

# Φυσική των αστέρων

## Μαθήματα 18+19

Ολοκλήρωση κεφαλαίου αστρικής εξέλιξης αστέρων  
μικρής μάζας

Carroll & Ostlie Κεφ. 9 (13 στην αγγλική έκδοση)  
Παλλόμενοι αστέρες (ακτινικές ταλαντώσεις κεφ.  
14.1 & 14.2 στην αγγλική έκδοση)

# Ισόθερμος πυρήνας – όριο Schönberg-Chandrasekhar

Απόδειξη της σχέσης

$$\left(\frac{M_{ic}}{M}\right)_{SC} \simeq 0.37 \left(\frac{\mu_{env}}{\mu_{ic}}\right)^2$$

*ic*: isothermal core – ισόθερμος πυρήνας

*env*: envelope – περίβλημα

$\mu$ : μέσο μοριακό βάρος

Από την εξίσωση υδροστατικής ισορροπίας  $\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r}{4\pi r^2}$  (1) και την εξίσωση συνέχειας μάζας  $\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho$  (2) προκύπτει ότι:

$$\frac{dP}{dM_r} = -\frac{GM_r}{4\pi r^4} \Rightarrow 4\pi r^3 \frac{dP}{dM_r} = -\frac{GM_r}{r} \quad (3)$$

Ο δεξιός όρος της (3) ισούται με:  $4\pi r^3 \frac{dP}{dM_r} = \frac{d(4\pi r^3 P)}{dM_r} - 12\pi r^2 P \frac{dr}{dM_r} = \frac{d(4\pi r^3 P)}{dM_r} - \frac{3P}{\rho}$  (4)

Από την (3) και (4) προκύπτει, ολοκληρώνοντας για όλη τη μάζα του ισόθερμου πυρήνα:

$$\int_0^{M_{ic}} \frac{d(4\pi r^3 P)}{dM_r} dM_r - \int_0^{M_{ic}} \frac{3P}{\rho} dM_r = - \int_0^{M_{ic}} \frac{GM_r}{r} dM_r \quad (5)$$

Ο πρώτος όρος στα αριστερά της εξ. (5) γίνεται  $\int_0^{M_{ic}} \frac{d(4\pi r^3 P)}{dM_r} dM_r = 4\pi R_{ic}^3 P_{ic}$  (6)

Ο δεύτερος όρος στα αριστερά της εξ. (5) γίνεται  $\int_0^{M_{ic}} \frac{3P}{\rho} dM_r = \frac{3M_{ic} k T_{ic}}{\mu_{ic} m_H} = 3N_{ic} k T_{ic} = 2K_{ic}$  (7)

όπου χρησιμοποιήθηκε η καταστατική εξίσωση ιδανικού μονοατομικού αερίου  $\frac{P}{\rho} = \frac{k T_{ic}}{\mu_{ic} m_H}$  και ότι  $N_{ic} = \frac{M_{ic}}{\mu_{ic} m_H}$  (8)

και  $K_{ic} = (3/2)N_{ic} k T_{ic}$  (9) είναι η κινητική ενέργεια των σωματιδίων του ισόθερμου πυρήνα.

Ο όρος στα δεξιά της εξ. (5) είναι η δυναμική ενέργεια του πυρήνα:  $-\int_0^{M_{ic}} \frac{GM_r}{r} dM_r = U_{ic}$  (10)

Οπότε η εξ. (5) δίνει τελικά  $4\pi R_{ic}^3 P_{ic} - 2K_{ic} = U_{ic}$  (11)

Θεωρώντας ότι ο πυρήνας είναι σφαιρικός και ομογενής, η βαρυτική δυναμική ενέργεια ισούται με  $U_{ic} \sim -\frac{3}{5} \frac{GM_{ic}^2}{R_{ic}}$  (12)

Αντικαθιστώντας την (9) και την (12) στην (11) και λύνοντας ως προς την πίεση  $P_{ic}$ , βρίσκουμε ότι:

$$P_{ic} = \frac{3}{4\pi R_{ic}^3} \left( \frac{M_{ic} k T_{ic}}{\mu_{ic} m_H} - \frac{1}{5} \frac{GM_{ic}^2}{R_{ic}} \right) \quad (13)$$

Τα ακρότατα της συνάρτησης (13) βρίσκονται ως εξής:  $\frac{dP_{ic}}{dM_{ic}} = \frac{kT_{ic}}{\mu_{ic} m_H} - \frac{2}{5} \frac{GM_{ic}}{R_{ic}} = 0 \Rightarrow R_{ic} = \frac{2}{5} \frac{GM_{ic} \mu_{ic} m_H}{kT_{ic}}$  (14)

ή ισοδύναμα  $M_{ic} = \frac{5}{2} \frac{R_{ic} k T_{ic}}{G \mu_{ic} m_H}$  (15)

Μπορείτε να διαπιστώσετε μέσω της δεύτερης παραγώγου ότι το ακρότατο αυτό είναι μέγιστο.

Αντικαθιστώντας τη (15) στη (13) βρίσκουμε ότι

$$P_{ic,max} = \frac{375}{64\pi} \frac{1}{G^3 M_{ic}^2} \left( \frac{kT_{ic}}{\mu_{ic} m_H} \right)^4 \quad (16)$$

Από την εξ. (16) βλέπουμε ότι αύξηση της μάζας του ισόθερμου πυρήνα συνεπάγεται την **μείωση** της μέγιστης τιμής που μπορεί να πάρει η πίεση στον πυρήνα.

Για να δούμε τώρα τι συμβαίνει στα υπερκείμενα του πυρήνα στρώματα που θα τα αναφέρουμε με τον όρο «περίβλημα» (envelope)

$$\text{Ξεκινάμε πάλι από τη σχέση (3)} \quad \frac{dP}{dM_r} = -\frac{GM_r}{4\pi r^4}$$

Ολοκληρώνουμε τη σχέση αυτή από την επιφάνεια του αστέρα (πίεση ίση με μηδέν, και μάζα ίση με τη μάζα του περιβλήματος, δηλ. τη μάζα του αστέρα μείον τη μάζα του πυρήνα) μέχρι την επιφάνεια του πυρήνα (πίεση  $P_{ic,env}$  και μάζα  $M_{ic}$ ):

$$\begin{aligned} P_{ic,env} &= \int_0^{P_{ic,env}} dP \\ &= - \int_{M_{env}}^{M_{ic}} \frac{GM_r}{4\pi r^4} dM_r \\ &\simeq -\frac{G}{8\pi \langle r^4 \rangle} (M_{ic}^2 - M_{env}^2) \quad (17) \end{aligned}$$

Υποθέτουμε ότι μάζα του πυρήνα είναι πολύ μικρότερη από τη μάζα του αστέρα, οπότε μπορούμε να θεωρήσουμε ότι  $M_{ic} \sim 0$  και  $M_{env} \sim M$ .

Κατά προσέγγιση θεωρούμε ότι  $\langle r^4 \rangle = R^4/2$

$$\text{οπότε } P_{ic,env} \sim \frac{G}{4\pi} \frac{M^2}{R^4} \quad (18)$$

$$\text{Από τον νόμο ιδανικού αερίου για τον πυρήνα προκύπτει ότι } T_{ic} = \frac{P_{ic,env} \mu_{env} m_H}{\rho_{ic,env} k} \quad (19)$$

Επιπλέον, κάνουμε μία πολύ χοντρική προσέγγιση ότι η πυκνότητα στη διεπιφάνεια μεταξύ του ισόθερμου πυρήνα και του περιβλήματος ισούται με  $\rho_{ic,env} \sim \frac{M}{4\pi R^3/3} \quad (20)$

Από τις (19) και (20) προκύπτει ότι:  $R \sim \frac{1}{3} \frac{GM}{T_{ic}} \frac{\mu_{env} m_H}{k}$  (21) οπότε αντικαθιστώντας στην (18) προκύπτει ότι:

$$P_{ic,env} \sim \frac{81}{4\pi} \frac{1}{G^3 M^2} \left( \frac{kT_{ic}}{\mu_{env} m_H} \right)^4 \quad (22)$$

Σε ισορροπία, θα πρέπει η πίεση  $P_{ic,env} = P_{ic,max}$  (23) οπότε  $\frac{M_{ic}}{M} \sim 0.54 \left( \frac{\mu_{env}}{\mu_{ic}} \right)^2$  (24)

Αυτός ο προσεγγιστικός υπολογισμός είναι πολύ κοντά στο όριο Schönberg-Chandrasekhar

$$\left( \frac{M_{ic}}{M} \right)_{SC} \simeq 0.37 \left( \frac{\mu_{env}}{\mu_{ic}} \right)^2 \quad (25)$$

### Παράδειγμα

Εάν ένα άστρο έχει αρχική σύσταση  $X = 0.68$ ,  $Y = 0.30$  και  $Z = 0.02$ , και εάν υποτεθεί πλήρης ιονισμός στο σύνορο πυρήνα-περιβλήματος, βρίσκουμε:

$$\frac{1}{\mu_{env}} \sim 2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z = 2 \times 0.68 + 0.75 \times 0.3 + 0.5 \times 0.02 \Rightarrow \mu_{env} = 0.63$$

Υποθέτοντας ότι όλο το υδρογόνο έχει μετατραπεί σε ήλιο στον ισόθερμο πυρήνα, έχουμε ότι στον πυρήνα  $X = 0$ ,  $Y = 0.98$ ,  $Z = 0.02$ .

$$\frac{1}{\mu_{ic}} \sim 2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z = 2 \times 0 + 0.75 \times 0.98 + 0.5 \times 0.02 \Rightarrow \mu_{ic} = 1.34$$

Επομένως, από την εξ. (25), για το όριο Schönberg-Chandrasekhar είναι  $\left( \frac{M_{ic}}{M} \right)_{SC} \simeq 0.37 \left( \frac{0.63}{1.34} \right)^2 \sim 0.08$

Δηλ. ο ισόθερμος πυρήνας θα καταρρεύσει όταν η μάζα του φτάσει στο  $\sim 8\%$  της μάζας του άστρου.

## Σχόλια

Η μάζα ενός ισόθερμου πυρήνα μπορεί να υπερβεί το όριο Schönberg-Chandrasekhar εάν μπορεί να βρεθεί μια επιπλέον πηγή πίεσης ώστε να συμπληρώσει την πίεση του ιδανικού αερίου.

Πρέπει να σημειωθεί ότι για αστέρες σαν τον ήλιο μεταξύ των σημείων 3 και 4 της εξέλιξης έχουμε μερικό εκφυλισμό στον πυρήνα. Σε αυτή τη περίπτωση η καταστατική εξίσωση είναι διαφορετική (βλ. μάθημα για την πίεση εκφυλισμού στο κεφ. των λευκών νάνων) και συμπεριλαμβάνει και την πίεση εκφυλισμού, η οποία είναι ανεξάρτητη της θερμοκρασίας (για πλήρη εκφυλισμό).

Οπότε μπορεί να αυξηθεί η μάζα του ισόθερμου πυρήνα, μέχρι  $\sim 13\%$  της μάζας του αστέρα, χωρίς αυτός (ο πυρήνας) να καταρρεύσει, για αστέρες της τάξης της μίας ηλιακής μάζας.

# Εξέλιξη στην Κύρια Ακολουθία Άστρων με Μεγάλη Μάζα

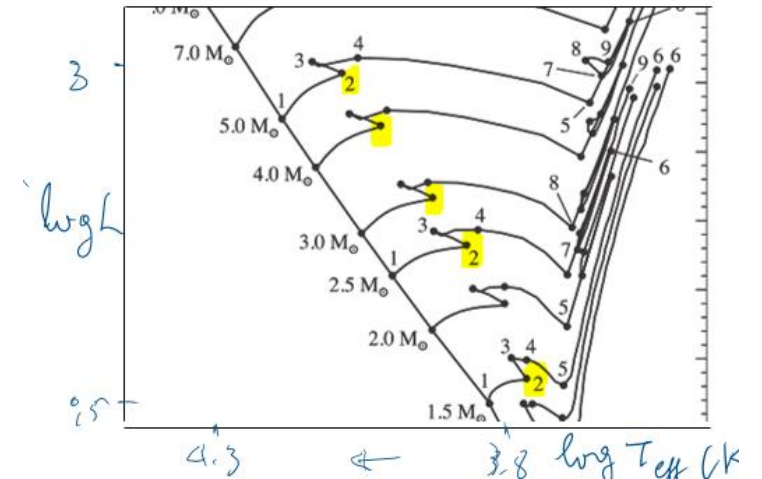
- ✓ Σε αστέρες μεγαλύτερης μάζας από  $1M_{\odot}$  στην κύρια ακολουθία, η σημαντικότερη διαφορά είναι ότι στον πυρήνα έχουμε διάδοση ενέργειας με μεταφορά (convection)
  - δημιουργία ζώνης μεταφοράς στον πυρήνα
- ✓ Η ζώνη μεταφοράς συνεχώς αναμειγνύει το υλικό διατηρώντας τη σύσταση του πυρήνα σχεδόν ομοιογενή (αφού  $t_{convection} \ll t_{nuclear}$ )
- ✓ Για ακόμα μεγαλύτερες μάζες ( $\sim 5M_{\odot}$ ), η κεντρική ζώνη μεταφοράς μειώνεται κατά τη διάρκεια της καύσης του υδρογόνου, αφήνοντας στο τέλος μια μικρή βαθμίδα στη χημική σύσταση του πυρήνα.
- ✓ Για μεγαλύτερης ακόμα μάζας άστρα ( $>10M_{\odot}$ ), η ζώνη μεταφοράς στον πυρήνα υποχωρεί πιο γρήγορα και εξαφανίζεται εντελώς πριν να εξαντληθεί το H στον πυρήνα.

Στα μεγαλύτερα άστρα ( $>\sim 1.25M_{\odot}$ ) το κλάσμα μάζας του υδρογόνου φτάνει περίπου την τιμή  $X = 0.05$  στο σημείο 2 στο διπλανό σχήμα.

Το H έχει σχεδόν εξαντληθεί και το άστρο, αρχίζει να **συστέλλεται ολόκληρο**.

Λόγω της απελευθερούμενης βαρυτικής δυναμικής ενέργειας, αυξάνεται ελαφρώς η φωτεινότητα, ενώ μειώνεται η ακτίνα (συστολή), οπότε αυξάνεται η ενεργός θερμοκρασία (το σημείο 3 είναι προς τα αριστερά και προς τα πάνω του σημείου 2).

→ Τέλος της φάσης εξέλιξης στην κύρια ακολουθία.

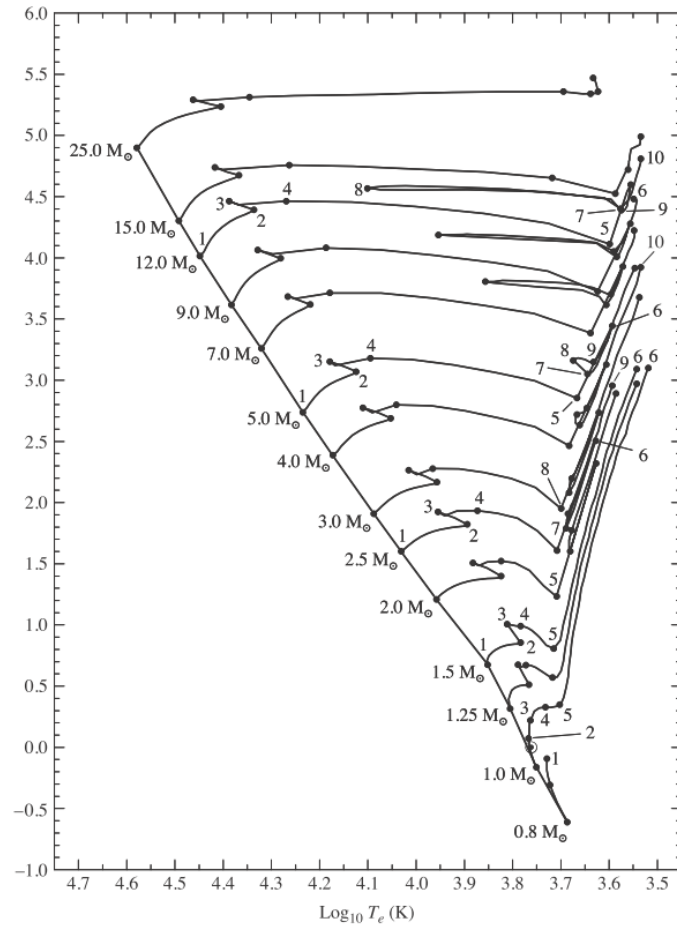


## Μεταγενέστερα στάδια αστρικής εξέλιξης

- “Όπως συζητήσαμε, η ζωή στη Κ.Α. «τελειώνει» στο σημείο 3 για άστρα περίπου σαν τον ήλιο ή μικρότερα, και στο σημείο 2 για άστρα μεγαλύτερης μάζας ( $> \sim 1.25 M_{\odot}$ )
- Μετά την Κ.Α. ακολουθεί μία περίπλοκη σειρά από εξελικτικά στάδια που περιλαμβάνουν:
  - πυρηνικές «καύσεις» στον πυρήνα ή/και σε ένα ή περισσότερους φλοιούς γύρω από τον πυρήνα
  - διακοπή των καύσεων, που έχει ως αποτέλεσμα την αναπροσαρμογή της αστρικής δομής με συστολή ή διαστολή του πυρήνα ή του περιβλήματος.
  - Ανάπτυξη, σε διαφορετικά στάδια, ζωνών μεταφοράς.
- Στη συζήτηση μέχρι εδώ υποθέσαμε ότι η μάζα του άστρου παραμένει σταθερή. Ωστόσο αυτό δεν ισχύει. Σε όλη τη διάρκεια της ζωής του άστρου (μεμονωμένου άστρου) υπάρχει **απώλεια μάζας** σε μορφή ανέμου. Η απώλεια μάζας γίνεται πολύ σημαντική στα τελευταία στάδια αστρικής εξέλιξης.
- Σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη των άστρων μπορεί να παίζει επίσης η περιστροφή (και άλλοι παράγοντες που δεν έχουμε αναφέρει όπως turbulence και convective overshooting).



# Post main sequence evolution



Πίνακας 6.1

Οι χρόνοι που διήλθαν από την είσοδο στην κύρια ακολουθία μηδενικής ηλικίας ως τα σημεία που υποδεικνύονται στο Σχ. 9.1, μετρημένα σε εκατομμύρια έτη (Δεδομένα από το Schaller κ.ά., *Astron. Astrophys. Suppl.*, 96, 269, 1992), Αρχική Μάζα.

Initial Mass ( $M_{\odot}$ )	1 6	2 7	3 8	4 9	5 10
25	0 6.51783	6.33044 7.04971	6.40774 7.0591	6.41337	6.43767
15	0 11.6135	11.4099 11.6991	11.5842 12.7554	11.5986	11.6118
12	0 16.1150	15.7149 16.4230	16.0176 16.7120	16.0337 17.5847	16.0555 17.6749
9	0 26.5019	25.9376 27.6446	26.3886 28.1330	26.4198 28.9618	26.4580 29.2294
7	0 43.4304	42.4607 45.3175	43.1880 46.1810	43.2291 47.9727	43.3388 48.3916
5	0 95.2108	92.9357 99.3835	94.4591 100.888	94.5735 107.208	94.9218 108.454
4	0 166.362	162.043 172.38	164.734 185.435	164.916 192.198	165.701 194.284
3	0 357.310	346.240 366.880	352.503 420.502	352.792 440.536	355.018
2.5	0 595.476	574.337 607.356	584.916 710.235	586.165 757.056	589.786
2	0 1148.10	1094.08 1160.96	1115.94 1379.94	1117.74 1411.25	1129.12
1.5	0 2910.76	2632.52	2690.39	2699.52	2756.73
1.25	0 5588.92	4703.20	4910.11	4933.83	5114.83
1	0 12269.8	7048.40	9844.57	11386.0	11635.8
0.8	0	18828.9	25027.9		

$$\left(\frac{M_{ic}}{M}\right)_{SC} \approx 0.37 \left(\frac{\mu_{env}}{\mu_{ic}}\right)^2$$

Σχήμα 9.1

Σχ. 9.1 Τροχιές εξέλιξης της κύριας ακολουθίας και ύστερα από την κύρια ακολουθία άστρον με αρχική σύσταση  $X = 0.68$ ,  $Y = 0.30$  και  $Z = 0.02$ . Η θέση του Ήλιου σήμερα (βλ. Σχ. 9.2) απεικονίζεται με το ηλιακό σύμβολο ( $\odot$ ) ανάμεσα στα σημεία 1 και 2 στην τροχιά της  $1 M_{\odot}$ . Ο χρόνος που διήλθε ως τα σημεία που υποδεικνύονται στο διάγραμμα δίνεται στον Πίν. 9.1. Προκειμένου να γίνει πιο ευανάγνωστο το διάγραμμα, έχουν σημειωθεί μόνο τα σημεία στις εξελκτικές τροχιές των  $0.8, 1.0, 1.5, 2.5, 5.0$  και  $12.0 M_{\odot}$ . Οι υπολογισμοί του μοντέλου περιλαμβάνουν απώλεια μάζας και υπερακοντισμό της μεταφοράς. Η διαγώνια γραμμή που ενώνει τον γεωμετρικό τόπο των σημείων 1 είναι η κύρια ακολουθία μηδενικής ηλικίας. Για ολοκληρωμένες και με πλήρες υπόμνημα εξελκτικές τροχιές των άστρον με  $1 M_{\odot}$  και  $5 M_{\odot}$ , βλ. Σχ. 9.4 και 9.5 αντίστοιχα. (Δεδομένα από το Schaller κ.ά., *Astron. Astrophys. Suppl.*, 96, 269, 1992)

## Κλάδος των υπογιγάντων (subgiant branch –SGB)

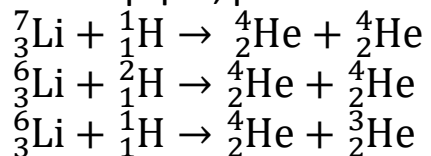
- Για άστρα μικρής και μεσαίας μάζας, καθώς συνεχίζει η καύση H στον φλοιό, η μάζα του πυρήνα ηλίου αυξάνεται και φτάνει (στο σημείο 4 για άστρα σαν τον ήλιο) στο όριο SC, οπότε αρχίζει να συστέλλεται με την ταχεία κλίμακα χρόνου  $t_{KH}$ .
- Η απελευθερούμενη βαρυτική δυναμική ενέργεια προκαλεί διαστολή του περιβλήματος του άστρου, και αντίστοιχα πτώση της ενεργού θερμοκρασίας. Έτσι ο αστέρας μετατοπίζεται προς το ερυθρό στο διάγραμμα HR, και εισέρχεται στον λεγόμενο **κλάδο των υπογιγάντων**.
- η θερμοκρασία και η πυκνότητα του φλοιού καύσης υδρογόνου αυξάνονται και, αυξάνεται γρήγορα ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται ενέργεια από τον φλοιό. Και πάλι διαστέλλεται το εξωτερικό κέλυφος του άστρου, απορροφώντας κάποια από την ενέργεια που παράγεται από τον φλοιό, προτού αυτή φτάσει την επιφάνεια. Οπότε η φωτεινότητα του άστρου σε αυτή τη φάση είτε αυξάνεται λίγο (για άστρα σαν τον ήλιο), ή παρουσιάζει μικρή μείωση πριν αρχίσει πάλι να αυξάνεται για άστρα μεσαίας μάζας.

# Κλάδος των ερυθρών γιγάντων – Red Giant Branch (RGB)

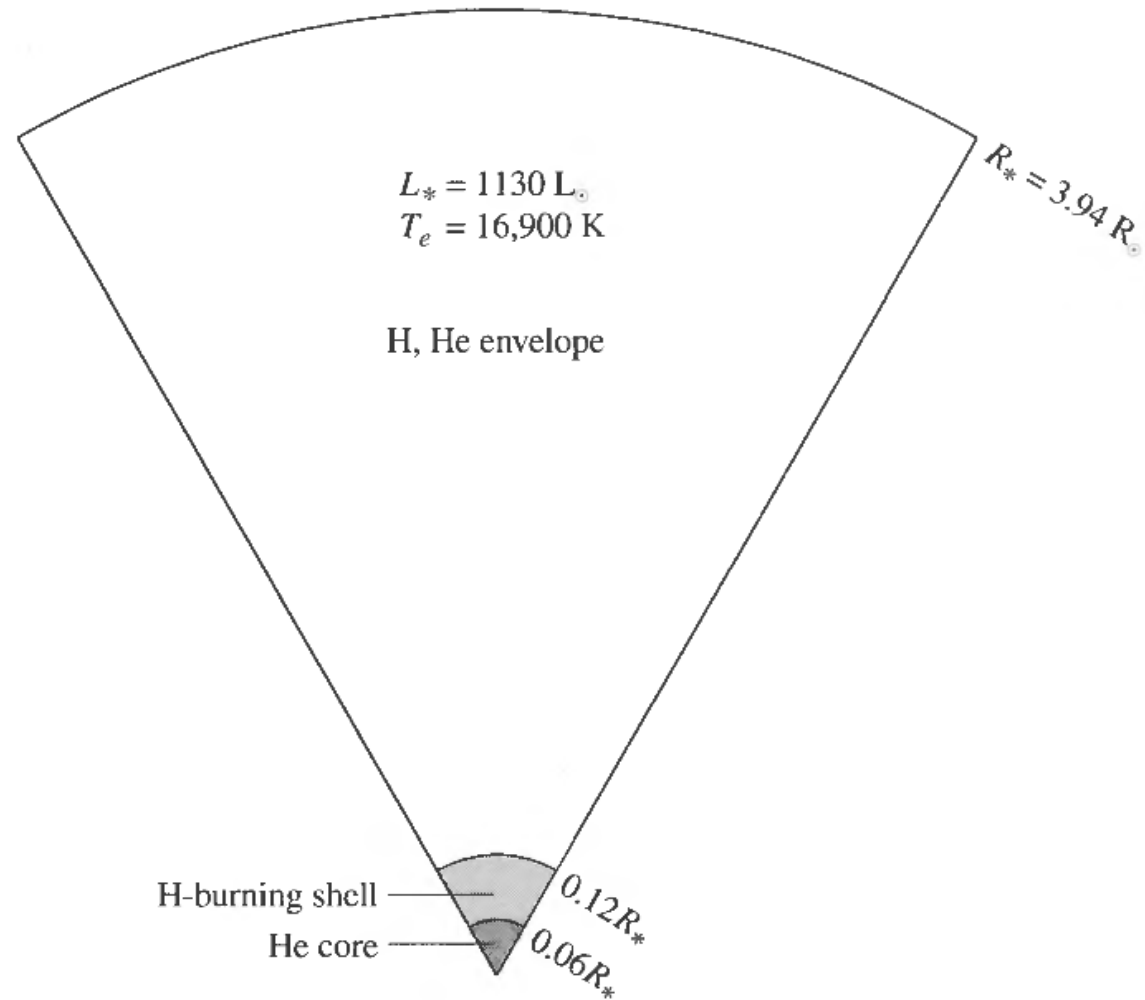
**Γενικά χαρακτηριστικά:** Καθώς το άστρο μεταβαίνει από το σημείο 5 στο σημείο 6, κατά μήκος δηλ. του κλάδου των ερυθρών γιγάντων, ο πυρήνας He εξακολουθεί να συστέλλεται, η σύντηξη H εξακολουθεί στο φλοιό γύρω από τον πυρήνα, ενώ το περίβλημα του άστρου έξω από τον φλοιό διαστέλλεται.

- Καθώς πλησιάζουμε στο σημείο 5, **αυξάνεται η αδιαφάνεια της ατμόσφαιρας** διότι λόγω της διαστολής του άστρου και μείωσης της επιφανειακής θερμοκρασίας, δημιουργούνται αρνητικά ιόντα  $\text{H}^-$  (κυρίως).
- Αυτή η αύξηση της αδιαφάνειας έχει ως αποτέλεσμα τη **δημιουργία ζώνης μεταφοράς** κοντά στην επιφάνεια.
- Καθώς εξελίσσεται το άστρο, η ζώνη μεταφοράς επεκτείνεται σε μεγαλύτερα βάθη στο εσωτερικό του άστρου, αυξάνοντας την αποδοτικότητα διάδοσης της ενέργειας, οπότε **αυξάνεται η φωτεινότητα του άστρου** (// προς το Hayashi track). Το άστρο αρχίζει να «ανεβαίνει» γρήγορα τον **κλάδο των γιγάντων**.
- **First dredge-up:** κάποια στιγμή η ζώνη μεταφοράς φτάνει τις περιοχές του άστρου όπου η σύσταση έχει αλλάξει λόγω πυρηνικών αντιδράσεων, με αποτέλεσμα τη μεταφορά αυτών των υλικών στην επιφάνεια, μεταβάλλοντας την μετρούμενη περιεκτικότητα των διαφόρων στοιχείων (μειωμένο Li, αυξημένο  ${}^3_2\text{He}$ , μεταβολή των σχετικών περιεκτικότητων των στοιχείων CNO).

**Το Li καταστρέφεται** πολύ εύκολα σε θερμοκρασίες μεγαλύτερες από περίπου  $2.5 \times 10^6 \text{K}$ , δηλ. σε στρώματα αρκετά πάνω από τον πυρήνα, μέσω των αντιδράσεων:



- **Ο φλοιός καύσης H** εξακολουθεί να μετακινείται προς τα έξω μετατρέποντας το H του περιβλήματος σε He. Έτσι **αυξάνεται η μάζα του πυρήνα He**, ενώ **εξακολουθεί να συστέλλεται** και να μειώνεται η ακτίνα του, οπότε η **πυκνότητα αυξάνεται συνεχώς**, όπως και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια του πυρήνα (π.χ. για μάζα πυρήνα  $0.35M_{\text{solar}}$  και ακτίνα  $(1/40)R_{\text{solar}}$ , η επιφανειακή επιτάχυνση βαρύτητας είναι (άσκηση)  $1.4 \times 10^7 \text{ dyn.cm}^2$  (κοντά στη τιμή που έχουμε στην επιφάνεια ενός λευκού νάνου – βλ. επόμενο κεφάλαιο).
- Λόγω της μεγάλης **πυκνότητας ο πυρήνας είναι εκφυλισμένος σχεδόν πλήρως, για άστρα  $< \sim 2.3M_{\odot}$**
- Ο πυρήνας είναι ισόθερμος λόγω της μεγάλης θερμικής αγωγιμότητας των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων (πάντα για άστρα με μάζες  $< \sim 2.3M_{\odot}$ )
- Στο κέντρο του πυρήνα, υπάρχουν ισχυρές **απώλειες ενέργειας λόγω παραγωγής νετρίνων**, οπότε η θερμοκρασία μειώνεται εκεί.
- Ένα άλλο σημαντικό χαρακτηριστικό αυτής της φάσης (από το 5 στο 6) είναι ότι η φωτεινότητα και η θερμοκρασία του φλοιού καύσης H εξαρτώνται μόνο από τη μάζα και την ακτίνα του πυρήνα και όχι από τη συνολική μάζα του άστρου. **Έτσι οι ερυθροί γίγαντες δεν ακολουθούν τη σχέση φωτεινότητας-μάζας των άστρων της κύριας ακολουθίας.**



**FIGURE 13.7** A  $5 M_{\odot}$  star with a helium core and a hydrogen-burning shell shortly after shell ignition (point 3 in Fig. 13.1). (Data from Iben, *Ap. J.*, 143, 483, 1966.)

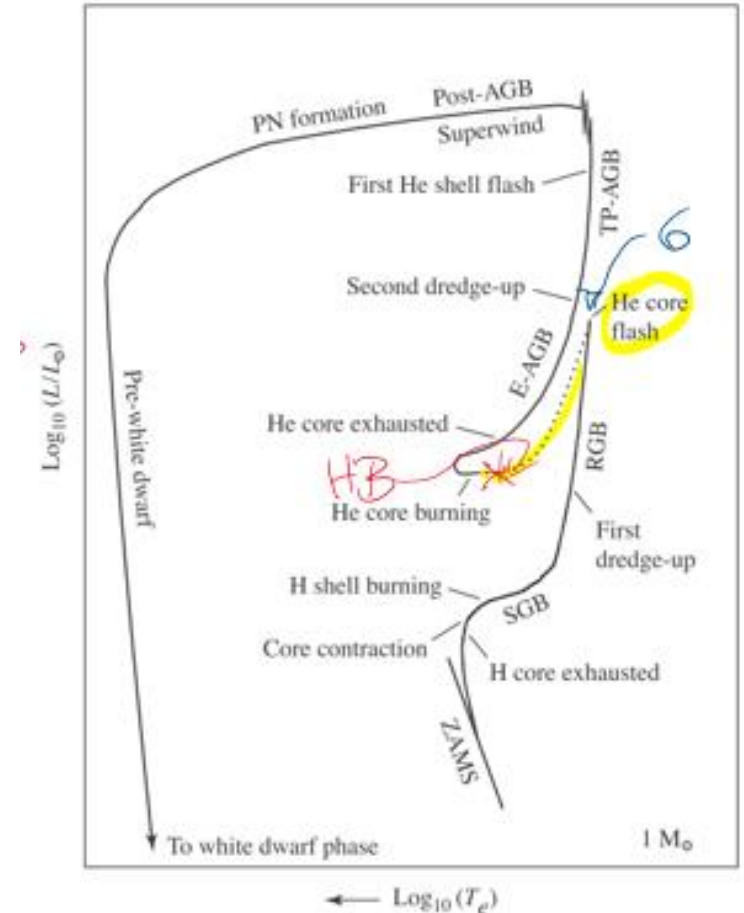
## Άκρο του κλάδου των ερυθρών γιγάντων – μετάβαση προς τον οριζόντιο κλάδο Tip of the Red Giant Branch (TRGB) – Helium Flash - evolution towards the horizontal branch

- Στην κορυφή του RGB (σημείο 6) η κεντρική θερμοκρασία και πυκνότητα (π.χ.  $1.3 \times 10^8 \text{K}$  και  $7.7 \times 10^6 \text{ kg m}^{-3}$  για ένα άστρο  $5 M_{\odot}$ ) είναι αρκετά υψηλές ώστε να ξεκινήσει η σύντηξη πυρήνων He μέσω της διαδικασίας 3-alpha.
- Θυμηθείτε ότι το  $\epsilon_{3\alpha}$  είναι ανάλογο προς  $T_8^{41}$ . Δηλ. μικρή αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί μεγάλη αύξηση στο ρυθμό παραγωγής ενέργειας, που με τη σειρά του προκαλεί **διαστολή του πυρήνα**.
- Όπως είδαμε στο κέντρο του πυρήνα η θερμοκρασία είναι χαμηλότερη λόγω ψύξης από τα νετρίνα, οπότε η **σύντηξη ξεκινάει έξω από τη κεντρική περιοχή του πυρήνα**.
- Η κυρίαρχη πηγή της φωτεινότητας του άστρου εξακολουθεί να είναι ο **φλοιός** (που περιβάλλει τον πυρήνα) καύσης υδρογόνου.
- Η **διαστολή του πυρήνα σπρώχνει τον φλοιό προς τα έξω**, οπότε ο φλοιός ψύχεται και μειώνεται ο ρυθμός παραγωγής ενέργειας σε αυτόν, οπότε μειώνεται και η φωτεινότητα του άστρου.
- Ταυτόχρονα, το εξωτερικό κέλυφος του άστρου (πέρα από τον φλοιό σύντηξης H) συστέλλεται και η **ενεργός θερμοκρασία αρχίζει και πάλι να αυξάνεται**. Το άστρο ακολουθεί μια καθοδική πορεία (μικρότερη λαμπρότητα) και προς τα δεξιά (δηλ. μεγαλύτερη θερμοκρασία).

- Υπάρχει μία σημαντική διαφορά, όσον αφορά την φάση της έναρξης της σύντηξης του He στον πυρήνα, σε άστρα μάζας μικρότερης από  $\sim 2.3 M_{\odot}$  (περίπου) σε σύγκριση με άστρα μεγαλύτερης μάζας.
- Η διαφορά αυτή οφείλεται στο ότι στα άστρα μικρότερης μάζας, η ύλη στον πυρήνα (τα ηλεκτρόνια) είναι εκφυλισμένη. Σε αυτή τη περίπτωση (βλ. κεφ. Λευκών Νάνων), η πίεση εξαρτάται ελάχιστα (ή καθόλου, στον πλήρη εκφυλισμό) από τη θερμοκρασία και έτσι **χάνεται η "αυτορρύθμιση" των πυρηνικών καύσεων** που έχουμε στη περίπτωση θερμικής πίεσης (όπου, όταν ο πυρήνας θερμαίνεται, η πίεση αυξάνεται -σύμφωνα με τον νόμο ιδανικών αερίων- και έτσι ο πυρήνας διαστέλλεται, οπότε πέφτει η θερμοκρασία, με αποτέλεσμα τον μετριασμό των πυρηνικών καύσεων).
- Με την **πίεση εκφυλισμού** δεν συμβαίνει αυτό. Η πίεση πλήρους εκφυλισμού **δεν εξαρτάται από τη θερμοκρασία**. Έτσι, όταν θερμαίνεται ο πυρήνας, δεν αυξάνεται η πίεση ώστε να προκληθεί διαστολή και να πέσει η θερμοκρασία. Έτσι η θερμοκρασία συνεχίζει να αυξάνεται, και όταν φτάσει περίπου στους  $10^8\text{K}$  η σύντηξη He ξεκινά και εξελίσσεται πάρα πολύ γρήγορα, χωρίς να μετριάζεται. Μέσα σε λίγα δευτερόλεπτα παράγεται ισχύς  $\sim 10^{11} L_{\odot} \rightarrow$  **Helium flash** (για άστρα με μάζας  $< \sim 2.3 M_{\odot}$ ).
- Η παραγόμενη αυτή ισχύς δεν φτάνει στην επιφάνεια αλλά κατά μεγάλο μέρος χρησιμοποιείται για να **άρει τον εκφυλισμό** των ηλεκτρονίων, οπότε η πίεση γίνεται πάλι θερμική και **επανέρχεται η αυτορρύθμιση** των πυρηνικών καύσεων στον πυρήνα, οπότε το άστρο μπαίνει στη φάση αυτορυθμιζόμενης (ευσταθούς) καύσης ηλίου στον πυρήνα και H στον φλοιό  $\rightarrow$  οριζόντιος κλάδος.

# Οριζόντιος κλάδος – horizontal branch -HB

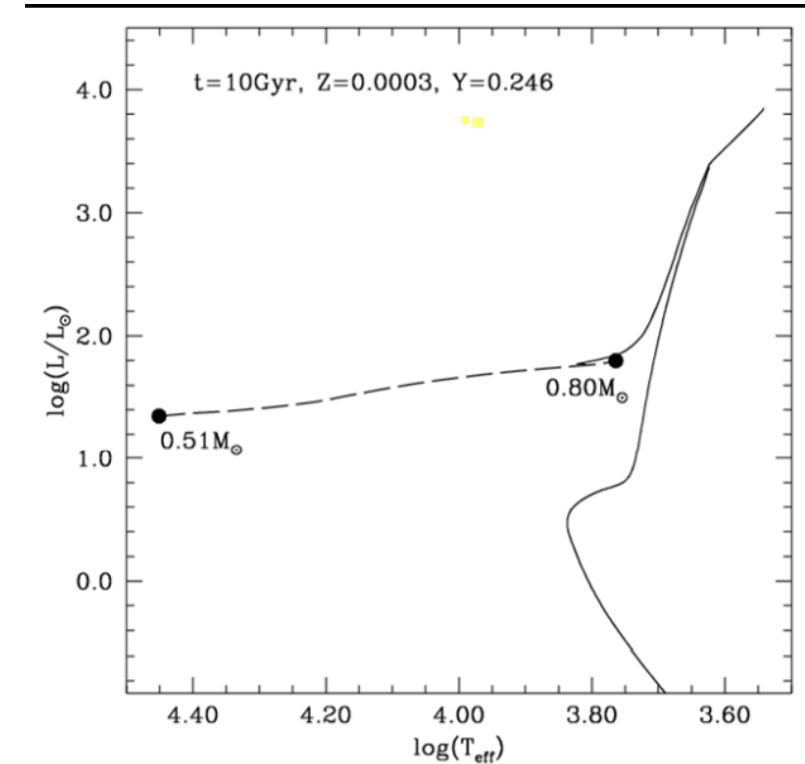
- Οι υπολογισμοί αστρικών μοντέλων άστρων μικρής μάζας σταματούν στο σημείο 6 (λόγω των πολύ γρήγορων χρονικών μεταβολών, θα απαιτούνταν πολύ μικρό βήμα ολοκλήρωσης και επομένως απαγορευτικά μεγάλος υπολογιστικός χρόνος). Η ενδιάμεση φάση συμβολίζεται με διακεκομμένη γραμμή στο evolutionary track άστρων μικρής μάζας. Οι υπολογισμοί ξαναρχίζουν όταν έχει καθιερωθεί η «ήρεμη» αυτορρυθμιζόμενη καύση του He και το άστρο βρίσκεται πλέον στον οριζόντιο κλάδο.
- Το άστρο, λοιπόν, μετά το He flash, καταλήγει σε ένα σημείο στο HR διάγραμμα, με χαμηλότερη φωτεινότητα και ψηλότερη θερμοκρασία, πάνω στον οριζόντιο κλάδο μηδενικής ηλικίας (**zero-age horizontal branch, ZAHB**).





# Οριζόντιος κλάδος – horizontal branch -HB

- Ο οριζόντιος κλάδος είναι το ανάλογο της κύριας ακολουθίας, αλλά για την καύση He στον πυρήνα. Εξακολουθεί η καύση H στον φλοιό γύρω από τον πυρήνα.
- Το σε ποιο σημείο του ZAHB θα καταλήξει ένα άστρο φαίνεται ότι εξαρτάται κυρίως από τη μάζα του και τη σύσταση  $X_{\text{CNO}}$ . Άστρα στα οποία έχει συμβεί Helium flash, έχουν υποστεί μεγάλη απώλεια μάζας στη φάση αυτή, οπότε καταλήγουν να έχουν μικρότερη μάζα στο ZAHB. Ανάλογα με τη μάζα αυτή, «τοποθετούνται» σε διαφορετικά σημεία κατά μήκος του ZAHB, με τα μεγαλύτερης μάζας άστρα να είναι πιο κόκκινα (κοντά στο Hayashi track, δηλ. στον κλάδο RGB) και τα άστρα μικρότερης μάζας να είναι πιο μπλε.
- Στο HB ο πυρήνας του άστρου είναι convective (λόγω της μεγάλης φωτεινότητας από τη σύντηξη He).

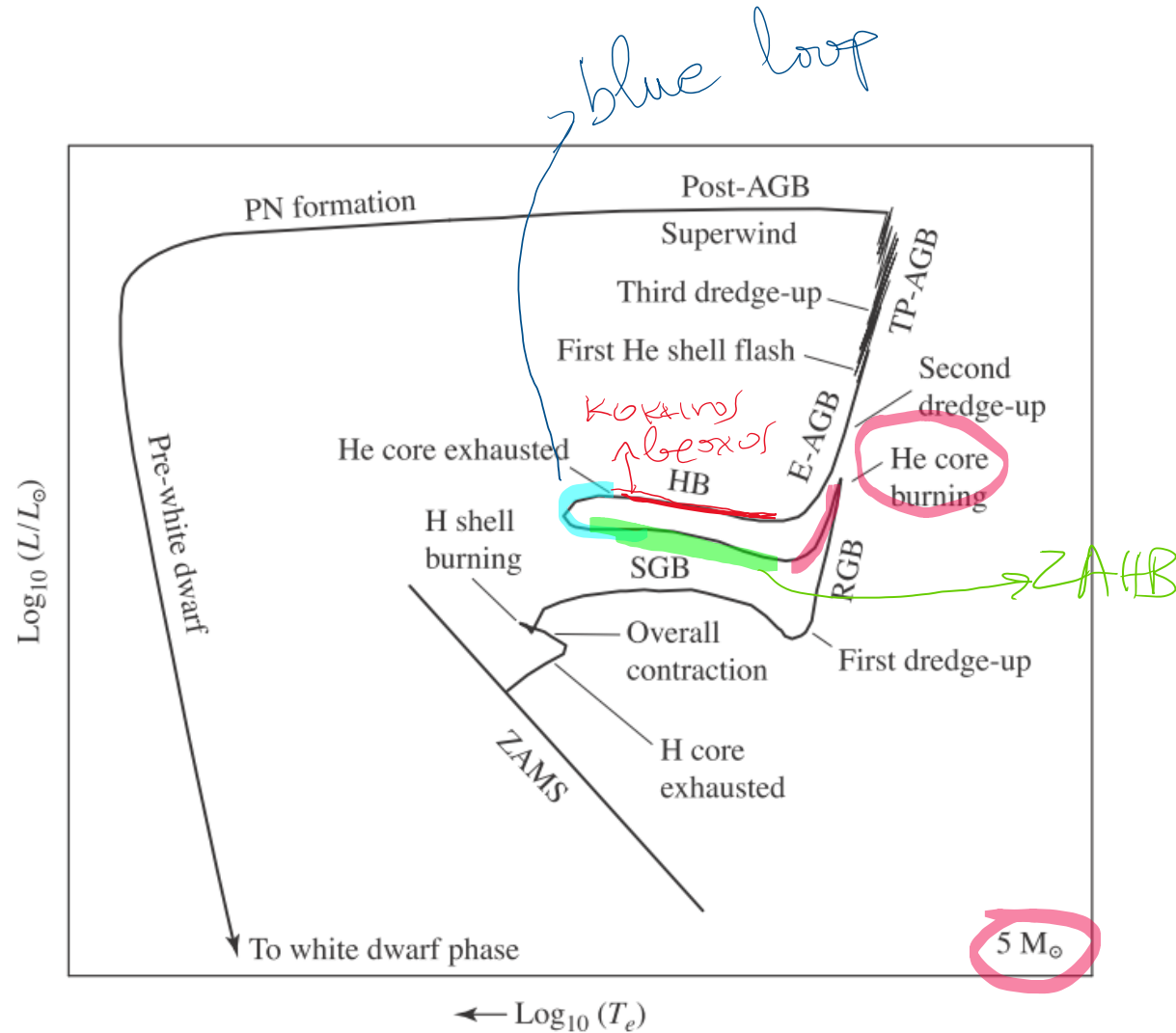


Τα άστρα μεγαλύτερης μάζας ( $\sim 2.3M_{\odot}$  με  $\sim 8M_{\odot}$ ) έχουν μεγαλύτερους πυρήνες He οι οποίοι δεν είναι εκφυλισμένοι, αλλά φτάνουν το όριο μάζας Schoenberg-Chandrasekhar, όπου δεν είναι πλέον σε υδροστατική ή θερμική ισορροπία.

Οπότε συστέλλονται (οι πυρήνες), θερμαίνονται και ξεκινά η σύντηξη He πριν να προλάβει να επέλθει εκφυλισμός.

Η σύντηξη του He γίνεται σε συνθήκες αυτορρύθμισης, οπότε δεν προκαλείται Helium flash.

Όπως και τα μικρότερης μάζας άστρα, και αυτά θερμαίνονται κατά τη διάρκεια της σύντηξης He, αλλά έχουν διαφορετικές μάζες πυρήνα και έτσι διαφορετικές φωτεινότητες από τα άστρα μικρότερης μάζας.



Σημείωση: Σε άστρα μάζας μεγαλύτερης από  $\sim 8M_{\odot}$  η σύντηξη He γίνεται επίσης «ομαλά».

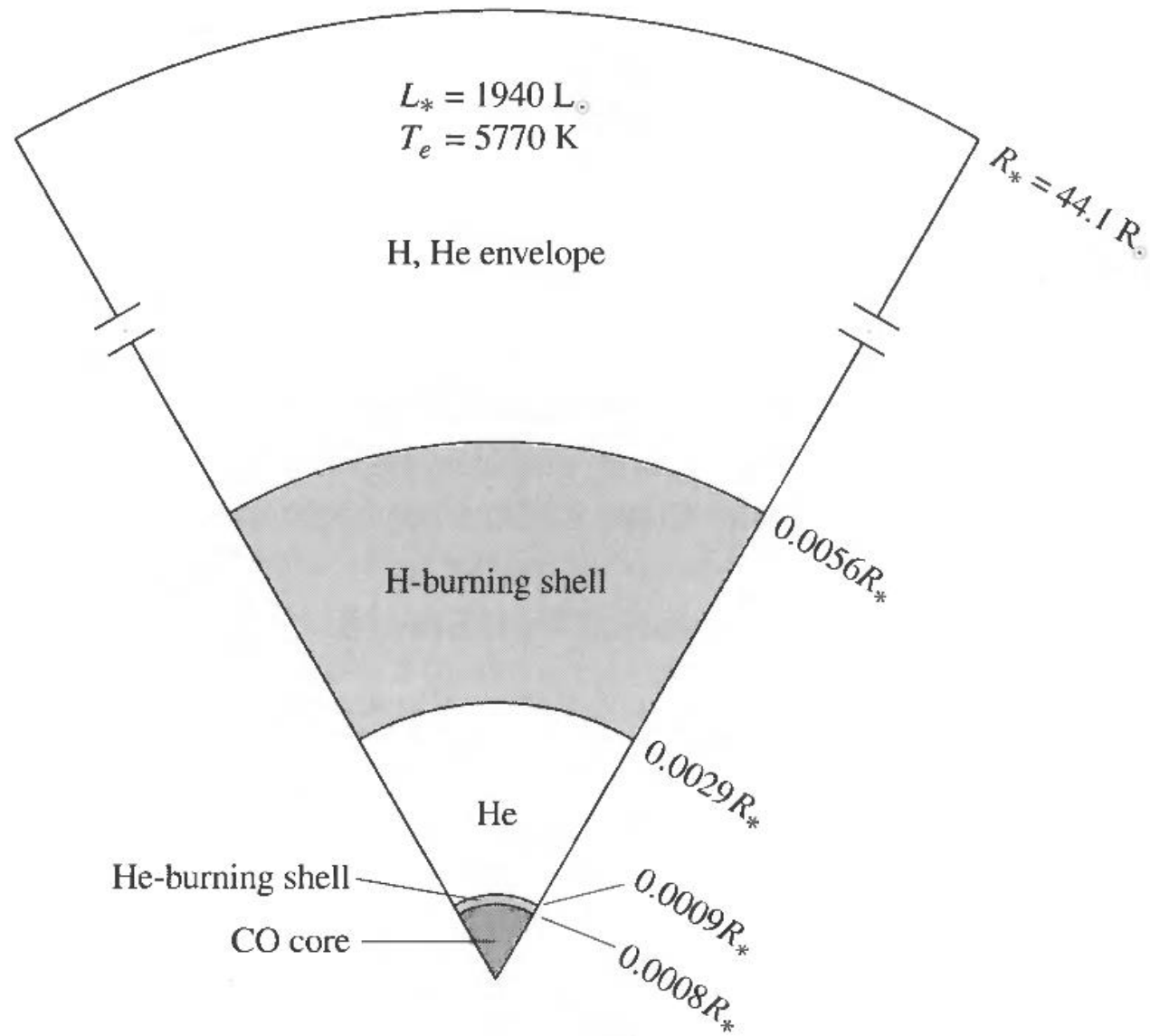
# Εξέλιξη προς τον ασυμπτωτικό κλάδο

- Όταν η εξέλιξη του άστρου φτάσει στο πιο ακραίο προς το μπλε σημείο του ZAHB, το μέσο μοριακό βάρος του πυρήνα έχει αυξηθεί τόσο ώστε ο πυρήνας να αρχίσει να συστέλλεται, με την επακόλουθη διαστολή και ψύξη του εξωτερικού περιβλήματος του άστρου.
- Τότε το άστρο ακολουθεί την αντίστροφη πορεία προς το κόκκινο (**κόκκινος βρόχος του οριζόντιου κλάδου**).
- Σύντομα μετά την είσοδο στον κόκκινο βρόχο, ο πυρήνας He εξαντλείται έχοντας μετατραπεί σε άνθρακα και οξυγόνο.
  - Σημείωση: Ο κόκκινος βρόχος αφορά κυρίως σε άστρα ενδιάμεσης μάζας. Τα άστρα μικρής μάζας ανεβαίνουν σχεδόν κατευθείαν τον ασυμπτωτικό κλάδο.
- Με τη συστολή του πυρήνα, αυξάνεται η θερμοκρασία του και αναπτύσσεται ένας θερμός φλοιός He γύρω από τον πυρήνα, όπου συμβαίνει σύντηξη He. Ο υπερκείμενος φλοιός H διαστέλλεται και ψύχεται, οπότε σταματάει εκεί πρόσκαιρα η σύντηξη.
- Κατά τη συστολή του πυρήνα CO, αυξάνει η παραγωγή νετρίνων, οπότε ψύχεται κάπως ο πυρήνας. Η αύξηση της πυκνότητας και μείωση της θερμοκρασίας έχουν ως συνέπεια να γίνει πάλι σημαντική η πίεση εκφυλισμού.
- Το άστρο έχει εισέλθει στη φάση Early Asymptotic Giant Branch (EAGB)

# Ασυμπτωτικός κλάδος γιγάντων – Asymptotic Giant Branch – AGB

## Early AGB – E-AGB

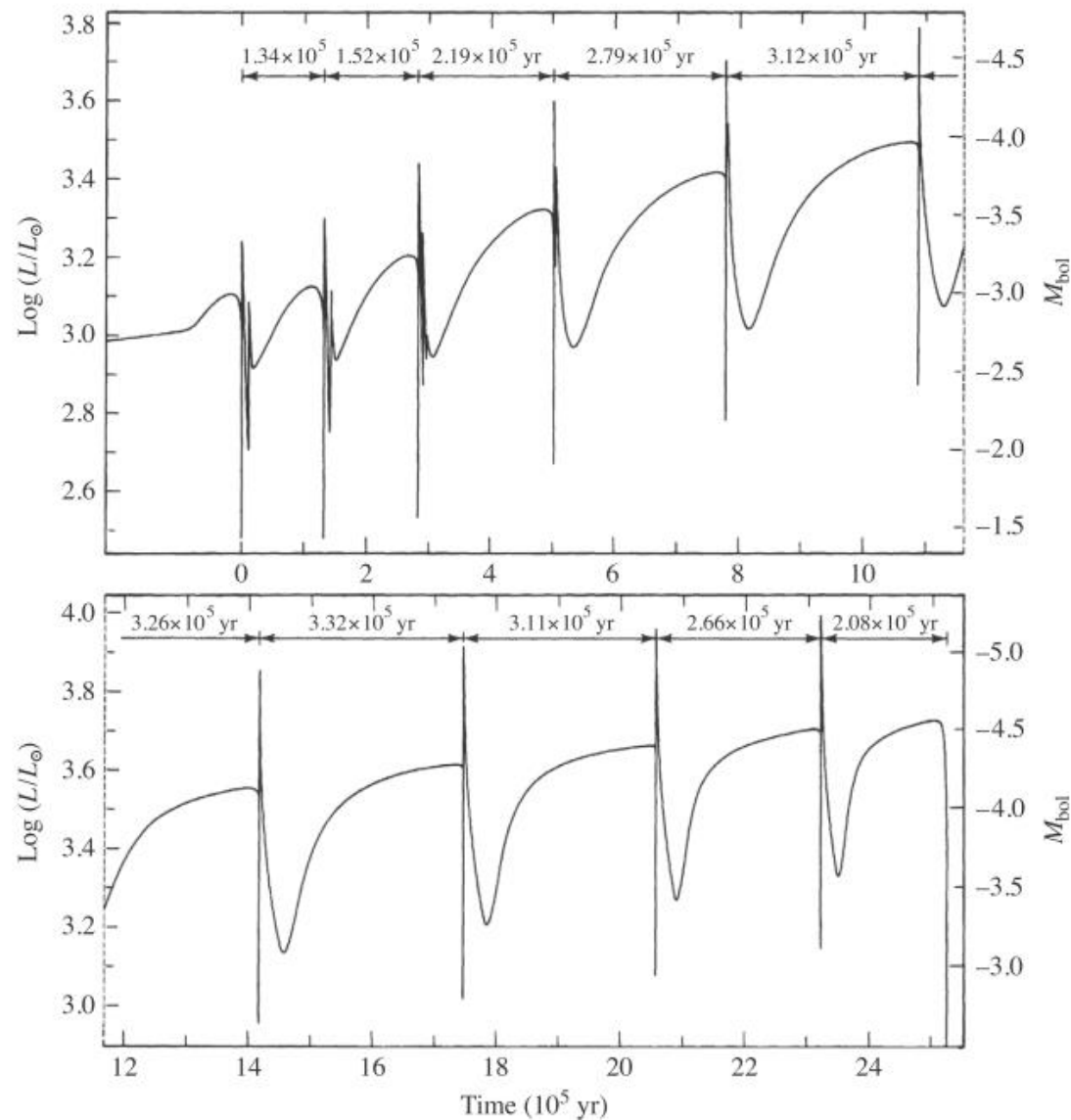
- Όταν, κατά την μετατόπιση του άστρου προς το κόκκινο, αυτό φτάσει στο Hayashi track, μετατοπίζεται προς τα πάνω, παράλληλα προς τον κλάδο των ερυθρών γιγάντων, πλησιάζοντας τον ασυμπτωτικά (εξ ου και ο όρος «Ασυμπτωτικός κλάδος γιγάντων»). Στην ουσία, η φάση αυτή είναι παρόμοια με τη φάση των ερυθρών γιγάντων, αλλά η πηγή ενέργειας είναι ο φλοιός σύντηξης He αντί του φλοιού σύντηξης H.
- Σε αυτή τη φάση συμβαίνει το **δεύτερο dredge-up** (παρόμοια αιτιολόγηση όπως το πρώτο dredge-up στον κλάδο των ερυθρών γιγάντων): η ζώνη μεταφοράς του εξωτερικού κελύφους βαθαίνει και εκτείνεται προς το εσωτερικό, φτάνοντας μέχρι τη χημική ασυνέχεια ανάμεσα στο πλούσιο σε υδρογόνο εξωτερικό περίβλημα και την πλούσια σε ήλιο περιοχή πάνω από τον φλοιό καύσης ηλίου.
- Η ανάμειξη που προκύπτει από το δεύτερο dredge-up, αυξάνει το ποσό του He και του N στον εξωτερικό φλοιό. (Η αύξηση του N οφείλεται στην προηγούμενη μετατροπή του C και του O σε N, στην περιοχή μεταξύ των φλοιών).



**FIGURE 13.8** A  $5 M_{\odot}$  star on the early asymptotic giant branch with a carbon–oxygen core and hydrogen- and helium-burning shells. Note that relative to the surface radius, the scale of the shells and core has been increased by a factor of 100 for clarity. (Data from Iben, *Ap. J.*, 143, 483, 1966.)

## Thermal Pulse AGB (TP-AGB)

- Κοντά στο ανώτερο τμήμα του AGB (TP-AGB), ο **ανενεργός φλοιός καύσης υδρογόνου τελικά αναφλέγεται εκ νέου** και κυριαρχεί και πάλι στην απελευθέρωση ενέργειας από το άστρο.
- Ωστόσο, κατά τη διάρκεια αυτής της φάσης της εξέλιξης, ο φλοιός καύσης He, που όλο και στενεύει, αρχίζει να σβήνει και να ξεκινά ξανά, ημιπεριοδικά.
- Αυτές οι **διακοπόμενες εκλάμψεις του φλοιού He** συμβαίνουν διότι ο φλοιός καύσης H ρίχνει «στάχτη» He στο στρώμα He κάτω από αυτόν. Καθώς η μάζα του στρώματος He αυξάνεται, η βάση του γίνεται ελαφρώς εκφυλισμένη. Όταν η θερμοκρασία στη βάση του φλοιού He αυξηθεί αρκετά, εκδηλώνεται μια έκλαμψη He ανάλογη με την έκλαμψη He στο άκρο του RGB για άστρα μικρής μάζας (αν και πολύ λιγότερο ενεργητική).
- Η έκλαμψη του φλοιού He σπρώχνει τον φλοιό καύσης H προς τα έξω, οπότε αυτός ψύχεται και σταματάει εκεί η σύντηξη.
- Όταν μειωθεί η καύση στον φλοιό He, ο φλοιός H επανέρχεται στην προηγούμενη κατάσταση και η καύση του αρχίζει εκ νέου, με τη διαδικασία να επαναλαμβάνεται.
- Η **περίοδος ανάμεσα στις αναπάλσεις είναι συνάρτηση της μάζας του άστρου** και κυμαίνεται από χιλιάδες χρόνια για άστρα με μάζα κοντά στις  $5M_{\odot}$  ως εκατοντάδες χιλιάδες χρόνια για άστρα χαμηλής μάζας ( $0.6M_{\odot}$ ), με το πλάτος της ανάπαλσης να αυξάνεται σε κάθε επόμενο γεγονός.



**Σχήμα 9.9**

Χρόνος. Η επιφανειακή φωτεινότητα ως συνάρτηση του χρόνου για ένα αστρικό μοντέλο  $0.6 M_{\odot}$  το οποίο υπόκειται εκλάμψεις φλοιού ηλίου στον ΑΚΓ-ΘΠ. (Σχήμα προσαρμοσμένο από το Iben, *Ap. J.*, 260, 821, 1982)

## Τρίτο dredge-up - carbon stars

- Λόγω της απότομης αύξησης της ροής ενέργειας από τον φλοιό καύσης ηλίου κατά τη διάρκεια ενός επεισοδίου έκλαμψης, σχηματίζεται μια ζώνη μεταφοράς ανάμεσα στον φλοιό καύσης He και στον φλοιό καύσης H.
- Ταυτόχρονα, η εξωτερική ζώνη μεταφοράς (του περιβλήματος) αυξάνεται σε μέγεθος λόγω της έντασης των παλμών.
- Για άστρα μεγαλύτερα από 2 ηλιακές μάζες, οι δύο ζώνες μεταφοράς συγχωνεύονται, και φτάνουν μέχρι περιοχές όπου συντίθεται άνθρακας (μεταξύ του φλοιού He και H) → **third dredge-up**
- Από τις επαναλαμβανόμενες εκλάμψεις ηλίου και τα διαδοχικά third dredge-up **αυξάνεται ο άνθρακας στην ατμόσφαιρα του άστρου**, και το αρχικά πλούσιο σε οξυγόνο φάσμα ενός άστρου θα μετατραπεί σε ένα φάσμα πλούσιο σε άνθρακα.
- Όταν οι αριθμοί των ατόμων C και των ατόμων O είναι ίσοι, τα άτομα παραμένουν δεσμευμένα σε μόρια CO. Αν ο αριθμός των ατόμων O είναι μεγαλύτερος, εμφανίζονται μοριακές μπάντες TiO (**M giants**). Αν ο αριθμός των ατόμων άνθρακα είναι μεγαλύτερος, τότε, δημιουργούνται χαρακτηριστικές μοριακές μπάντες C<sub>2</sub>, CN, CH κλπ → αστέρες κάρβουνου – **carbon stars**.



- Ανάμεσα στους φασματικούς τύπους M και C είναι τα άστρα φασματικού τύπου S. Αυτά τα άστρα εμφανίζουν γραμμές ZrO στις ατμόσφαιρές τους, οι οποίες αντικαθιστούν τις γραμμές TiO των άστρων M.
- Τα φάσματα άστρων TP-AGB εμφανίζουν γραμμές απορρόφησης από βαριά ασταθή στοιχεία όπως το  ${}_{43}^{99}\text{Tc}$  (τεχνητό) που έχει χρόνο ημιζωής  $\sim 200000\text{yr}$ . Το τεχνητό πρέπει να έχει πρόσφατα δημιουργηθεί στο εσωτερικό του άστρου, μέσω της διαδικασίας s-process (slow neutron capture), και να έχει μεταφερθεί με ρεύματα μεταφοράς (third dredge up) στην επιφάνεια του άστρου.

Με τη διαδικασία s-process ο πυρήνας προσλαμβάνει ένα νετρόνιο, οπότε δημιουργείται ένα ισότοπο μεγαλύτερης μάζας. Το ισότοπο αυτό διασπάται μέσω διάσπασης  $\beta$  ( $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ ) και έτσι δημιουργείται ένας πυρήνας με μεγαλύτερο ατομικό αριθμό κατά ένα, από τον αρχικό. Η διαδικασία είναι «αργή» γιατί προλαβαίνει να γίνει η διάσπαση  $\beta$ , πριν από τη πρόσληψη δεύτερου νετρονίου. Η διαδικασία αυτή δεν απαιτεί υψηλές θερμοκρασίες, εφόσον δεν υπάρχει φράγμα Coulomb που να πρέπει να ξεπεραστεί. Πρέπει όμως να υπάρχει επαρκής ροή νετρονίων.

# Απώλεια μάζας στον κλάδο AGB και δημιουργία σκόνης

- Μεγάλοι ρυθμοί απώλειας μάζας μέχρι της τάξης των  $10^{-4} M_{\odot} / \text{yr}$ .
- Οι ενεργές θερμοκρασίες αυτών των άστρων είναι επίσης αρκετά ψυχρές (γύρω στα 3000 K).
  - σχηματίζονται κόκκοι σκόνης στο υλικό που αποβάλλεται.
- Εφόσον οι κόκκοι πυριτιούχων ενώσεων τείνουν να σχηματίζονται σε περιβάλλοντα πλούσια σε οξυγόνο και οι κόκκοι γραφίτη θα σχηματιστούν σε ένα περιβάλλον πλούσιο σε άνθρακα, η σύσταση του μεσοαστρικού υλικού μπορεί να σχετίζεται με τον σχετικό αριθμό άστρων πλουσίων σε άνθρακα και σε οξυγόνο.
- Δεν κατανοούμε ακόμα καλά τους μηχανισμούς απώλειας μάζας στη φάση αυτή.  
Σενάρια:
  - ✓ Σύνδεση με τις διαδοχικές εκλάμψεις του φλοιού He
  - ✓ Σύνδεση με τις περιοδικές αναπάσεις των LPVs (long period variables)
  - ✓ Υψηλή φωτεινότητα, χαμηλή επιφανειακή επιτάχυνση βαρύτητας (μεγάλη ακτίνα) → ισχυρή πίεση ακτινοβολίας πάνω στους κόκκους σκόνης

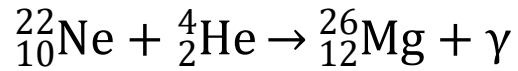
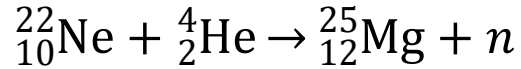
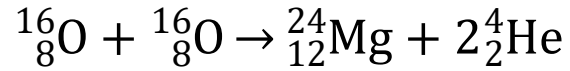
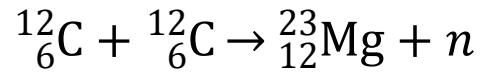
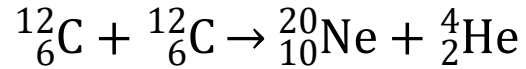
Το άστρο άνθρακα CW Leonis μέσα σε ένα πυκνό μανδύα σκόνης - HST



## Το τέλος της φάσης του ασυμπτωτικού κλάδου – άστρα $< \sim 8 M_{\odot}$

- Η εξέλιξη του άστρου μετά το στάδιο AGB εξαρτάται από την αρχική του μάζα και από την μάζα που έχει χάσει στη διάρκεια της ζωής του.
- Φαίνεται ότι η τελική εξελικτική συμπεριφορά των άστρων μπορεί να χωριστεί σε δύο βασικές ομάδες: αυτών με μάζες στη ZAMS πάνω από  $8 M_{\odot}$  και αυτών με μάζες μικρότερες από  $8 M_{\odot}$ , και έχει να κάνει με το αν ο πυρήνας του άστρου μπορεί να εξακολουθήσει να έχει σημαντικές πυρηνικές καύσεις ή όχι.
- **Για άστρα με  $M_{\text{ZAMS}} < \sim 8 M_{\odot}$** 
  - Ο φλοιός καύσης He μετατρέπει όλο και περισσότερο He σε C και έπειτα σε O, αυξάνοντας τη μάζα του πυρήνα C-O.
  - Ο πυρήνας εξακολουθεί να συστέλλεται, αυξάνοντας τη κεντρική του πυκνότητα. Επίσης, η απώλεια ενέργειας από νετρίνα, οδηγεί σε κάποια μείωση της θερμοκρασίας του πυρήνα. Έτσι, **η πίεση εκφυλισμού των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων κυριαρχεί και πάλι** (όπως και στη φάση της ανόδου του άστρου στον κλάδο RGB).
    - Για άστρα με  $M_{\text{ZAMS}} < \sim 4 M_{\odot}$  ο πυρήνας C-O δεν θα γίνει ποτέ αρκετά μαζικός και θερμός ώστε να προκληθεί πυρηνική ανάφλεξη.
    - Για άστρα με  $4 M_{\odot} < M_{\text{ZAMS}} < \sim 8 M_{\odot}$ , αν δεν ληφθεί υπόψη η απώλεια μάζας, θα περιμέναμε να συμβεί καταστροφική κατάρρευση του πυρήνα (παρά την πίεση εκφυλισμού). Η μέγιστη τιμή που μπορεί να έχει ο πλήρως εκφυλισμένος πυρήνας είναι  $1.4 M_{\odot}$  → **όριο Chandrasekhar**.
    - Ωστόσο λόγω της σημαντικής απώλειας μάζας, τελικά δεν συμβαίνει καταστροφική κατάρρευση, αλλά τα άστρα σε αυτή τη περιοχή μαζών οδηγούνται σε επιπλέον πυρηνοσύνθεση στον πυρήνα, ο οποίος μετατρέπεται σε πυρήνα ONeMg, με μάζα κάτω από το όριο Chandrasekhar.

➤ Οι κύριες θερμοπυρηνικές αντιδράσεις σε αυτή τη φάση είναι οι:



➤ Προς το τέλος της παραμονής του άστρου στον κλάδο AGB, η απώλεια μάζας επιταχύνεται, καθώς τα εξωτερικά στρώματα του άστρου γίνονται όλο και πιο χαλαρά δεσμευμένα (βαρυτικά) στο άστρο

➤ Προς το τέλος της φάσης AGB, έχουμε δημιουργία super-winds

→ πηγές OH/IR (θέρμανση οπτικά πυκνής σκόνης, η οποία εκπέμπει θερμικά στο IR. Εκπομπή maser από μόρια OH)

**POST-AGB:** η σκόνη γίνεται οπτικά αραιή, ενώ το άστρο αποπέμπει ότι έχει απομείνει από το εξωτερικό του περίβλημα (παραμένουν οι φλοιοί H και He). Το άστρο μετακινείται οριζόντια προς το μπλε (ψηλές θερμοκρασίες) στο διάγραμμα HR. Αυτό που μένει στο τέλος είναι ένα θερμό κεντρικό αντικείμενο με ένα εκφυλισμένο πυρήνα C-O ή ONeMg, περιβαλλόμενο από ένα λεπτό φλοιό He και H. Το αντικείμενο αυτό δεν έχει πηγές ενέργειας, και ψύχεται σιγά σιγά → λευκός νάνος (επόμενο κεφάλαιο).

Το θερμό κεντρικό αντικείμενο διεγείρει το οπτικά αραιό υλικό που έχει αποπεμφθεί από το κεντρικό άστρο, (→ χαρακτηριστικά γραμμικά φάσματα εκπομπής) δημιουργώντας τα λεγόμενα πλανητικά νεφελώματα (planetary nebulae).

(όλα αυτά για άστρα  $< \sim 8 M_{\odot}$ )

# Παλλόμενοι Αστέρες (pulsating stars)

ch. 14 (14.1-14.2-14.3) C&O (English edition)

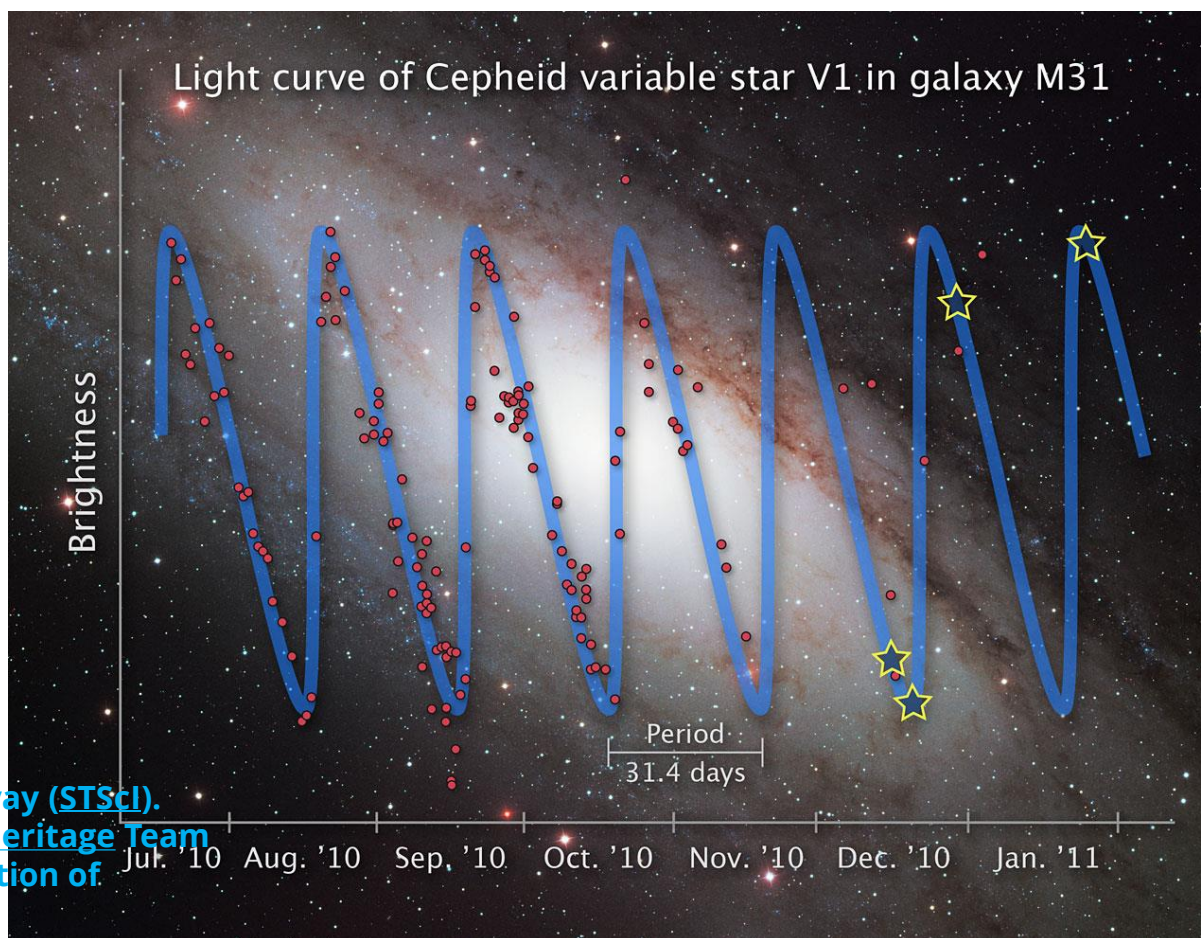


Illustration Credit: [NASA](#), [ESA](#) and [Z. Levay \(STScI\)](#).  
Science Credit: [NASA](#), [ESA](#), the [Hubble Heritage Team \(STScI/AURA\)](#) and the [American Association of Variable Star Observers](#)

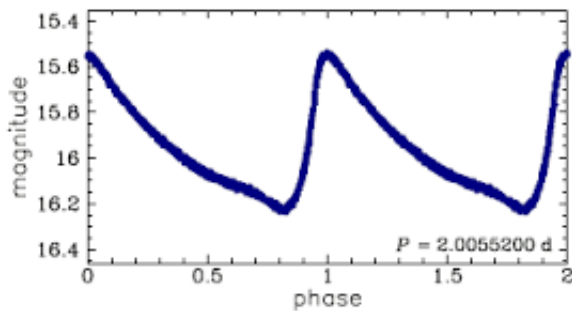
# Γενικά

- ✓ Οι παλλόμενοι αστέρες είναι ένας τύπος μεταβλητών αστέρων στα οποία οι μεταβολές στην φωτεινότητα οφείλονται σε μεταβολές **στο εμβαδόν και στη θερμοκρασία των επιφανειακών στρωμάτων του αστέρα.**
- ✓ Σύμφωνα με πρόσφατες μελέτες, όλοι οι αστέρες πάλλονται σε κάποιο βαθμό. Υπάρχουν όμως περιοχές στο διάγραμμα HR όπου υπάρχουν συγκεντρωμένοι πληθυσμοί παλλόμενων αστέρων.  
**Αυτό υποδεικνύει ότι οι αναπάσεις είναι πιο σημαντικές σε συγκεκριμένες φάσεις την αστρικής εξέλιξης.**
- ✓ Οι αστρικές αναπάσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον περιορισμό των θεωριών αστρικής εξέλιξης και για τη μελέτη των μηχανισμών στο εσωτερικό των αστέρων.

# Παλλόμενοι αστέρες – χαρακτηριστικές καμπύλες φωτός

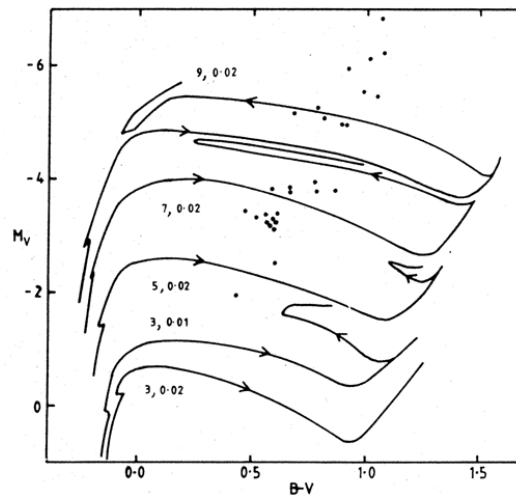
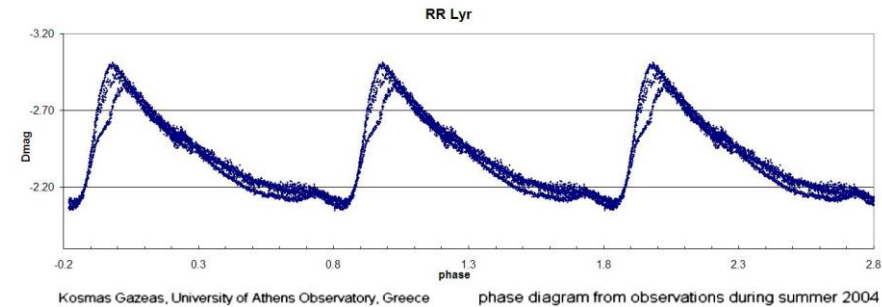
**Cepheids**  
(H-shell burning)

$P=1-70d$   
 $A=0.1-2mag$



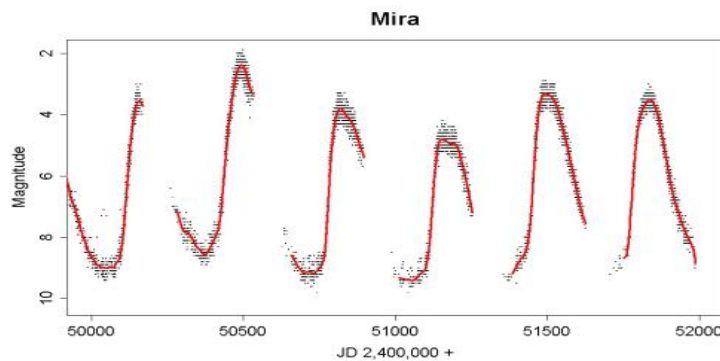
**RR-Lyraes**  
(HB)

$P=0.05-1.2 d$   
 $A=0.3-2mag$



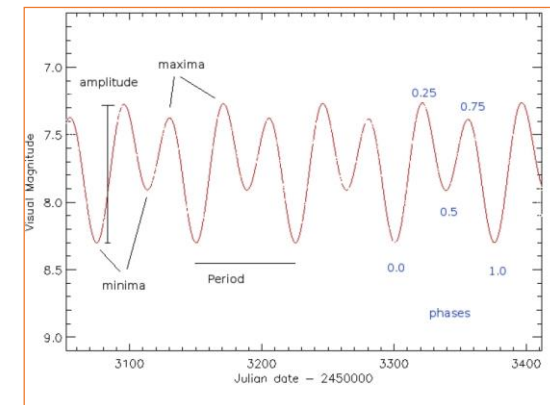
**Miras (AGB)**

$P>100 d$   
 $A$  several mag



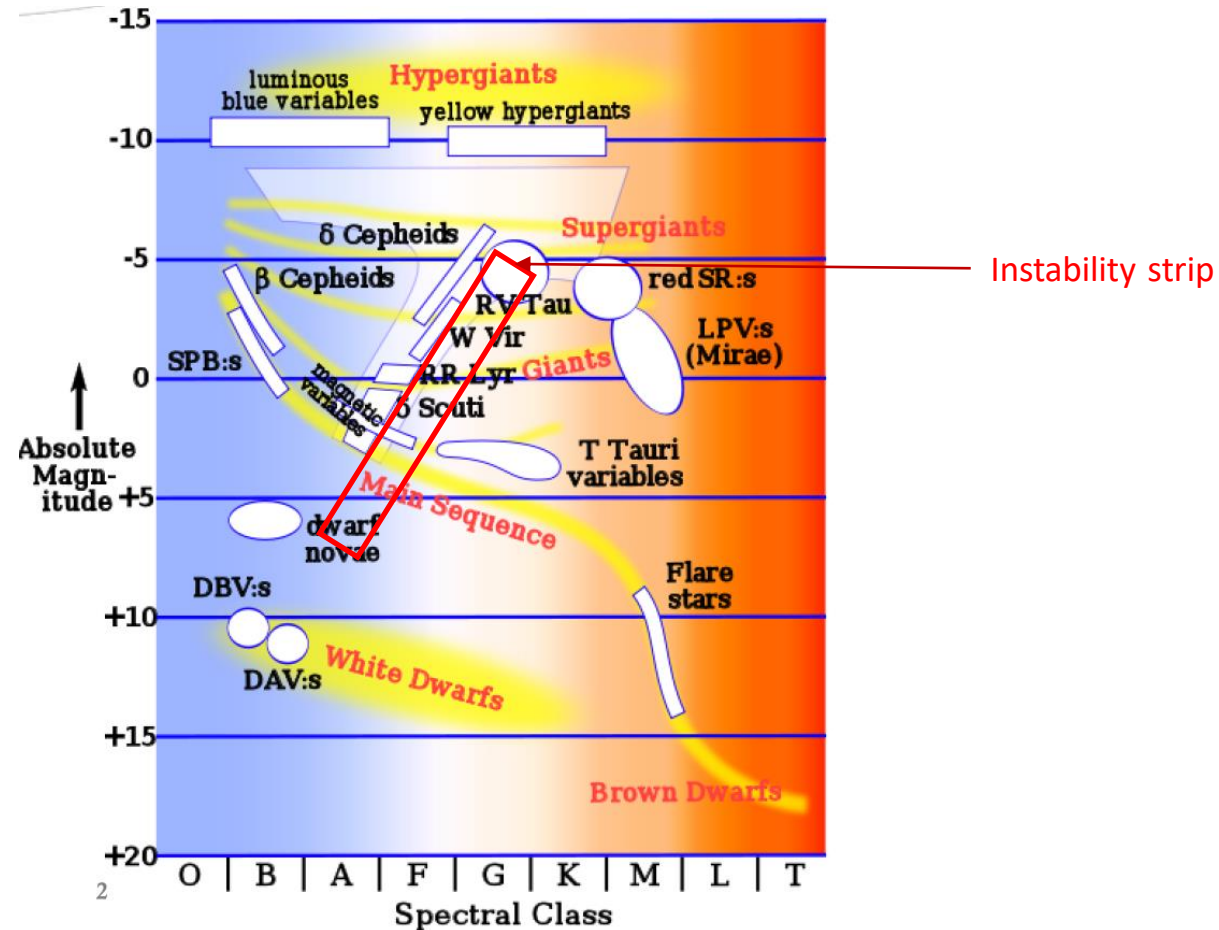
**RV Tauri stars**  
(post AGB)

$P=30-150 d$   
 $A$  up to 3mag



# Αστέρες με ενδογενή μεταβλητότητα → αστέρες με τακτικές (regular) αναπάλσεις (regular pulsators)

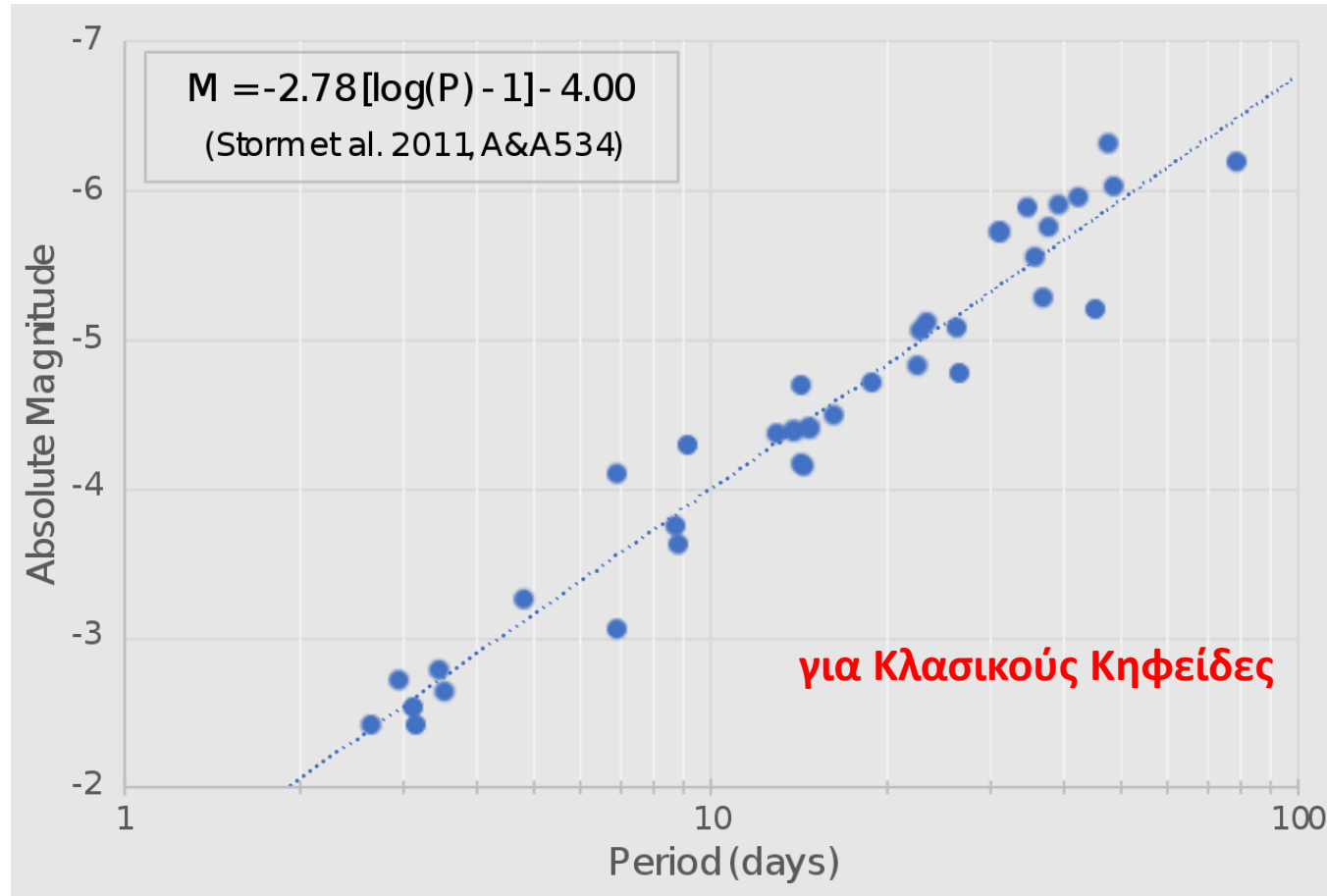
Τύπος	Περίοδος (d)
RR Lyrae	0.3-0.9
Cepheids	1-50
W Virginis	2-50
RV Tauri	60-200
β Cep	0.2
δ Scuti	0.2
LPV	100-700
Semi-regulars	100-200
Mira's	150-700



→ Οι παλλόμενοι αστέρες βρίσκονται σε καλά ορισμένες περιοχές του διαγράμματος HR – στενή περιοχή θερμοκρασιών



→ Συσχέτιση περιόδου των αναπάσεων και της φωτεινότητας



## Ζώνη ανατάσεων – instability strip

- ✓ Η ζώνη ανατάσεων στο διάγραμμα HR αντιστοιχεί σε μία πολύ στενή περιοχή ενεργών θερμοκρασιών, αλλά σε αρκετές τάξεις μεγέθους σε φωτεινότητα.
- ✓ Οποτεδήποτε ένας αστέρας, κατά την εξέλιξή του, «περάσει» από τη ζώνη αυτή εμφανίζει αστάθεια ανατάσεων
- ✓ Οι αστρικές ανατάσεις είναι (συνήθως) ηχητικά κύματα (κύματα πίεσης) σε συντονισμό στο εσωτερικό των άστρων. Οι αστρικές ανατάσεις εξαρτώνται από την αστρική δομή (θα το δούμε αμέσως μετά)

# Πρώτη προσέγγιση – Ακτινικές αναπάλσεις

Ανάπαυση  $\rightarrow$  διαταραχή πυκνότητας με μήκος κύματος ίσο με την αστρική διάμετρο  $\rightarrow$  κανονική ανάπαυση  $\rightarrow$  στάσιμο κύμα

Ένα ρευστό (το άστρο) με ακτίνα  $R$  έχει μία θεμελιώδη περίοδο ανάπαυσης

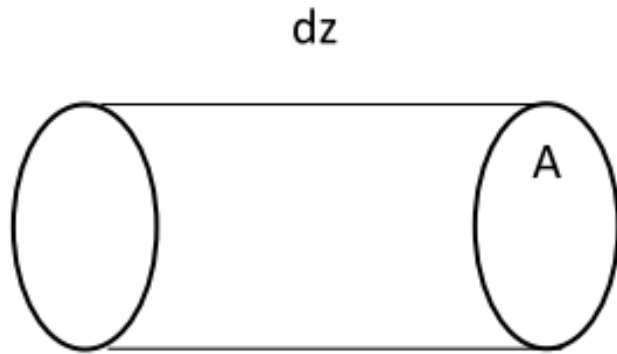
$$\Pi \approx \frac{2R}{v_s}$$

όπου  $R$  η ακτίνα του άστρου και  $v_s$  η ταχύτητα του ήχου.

Αυτή η περίοδος είναι στην ουσία ο χρόνος που κάνει ένα κύμα πίεσης να διατρέξει την διάμετρο του άστρου.

Αλλά, γενικά σε ένα ρευστό,  $v_s^2 = \frac{dP}{d\rho}$

Πρόχειρη απόδειξη: Έστω ένα ηχητικό κύμα που διαδίδεται μέσα στο ρευστό. Σε χρόνο  $dt$  διανύει απόσταση  $dz=udt$ .



Εφόσον η ροή μάζας είναι σταθερή, δηλ.  $\dot{m} = \rho v A = \text{σταθ} \Rightarrow \rho v = \text{σταθ} \Rightarrow v d\rho = -\rho dv$

Από τον 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα

$$(\rho A dz) \frac{dv}{dt} = -A dP \Rightarrow dP = (-\rho dv) \frac{dz}{dt} = v d\rho \frac{dz}{dt} \Rightarrow v^2 = v_s^2 = \frac{dP}{d\rho}$$

---

Για ισοθερμικό αέριο  $P = \rho^\gamma$  (ή ισοδύναμα  $PV^\gamma = \text{σταθ}$ )

$$\text{Οπότε } v_s^2 = \gamma \frac{P}{\rho}$$

$$\text{Από το θεώρημα Virial: } \rightarrow U = 2K \Rightarrow \frac{GM^2}{R} = 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{M}{\mu_H} kT$$

$$\text{Από νόμο ιδανικών αερίων: } PV = NkT \Rightarrow P \frac{M}{\rho} = \frac{M}{\mu_H} kT \Rightarrow \frac{P}{\rho} = \frac{kT}{\mu_H}$$

$$\text{Άρα } \frac{GM^2}{R} = 3M \frac{P}{\rho} = 3M \frac{v_s^2}{\gamma} \Rightarrow v_s = \sqrt{\frac{GM\gamma}{3R}}$$

$$\Pi \approx \frac{2R}{v_s} = \sqrt{\frac{4R^3}{5GM}} \sim \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \quad \text{για } \gamma=5/3$$

$$\text{Σε μονάδες ηλιακής μάζας και ακτίνας, } \Pi \sim 1600 \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{3/2} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/2} \text{ (days)}$$

Π.χ. για ένα ισοθερμικό άστρο 100 ηλιακών ακτίνων και 10 ηλιακών μαζών η περίοδος είναι  $\sim 5.8$  μέρες ( $\sim$  παρατηρούμενη).

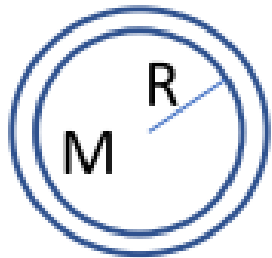
# Μοντέλο μίας ζώνης – One zone model

Ας θεωρήσουμε ένα σφαιρικό φλοιό μάζας  $m$  στο εσωτερικό του άστρου. Στο φλοιό ασκείται η πίεση από το εσωτερικό (δύναμη =  $PA=4\pi R^2P$ ) και η βαρυτική έλξη από τη μάζα  $M$  που περικλείεται από τον φλοιό  $-GMm/R^2$ .

Επομένως, η εξίσωση κίνησης του φλοιού είναι:

$$m \frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{GMm}{R^2} + 4\pi R^2 P$$

Έστω ότι η ακτίνα  $R$  και η πίεση  $P$  στην ισορροπία είναι οι  $R_0$  και  $P_0$  αντίστοιχα.



Όταν το άστρο είναι σε στατική ισορροπία,

$$-\frac{GMm}{R_0^2} + 4\pi R_0^2 P_0 = 0$$

Ας υποθέσουμε ότι για κάποιο λόγο προκαλείται μία μετατόπιση κατά  $\delta R$  με αντίστοιχη μεταβολή της πίεσης κατά  $\delta P$ ,

$$R = R_o + \delta R$$

$$P = P_o + \delta P$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση κίνησης και διατηρώντας μόνο όρους πρώτης τάξης, προκύπτει ότι:

$$m \frac{d^2(R_o + \delta R)}{dt^2} = -\frac{GMm}{(R_o + \delta R)^2} + 4\pi(R_o + \delta R)^2(P_o + \delta P) \Rightarrow m \frac{d^2(\delta R)}{dt^2}$$
$$\cong -\frac{GMm}{R_o^2} + \frac{2GMm}{R_o^3} \delta R + 4\pi R_o^2 P_o + 8\pi R_o P_o \delta R + 4\pi R_o^2 \delta P$$

$$\text{Αλλά } -\frac{GMm}{R_o^2} + 4\pi R_o^2 P_o = 0$$

$$m \frac{d^2(\delta R)}{dt^2} \cong \frac{2GMm}{R_o^3} \delta R + 8\pi R_o P_o \delta R + 4\pi R_o^2 \delta P$$

$$m \frac{d^2(\delta R)}{dt^2} \cong \frac{2GMm}{R_o^3} \delta R + 8\pi R_o P_o \delta R + 4\pi R_o^2 \delta P$$

Αν  $PV^V = \text{σταθ}$ , τότε  $\frac{\delta P}{P} = -3\gamma \frac{\delta R}{R} \Rightarrow \delta P \cong -3\gamma \frac{P_o}{R_o} \delta R$

$$\frac{GMm}{R_o^2} = 4\pi R_o^2 P_o$$



$$\frac{d^2(\delta R)}{dt^2} + \underbrace{(3\gamma - 4) \frac{GM}{R_o^3}}_{\omega^2} \delta R = 0$$

αν  $\gamma > 4/3$  έχω ταλάντωση  
γύρω από τη θέση ισοροπίας

με περίοδο ταλάντωσης

$$\Pi = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\left[ (3\gamma - 4) \frac{GM}{R_o^3} \right]^{1/2}} \propto R^{3/2} M^{1/2}$$



## Σχέση περιόδου – φωτεινότητας

Αν υποθέσουμε ότι έχουμε ένα δείγμα από άστρα περίπου ίδιας μάζας και θερμοκρασίας (θυμηθείτε ότι η ζώνη αστάθειας είναι πολύ στενή – περίπου ίδια θερμοκρασία), τότε η

φωτεινότητα  $L \propto R^2 \Rightarrow R \propto L^{1/2}$

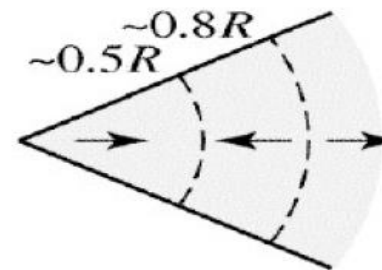
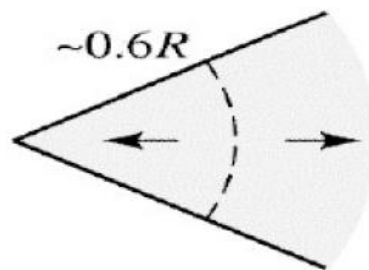
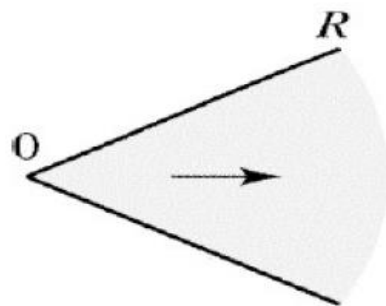
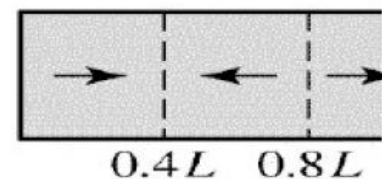
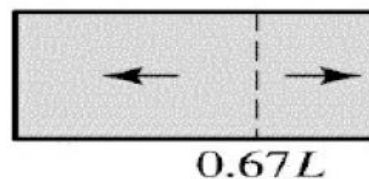
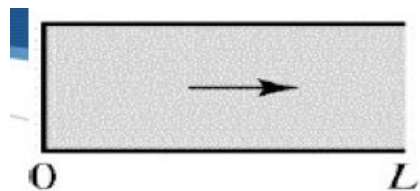
Οπότε η περίοδος θα είναι  $\Pi \propto R^{3/2} \propto L^{3/4}$

$$\Rightarrow \log \Pi = \frac{3}{4} \log L = -\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} M + \text{σταθ} = -0.3M + \text{σταθ} \Rightarrow M = -3 \log \Pi + \text{σταθ}$$

χρησιμοποιώντας το ότι  $M = -2.5 \log L + \text{σταθ}$

Για Κηφείδες, έχει βρεθεί ότι  $M = -2.8 \log \Pi^d - 1.43$

# Ρυθμοί ταλάντωσης



## Βασικός ρυθμός

- Δεσμός στο κέντρο του άστρου – κοιλία στην επιφάνεια
- Το αέριο κινείται προς την ίδια κατεύθυνση παντού

## Πρώτη αρμονική

- Δεσμός στο κέντρο και σε ένα ακόμα σημείο του άστρου – κοιλία στην επιφάνεια
- Το αέριο κινείται σε αντίθετες κατευθύνσεις στον ενδιάμεσο δεσμό

## Δεύτερη αρμονική

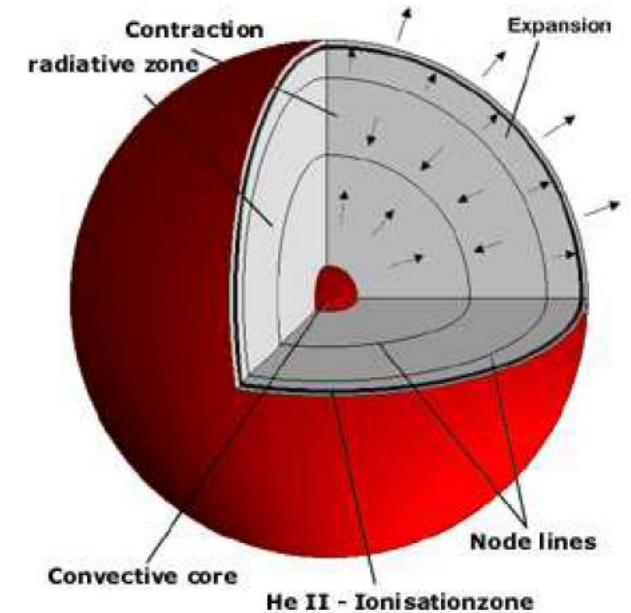
- Δεσμός στο κέντρο και σε δύο ακόμα σημεία του άστρου – κοιλία στην επιφάνεια
- Το αέριο κινείται σε αντίθετες κατευθύνσεις στους ενδιάμεσους δεσμούς

# Ποιος είναι ο φυσικός μηχανισμός της ακτινικής ανάπαλσης

- Ο μηχανισμός  $\kappa$  – η βαλβίδα του Eddington

Όπως είδαμε οι αναπάλσεις είναι ταλαντώσεις γύρω από μία θέση ισορροπίας

- 1) Θεωρούμε ένα στρώμα στο άστρο, που χάνει για κάποιο λόγο πρόσκαιρα την υδροστατική υποστήριξη και καταρρέει
- 2) Το στρώμα αυτό συμπιέζεται και θερμαίνεται
- 3) Η αδιαφάνεια αυξάνεται, παρεμποδίζοντας την ακτινοβολία που προέρχεται από το εσωτερικό του άστρου κάτω από το θεωρούμενο στρώμα, να διαδοθεί προς τα έξω
- 4) Η θερμοκρασία και η πίεση θα αυξηθούν κάτω από το στρώμα
- 5) έως ότου η πίεση αυξηθεί αρκετά ώστε το στρώμα να ωθηθεί πάλι προς τα έξω, να διασταλεί, να ψυχθεί και να γίνει πιο διαφανές στην ακτινοβολία
- 6) Η ακτινοβολία μπορεί τώρα να «αποδράσει» προς τα έξω
- 7) Ο κύκλος ξενικά πάλι



## Ο ρόλος της αδιαφάνειας

- Αδιαφάνεια Kramer: συνήθως η αδιαφάνεια μειώνεται με την συμπίεση  $\kappa \sim \rho/T^{3.5}$ 
  - καθώς, η θερμοκρασία, που είναι στον παρανομαστή, έχει εκθέτη 3.5 ενώ η πυκνότητα (στον αριθμητή (για ιδανικό μονοατομικό αέριο  $P \propto \rho T$ ))
- Αυτό δεν συμβαίνει στις ζώνες μερικού ιονισμού:
  - Μία ζώνη μερικού ιονισμού υδρογόνου, π.χ., σε κάποιο βάθος του άστρου είναι ανάμεσα από μία περιοχή πλήρως ιονισμένη (από «κάτω») και μια περιοχή ουδέτερη (από πάνω). Μέσα στην ίδια τη ζώνη μερικού εκφυλισμού υπάρχουν και ιονισμένα και ουδέτερα άτομα, και ο λόγος τους είναι ευαίσθητη συνάρτηση της θερμοκρασίας.
  - Όταν το ρευστό συμπιέζεται, μέρος της εσωτερικής ενέργειας αποθηκεύεται στην αύξηση του ιονισμού (οπότε δεν αυξάνεται η θερμοκρασία) οπότε η αύξηση της πυκνότητας οδηγεί στην αύξηση της αδιαφάνειας.
  - Κατά την διαστολή, η αποθηκευμένη εσωτερική ενέργεια (ιονισμός) απελευθερώνεται (επανασύνδεση) και η μείωση της πυκνότητας οδηγεί σε μείωση της αδιαφάνειας (η θερμοκρασία μεταβάλλεται λίγο)

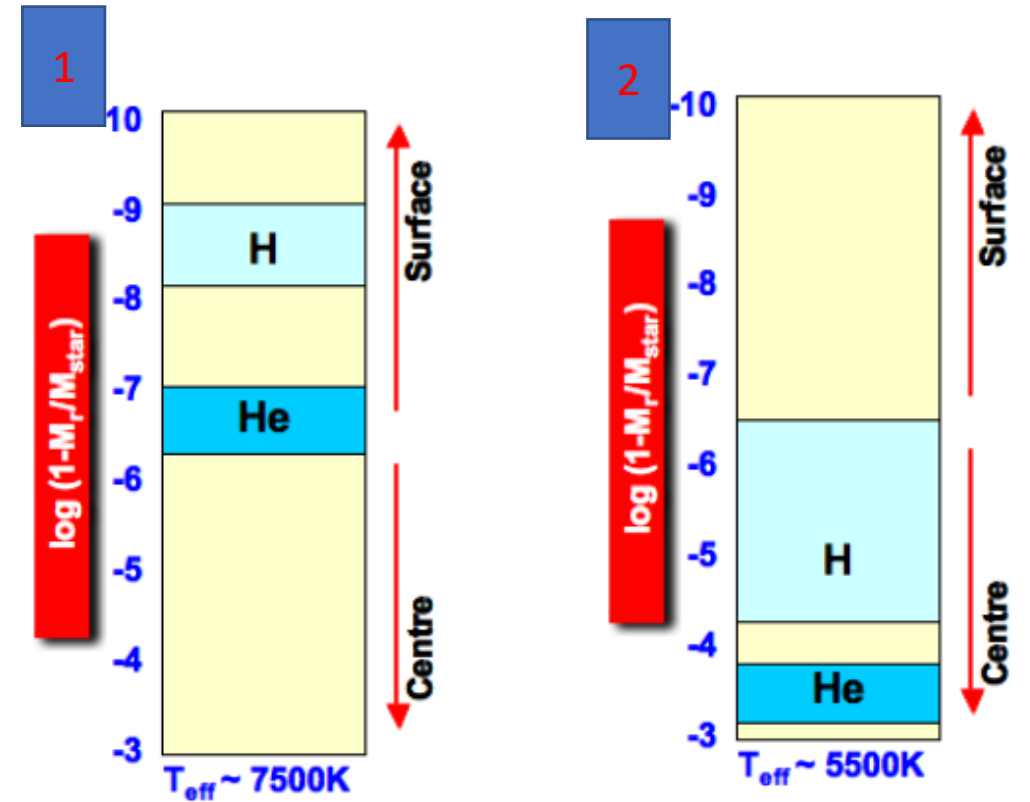
## Οι ζώνες μερικού ιονισμού μπορεί να είναι ασταθείς σε αναπάλσεις

**1.** Αν οι ζώνες μερικού ιονισμού (ZMI) είναι κοντά στην επιφάνεια, δεν συμβαίνουν αναπάλσεις, διότι δεν υπάρχει αρκετή μάζα πάνω από τη ZMI

Αυτό συμβαίνει για άστρα με  $T_{\text{eff}} > \sim 7500\text{K}$

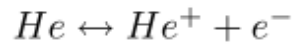
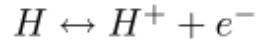
**2.** Αν οι ζώνες είναι πολύ βαθιά μέσα στο άστρο, οι ταλαντώσεις απορροφώνται (στην ουσία η μεταφορά ενέργειας γίνεται με convection κυρίως και όχι με ακτινοβολία) → δεν ευνοούνται οι αναπάλσεις

Αυτό συμβαίνει για άστρα με  $T_{\text{eff}} < \sim 5500\text{K}$

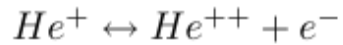


# Τρεις (κύριες) ζώνες μερικού ιονισμού

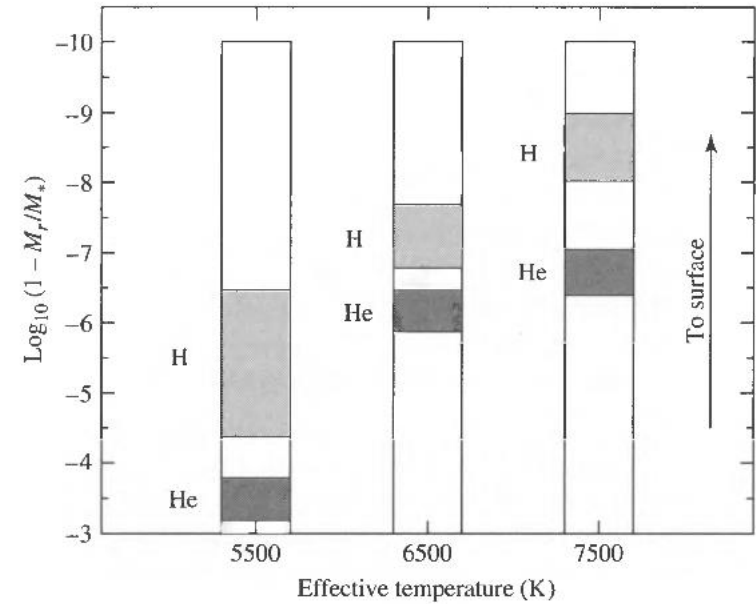
- HI, HeI 10.000-15.000K



- HeII 40.000K



- Fe-peak 200.000K  
(π.χ. β-Cephei)

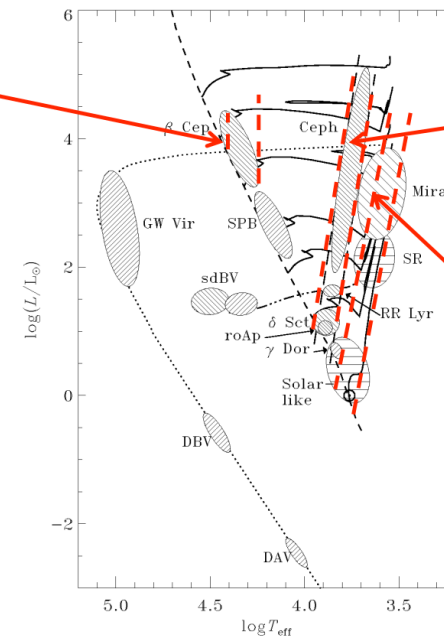


iron ionization

HeII ionization

Red edge due to location of partial ionization zone

Blue edge due to convection reaching this zone



HI & HeI ionization

# Άλλοι μηχανισμοί ακτινικών αναπάλσεων

## ➤ Ο μηχανισμός $\gamma$ (μαζί με τον $\kappa$ )

Στη ZMI ο μηχανισμός  $\kappa$  ενισχύεται από την τάση της θερμότητας να εισρέει στη ZMI κατά τη διάρκεια της συμπίεσης λόγω του ότι η θερμοκρασία στη ZMI είναι χαμηλότερη από τις γειτονικές περιοχές, οπότε αυξάνεται ο ιονισμός μέσα στη ZMI. Αυτός είναι ο μηχανισμός  $\gamma$ .

## ➤ Ο μηχανισμός $\epsilon$

Ο ρυθμός παραγωγής ενέργειας στον πυρήνα ενός άστρου ( $\epsilon$ ) είναι πολύ ευαίσθητος σε μεταβολές της θερμοκρασίας

→ οπότε μπορεί να υποθέσει κανείς ότι μικρές μεταβολές (ακόμα και τυχαίες/στατιστικής φύσεως αυξομειώσεις) στη  $T$  θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε σημαντικές μεταβολές στο  $\epsilon$

Μαθηματικά μοντέλα έδειξαν ότι αυτός ο μηχανισμός θα μπορούσε να δώσει κάποια μορφή αναπάλσεων μόνο σε fully convective άστρα (π.χ. ψυχρά άστρα τύπου M) ή σε άστρα πολύ μεγάλης μάζας  $M > 60M_{\odot}$ .

# Σχόλια

Έχουμε υποθέσει ότι οι αναπάλσεις είναι αδιαβατικές και γραμμικές (δηλ. μικρού πλάτους – το οποίο δεν ισχύει π.χ. στους Κηφείδες)

- μη αδιαβατικά μοντέλα
- μη αδιαβατικά και μη γραμμικά μοντέλα
- Άλλοι παράγοντες που δεν λαμβάνονται υπόψη και μπορούν να επηρεάσουν τις αναπάλσεις: μαγνητικά πεδία, διαφορική περιστροφή, convection κλπ.