  είναι αδιόριστο

διότι  $Av$  είναι πραγματικό  
 διάνυσμα, καθί και το  $v$

δηλ ατίμη.

Άρα τα  $u$  &  $v$  είναι  
 γραμμικά ανεξάρτητα.

Τίμα  $Ax, = A(u+iv) = Au + iAv =$   
 $= (\sigma + i\omega)(u+iv)$

Εξισώνοντας τις πραγματικές και  
 φανταστικές μέρη από τις σχέσεις έχουμε:

$$Au = \sigma u - \omega v$$

$$Av = \omega u + \sigma v$$

σχετίζουμε πάλι 2ο

$$X = [u, v]$$

τότε  $AX = [Au, Av] =$

$$= [\sigma u - \omega v, \omega u + \sigma v] =$$

$$= [u, v] \begin{bmatrix} \sigma & \omega \\ -\omega & \sigma \end{bmatrix} \equiv X \begin{bmatrix} \sigma & \omega \\ -\omega & \sigma \end{bmatrix}$$

Πίνακας 2x2

$$[u, v] \begin{bmatrix} \sigma & \omega \\ -\omega & \sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & v_{11} \\ u_{12} & v_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma & \omega \\ -\omega & \sigma \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} u_{11}\sigma - \omega v_{11} & \omega u_{11} + \sigma v_{11} \\ u_{12}\sigma - \omega v_{12} & \omega u_{12} + \sigma v_{12} \end{bmatrix} = [\sigma u - \omega v, \omega u + \sigma v]$$

Αρα  $AX = X \begin{bmatrix} \sigma & \omega \\ -\omega & \sigma \end{bmatrix}$

και  $X^{-1}AX = \begin{bmatrix} \sigma & \omega \\ -\omega & \sigma \end{bmatrix}$

Συνεπώς αν έχω πραγματικά  
ιδιοτιμή  $\sigma$  με ιδιοκατεύθυνση  
 $u$  τότε

ο μετασχηματισμός  
 $y = X^{-1}x$

με  $X = [u, v]$

μετασχηματίζει τις  
δυναμικές εξισώσεις

τη  $\begin{bmatrix} \sigma & \omega \\ -\omega & \sigma \end{bmatrix}$

πρηνή γραμμή σφίκτη, αν δηλ αν  $\sigma > 0$

και συνδέει  $u$  και  $v$  αν  $\sigma = 0$ .

Μηινωα τ) (Jordan block).

Εστω οη ο λινάκη

A εχη για ιδιοτικι λo

α) α) για ηύο ιδιοκατιοαση

τιν λo

Παηβύου λ1 γραφικέ

αυηάρτε ο αν τλ λo (υηάτη δίνε

θέου νι βρι τι κάνη α} δίνε κηαση

τλ A λ1, σίδηρα εντιδλ

δλ ηαρη νι ηναι ιδιοκατιοαση δλ

ειναι A λ1 ≠ ηλ1

υποστηρίξη ότι ειναι αναδκαοηκλ

A λ1 = κλo + λo λ1 :

Εστω οηι ειναι

A λ1 = κλo + ηλ1

(κ ≠ 0, ηη η ιδιότη)

Θα δείξω ότι αντιστρέφεται

$$\mu = \lambda_0$$

Η πηλίωση ( $\sigma$ ) διαφέρει και

στην πηλίωση που τ'

ίχνη τ'  $A, T,$

ικανοποιεί τ' σχέση  $T^2 = 4D$

( $D = \det(A)$ ) έτσι ώστε τ'

χαρακτηριστικό πολυώνυμο

να είναι τ'  $\lambda^2 - T\lambda + T/4 = 0$

$$\lambda^2 - T\lambda + T/4 = 0$$

δηλαδή να είναι  $\lambda_1 = \lambda_2 = T/4$

$$\left(\lambda - \frac{T}{2}\right)^2 = 0 \quad \text{ή} \quad (\lambda - \lambda_0)^2 = 0$$

Αντιόμοια Cayley-Hamilton

ε πίνακα  $A$  ικανοποιεί τ'

χαρακτηριστικό πολυώνυμο



δηλαδή να κατασκευάσει

$$(A - \lambda_0 I)^2 = 0$$

δηλαδή  $A^2 = 2\lambda_0 A - \lambda_0^2 I$

υπολογίζω τώρα  $T$ :

$A^2 x_1$  με δύο τρόπους.

πρώτα  $A(Ax_1) = A(kx_0 + \mu x_1)$

$$= \lambda_0 k x_0 + \mu (k x_0 + \mu x_1)$$

$$= k(\lambda_0 + \mu) x_0 + \mu^2 x_1$$

Επειτά βρίσκω το Cayley-Hamilton

$$A^2 x_1 = 2\lambda_0 A x_1 - \lambda_0^2 x_1$$

$$= 2\lambda_0 (k x_0 + \mu x_1) - \lambda_0^2 x_1$$

$$= 2\lambda_0 k x_0 + x_1 \lambda_0 (2\mu - \lambda_0)$$

συνεπώς επιλέγω για  $x_0$  &  $x_1$

είναι ορατά και από τα παραπάνω

θα μείνει να βρω

$$K(\lambda_0 + k) = 2\lambda_0 K \quad (1) \quad (k \neq 0)$$

$$\text{και } \mu^2 = \lambda_0(2k-1) \quad (2)$$

από την (1) αφέσαι η.κ.α.η  
που  $\lambda_0 = k$  και η (2)  
επιδείκνυται.

Αν  $\forall x_1$  να είναι  
γυμναστική συστηματικό τμήμα  $x_0$

$$\text{έχω } Ax_1 = kx_0 + \lambda_0 x_1$$

για όλα  $k \neq 0$  να εσχετίζονται

από το  $x_0$ . τίπολο

Επιλέγουμε  $\xi \in X_1$

υπολογίζουμε το  $k$  που τμήμα  
αυτίσθαι. και λαμβάνουμε

$$\tau: \xi = \frac{x_1}{k}$$

$$\text{τότε } A\xi = x_0 + \lambda_0 x_1$$

λ α β α υ υ

$$X = [x_0, \xi]$$

$$\tau: \mathbb{R} \quad AX = [Ax_0, A\xi]$$

$$= [\lambda_0 x_0, x_0 + \lambda_0 \xi]$$

$$= X \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix}$$

η α β α υ υ

$$\begin{bmatrix} x_{01} & \xi_1 \\ x_{02} & \xi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_0 x_{01} & x_{01} + \lambda_0 \xi_1 \\ \lambda_0 x_{02} & x_{02} + \lambda_0 \xi_2 \end{bmatrix}$$

$$= [\lambda_0 x_0, x_0 + \lambda_0 \xi]$$

Επιπλέον ο  $X$  είναι αντιστρέψιμο

(για  $x_0 \neq x_1$  γραμμικώς ανεξάρτητες)

$$\text{θα είναι} \quad X^{-1}AX = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix}$$

ο νόμος είναι γραμμικός αυτός

ο μετασχηματισμός

$$y = X^{-1} x$$

$$\text{π.χ. } X = \begin{bmatrix} x_0 & \xi \end{bmatrix}$$

μετατρέπεται σε γραμμικό  
ορίζεται οι κοπές Jordans

$$\frac{dy}{dt} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} y$$

Συμπερασματικά οπότε  $Ax_1 = kx_0 + \lambda_0 x_1$   
η  $x_1$  συγκεκριμένα κοπές  $\lambda_0$   $x_0$   $x_1$   $x_2$   $x_3$   $x_4$   $x_5$   $x_6$   $x_7$   $x_8$   $x_9$   $x_{10}$   $x_{11}$   $x_{12}$   $x_{13}$   $x_{14}$   $x_{15}$   $x_{16}$   $x_{17}$   $x_{18}$   $x_{19}$   $x_{20}$   $x_{21}$   $x_{22}$   $x_{23}$   $x_{24}$   $x_{25}$   $x_{26}$   $x_{27}$   $x_{28}$   $x_{29}$   $x_{30}$   $x_{31}$   $x_{32}$   $x_{33}$   $x_{34}$   $x_{35}$   $x_{36}$   $x_{37}$   $x_{38}$   $x_{39}$   $x_{40}$   $x_{41}$   $x_{42}$   $x_{43}$   $x_{44}$   $x_{45}$   $x_{46}$   $x_{47}$   $x_{48}$   $x_{49}$   $x_{50}$   $x_{51}$   $x_{52}$   $x_{53}$   $x_{54}$   $x_{55}$   $x_{56}$   $x_{57}$   $x_{58}$   $x_{59}$   $x_{60}$   $x_{61}$   $x_{62}$   $x_{63}$   $x_{64}$   $x_{65}$   $x_{66}$   $x_{67}$   $x_{68}$   $x_{69}$   $x_{70}$   $x_{71}$   $x_{72}$   $x_{73}$   $x_{74}$   $x_{75}$   $x_{76}$   $x_{77}$   $x_{78}$   $x_{79}$   $x_{80}$   $x_{81}$   $x_{82}$   $x_{83}$   $x_{84}$   $x_{85}$   $x_{86}$   $x_{87}$   $x_{88}$   $x_{89}$   $x_{90}$   $x_{91}$   $x_{92}$   $x_{93}$   $x_{94}$   $x_{95}$   $x_{96}$   $x_{97}$   $x_{98}$   $x_{99}$   $x_{100}$   $x_{101}$   $x_{102}$   $x_{103}$   $x_{104}$   $x_{105}$   $x_{106}$   $x_{107}$   $x_{108}$   $x_{109}$   $x_{110}$   $x_{111}$   $x_{112}$   $x_{113}$   $x_{114}$   $x_{115}$   $x_{116}$   $x_{117}$   $x_{118}$   $x_{119}$   $x_{120}$   $x_{121}$   $x_{122}$   $x_{123}$   $x_{124}$   $x_{125}$   $x_{126}$   $x_{127}$   $x_{128}$   $x_{129}$   $x_{130}$   $x_{131}$   $x_{132}$   $x_{133}$   $x_{134}$   $x_{135}$   $x_{136}$   $x_{137}$   $x_{138}$   $x_{139}$   $x_{140}$   $x_{141}$   $x_{142}$   $x_{143}$   $x_{144}$   $x_{145}$   $x_{146}$   $x_{147}$   $x_{148}$   $x_{149}$   $x_{150}$   $x_{151}$   $x_{152}$   $x_{153}$   $x_{154}$   $x_{155}$   $x_{156}$   $x_{157}$   $x_{158}$   $x_{159}$   $x_{160}$   $x_{161}$   $x_{162}$   $x_{163}$   $x_{164}$   $x_{165}$   $x_{166}$   $x_{167}$   $x_{168}$   $x_{169}$   $x_{170}$   $x_{171}$   $x_{172}$   $x_{173}$   $x_{174}$   $x_{175}$   $x_{176}$   $x_{177}$   $x_{178}$   $x_{179}$   $x_{180}$   $x_{181}$   $x_{182}$   $x_{183}$   $x_{184}$   $x_{185}$   $x_{186}$   $x_{187}$   $x_{188}$   $x_{189}$   $x_{190}$   $x_{191}$   $x_{192}$   $x_{193}$   $x_{194}$   $x_{195}$   $x_{196}$   $x_{197}$   $x_{198}$   $x_{199}$   $x_{200}$   $x_{201}$   $x_{202}$   $x_{203}$   $x_{204}$   $x_{205}$   $x_{206}$   $x_{207}$   $x_{208}$   $x_{209}$   $x_{210}$   $x_{211}$   $x_{212}$   $x_{213}$   $x_{214}$   $x_{215}$   $x_{216}$   $x_{217}$   $x_{218}$   $x_{219}$   $x_{220}$   $x_{221}$   $x_{222}$   $x_{223}$   $x_{224}$   $x_{225}$   $x_{226}$   $x_{227}$   $x_{228}$   $x_{229}$   $x_{230}$   $x_{231}$   $x_{232}$   $x_{233}$   $x_{234}$   $x_{235}$   $x_{236}$   $x_{237}$   $x_{238}$   $x_{239}$   $x_{240}$   $x_{241}$   $x_{242}$   $x_{243}$   $x_{244}$   $x_{245}$   $x_{246}$   $x_{247}$   $x_{248}$   $x_{249}$   $x_{250}$   $x_{251}$   $x_{252}$   $x_{253}$   $x_{254}$   $x_{255}$   $x_{256}$   $x_{257}$   $x_{258}$   $x_{259}$   $x_{260}$   $x_{261}$   $x_{262}$   $x_{263}$   $x_{264}$   $x_{265}$   $x_{266}$   $x_{267}$   $x_{268}$   $x_{269}$   $x_{270}$   $x_{271}$   $x_{272}$   $x_{273}$   $x_{274}$   $x_{275}$   $x_{276}$   $x_{277}$   $x_{278}$   $x_{279}$   $x_{280}$   $x_{281}$   $x_{282}$   $x_{283}$   $x_{284}$   $x_{285}$   $x_{286}$   $x_{287}$   $x_{288}$   $x_{289}$   $x_{290}$   $x_{291}$   $x_{292}$   $x_{293}$   $x_{294}$   $x_{295}$   $x_{296}$   $x_{297}$   $x_{298}$   $x_{299}$   $x_{300}$   $x_{301}$   $x_{302}$   $x_{303}$   $x_{304}$   $x_{305}$   $x_{306}$   $x_{307}$   $x_{308}$   $x_{309}$   $x_{310}$   $x_{311}$   $x_{312}$   $x_{313}$   $x_{314}$   $x_{315}$   $x_{316}$   $x_{317}$   $x_{318}$   $x_{319}$   $x_{320}$   $x_{321}$   $x_{322}$   $x_{323}$   $x_{324}$   $x_{325}$   $x_{326}$   $x_{327}$   $x_{328}$   $x_{329}$   $x_{330}$   $x_{331}$   $x_{332}$   $x_{333}$   $x_{334}$   $x_{335}$   $x_{336}$   $x_{337}$   $x_{338}$   $x_{339}$   $x_{340}$   $x_{341}$   $x_{342}$   $x_{343}$   $x_{344}$   $x_{345}$   $x_{346}$   $x_{347}$   $x_{348}$   $x_{349}$   $x_{350}$   $x_{351}$   $x_{352}$   $x_{353}$   $x_{354}$   $x_{355}$   $x_{356}$   $x_{357}$   $x_{358}$   $x_{359}$   $x_{360}$   $x_{361}$   $x_{362}$   $x_{363}$   $x_{364}$   $x_{365}$   $x_{366}$   $x_{367}$   $x_{368}$   $x_{369}$   $x_{370}$   $x_{371}$   $x_{372}$   $x_{373}$   $x_{374}$   $x_{375}$   $x_{376}$   $x_{377}$   $x_{378}$   $x_{379}$   $x_{380}$   $x_{381}$   $x_{382}$   $x_{383}$   $x_{384}$   $x_{385}$   $x_{386}$   $x_{387}$   $x_{388}$   $x_{389}$   $x_{390}$   $x_{391}$   $x_{392}$   $x_{393}$   $x_{394}$   $x_{395}$   $x_{396}$   $x_{397}$   $x_{398}$   $x_{399}$   $x_{400}$   $x_{401}$   $x_{402}$   $x_{403}$   $x_{404}$   $x_{405}$   $x_{406}$   $x_{407}$   $x_{408}$   $x_{409}$   $x_{410}$   $x_{411}$   $x_{412}$   $x_{413}$   $x_{414}$   $x_{415}$   $x_{416}$   $x_{417}$   $x_{418}$   $x_{419}$   $x_{420}$   $x_{421}$   $x_{422}$   $x_{423}$   $x_{424}$   $x_{425}$   $x_{426}$   $x_{427}$   $x_{428}$   $x_{429}$   $x_{430}$   $x_{431}$   $x_{432}$   $x_{433}$   $x_{434}$   $x_{435}$   $x_{436}$   $x_{437}$   $x_{438}$   $x_{439}$   $x_{440}$   $x_{441}$   $x_{442}$   $x_{443}$   $x_{444}$   $x_{445}$   $x_{446}$   $x_{447}$   $x_{448}$   $x_{449}$   $x_{450}$   $x_{451}$   $x_{452}$   $x_{453}$   $x_{454}$   $x_{455}$   $x_{456}$   $x_{457}$   $x_{458}$   $x_{459}$   $x_{460}$   $x_{461}$   $x_{462}$   $x_{463}$   $x_{464}$   $x_{465}$   $x_{466}$   $x_{467}$   $x_{468}$   $x_{469}$   $x_{470}$   $x_{471}$   $x_{472}$   $x_{473}$   $x_{474}$   $x_{475}$   $x_{476}$   $x_{477}$   $x_{478}$   $x_{479}$   $x_{480}$   $x_{481}$   $x_{482}$   $x_{483}$   $x_{484}$   $x_{485}$   $x_{486}$   $x_{487}$   $x_{488}$   $x_{489}$   $x_{490}$   $x_{491}$   $x_{492}$   $x_{493}$   $x_{494}$   $x_{495}$   $x_{496}$   $x_{497}$   $x_{498}$   $x_{499}$   $x_{500}$   $x_{501}$   $x_{502}$   $x_{503}$   $x_{504}$   $x_{505}$   $x_{506}$   $x_{507}$   $x_{508}$   $x_{509}$   $x_{510}$   $x_{511}$   $x_{512}$   $x_{513}$   $x_{514}$   $x_{515}$   $x_{516}$   $x_{517}$   $x_{518}$   $x_{519}$   $x_{520}$   $x_{521}$   $x_{522}$   $x_{523}$   $x_{524}$   $x_{525}$   $x_{526}$   $x_{527}$   $x_{528}$   $x_{529}$   $x_{530}$   $x_{531}$   $x_{532}$   $x_{533}$   $x_{534}$   $x_{535}$   $x_{536}$   $x_{537}$   $x_{538}$   $x_{539}$   $x_{540}$   $x_{541}$   $x_{542}$   $x_{543}$   $x_{544}$   $x_{545}$   $x_{546}$   $x_{547}$   $x_{548}$   $x_{549}$   $x_{550}$   $x_{551}$   $x_{552}$   $x_{553}$   $x_{554}$   $x_{555}$   $x_{556}$   $x_{557}$   $x_{558}$   $x_{559}$   $x_{560}$   $x_{561}$   $x_{562}$   $x_{563}$   $x_{564}$   $x_{565}$   $x_{566}$   $x_{567}$   $x_{568}$   $x_{569}$   $x_{570}$   $x_{571}$   $x_{572}$   $x_{573}$   $x_{574}$   $x_{575}$   $x_{576}$   $x_{577}$   $x_{578}$   $x_{579}$   $x_{580}$   $x_{581}$   $x_{582}$   $x_{583}$   $x_{584}$   $x_{585}$   $x_{586}$   $x_{587}$   $x_{588}$   $x_{589}$   $x_{590}$   $x_{591}$   $x_{592}$   $x_{593}$   $x_{594}$   $x_{595}$   $x_{596}$   $x_{597}$   $x_{598}$   $x_{599}$   $x_{600}$   $x_{601}$   $x_{602}$   $x_{603}$   $x_{604}$   $x_{605}$   $x_{606}$   $x_{607}$   $x_{608}$   $x_{609}$   $x_{610}$   $x_{611}$   $x_{612}$   $x_{613}$   $x_{614}$   $x_{615}$   $x_{616}$   $x_{617}$   $x_{618}$   $x_{619}$   $x_{620}$   $x_{621}$   $x_{622}$   $x_{623}$   $x_{624}$   $x_{625}$   $x_{626}$   $x_{627}$   $x_{628}$   $x_{629}$   $x_{630}$   $x_{631}$   $x_{632}$   $x_{633}$   $x_{634}$   $x_{635}$   $x_{636}$   $x_{637}$   $x_{638}$   $x_{639}$   $x_{640}$   $x_{641}$   $x_{642}$   $x_{643}$   $x_{644}$   $x_{645}$   $x_{646}$   $x_{647}$   $x_{648}$   $x_{649}$   $x_{650}$   $x_{651}$   $x_{652}$   $x_{653}$   $x_{654}$   $x_{655}$   $x_{656}$   $x_{657}$   $x_{658}$   $x_{659}$   $x_{660}$   $x_{661}$   $x_{662}$   $x_{663}$   $x_{664}$   $x_{665}$   $x_{666}$   $x_{667}$   $x_{668}$   $x_{669}$   $x_{670}$   $x_{671}$   $x_{672}$   $x_{673}$   $x_{674}$   $x_{675}$   $x_{676}$   $x_{677}$   $x_{678}$   $x_{679}$   $x_{680}$   $x_{681}$   $x_{682}$   $x_{683}$   $x_{684}$   $x_{685}$   $x_{686}$   $x_{687}$   $x_{688}$   $x_{689}$   $x_{690}$   $x_{691}$   $x_{692}$   $x_{693}$   $x_{694}$   $x_{695}$   $x_{696}$   $x_{697}$   $x_{698}$   $x_{699}$   $x_{700}$   $x_{701}$   $x_{702}$   $x_{703}$   $x_{704}$   $x_{705}$   $x_{706}$   $x_{707}$   $x_{708}$   $x_{709}$   $x_{710}$   $x_{711}$   $x_{712}$   $x_{713}$   $x_{714}$   $x_{715}$   $x_{716}$   $x_{717}$   $x_{718}$   $x_{719}$   $x_{720}$   $x_{721}$   $x_{722}$   $x_{723}$   $x_{724}$   $x_{725}$   $x_{726}$   $x_{727}$   $x_{728}$   $x_{729}$   $x_{730}$   $x_{731}$   $x_{732}$   $x_{733}$   $x_{734}$   $x_{735}$   $x_{736}$   $x_{737}$   $x_{738}$   $x_{739}$   $x_{740}$   $x_{741}$   $x_{742}$   $x_{743}$   $x_{744}$   $x_{745}$   $x_{746}$   $x_{747}$   $x_{748}$   $x_{749}$   $x_{750}$   $x_{751}$   $x_{752}$   $x_{753}$   $x_{754}$   $x_{755}$   $x_{756}$   $x_{757}$   $x_{758}$   $x_{759}$   $x_{760}$   $x_{761}$   $x_{762}$   $x_{763}$   $x_{764}$   $x_{765}$   $x_{766}$   $x_{767}$   $x_{768}$   $x_{769}$   $x_{770}$   $x_{771}$   $x_{772}$   $x_{773}$   $x_{774}$   $x_{775}$   $x_{776}$   $x_{777}$   $x_{778}$   $x_{779}$   $x_{780}$   $x_{781}$   $x_{782}$   $x_{783}$   $x_{784}$   $x_{785}$   $x_{786}$   $x_{787}$   $x_{788}$   $x_{789}$   $x_{790}$   $x_{791}$   $x_{792}$   $x_{793}$   $x_{794}$   $x_{795}$   $x_{796}$   $x_{797}$   $x_{798}$   $x_{799}$   $x_{800}$   $x_{801}$   $x_{802}$   $x_{803}$   $x_{804}$   $x_{805}$   $x_{806}$   $x_{807}$   $x_{808}$   $x_{809}$   $x_{810}$   $x_{811}$   $x_{812}$   $x_{813}$   $x_{814}$   $x_{815}$   $x_{816}$   $x_{817}$   $x_{818}$   $x_{819}$   $x_{820}$   $x_{821}$   $x_{822}$   $x_{823}$   $x_{824}$   $x_{825}$   $x_{826}$   $x_{827}$   $x_{828}$   $x_{829}$   $x_{830}$   $x_{831}$   $x_{832}$   $x_{833}$   $x_{834}$   $x_{835}$   $x_{836}$   $x_{837}$   $x_{838}$   $x_{839}$   $x_{840}$   $x_{841}$   $x_{842}$   $x_{843}$   $x_{844}$   $x_{845}$   $x_{846}$   $x_{847}$   $x_{848}$   $x_{849}$   $x_{850}$   $x_{851}$   $x_{852}$   $x_{853}$   $x_{854}$   $x_{855}$   $x_{856}$   $x_{857}$   $x_{858}$   $x_{859}$   $x_{860}$   $x_{861}$   $x_{862}$   $x_{863}$   $x_{864}$   $x_{865}$   $x_{866}$   $x_{867}$   $x_{868}$   $x_{869}$   $x_{870}$   $x_{871}$   $x_{872}$   $x_{873}$   $x_{874}$   $x_{875}$   $x_{876}$   $x_{877}$   $x_{878}$   $x_{879}$   $x_{880}$   $x_{881}$   $x_{882}$   $x_{883}$   $x_{884}$   $x_{885}$   $x_{886}$   $x_{887}$   $x_{888}$   $x_{889}$   $x_{890}$   $x_{891}$   $x_{892}$   $x_{893}$   $x_{894}$   $x_{895}$   $x_{896}$   $x_{897}$   $x_{898}$   $x_{899}$   $x_{900}$   $x_{901}$   $x_{902}$   $x_{903}$   $x_{904}$   $x_{905}$   $x_{906}$   $x_{907}$   $x_{908}$   $x_{909}$   $x_{910}$   $x_{911}$   $x_{912}$   $x_{913}$   $x_{914}$   $x_{915}$   $x_{916}$   $x_{917}$   $x_{918}$   $x_{919}$   $x_{920}$   $x_{921}$   $x_{922}$   $x_{923}$   $x_{924}$   $x_{925}$   $x_{926}$   $x_{927}$   $x_{928}$   $x_{929}$   $x_{930}$   $x_{931}$   $x_{932}$   $x_{933}$   $x_{934}$   $x_{935}$   $x_{936}$   $x_{937}$   $x_{938}$   $x_{939}$   $x_{940}$   $x_{941}$   $x_{942}$   $x_{943}$   $x_{944}$   $x_{945}$   $x_{946}$   $x_{947}$   $x_{948}$   $x_{949}$   $x_{950}$   $x_{951}$   $x_{952}$   $x_{953}$   $x_{954}$   $x_{955}$   $x_{956}$   $x_{957}$   $x_{958}$   $x_{959}$   $x_{960}$   $x_{961}$   $x_{962}$   $x_{963}$   $x_{964}$   $x_{965}$   $x_{966}$   $x_{967}$   $x_{968}$   $x_{969}$   $x_{970}$   $x_{971}$   $x_{972}$   $x_{973}$   $x_{974}$   $x_{975}$   $x_{976}$   $x_{977}$   $x_{978}$   $x_{979}$   $x_{980}$   $x_{981}$   $x_{982}$   $x_{983}$   $x_{984}$   $x_{985}$   $x_{986}$   $x_{987}$   $x_{988}$   $x_{989}$   $x_{990}$   $x_{991}$   $x_{992}$   $x_{993}$   $x_{994}$   $x_{995}$   $x_{996}$   $x_{997}$   $x_{998}$   $x_{999}$   $x_{1000}$

π.χ. αν υποθέσουμε  $Ax_1 = kx_0 + \lambda x_1$   
π.χ.  $k \neq 0$  &  $k \neq \lambda_0$

7576  
αβ υηολ.νίσωφκ

$$\tau: A \left( x_1 + \frac{K}{\mu - \lambda_0} x_0 \right) =$$

$$= K x_0 + \mu x_1 + \frac{K \lambda_0}{\mu - \lambda_0} x_0$$

$$= K \left[ \frac{\mu - \lambda_0 + \lambda_0}{\mu - \lambda_0} \right] x_0 + \mu x_1$$

$$= \mu \left[ x_1 + \frac{K}{\mu - \lambda_0} x_0 \right]$$

δηλαδή αν  $\mu \neq \lambda_0$

$$\tau: x_1 + \frac{K}{\mu - \lambda_0} x_0 \quad \partial \tau$$

Επειδή  $\lambda_0$  ιδιοδιάνυστα  
φεί ιδιοτιμή  $\mu$ !

