

26/02/2020

Κωνσταντίνος Σφέτσος
Τομέας Πυρηνικής Φυσικής & Στοιχειωδών Σωματιδίων,
Τμήμα Φυσικής
Εθνικό & Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών,
Αθήνα, 15784

Μαθηματική Φυσική (Μεταπτυχιακό)

- Απαντήστε σε όλα τα θέματα.
- Παρακαλώ το γραπτό σας να είναι **ευανάγνωστο** και να διακρίνεται από **σαφήνεια**.
- Η προσπάθειά σας πρέπει να είναι **αυστηρά προσωπική**.
- Σε αυτή την εξέταση **δεν επιτρέπεται** ρήτρα εκ μέρους των φοιτητών.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !

ΘΕΜΑ 1ο [5 μονάδες]:

α) Επιλύστε την εξίσωση Laplace στο άνω μιγαδικό επίπεδο με οριακές συνθήκες

$$\Phi(x, 0) = \left\{ \begin{array}{ll} V_1, & -\infty < x < x_1 \\ V_2, & x_1 < x < x_2 \\ V_3, & x_2 < x < x_3 \\ \vdots & \vdots \\ V_n, & x_{n-1} < x < x_n \\ V_\infty, & x_n < x < \infty \end{array} \right\}. \quad (1)$$

β) Ποιά είναι η απάντηση αν η οριακή συνθήκη είναι η

$$\Phi(x, 0) = V_n, \quad x_{n-1} < x < x_n, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (2)$$

ΘΕΜΑ 2ο [5 μονάδες]:

α) Βρείτε, τον σύμμορφο μετασχηματισμό που απεικονίζει τον εξωτερικό χώρο της έλλειψης

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a > b, \quad (3)$$

στο εξωτερικό κύκλου ακτίνας R .

Υπόδειξη: Θεωρήστε ένα μετασχηματισμό της μορφής $z_1 = z_2 + \frac{\lambda^2}{z_2}$.

β) Χρησιμοποιώντας το α) επιλύστε την εξίσωση Laplace $\nabla^2 \Phi = 0$ σε 2-διαστάσεις εκτός της παραπάνω έλλειψης με τη συνοριακή συνθήκη ότι $\Phi = \Phi_0 =$ σταθερό πάνω στην έλλειψη.

γ) Ελέγξτε την απάντησή σας στο όρια στα οποία η έλλειψη γίνεται κύκλος και ευθύγραμμο τμήμα.