

Φυσική των αστέρων

Μάθημα 22

Αστέρες Νετρονίων

Carroll & Ostlie Κεφ. 11.6 (16.6 στην αγγλική έκδοση)

Σημειώσεις Α. Μαστιχιάδη-έγγραφα-eClass

α.ε. 2022-23

Εκτίμηση της ακτίνας του αστέρα νετρονίων

Κατ' αντιστοιχία με τους ΛΝ, υποθέτουμε ότι η πίεση που συγκρατεί το άστρο νετρονίων (ΑΝ) για να μην καταρρεύσει οφείλεται στον εκφυλισμό των νετρονίων.

Ακολουθούμε τα ίδια βήματα όπως για τους ΛΝ, αντικαθιστώντας την μάζα του ηλεκτρονίου και εκείνη του νετρονίου και αναγνωρίζοντας ότι τα νετρόνια μπορούν να θεωρηθούν ότι έχουν μη σχετικιστικές ταχύτητες (λόγω πολύ μεγαλύτερης μάζας από τα ηλεκτρόνια), οπότε

$$P_{\varepsilon \kappa \varphi, n} = K \rho^{\gamma}, \gamma = \frac{5}{3}, K = \frac{3^{2/3} \pi^{4/3}}{5} \frac{\hbar^2}{m_n^{8/3}} \quad (1)$$

Η πίεση υδροστατικής ισορροπίας στο κέντρο του ΑΝ είναι (βλ. κεφ. ΛΝ) $P_c = \frac{2}{3} \pi G \rho^2 R_{AN}^2$ (2)

Υποθέτοντας σταθερή πυκνότητα ρ , $\rho = \frac{M_{AN}}{\frac{4\pi}{3} R_{AN}^3}$ (3), και εξισώνοντας τις πιέσεις (1) και (2) (δηλ. απαιτώντας η πίεση εκφυλισμού των νετρονίων να είναι αυτή που εμποδίζει τη βαρυτική κατάρρευση του ΑΝ), αντικαθιστώντας την πυκνότητα από την (3) και λύνοντας ως προς R_{AN} παίρνουμε ότι:

$$R_{AN} \approx \frac{2^{2/3} 3^{4/3} \pi^{2/3}}{10} \frac{\hbar^2}{G m_n^{8/3}} M_{AN}^{-1/3} \approx 4.4 \text{ km} \quad (4)$$

όπου υποθέσαμε ως ελάχιστη μάζα του ΑΝ, τη μέγιστη δυνατή μάζα (όριο Chandrasekhar) ενός ΛΝ.

Ακριβέστεροι υπολογισμοί δίνουν μεγαλύτερες τιμές 10-15km (η τιμή αυτή επηρεάζεται από τη καταστατική εξίσωση στο εσωτερικό του ΑΝ, που δεν είναι καλά γνωστή). Ως τυπική ακτίνα ΑΝ θα παίρνουμε τα 10km.

Η πυκνότητα ενός AN

Από τη σχέση $\rho = \frac{M_{AN}}{\frac{4\pi}{3}R_{AN}^3}$, υποθέτοντας $M_{AN} = 1.4M_{\odot}$, και $R_{AN} = 10km$, βρίσκουμε ότι η πυκνότητα είναι

$\rho_{AN} \approx 6.65 \times 10^{17} \text{Kgm}^{-3}$ που είναι μεγαλύτερη από τη πυκνότητα ενός τυπικού ατομικού πυρήνα.

Η επιφανειακή επιτάχυνση βαρύτητας

$\gamma_{AN} = \frac{M_{AN}G}{R_{AN}^2} \approx 1.857 \times 10^{12} \text{ms}^{-2}$ που είναι 190×10^9 φορές μεγαλύτερη από την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης.

Ταχύτητα διαφυγής

$$\frac{1}{2}mv_{esc}^2 = \frac{GmM_{AN}}{R_{AN}} \Rightarrow v_{esc} = \sqrt{2G M_{AN}/R_{AN}} \approx 0.643c$$

Γίνεται φανερό από τις παραπάνω εκτιμήσεις ότι στη μελέτη των άστρων νετρονίων θα απαιτηθούν σχετικιστικές διορθώσεις (ειδική και γενική σχετικότητα)

Εσωτερικό ΑΝ – φυσικές διεργασίες

1. Όπως είδαμε στο προηγούμενο μάθημα, καθώς ο πυρήνας του άστρου καταρρέει, αυξάνεται η συμπίεση, τα ηλεκτρόνια γίνονται όλο και πιο σχετικιστικά (αυξάνει, δηλ., η ενέργειά τους) και κάποια στιγμή θα αποκτήσουν αρκετή ενέργεια ώστε να μπορεί να συμβεί η [αντίστροφη διάσπαση β](#).

Δηλ. [για \$E_e \geq \(m_n - m_p\)c^2 = 1.29\text{MeV}\$](#) μπορεί να συμβεί η αντίδραση $e^- + p \rightarrow n + \nu_e$.

Τα νετρόνια, όμως, που παράγονται με την αντίστροφη διάσπαση β, είναι ασταθή και μέσα σε $\sim 11\text{min}$ διασπώνται (με διάσπαση β) $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. Για να συμβεί όμως αυτό, θα πρέπει να υπάρχουν διαθέσιμες ενεργειακές στάθμες ηλεκτρονίων, ώστε να μπορούν να τις καταλάβουν τα παραγόμενα από τη διάσπαση β ηλεκτρόνια.

Αν τα ηλεκτρόνια είναι πλήρως εκφυλισμένα (όπως ισχύει σε αυτή την περίπτωση) και η ενέργεια των παραγόμενων ηλεκτρονίων είναι μικρότερη από την ενέργεια Fermi, $E_e \leq \varepsilon_F$, τότε δεν υπάρχουν διαθέσιμες στάθμες, οπότε δεν μπορεί να γίνει η διάσπαση β. Έτσι έχουμε τη λεγόμενη [σταθεροποίηση των νετρονίων \(neutronization\)](#) – αναφέρεται και ως ουδετεροποίηση.

Σε ποια πυκνότητα θα συμβεί το $E_e \geq (m_n - m_p)c^2$

Υποθέτοντας ότι το νετρίνο έχει την ελάχιστη δυνατή ενέργεια (δηλ. μηδενική κινητική ενέργεια), η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου θα ισούται με $K_e = (m_n - m_p - m_e)c^2$.

Χρησιμοποιώντας το σχετικιστικό τύπο για τη κινητική ενέργεια, βρίσκουμε ότι

$$m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = (m_n - m_p - m_e)c^2$$
$$\Rightarrow \left(\frac{m_e}{m_n - m_p} \right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \quad (5)$$

Είχαμε βρει στο προηγούμενο μάθημα ότι η τυπική ταχύτητα των ηλεκτρονίων σε ένα ΛΝ (εδώ έχουμε ένα «καταρρέοντα» ΛΝ) δίνεται από τη σχέση

$$v \approx \frac{p}{m_e} = \frac{\sqrt{3}\hbar}{m_e} \left[\left(\frac{z}{A} \right) \frac{p}{m_H} \right]^{1/3} \quad (6)$$

(βέβαια αυτή η σχέση ισχύει για μη σχετικιστικά ηλεκτρόνια, ωστόσο, μας δίνει μία πρώτη εκτίμηση)

Αντικαθιστώντας την (6) στη (5) και επιλύοντας ως προς ρ , βρίσκουμε:

$$\left(\frac{m_e}{m_n - m_p}\right)^2 = 1 - \frac{3\hbar^2}{m_e^2 c^2} \left[\left(\frac{z}{A}\right) \frac{p}{m_H}\right]^{2/3} \Rightarrow \rho = \frac{Am_H}{Z} \frac{m_e^3 c^3}{3^{3/2} \hbar^3} \left[1 - \left(\frac{m_e}{m_n - m_p}\right)^2\right]^{3/2} \approx 0.5 \times 10^{10} \text{kgm}^{-3} \quad (7)$$

(με $Z/A = 1$ για ελεύθερα πρωτόνια).

Πληρέστεροι υπολογισμοί δίνουν $\rho \approx 1.2 \times 10^{10} \text{kgm}^{-3}$.

Στα παραπάνω υποθέσαμε ότι έχουμε ελεύθερα πρωτόνια, ενώ στη πραγματικότητα τα πρωτόνια είναι δεσμευμένα σε βαρείς πυρήνες. Λαμβάνοντας υπόψη διάφορες διορθώσεις από πυρηνική φυσική, καταλήγει κανείς σε πυκνότητα 2 τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη δηλ. $\rho \approx 10^{12} \text{kgm}^{-3}$.

Δηλ. η πυκνότητα πρέπει να ξεπεράσει το όριο αυτό ώστε να αρχίζουν να μετατρέπονται πρωτόνια στο εσωτερικό των ατομικών πυρήνων σε νετρόνια.

2. Σε ακόμα μεγαλύτερες πυκνότητες τα νετρόνια και τα πρωτόνια βρίσκονται σε ένα πλέγμα από όλο και πιο πλούσιους σε νετρόνια πυρήνες $^{56}_{26}\text{Fe}$, $^{62}_{28}\text{Ni}$, $^{64}_{28}\text{Ni}$, $^{66}_{28}\text{Ni}$, $^{86}_{36}\text{Kr}$, ..., $^{118}_{36}\text{Kr}$

3. Όταν η πυκνότητα φτάσει $\rho \approx 4 \times 10^{14} \text{kgm}^{-3}$ η ουδετεροποίηση φτάνει σε κορεσμό. Τα νετρόνια αρχίζουν να «εγκαταλείπουν» τους πυρήνες → **neutron drip**

Σε αυτή τη φάση, η ύλη του άστρου περιλαμβάνει ένα πλέγμα από βαριούς πυρήνες, ελεύθερα μη σχετικιστικά νετρόνια και ελεύθερα σχετικιστικά ηλεκτρόνια.

4. Το ρευστό των ελεύθερων νετρονίων έχει την ιδιαιτερότητα να παρουσιάζει μηδενική τριβή, δηλ. να συμπεριφέρεται σαν **υπερρευστό** (superfluid). Αυτό συμβαίνει διότι σε αύτές τις πυκνότητες, τα νετρόνια ανά δύο δημιουργούν μποζόνια για τα οποία δεν ισχύει η απαγορευτική αρχή του Pauli. Τα μποζόνια αυτά μπορούν να βρίσκονται όλα στην χαμηλότερη ενεργειακή κατάσταση, οπότε δεν μπορούν να χάσουν πλέον ενέργεια, άρα βρίσκονται σε υπέρρευστη κατάσταση.

5. Καθώς συνεχίζει να αυξάνεται η πυκνότητα, μειώνονται τα πρωτόνια και τα ηλεκτρόνια και αυξάνονται τα νετρόνια. Σε πυκνότητα δίνουν $\rho \approx 4 \times 10^{15} \text{kgm}^{-3}$, $P_{\text{εκφ},n} > P_{\text{εκφ},e}$.

Στην πυκνότητα αυτή ο λόγος του αριθμού των νετρονίων προς τα πρωτόνια και τα ηλεκτρόνια έχει φτάσει την οριακή τιμή 8:1:1

6. Καθώς η πυκνότητα πλησιάζει τη πυκνότητα του πυρήνα, παύει να υπάρχει ο διαχωρισμός μεταξύ νετρονίων μέσα και έξω από τους πυρήνες, οπότε προκύπτει ένα ρευστό που είναι μίγμα ελεύθερων νετρονίων, πρωτονίων και ηλεκτρονίων, με την πίεση να κυριαρχείται από τη πίεση εκφυλισμού των νετρονίων → **διάλυση των πυρήνων**

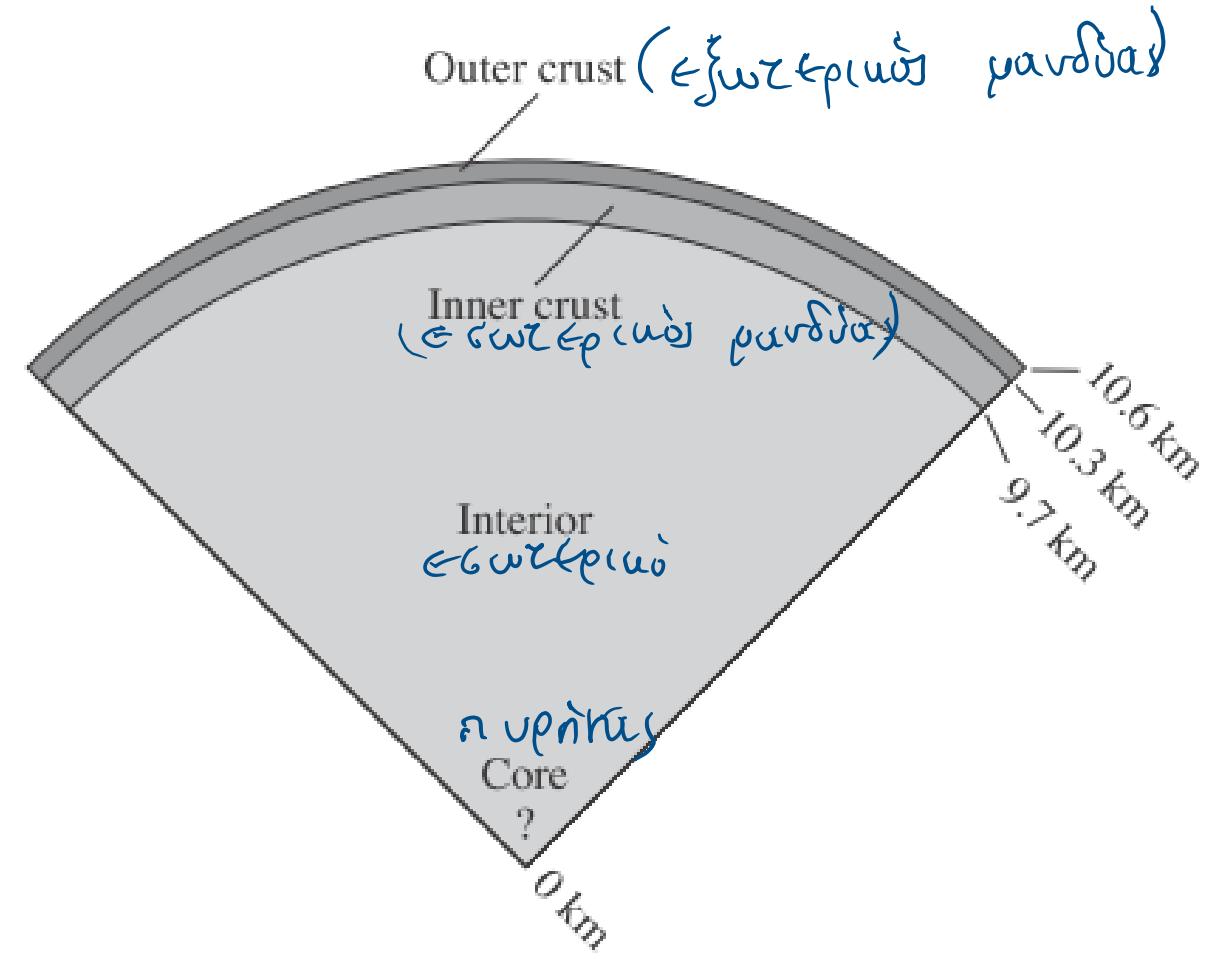
7. Τα πρωτόνια δημιουργούν και αυτά ζεύγη που συμπεριφέρονται ως μποζόνια, και έτσι **το ρευστό των πρωτονίων είναι υπερρευστό και υπεραγωγός** (μηδενική αντίσταση).

8. Για πυκνότητες μεγαλύτερες από τη πυκνότητα του ατομικού πυρήνα οι ιδιότητες της ύλης δεν είναι καλά γνωστές (ούτε θεωρητικά ούτε πειραματικά). Π.χ. για πυκνότητες μεγαλύτερες από περίπου το διπλάσιο της πυκνότητας του πυρήνα, παράγονται πιόνια.

Πυκνότητα μετάβασης kg m^{-3}	Σύσταση	Πίεση εκφυλισμού
$\approx 1 \times 10^9$	πυρήνες σιδήρου, μη σχετικιστικά ελεύθερα ηλεκτρόνια	ηλεκτρόνια
	τα ηλεκτρόνια γίνονται σχετικιστικά	
$\approx 1 \times 10^{12}$	πυρήνες σιδήρου, σχετικιστικά ελεύθερα ηλεκτρόνια	ηλεκτρόνια
	νετρονιοποίηση	
$\approx 4 \times 10^{14}$	πυρήνες πλούσιοι σε νετρόνια, σχετικιστικά ελεύθερα ηλεκτρόνια	ηλεκτρόνια
	εκροή νετρονίων	
$\approx 4 \times 10^{15}$	πυρήνες πλούσιοι σε νετρόνια ελεύθερα νετρόνια, σχετικιστικά ελεύθερα ηλεκτρόνια	ηλεκτρόνια
	κυριαρχία της πίεσης των εκφυλισμένων νετρονίων	
$\approx 2 \times 10^{17}$	πυρήνες πλούσιοι σε νετρόνια, υπέρδρευστα ελεύθερα νετρόνια, σχετικιστικά ελεύθερα ηλεκτρόνια	ηλεκτρόνια
	σχετικιστικά ελεύθερα ηλεκτρόνια	
$\approx 4 \times 10^{17}$	υπέρδρευστα ελεύθερα νετρόνια, υπεραγώγιμα ελεύθερα πρωτόνια, σχετικιστικά ελεύθερα ηλεκτρόνια	ηλεκτρόνια
	παραγωγή πιονίων	
	υπέρδρευστα ελεύθερα νετρόνια, υπεραγώγιμα ελεύθερα πρωτόνια, σχετικιστικά ελεύθερα ηλεκτρόνια, άλλα στοιχειώδη σωματίδια (πιόνια,...;)	ηλεκτρόνια

Εσωτερική δομή ενός ΑΝ

- **Εξωτερικός μανδύας:** βαριοί πυρήνες + σχετικιστικά ε- κοντά στην επιφάνεια. Στη βάση του εξ. μανδύα, ξεκινάει το neutron drip.
- **Εσωτερικός μανδύας:** πλέγμα ισοτόπων πλούσιων σε η (π.χ. $^{118}_{36}Kr$), υπερρευστό ελεύθερων η, και σχετικιστικά ηλεκτρόνια. Στη βάση του εσ. Μανδύα ξεκινάει η διάλυση των πυρήνων.
- **Εσωτερικό ΑΝ:** υπερρευστά η, υπερρευστά και υπεραγώγιμα ρ, σχετικιστικά ηλεκτρόνια
- **Πυρήνας:** πιόνια, άλλα σωματίδια...??
(ηυνηρότητα $\rightarrow \sim 10^{18} \text{ kg m}^{-3}$)



Χαρακτηριστικές ιδιότητες ΑΝ

Μάζα – όριο Chandrasekhar για ΑΝ

Εύκολα αποδεικνύεται ότι οι ΑΝ ικανοποιούν τη σχέση μάζας όγκου, όπως και οι λευκοί νάνοι δηλ. $M_{\text{AN}} V_{\text{AN}} = \sigma \alpha \theta$., δηλ. οι ΑΝ γίνονται συνεχώς μικρότεροι σε μέγεθος καθώς αυξάνεται η μάζα τους.

Αυτή η σχέση παύει να ισχύει για πολύ μεγάλες μάζες, όταν πλέον η πίεση εκφυλισμού των νετρονίων αδυνατεί να υποστηρίξει το άστρο το οποίο καταρρέει βαρυτικά.

Η μέγιστη μάζα εξαρτάται από τη καταστατική εξίσωση στο εσωτερικό του ΑΝ και κυμαίνεται **μεταξύ 2.2 και $2.9 M_{\odot}$** .

Ποιοτικά μπορούμε να κατανοήσουμε την προέλευση του ορίου αυτού ως εξής: Για να είναι ευσταθές το ΑΝ, θα πρέπει 'μία μικρή μεταβολή στη δομή του να διορθώνεται με κατάλληλη μεταβολή στη πίεση. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει η ταχύτητα του ήχου στο ρευστό να είναι <c. Όταν δεν ικανοποιείται αυτό, το άστρο δεν μπορεί να αυξήσει την πίεση του αρκετά γρήγορα και ακολουθεί η κατάρρευση σε μαύρη τρύπα.

Γρήγορη περιστροφή ΑΝ

Διατήρηση στροφορμής

i : αρχικός πυρήνας («ΑΝ» από σίδηρο) f : τελικό ΑΝ

$$\left. \begin{array}{l} I_i \omega_i = I_f \omega_f \\ I \approx CMR^2, C = \frac{2}{5} \text{ για σφαιρα} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\omega_f}{\omega_i} = \left(\frac{R_i}{R_f} \right)^2 \text{ και } P_f = P_i \left(\frac{R_f}{R_i} \right)^2 \text{ για τις περιόδους.}$$

Για τυπικές τιμές (παίρνοντας σαν αρχική ακτίνα, την ακτίνα ενός «ΑΝ» με μάζα ίση με $1.4 M_{\odot}$, και $Z/A = 26/56$ (για $^{56}_{26}\text{Fe}$), βρίσκουμε ότι $P_f \sim 3.8 \times 10^{-6} P_i$.

Δεν γνωρίζουμε την περίοδο περιστροφής του πυρήνα σιδήρου. Αν πάρουμε σαν παράδειγμα του ΑΝ Eridani B που έχει περίοδο περιστροφής 1350s, και υποθέσουμε ότι η εριστροφή του πυρήνα μπορεί να είναι αυτής της τάξης μεγέθους, καταλήγουμε σε μία τιμή για την περίοδο περιστροφής του ΑΝ της τάξης των 5ms! Δηλ. οι αστέρες νετρονίων περιστρέφονται πολύ γρήγορα όταν μόλις έχουν δημιουργηθεί.

Ισχυρά μαγνητικά πεδία

Πάγωμα των μαγνητικών γραμμών στο αγώγιμο ρευστό → διατήρηση μαγνητικής ροής

$$\text{Μαγνητική ροή} : \Phi = \int_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dA}$$

Αγνοώντας τη γεωμετρία του μαγνητικού πεδίου, μπορούμε να γράψουμε

$$B_i 4\pi R_i^2 = B_f 4\pi R_f^2 \Rightarrow B_f \approx B_i \left(\frac{R_i}{R_f} \right)^2$$

Αν πάρουμε σαν B_i την μέγιστη ένταση μαγνητικού πεδίου που έχει μετρηθεί σε ΛΝ $B_i \approx 5 \times 10^4 \text{ T}$, τότε $B_f \approx 1.3 \times 10^{10} \text{ T}$

Θερμοκρασία των ΑΝ - Ψύξη

Στην αρχή –κοντά στην έκρηξη SN- η θερμοκρασία του πυρήνα σιδήρου είναι περίπου 10^{11} K. Ήδη κατά την πρώτη μέρα το υπόλειμμα ψύχεται ταχύτητα λόγω απωλειών νετρίνων.



Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται όσο τα νουκλεόνια δεν είναι εκφυλισμένα και σταματάει όταν καταλήξουν στις χαμηλότερες δυνατές ενεργειακές στάθμες. Αυτό συμβαίνει μόλις σε 1 μέρα μετά τη δημιουργία του ΑΝ, με τη θερμοκρασία να έχει πέσει ήδη στους 10^9 K.

Για τα επόμενα χίλια περίπου χρόνια, η ψύξη εξακολουθεί να οφείλεται σε νετρίνα (άλλες διαδικασίες). Όταν ο ΑΝ γίνει μερικών εκατοντάδων ετών, η θερμοκρασία έχει πέσει άλλη μία τάξη μεγέθους, και η επιφανειακή του θερμοκρασία είναι μερικά εκατομμύρια K.

Ο ρυθμός ψύξης μειώνεται και η θερμοκρασία είναι περίπου σταθερή $T \sim 10^6$ K για τα επόμενα περίπου 10^4 y.

$$L = 4\pi R_{AN}^2 \sigma T_{eff}^4 = 7.13 \times 10^{25} W \approx L_\odot \text{ αλλά κυρίως στις ακτίνες } X \text{ (} \lambda_{max} = \frac{500\text{nm} \cdot 5800\text{K}}{T} = 2.9\text{nm) }$$