

Έργο και Κινητική Ενέργεια-Ισχύς

1. Η συνισταμένη δύναμη που δρα σε ένα σώμα μάζας 2kg, το οποίο κινείται κατά μήκος του άξονα x δίνεται από τη σχέση:

$$F=3x^2-4x+5$$

όπου x είναι σε m και η F σε N.

(α) Βρείτε το συνολικό έργο που παράγεται στο σώμα, καθώς αυτό κινείται από $x=1\text{m}$ έως $x=3\text{m}$.

(β) Αν η ταχύτητα του σώματος είναι 5m/s όταν $x=1\text{m}$, ποια θα είναι η ταχύτητα όταν $x=3\text{m}$;

2. Να αποδειχτεί το θεώρημα Έργου-Ενέργειας στη γενική περίπτωση για ένα σώματιο, στο οποίο επενεργεί δύναμη \mathbf{F} , που μεταβάλλεται τόσο κατά διεύθυνση, όσο και κατά μέτρο και κινείται κατά μήκος καμπύλης τροχιάς στο χώρο.

3. Σωμάτιο μάζας $m=3\text{kg}$ κινείται ευθύγραμμα, έτσι ώστε $x(t)=t^3-4t^2+3t$. Να υπολογιστεί το παραγόμενο από τη δύναμη έργο από $t=0$ ως $t=4\text{s}$, καθώς και η στιγμιαία ισχύς που προσφέρεται στο σώμα για $t=1\text{s}$.

4. Σωμάτιο μάζας m εξαρτιέται από αβαρές νήμα μήκους L . Μετατοπίζουμε το σωμάτιο κατά μήκος μιας κυκλικής τροχιάς ακτίνας L με σταθερή ταχύτητα, εφαρμόζοντας μια δύναμη που είναι πάντοτε εφαπτομενική. Υπολογίστε το έργο που απαιτείται για τη μετατόπιση του σωματίου κατά μια κατακόρυφη απόσταση h .

5. Υπολογίστε το έργο που παράγει δύναμη της μορφής $F=k/x^2$, $k=9\text{Nm}^2$, όταν μετατοπίζει ένα σωμάτιο πάνω στον άξονα από $x=1\text{m}$ στο $x=3\text{m}$.

6. Ένα αντικείμενο έλκεται προς την αρχή του άξονα x από μια δύναμη που δίνεται από τη σχέση $F=-k/x^2$ (Μια τέτοια εξάρτηση από την απόσταση έχουν οι ηλεκτρικές δυνάμεις και οι δυνάμεις βαρύτητας). Υπολογίστε το έργο που παράγεται από τη δύναμη F όταν το αντικείμενο κινείται στην κατεύθυνση x από το x_1 ως το x_2 . Αν $x_2 > x_1$, το έργο που παράγεται από την F είναι θετικό ή αρνητικό;

7. Ένα αυτοκίνητο μάζας m επιταχύνεται, αφού εκκινήσει από την ηρεμία, με τον κινητήρα να παρέχει σταθερή ισχύ P . Να βρεθούν η ταχύτητα, η επιτάχυνση και η μετατόπιση σαν συναρτήσεις του χρόνου.

8. Δέμα μάζας $m=6.00\text{kg}$ ολισθαίνει προς τα κάτω καλύπτοντας απόσταση $s=4.00\text{m}$ σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσης $\theta=53.1^\circ$. Ο συντελεστής κινητικής τριβής μεταξύ του δέματος και του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu_k=0.40$. Υπολογίστε α) το έργο της τριβής β) το έργο της βαρύτητας γ) το έργο της κάθετης δύναμης δ) το συνολικό έργο που παράγεται επί του δέματος.

9. Σε ένα σωμάτιο επενεργεί μεταβλητή δύναμη $\mathbf{F}=axy\mathbf{i}$, όπου $a=5.00\text{N/m}^2$. Υπολογίστε το έργο που παράγεται επί του αντικειμένου για κάθε μια από τις παρακάτω μετατοπίσεις του. α) Από το $(0.00, 0.00)$ m (αρχή των αξόνων) στο $(0.00, 4.00)$ m πάνω στον άξονα y . β) Από το $(0.00, 4.00)$ m στο $(2.00, 4.00)$ m παράλληλα προς τον άξονα x . γ) Από το $(0.00, 0.00)$ m στο $(2.00, 4.00)$ m κατά μήκος της ευθείας $y=2x$. Συγκρίνατε το άθροισμα των έργων των περιπτώσεων α) και β) με το έργο της περίπτωσης γ) όπου τα σημεία εκκίνησης και άφιξης είναι τα ίδια.

10. Ποια η σχέση μεταξύ των μονάδων kW και kWh; Εξηγήστε σε ποια φυσικά μεγέθη αντιστοιχούν και δώστε τη σχέση τους με μονάδα του Διεθνούς Συστήματος.

11. Σε οριζόντια κυκλική κίνηση δίδεται ότι το μέτρο της ταχύτητας του κινητού συνεχώς αυξάνεται με σταθερό ρυθμό. Να υπολογίσετε το έργο που παράγει η κεντρομόλος δύναμη σε μια πλήρη περιστροφή.

12. Σώμα μάζας m ξεκινά από την ηρεμία υπό την επίδραση σταθερής δύναμης F και κινείται ευθύγραμμα. Να υπολογιστεί το έργο και η ισχύς της F σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις του έργου και της ισχύος συναρτήσει του χρόνου.

13. Ένα πλοiάριο κινείται στη θάλασσα με σταθερή ταχύτητα. Θεωρείστε ότι επικρατεί νηνεμία, δεν υπάρχουν θαλάσσια ρεύματα και η αντίσταση του νερού και του αέρα είναι αμελητέες. Τι έργο παράγεται κατά την διάρκεια της κίνησης; Αν υπάρχει αντίσταση νερού η και αέρα τότε πώς μεταβάλλεται η απάντηση;

14. Το μέτρο της ελκτικής δύναμης μεταξύ του θετικά φορτισμένου πυρήνα και του αρνητικά φορτισμένου ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου, στα πλαίσια του μοντέλου του Bohr, δίνεται από την

$$F=ke^2/r^2,$$

Όπου e είναι το φορτίο του ηλεκτρονίου, k μια σταθερά και r η απόσταση μεταξύ ηλεκτρονίου και πυρήνα. Υποθέστε ότι ο πυρήνας είναι ακίνητος. α) Υπολογίστε την κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου που αρχικά κινείται σε κύκλο ακτίνας R_1 ως συνάρτηση των k , e , R_1 . β) Το ηλεκτρόνιο μεταβαίνει ξαφνικά σε μια κυκλική τροχιά μικρότερης ακτίνας R_2 . Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F κατά την μετάβαση αυτή. Είναι θετικό ή αρνητικό;

15. Πάνω σε σωματίο εξασκείται μια δύναμη $\vec{F}=(2xy)\vec{i} + x^2\vec{j}$. Βρείτε το έργο που παράγει η δύναμη, όταν το σωματίο μετατοπίζεται από το σημείο $(0,0)$ στο σημείο $(2,4)$ α) πάνω στην ευθεία $y=2x$ που περνάει από τα δύο σημεία β) πάνω στην παραβολή $y=x^2$. Συγκρίνετε το έργο των α) και β) περιπτώσεων. (όλες οι μονάδες είναι στο Διεθνές Σύστημα).

16. Σώμα μάζας 10kg κινείται κάτω από την επίδραση της δύναμης

$$\mathbf{F} = [5t \mathbf{i} + (3t^2 - 1) \mathbf{j}] \text{ N}$$

Την χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα ηρεμεί στην αρχή των αξόνων.

α) Βρείτε την ταχύτητα και την κινητική ενέργεια του σώματος για $t = 10\text{s}$.

β) Υπολογίστε το έργο που παράγεται από τη δύναμη από $t = 0$ ως $t = 10\text{s}$.

17. Ένα σώμα μάζας 4kg κινείται κατά μήκος του άξονα x . Η θέση του μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου σύμφωνα με τη σχέση $x = t + 2t^3$, όπου το x είναι σε m και το t σε s. Βρείτε α) την κινητική ενέργεια συναρτήσει του t , β) την επιτάχυνση του σώματος και τη δύναμη που δρα σε αυτό κατά τον χρόνο t , γ) την ισχύ που δίνεται στο σώμα σε χρόνο t και δ) το έργο που παράγεται στο σώμα κατά το χρονικό διάστημα από $t=0$ μέχρι $t = 2$ s.