

ΦΥΣΙΚΗ ΤΩΝ ΑΣΤΕΡΩΝ

ΣΥΝΤΟΜΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

1. Βασικές έννοιες ακτινοβολίας

1.1 Φωτεινότητα (luminosity), L , είναι ο ρυθμός με τον οποίο ένα αντικείμενο εκπέμπει ενέργεια προς τα έξω (ισχύς):

$$dE = L dt \quad (1.1)$$

Μονάδες μέτρησης φωτεινότητας:

- $erg\ s^{-1}$ (CGS)
- W (SI)
- $L_{\odot} = 3.85 \times 10^{33} erg\ s^{-1}$

Η φωτεινότητα είναι εγγενής ιδιότητα της πηγής (δεν εξαρτάται από την απόσταση). Κάθε αντικείμενο (ανεξαρτήτως σχήματος) περιγράφεται από τη φωτεινότητά του.

1.2 Φασματική φωτεινότητα (spectral luminosity) ή φασματική ισχύς (spectral power) είναι η φωτεινότητα ανά μονάδα μήκους κύματος, L_{λ} (μονάδες στο CGS of $ergs^{-1}cm^{-1}$), ή ανά μονάδα συχνότητας L_{ν} ($ergs^{-1}Hz^{-1}$), δηλ. αν η στοιχειώδης φωτεινότητα μεταξύ λ και $\lambda + d\lambda$ (ή ν , και $\nu + d\nu$) είναι dL , τότε

$$dL = L_{\lambda}|d\lambda| = L_{\nu}|d\nu| \quad (1.2)$$

1.3 Βολομετρική φωτεινότητα (bolometric luminosity) είναι η συνολική φωτεινή ισχύς σε όλα τα μήκη κύματος ή σε όλες τις συχνότητες. Δηλαδή,

$$L_{bol} = \int_0^{\infty} L_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} L_{\nu} d\nu \quad (1.3)$$

1.4 Ροή, f , είναι η ακτινοβολούμενη ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που περνά από μία μοναδιαία επιφάνεια dA δηλ.

$$dL = f dA \quad (1.4)$$

Μονάδες μέτρησης ροής:

- $erg\ s^{-1}\ cm^{-2}$ (CGS)
- Wm^{-2} (SI)

1.5 Φασματική πυκνότητα ροής (spectral flux density), f_λ (ή f_ν), είναι η ροή ανά μονάδα μήκους κύματος, ή ανά μονάδα συχνότητας, δηλ. αν η στοιχειώδης ροή μεταξύ λ και $\lambda + d\lambda$ (ή ν , και $\nu + d\nu$) είναι df , τότε

$$df = f_\lambda |d\lambda| = f_\nu |d\nu| \quad (1.5)$$

και

$$dL_\nu = f_\nu dA, \quad dL_\lambda = f_\lambda dA \quad (1.6)$$

Σημείωση: $f_\nu \neq f_\lambda$, και $\lambda f_\lambda = \nu f_\nu$ (αφού $\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda}{\nu}$)

1.6 Η βολομετρική ροή είναι η συνολική ροή σε όλες τις συχνότητες (ή σε όλα τα μήκη κύματος):

$$f = \int_0^\infty f_\lambda d\lambda = \int_0^\infty f_\nu d\nu \quad (1.7)$$

Μονάδες μέτρησης φασματικής πυκνότητας ροής:

- $erg\ s^{-1}\ cm^{-2}\ Hz^{-1}$ ή $erg\ s^{-1}\ cm^{-2}\ cm^{-1}$ (CGS)
- $Wm^{-2}\ Hz^{-1}$ ή $Wm^{-2}\ m^{-1}$ (SI)
- $1Jy = 10^{-23} erg\ s^{-1}\ cm^{-2}\ Hz^{-1} = 10^{-26} Wm^{-2}\ Hz^{-1}$

1.7 Ροή σε απόσταση r από το κέντρο ισοτροπικής πηγής:

Έστω ισοτροπική πηγή βολομετρικής φωτεινότητας L . Τότε η βολομετρική ροή σε απόσταση r από το κέντρο της πηγής θα είναι ίση με

$$f = L/4\pi r^2 \quad (1.8)$$

1.8 Ροή στην επιφάνεια άστρου

Υποθέτοντας σφαιρική συμμετρία και ομοιόμορφη ροή στην επιφάνεια ενός άστρου φωτεινότητας L_* και ακτίνας R_* , μπορούμε να ορίσουμε την επιφανειακή ροή F από τη σχέση:

$$L_* = 4\pi R_*^2 F \quad (1.9)$$

Αν η ροή έξω από το άστρο, σε απόσταση $r \geq R_*$ από το κέντρο του άστρου είναι f , τότε

$$L_* = 4\pi R_*^2 F = 4\pi r^2 f \Rightarrow f = \left(\frac{R_*}{r}\right)^2 F \quad (1.10)$$

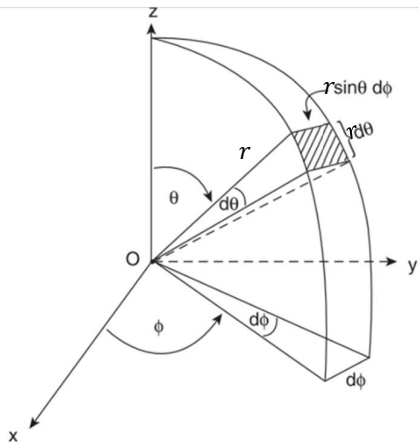
Παράδειγμα 1.1

Για τον Ήλιο: $F_\odot = \frac{L_\odot}{4\pi R_\odot^2} = 6.33 \times 10^{10} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$

Σε απόσταση ίση με την απόσταση Γης-Ήλιου, r_{GH} , η ροή είναι $f_\odot \equiv S = \frac{L_\odot}{4\pi r_{GH}^2} = 1.361 \times 10^6 \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$ και είναι η λεγόμενη **ηλιακή σταθερά**¹.

Η ροή μιας πηγής σε μία συγκεκριμένη περιοχή μηκών κύματος (ή συχνοτήτων) είναι μία μετρήσιμη ποσότητα, φτάνει να λάβουμε υπόψη μας τις διορθώσεις για την απόκριση της γήινης ατμόσφαιρας, του τηλεσκοπίου και του ανιχνευτή μας. Αν ξέρουμε και την απόσταση της πηγής (και τη μεσοαστρική απορρόφηση) τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την αντίστοιχη φωτεινότητα.

1.9 Η έννοια της στερεάς γωνίας



Σχήμα 1.1 Η έννοια της στοιχειώδους στερεάς γωνίας.

Στοιχειώδης επιφάνεια στην επιφάνεια σφαίρας ακτίνας r

$$dA = r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

Στοιχειώδης στερεά γωνία υπό την οποία φαίνεται η επιφάνεια dA από το κέντρο της σφαίρας:

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (1.11)$$

Ολοκληρώνοντας σε όλο το χώρο:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} d\Omega &= \int_0^{2\pi} \left[\int_0^\pi \sin \theta \, d\theta \right] d\phi = \\ &= \int_0^{2\pi} [-\cos \pi + \cos 0] d\phi = \\ &= \int_0^{2\pi} 2 \, d\phi = 4\pi \end{aligned}$$

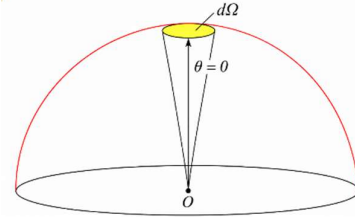
¹ Στην πραγματικότητα η «ηλιακή σταθερά» μεταβάλλεται με τον χρόνο

Παράδειγμα 1.2: Εύρεση της στερεάς γωνίας υπό την οποία φαίνεται ο ηλιακός δίσκος

$$\int_{\Omega_{\odot}} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\int_0^{\theta_c} \sin \theta d\theta \right] = 2\pi(1 - \cos \theta_c)$$

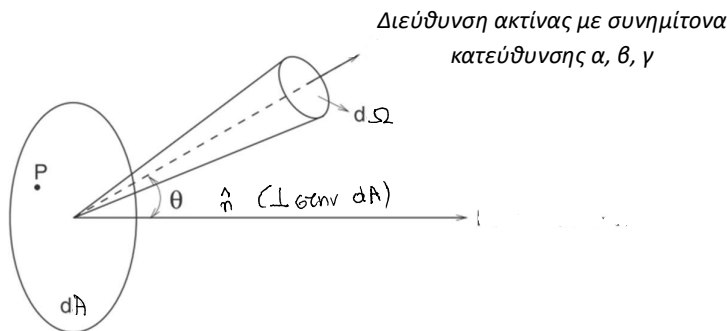
$$\text{Ανάπτυγμα Taylor } \cos \theta_c = 1 - \frac{\theta_c^2}{2} + \dots$$

$$\text{Άρα } \Omega_{\odot} \cong 2\pi \frac{\theta_c^2}{2} = \pi \theta_c^2 \text{ (η } \theta_c \text{ σε ακτίνια).}$$



1.10 Ειδική ένταση ακτινοβολίας – Βολομετρική ένταση ακτινοβολίας

Η ροή περιγράφει τον καθαρό ρυθμό μεταφοράς ενέργειας ανά μονάδα επιφάνειας, λαμβάνοντας υπόψη την ακτινοβολία που διαδίδεται προς όλες τις διευθύνσεις. Για μια λεπτομερέστερη περιγραφή του πεδίου ακτινοβολίας, πρέπει να προσδιορίσουμε την ενέργεια που μεταφέρεται γύρω από κάθε συγκεκριμένη διεύθυνση. Μια μεμονωμένη γεωμετρική ακτίνα αντιστοιχεί σε μηδενική στερεά γωνία και επομένως δεν μπορούμε να της αποδώσουμε πεπερασμένη ενέργεια. Για τον λόγο αυτό θεωρούμε μια στοιχειώδη δέσμη ακτίνων, οι διευθύνσεις των οποίων περιέχονται σε μια στοιχειώδη στερεά γωνία $d\Omega$ γύρω από μια δεδομένη διεύθυνση.



Σχήμα 1.2 Σχηματικό διάγραμμα που δείχνει πώς ορίζεται η ένταση ακτινοβολίας (αναπαραγωγή διαγράμματος από Cambridge University Press 0521770017 - *An Introduction to Radiative Transfer: Methods and Applications in Astrophysics* – Annamaneni Peraiah).

Ας θεωρήσουμε ένα σημείο P στο χώρο με διάνυσμα θέσης $\vec{r}$ και μία στοιχειώδη επιφάνεια dA που περιλαμβάνει το σημείο αυτό. Θεωρούμε εν συνεχεία μία ακτίνα που περνά από τη στοιχειώδη επιφάνεια και μία αντίστοιχη στοιχειώδη στερεά γωνία γύρω της (βλ. σχήμα 1.2). Η διεύθυνση της ακτίνας ορίζεται από τα συνημίτονα κατεύθυνσης α, β, γ (σημειώνουμε ότι επειδή $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$, έχουμε δύο ανεξάρτητες μεταβλητές). Η κάθετη στην επιφάνεια dA σχηματίζει γωνία θ με τη διεύθυνση της συγκεκριμένης ακτίνας. Στη συνέχεια θεωρούμε όλες τις ακτίνες που περνούν από τη dA και που οι διευθύνσεις τους είναι εντός της στερεάς γωνίας $d\Omega$ της συγκεκριμένης ακτίνας. Η συνολική ενέργεια ακτινοβολίας, dE , που περνά μέσα από την επιφάνεια dA και εντός της στοιχειώδους στερεάς γωνίας $d\Omega$ σε χρόνο dt

και μέσα σε περιοχή συχνοτήτων από ν έως $\nu + d\nu$ (ή σε περιοχή μηκών κύματος από λ έως $\lambda + d\lambda$) δίνεται από τη σχέση

$$dE = I_\nu \cos\theta dA dt d\Omega d\nu = I_\lambda \cos\theta dA dt d\Omega d\lambda \quad (1.12)$$

όπου I_ν (ή I_λ) είναι η λεγόμενη **ειδική ένταση ακτινοβολίας**, και αποτελεί την πιο θεμελιώδη ποσότητα για την περιγραφή της διάδοσης ακτινοβολίας.

Αντίστοιχα με τις έννοιες της ροής και της φωτεινότητας, η **βολομετρική ένταση** (ή απλά ένταση) **ακτινοβολίας** δίνεται από τον τύπο:

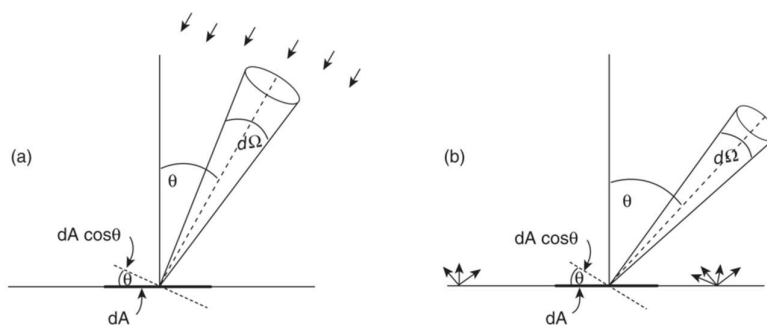
$$I = \int_0^\infty I_\nu d\nu = \int_0^\infty I_\lambda d\lambda \quad (1.13)$$

Μονάδες μέτρησης της ειδικής έντασης ακτινοβολίας:

- $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$ ή $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{cm}^{-1} \text{sr}^{-1}$ (CGS)
- $\text{Wm}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$ ή $\text{Wm}^{-2} \text{m}^{-1} \text{sr}^{-1}$ (SI)

Η ένταση (ειδική ή βολομετρική) ακτινοβολίας είναι συνάρτηση γενικά της θέσης στον χώρο (x, y, z για καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων) και της κατεύθυνσης της ακτίνας (που ορίζεται από τα συνημίτονα κατεύθυνσης α, β, γ). Επίσης, γενικά εξαρτάται από τον χρόνο, t . Μπορούμε λοιπόν γενικά να γράψουμε ότι $I_\nu = I_\nu(x, y, z; \alpha, \beta, \gamma; t)$. Ανάλογα με τη γεωμετρία του προβλήματος, μπορεί να μειωθούν οι μεταβλητές, π.χ. στην περίπτωση ενός μέσου που αποτελείται από παράλληλες ζώνες, $I_\nu = I_\nu(z, \theta, \varphi; t)$, όπου z είναι το ύψος κάθετα στις ζώνες και θ, φ είναι η πολική και αζιμουθιακή γωνία αντίστοιχα. Στην περίπτωση σφαιρικής συμμετρίας, $I_\nu = I_\nu(r, \theta; t)$. Εάν σε ένα σημείο $\vec{r}$ στο χώρο η ένταση ακτινοβολίας δεν εξαρτάται από τη διεύθυνση (δηλ. γενικά από τα α, β, γ) τότε $I_\nu = I_\nu(\vec{r}, t)$, και το πεδίο λέγεται **ισοτροπικό** σε εκείνο το σημείο. Εάν η ένταση ακτινοβολίας είναι ανεξάρτητη και από τη θέση στο χώρο $\vec{r}$ και από τη διεύθυνση (α, β, γ) τότε το πεδίο ακτινοβολίας λέγεται **ομοιογενές και ισοτροπικό**.

Παράδειγμα 1.3



Σχήμα 1.3 Διάγραμμα που δείχνει την ένταση και την εξάρτησή της από τη διεύθυνση και τη στερεά γωνία. (a) Το στοιχείο επιφάνειας dA αντιστοιχεί σε ανιχνευτή στη Γη, με το ζενίθ ως κάθετη διεύθυνση· η πηγή βρίσκεται στον ουρανό υπό γωνία θ και $d\Omega$ είναι στοιχειώδης στερεά γωνία υπό την οποία φαίνεται η πηγή. (b) Εδώ, ένας νοητός ανιχνευτής τοποθετείται στην επιφάνεια ενός άστρου· η ένταση εκφράζει τα φωτόνια που εκπέμπονται μέσα σε δεδομένη στερεά γωνία υπό γωνία θ από την κάθετο. Αναπαραγωγή διαγράμματος από *Astrophysics-Decoding the Cosmos*, by J.A. Irwin, John Wiley & Sons Ltd, 2007.

Όπως είδαμε, η ένταση απομονώνει την εκπομπή που βρίσκεται μέσα σε μια δεδομένη στοιχειώδη στερεά γωνία και υπό κάποια γωνία ως προς την κάθετο. Η γεωμετρία φαίνεται στο Σχήμα 1.3 για δύο περιπτώσεις: μία (a) όπου ένας ανιχνευτής λαμβάνει ακτινοβολία από μια πηγή στον ουρανό και μία (b) όπου ένας νοητός ανιχνευτής είναι τοποθετημένος στην επιφάνεια ενός άστρου. Στην πρώτη περίπτωση, η πηγή υποτείνει κάποια στερεά γωνία στον ουρανό, σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία θ ως προς το ζενίθ. Ο παράγοντας $\cos\theta$ λαμβάνει υπόψη τη μείωση της ενεργού επιφάνειας του ανιχνευτή καθώς η ακτινοβολία προσπίπτει υπό γωνία. Συνήθως, ο ανιχνευτής στρέφεται απευθείας προς την πηγή ενδιαφέροντος, οπότε $\cos\theta = 1$. Στη δεύτερη περίπτωση, το σύστημα συντεταγμένων έχει τοποθετηθεί στην επιφάνεια ενός άστρου. Σε οποιοδήποτε σημείο της επιφάνειας, η ακτινοβολία εκπέμπεται προς όλες τις διευθύνσεις μακριά από την επιφάνεια. Η ένταση αναφέρεται στην εκπομπή προς τη διεύθυνση θ και εντός της στοιχειώδους στερεάς γωνίας $d\Omega$.

Το Σχήμα 1.3 βοηθάει στην κατανόηση της γενικότητας αυτών των μεγεθών. Μπορούμε να τοποθετήσουμε το σύστημα συντεταγμένων στο κέντρο ενός άστρου, στον μεσοαστρικό χώρο ή οπουδήποτε επιθυμούμε να προσδιορίσουμε την ένταση ακτινοβολίας που προέρχεται από μια πηγή.

1.11 Ιδιότητες-χαρακτηριστικά της έντασης (ειδικής και βολομετρικής) ακτινοβολίας

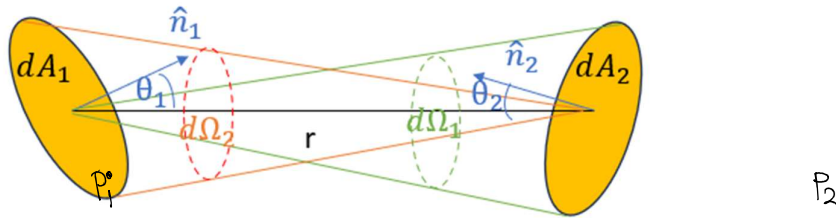
- Σε ένα ιδανικό οπτικό σύστημα χωρίς απορρόφηση ή άλλες απώλειες, η ειδική ένταση ακτινοβολίας διατηρείται κατά τη διάδοση μέσω κατόπτρων ή φακών
- Όταν η ακτινοβολία διαδίδεται στον ελεύθερο χώρο (δηλ. στο κενό) τότε η έντασή της παραμένει σταθερή, δηλ. είναι ανεξάρτητη της διανυόμενης απόστασης.

Άσκηση 1.1

Να δειχθεί ότι η ειδική ένταση της ακτινοβολίας διατηρείται κατά μήκος οποιασδήποτε ακτίνας που διαδίδεται στον ελεύθερο χώρο. Ή αλλιώς η ειδική ένταση (και η βολομετρική ένταση) είναι ανεξάρτητες της απόστασης της πηγής.

Έστω μία ακτίνα που διαδίδεται στον ελεύθερο χώρο, και έστω δύο σημεία P_1 και P_2 κατά μήκος της ακτίνας διάδοσης με $\overrightarrow{P_1P_2} = \vec{r}$.

Θεωρώ στοιχειώδεις επιφάνειες dA_1 και dA_2 στα σημεία αυτά. Οι κάθετες στις επιφάνειες αυτές είναι $\hat{n}_1$ και $\hat{n}_2$ αντίστοιχα, και σχηματίζουν γωνίες θ_1 και θ_2 με το $\vec{r}$ (βλ. σχήμα 1.4).



Σχήμα 1.4 Σχηματικό διάγραμμα για την απόδειξη ότι η ειδική ένταση ακτινοβολίας παραμένει σταθερή κατά τη διάδοση της ακτινοβολίας στον ελεύθερο χώρο.

Η στερεά γωνία υπό την οποία φαίνεται η επιφάνεια dA_2 από το κέντρο της dA_1 είναι η:

$$d\Omega_1 = \frac{\cos \theta_2 dA_2}{r^2} \quad (1.14)$$

ενώ η στερεά γωνία υπό την οποία φαίνεται η επιφάνεια dA_1 από το κέντρο της dA_2 είναι η:

$$d\Omega_2 = \frac{\cos \theta_1 dA_1}{r^2} \quad (1.15)$$

Από τον ορισμό της ειδικής έντασης ακτινοβολίας έχουμε:

$$dE_{v,1} = I_{v,1} \cos \theta_1 dv d\Omega_1 dA_1 dt \quad (1.16)$$

και

$$dE_{v,2} = I_{v,2} \cos \theta_2 dv d\Omega_2 dA_2 dt \quad (1.17)$$

Από τις (1.16) και (1.14) προκύπτει ότι

$$dE_{v,1} = I_{v,1} \cos \theta_1 dv \frac{\cos \theta_2 dA_2}{r^2} dA_1 dt \quad (1.18)$$

και από τις (1.17) και (1.15) ότι

$$dE_{v,2} = I_{v,2} \cos \theta_2 dv \frac{\cos \theta_1 dA_1}{r^2} dA_2 dt \quad (1.19)$$

Αλλά λόγω διατήρησης της ενέργειας (διάδοση στον ελεύθερο χώρο)

$$dE_{v,1} \xrightarrow[1.18, 1.19]{} dE_{v,2} \implies I_{v,1} = I_{v,2} \quad (1.20)$$

1.12 Μέση ένταση ακτινοβολίας

Η μέση ένταση ακτινοβολίας, J , προκύπτει από τη μέση τιμή της έντασης της ακτινοβολίας από όλες τις κατευθύνσεις

$$J \equiv \frac{\int I d\Omega}{\int d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \int I d\Omega \quad (1.21)$$

Σε ένα ιστροπικό πεδίο ακτινοβολίας η μέση ένταση ακτινοβολίας σε ένα σημείο στο χώρο ισούται με την ένταση ακτινοβολίας, δηλ. $J = I$ (προκύπτει απευθείας από την 1.21).

Η ειδική ένταση διατηρείται κατά μήκος κάθε ακτίνας που διαδίδεται στον ελεύθερο χώρο. Η μέση ένταση J , όμως, εξαρτάται από τη γωνιακή κατανομή της ακτινοβολίας και γενικά μεταβάλλεται με τη θέση. Παραμένει σταθερή όταν η γωνιακή κατανομή δεν μεταβάλλεται, όπως σε ένα ομογενές και ιστροπικό πεδίο ακτινοβολίας.

Παράδειγμα 1.4

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να μετρήσουμε τη μέση ένταση ακτινοβολίας που προέρχεται από τον ηλιακό δίσκο, στην επιφάνεια της Γης και στην επιφάνεια του Άρη. Θεωρούμε ότι η μοναδική πηγή ακτινοβολίας είναι ο ήλιος.

Μπορούμε να γράψουμε $J = \frac{1}{4\pi} \int I d\Omega \cong \frac{1}{4\pi} I \Omega_{\odot} \cong \frac{1}{4\pi} I \frac{\pi R^2}{r^2}$, όπου έχουμε θεωρήσει ότι η ένταση ακτινοβολίας I είναι σταθερή από οποιοδήποτε σημείο του ηλιακού δίσκου (και μηδέν οπουδήποτε αλλού). R είναι η ακτίνα του ηλιακού δίσκου, και r η απόσταση παρατηρητή-ήλιου ($r \gg R_{\odot}$).

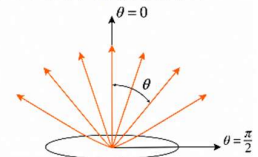
Προφανώς το J είναι διαφορετικό για τους δύο παρατηρητές (διαφορετικό r), επειδή η στερεά γωνία υπό την οποία φαίνεται ο ηλιακός δίσκος είναι διαφορετική στη Γη και στον Άρη.

Παράδειγμα 1.5

Ας θεωρήσουμε μια επιφάνεια που εκπέμπει ομοιογενώς ακτινοβολία προς τα έξω (η ένταση I είναι ίδια από όλα τα σημεία της επιφάνειας και προς όλες τις κατευθύνσεις του ημισφαιρίου).

Εφόσον η εκπομπή είναι ημισφαιρική (μόνο προς τα έξω, δηλ. $0 \leq \theta \leq \pi/2$), η μέση ένταση θα είναι:

$$J = \frac{1}{4\pi} \int I d\Omega = \frac{I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta d\phi = \frac{I}{4\pi} 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta = \frac{I}{2}$$



1.13 Σχέση έντασης και ροής ακτινοβολίας

Από τους ορισμούς της ειδικής (ή της βολομετρικής) έντασης ακτινοβολίας και της φασματικής πυκνότητας (ή της βολομετρικής) ροής ακτινοβολίας, προκύπτει ότι:

$$df_v = I_v \cos \theta d\Omega \quad (1.22)$$

Συνεπώς, η συνολική ροή που περνά μέσα από μία στοιχειώδη επιφάνεια είναι:

$$f_v = \int I_v \cos \theta d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_v \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} I_v \cos \theta \sin \theta d\theta + \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\pi/2}^{\pi} I_v \cos \theta \sin \theta d\theta = f_v(+) - f_v(-) \quad (1.23)$$

όπου

$$f_v(+) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_v \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi \quad (1.24)$$

και

$$f_v(-) = \int_0^{2\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} I_v \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi \quad (1.25)$$

Το $f_v(+)$ αντιπροσωπεύει την ακτινοβολία που φωτίζει την επιφάνεια από τη μία πλευρά, ενώ το $f_v(-)$ αντιπροσωπεύει την ακτινοβολία που φωτίζει την επιφάνεια από την άλλη πλευρά. Επομένως, το f_v , δηλαδή η ροή ακτινοβολίας που διέρχεται μέσω της επιφάνειας, είναι η διαφορά ανάμεσα σε αυτές τις δύο συνεισφορές φωτισμού της επιφάνειας.

Παράδειγμα 1.6

Να υπολογιστεί η ροή ακτινοβολίας f που καταγράφεται από έναν ανιχνευτή ο οποίος είναι στραμμένος απευθείας προς μια πηγή ακτινοβολίας ομοιόμορφης έντασης I , η οποία καλύπτει μικρή στερεά γωνία Ω .

Επειδή ο ανιχνευτής είναι στραμμένος προς το κέντρο της πηγής και η γωνιακή της έκταση είναι μικρή, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι $\cos \theta = 1$ σε όλη την πηγή και επομένως

$$df = I \cos \theta d\Omega \Rightarrow f = \int_{\Omega} I \cos \theta d\Omega = I\Omega$$

Παράδειγμα 1.7

Να υπολογιστεί η ροή ακτινοβολίας στην επιφάνεια ενός άστρου, θεωρώντας ότι η ένταση ακτινοβολίας είναι σταθερή σε όλα τα σημεία της επιφάνειας και ίδια προς όλες τις διευθύνσεις του εξερχόμενου ημισφαιρίου.

Η ακτινοβολία φεύγει προς τα έξω, οπότε η ζητούμενη ροή είναι η

$$f = f(+) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = I 2\pi \frac{1}{2} = \pi I$$

Παράδειγμα 1.8

Βρείτε τη ροή σε ένα ιστροπικό πεδίο ακτινοβολίας.

$$f = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi = 2\pi I \int_0^\pi \cos\theta \sin\theta d\theta = 2\pi I \cdot 0 = 0$$

Παράδειγμα 1.9

Τα τηλεσκόπια μετρούν ροή ή ένταση;

Αν η γωνιακή έκταση μιας πηγής είναι μικρότερη από τη διακριτική ικανότητα του τηλεσκοπίου, η πηγή είναι χωρικά μη επιλυμένη (*unresolved*). Η περίπτωση αυτή απεικονίζεται στην αριστερή και κεντρική εικόνα του Σχ. 1.5. Η ακτινοβολία της πηγής, της οποίας η πραγματική στερεά γωνία είναι Ω_* , καταγράφεται κατανεμημένη σε στερεά γωνία Ω_p , η οποία καθορίζεται από τα χαρακτηριστικά του οργάνου και είναι μεγαλύτερη από την Ω_* . Επομένως, δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε την πραγματική ένταση I_* της πηγής. Μπορούμε όμως να μετρήσουμε τη συνολική ροή της, η οποία διατηρείται:

$$f_* = I_* \Omega_* = \bar{I} \Omega_p$$

όπου $\bar{I}$ είναι η μέση ένταση μέσα στη στερεά γωνία Ω_p .



Σχήμα 1.5 Αριστερά: η πραγματική γωνιακή έκταση ενός χωρικά μη επιλυμένου άστρου. Κέντρο: η ακτινοβολία του άστρου καταγράφεται κατανεμημένη μέσα σε στοιχείο (pixel) γωνιακής ανάλυσης του ανιχνευτή, στερεάς γωνίας Ω_p . Δεξιά: Χωρικά επιλυμένη (*resolved*) πηγή, η εικόνα της οποίας εκτείνεται σε πολλά στοιχεία γωνιακής ανάλυσης. Αναπαραγωγή από J. A. Irwin, *Astrophysics: Decoding the Cosmos*, Wiley, 2007.

Αντίθετα, όταν η πηγή είναι χωρικά επιλυμένη (*resolved*) (δεξιά εικόνα στο σχ. 1.5), διαφορετικά στοιχεία γωνιακής ανάλυσης αντιστοιχούν σε διαφορετικές περιοχές της εικόνας της. Μπορούμε επομένως να προσδιορίσουμε τη μέση ένταση σε κάθε στοιχείο και να μελετήσουμε τη χωρική μεταβολή της. Αν ο ανιχνευτής είναι στραμμένος προς το κέντρο της πηγής και η συνολική γωνιακή της έκταση είναι μικρή, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι $\cos\theta \cong 1$ για όλα τα εικονοστοιχεία i στα οποία απεικονίζεται η πηγή, οπότε η συνολική ροή προσεγγίζεται από τη σχέση $f = \int I \cos\theta d\Omega \approx \sum I_i \Omega_i$.

1.14 Πυκνότητα ενέργειας ακτινοβολίας

Η **πυκνότητα ενέργειας** (energy density), u , είναι η ενέργεια ακτινοβολίας (radiative energy) ανά μονάδα όγκου

$$u = \frac{dE}{dV} \quad (1.26)$$

Μονάδες μέτρησης της πυκνότητας ενέργειας :

- $erg\ cm^{-3}$ (CGS)
- Jm^{-3} (SI)

Η ειδική πυκνότητα ενέργειας (specific energy density) είναι η πυκνότητα ενέργειας ανά μοναδιαία περιοχή συχνότητας, u_ν , ή μήκους κύματος, u_λ και ορίζεται ως

$$du = u_\nu d\nu = u_\lambda d\lambda \quad (1.27)$$

Μονάδες μέτρησης της ειδικής πυκνότητας ενέργειας :

- $erg\ cm^{-3}\ Hz^{-1}$ ή $erg\ cm^{-3}\ cm^{-1}$ (CGS)
- $Jm^{-3}\ Hz^{-1}$ ή $Jm^{-3}\ m^{-1}$ (SI)

Η πυκνότητα ενέργειας u σχετίζεται με την ένταση ακτινοβολίας I ως εξής:

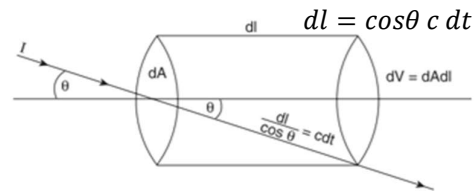
$$u = \frac{1}{c} \int I d\Omega = \frac{4\pi}{c} J \quad (1.28)$$

όπου J η μέση ένταση ($J = \frac{1}{4\pi} \int I d\Omega$)

Απόδειξη $dE = I_\nu \cos \theta d\nu d\Omega dA dt$

$$\frac{du}{dV} = \frac{I_\nu \cos \theta d\nu d\Omega dA dt}{dA dl} = \frac{I_\nu d\nu d\Omega dA}{c dA} =$$

$$= \frac{I_\nu d\nu d\Omega}{c} \Rightarrow u = \frac{1}{c} \iint I_\nu d\nu d\Omega = \frac{1}{c} \int I d\Omega$$



Σχήμα 1.6 Διάγραμμα για τον υπολογισμό της σχέσης $I - u$. Αναπαραγωγή διαγράμματος από *Astrophysics-Decoding the Cosmos*, by J.A. Irwin, John Wiley & Sons Ltd, 2007.