

GENERAL PROPERTIES

- Characteristic Energy Scale : MeV

$N \sim \text{MeV}$ Room Temp: $kT \sim 25 \text{ meV}$ ^{atoms}
atoms, e $\sim \text{eV}$ easily excited
↳ light

- Nuclei exist ing.s. affecting the world by their mass, charge and NOT by their intricate dynamic properties.

All properties show up in the lab except:

- Radioactivity
- Stars, stellar objects

Nuclear reactions
 massive objects
 Chemical abundance

} More in Nuclear Astro.

- * -

Properties of nuclei

▣ Static Properties

- | | |
|--------------------|------------------------|
| - electric charge | - parity |
| - radius | - f |
| - mass | - q |
| - binding energy | - E_{excited} |
| - angular momentum | |

▷ Dynamic Properties

- Decay probabilities (+ reactions)
- Reaction cross sections

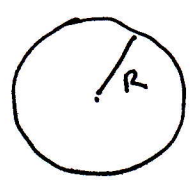


▷ Static

→ Nucleons : neutrons + protons

Experiments mainly w/ EM probes

Nucleus is modeled as a sphere of radius R



$$A \sim R$$

$$R = R_0 A^{1/3}$$

$$\begin{matrix} \uparrow \\ 1.2 \text{ fm} \end{matrix}$$

R_0 is determined experimentally

→ A → mass number

$x \text{ mu}$ $y \text{ u}$ → atomic mass unit

$$1 \text{ u} = \cancel{1.6605387}$$

$$1.66053906660 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

[nist.gov]

(50)

All masses refer to rest masses and g.s

→ Nuclear Density

$$\left. \begin{matrix} V \sim A \\ M \sim A \end{matrix} \right\} \rho = \frac{M}{V}$$

All nuclei have approximately the same density.

NB : $\rho_{\text{nuclear}} = \frac{A}{V} = 2.84 \times 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$\rho_{\text{water}} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

[Homework #1] Να βρεθεί η τιμή της πυρηνικής πυκνότητας για τον πυρήνα ²⁰⁸Pb

Example: Compare H - U

$Z_H = 1, 1 \quad A_H = 1, 1$
 $Z_U = 92, 238$

Actual:

$$\frac{R_U}{R_H} = \sqrt[3]{\frac{A_U}{A_H}} \approx 6.2$$

$$\left. \begin{matrix} D(H) = 1.75 \text{ fm} \\ D(U) = 15 \text{ fm} \end{matrix} \right\} \text{ratio} = 8.57$$

Atomic diameters: $\left. \begin{matrix} \underline{D(H_{at})} = 2.54 \text{ \AA} \\ D(U_{at}) = 3.45 \text{ \AA} \end{matrix} \right\} \text{ratio} \approx 1.36$

!! E/m effects in atoms is strong. !!

(4)

$$m_p = 1.007276 \text{ u} = 1.672622 \times 10^{-27} \text{ kg} = 938.3 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$m_n = 1.008665 \text{ u} = 1.674927 \times 10^{-27} \text{ kg} = 939.6 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$m_e = 0.000548580 \text{ u} = 9.10938 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.511 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

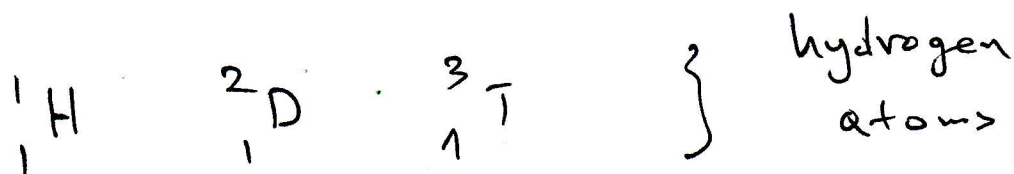
→ nuclide : specific nuclear species with A, Z

→ isotope : same Z , different N, A

(Almost) same chemical properties

Completely different nuclear properties.

[Nuclear physics is the physics of isotopes]



Great factory for exploring N-N.

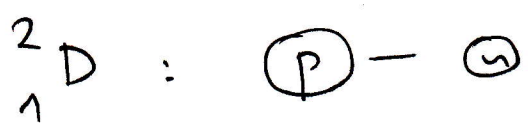
(f, q, etc)

→ Nuclear Binding Energy

$$E_B = (Zm_H + Nm_n - \frac{A}{Z}M) c^2$$

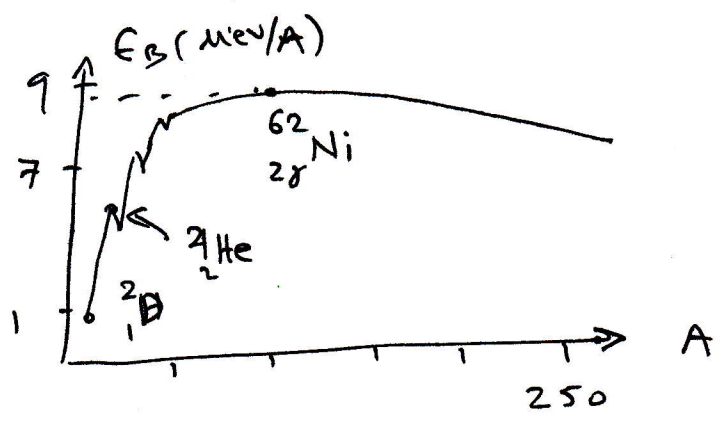
↳ mass of neutral atom

Example:



$$E_B = (1.007825 \text{ u} + 1.008665 \text{ u} - 2.014102 \text{ u}) \times \frac{931.5 \text{ MeV}}{\text{u}} = 2.224 \text{ MeV}$$

$\frac{E_B}{A} = 1.112 \text{ MeV}$: B.E. per nucleon.



${}^2\text{H}$: lowest
 ${}^{62}\text{Ni}$: highest
 α particle : quite high!

Nuclear force

- \exists Coulomb-like expansion for N-N
- Strong force

Example: $E_C = ?$ (p) - (p) 1 fm

$$E_C = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{4\pi \cdot 8.8 \times 10^{-12}} \cdot 10^{15} / 1.6 \times 10^{-19} \approx 1.6 \text{ MeV}$$

≈ 100 to eV

[H/w #2] Υπολογίστε το $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ κ' το k_C . 62 MeV

Properties of the nuclear force

→ Does not depend on q (same for n, p)

→ It has a short range \sim a few fm

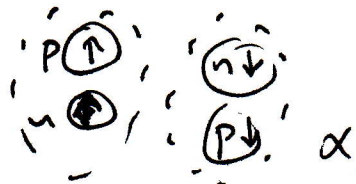
→ $\rho_n \sim$ const.

From $\epsilon_B/A \Rightarrow$ nucleons can not interact with all other nucleons simultaneously

\Rightarrow saturation of $n-n$ force
(n covalent bonds)

→ Pairing is favored for $\downarrow \uparrow$

and pairs of pairs



(n Cooper pairs)

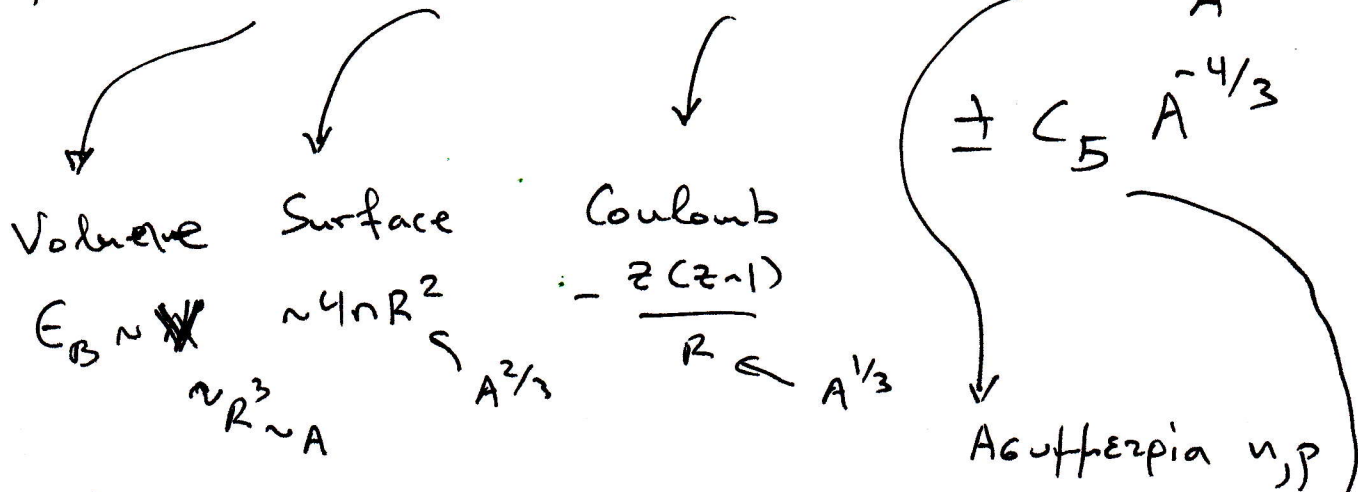
→

NUCLEAR MODELS

→ Liquid Drop.

- ⊙ 1928: George Gamow, later by Bohr
- ⊙ All nuclei have same density
- ⊙ Very good in correlating nuclear mass and decay processes of unstable nuclides
- ⊙ Other models are better suited for angular momentum + excited state properties
- ⊙ Phenomenological

$$E_B = C_1 A - C_2 A^{2/3} - C_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - C_4 \frac{(A-2Z)^2}{A}$$



- $C_1 = 15.75 \text{ MeV}$
- $C_2 = 17.80 \text{ MeV}$
- $C_3 = 0.710 \text{ MeV}$
- $C_4 = 23.69 \text{ MeV}$
- $C_5 = 39 \text{ MeV}$

Hence

$$E_B = (Z m_H + N m_n - \frac{A}{2} M) c^2$$

$$\Rightarrow \frac{A}{2} M = Z m_H + N m_n - \frac{E_B}{c^2}$$

↑ Ημικειρικός τύπος της E_B.

Example: ${}_{28}^{62}\text{Ni}$, $E_B = ?$ $M = ?$

$$C_1 A = 976.5 \text{ MeV}$$

$$- C_2 A^{2/3} = - 278.8 \text{ MeV}$$

$$- C_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} = - 135.6 \text{ MeV}$$

$$- C_4 \frac{(A-2Z)^2}{A} = - 13.8 \text{ MeV}$$

$$+ C_5 A^{-4/3} = 0.2 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow E_B = 548.5 \text{ MeV (LDM)}$$

measured: 545.3 MeV

} 0.6%

and

$${}_{28}^{62}M = 28 (1.007825u) + 34 (1.008665u)$$

$$- \frac{548.5}{931.5} = 6.925u$$

meas: 61.928349u

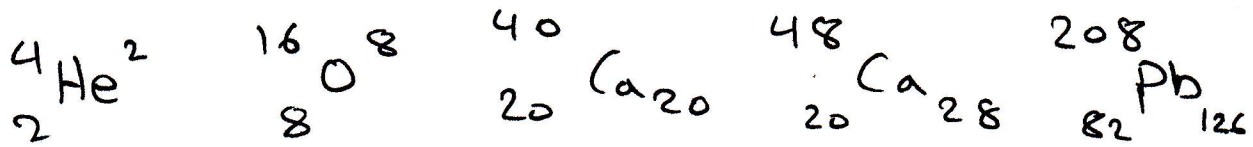
} 0.005%

[H/w #3] Construct a program to calculate E_B, M in LDM

Atomic Structure: $Z = 2, 10, 18, 36, 54, 86, 118$
He Ne Ar Kr Xe Rn Og

Nuclear Structure: $Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$
He O⁺ Ca Ni Sn Pb ?

Doubly Magic:



Higher E_B than neighboring... nuclei

- ⇒ stability
- $J^P = 0^+$
- Correspond to filled nuclear shells

Today: > 3500 nuclides

~ 300 stable or very long lived

⊙ Unstable decay via α, e^+, e^-, γ

⊙ Decay time: $\mu\text{s} - 10^9 \text{ y}$

⊙ Segre chart

Η ΠΥΡΗΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ

(10)

Ξ μερικές βασικές / θεμελιώδεις ιδέες

- 1) Η $n-n$ δύναμη είναι ελκτική ή μικρής εμβέλειας
- 2) Ισχύει η αναγορευτική αρχή του Pauli
- 3) Η ανάφαιξη δύο βλαθών, η οποία έχει επίδραση στις ενέργειες ή τις κβαντοσωματίδια (εξαιτίας της υποδεικνυόμενης αλληλεπίδρασης)

Επιπλέον: γενετική εικόνα του πυρήνα

→ $n-n$

* Ξ $n-n$ δύναμη γιατί παρατηρούμε πυρήνες σε δέξιες καταστάσεις (Ξ ή ρ).

Αν είχαμε μόνο n τότε η ν_c → απώλεια θα διέλυε τον πυρήνα

* ∇ αναλυτική περιγραφή ή η ισχύρι $n-n$ δεν είναι πλήρως γνωστή (μυστήρια!)

* Μαθαίνουμε πολλά από τα ποιοτικά χαρακτηριστικά:

- Οι πυρήνες έχουν μέγεθος $\sim 10^{-15}$ m (1 fm)
- Η $n-n$ αρνείται όταν τιδάμε για άτομα ή πάνω.

- BE_N/A αυξάνει με $\sim A$, \Rightarrow περίπου $A=20$,
μετά σταθεροποιείται σχεδόν σταθερά στα $8 \frac{MeV}{A}$

(Σχήμα BE/A) από κван-

- Οι τάξεις των καροπτρικών πυρήνων είναι
σχεδόν ίδιες μερς της ανατοδόμενης διορθώσεως
Coulomb.

- Τα Z^{π} , E σε καροπτρικούς είναι σχεδόν τυπώδη.

- Οι $S(p)$, $S(y)$ έχουν συγκεκριμένες εξαρτίσεις
από Z, A .

(Σχήμα 1.2, 1.3 από Casten).

- Σκέδαση e^- : Σταθερή πυρηνική πυκνότητα,
ανεξάρτητη από τον αριθμό $A \Rightarrow V_N \propto A \Rightarrow$
 $\Rightarrow R \propto A^{1/3} \Rightarrow R = R_0 A^{1/3}$, $R \approx 1.2 \text{ fm}$

\rightarrow Πώς εκφράζεται η $N-N$ στο 2_1D ?

- Το δευτέριο είναι ο απλούστερος πυρήνας ($n-p$)

- $J^p = 1^+$ $\begin{matrix} \vec{1} \\ 2 \end{matrix} + \begin{matrix} \vec{1} \\ 2 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \end{matrix} \leftarrow \begin{matrix} \text{προτιμεία } \uparrow\uparrow \\ (l=0) \end{matrix}$

- $Q \neq 0 \Rightarrow$ μη σφαιρικό σχήμα.

→ Σχήμα 1.5 Casten.

Καρριζικές → ίδια δομή (p-n ίδια) ⇒ νοκλέςια.

→ Ανέξαρτησία φορτίου. ⇒ $\begin{matrix} p-p \\ p-n \\ n-n \end{matrix} \} \text{ ίδια}$

→ Νοκλέςια $|N\rangle \rightarrow \begin{matrix} |u\rangle & +\frac{1}{2} \\ |p\rangle & -\frac{1}{2} \end{matrix}$

→ $\forall p-n$ διαφέρει για $T=1$ ή $T=0$.

Η $T=0$ είναι ισχυρότερη από $T=1$ Sos

$T=0$ αριστερά/κρ.

→ Κορεσμός ως V_{NN} : Τα περισσότερο νοκλέςια ασ/δρδν τε 6-7 νοκλέςια γύρω ως (Li, Be).

→ $S(p), S(n) \uparrow$ όταν $Z, \nu e-e$.

↳ ελξη όταν $(n-p) \rightarrow I=0^+$

p-n interaction είναι ισχυρή όταν

$N \uparrow \Rightarrow S(p) \uparrow$

όπως $S(n) \uparrow$ όταν $N \uparrow$

$Z \uparrow \Rightarrow S(n) \uparrow$

⇒ υποδεικνύουν αντιστροφή: ανωτική αύξηση σε ίδια νοκλέςια

Υπολειπόμενη αλληλεπίδραση (τη κεντρική δύναμη)

- Σύζευξη που εννοεί ζεύγη νεκδενίων (ιδία) σε 0^+
- Εκτός των ισχυρών έλκτρων στο ζεύγος, το υπόλοιπο είναι ανωστικό.
- $T=0 \Rightarrow$ ισχυρά έλκτρικα
- Η "ισχυρή" αλληλ/ση είναι ισχυρή μόνο σε σχέση με τις άλλες αλληλ/σεις, αλλά είναι αθροιστικά σχετικά με την κινητική ενέργεια των N.
- u-p : S=1, όχι S=0. (εξαιτίας Pauli)
 - $\delta \rightarrow pp, nn \quad S=0.$
- u-p : παρατήρηση \Rightarrow μη κεντρικά \Rightarrow Ταυτοτικές δυνάμεις εδαρωμένες από

Το μήκος ως φορέας

Το δυναμικό (virtual) μήκος είναι ο φορέας ως V_{NR} . $\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar \Rightarrow \Delta t \approx \frac{\hbar}{m c^2}$

$R = c \cdot \Delta t = \frac{\hbar}{m c} = 1.4 \times 10^{-15} \text{ m}$ όταν $m_n = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$



Παρόμοιο με το μήκος του νουκλιού.

→ Αρχή του Pauli

$$\Psi_{ab}(r_{12}) = \Psi_a(r_1) \Psi_b(r_2) - \Psi_a(r_2) \Psi_b(r_1)$$

if $r_1 = r_2 \Rightarrow \Psi_{ab}(r_{12}) = 0$

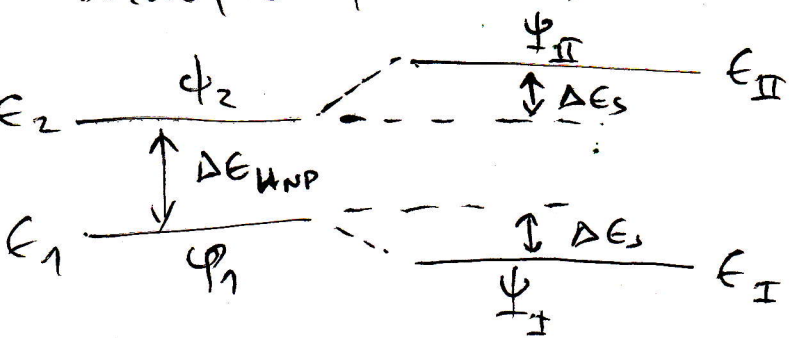
ως γενικά.

$$\begin{aligned} \Psi_{\alpha\beta}(r_{12}) &= [\Psi_\alpha(r_1) \Psi_\beta(r_2) - \Psi_\alpha(r_2) \Psi_\beta(r_1)] \\ &= - [\Psi_\alpha(r_2) \Psi_\beta(r_1) - \Psi_\alpha(r_1) \Psi_\beta(r_2)] \\ &= - \Psi_{\beta\alpha}(r_{12}). \end{aligned}$$

Η κυματοδυναμική κατά Pauli είναι αντισυμμετρική

Ανάπτυξη 2 σταθμών

Σταθμές ϵ_1, ϵ_2 και ϕ_1, ϕ_2



Για τυχόν αλληλεπίδραση $V = \langle \phi_1 | V | \phi_2 \rangle$

είναι το στοιχείο πίνακα της αλληλεπίδρασης

Διαγωνιοποίηση $\begin{pmatrix} \epsilon_1 & V \\ V & \epsilon_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \epsilon_I, \epsilon_{II} \\ \Psi_I, \Psi_{II} \end{matrix}$

$R \equiv \frac{\Delta E_{unp}}{V}$ Από Θ. Διαταραχών

$$\begin{aligned}
E_{I,II} &= \frac{1}{2} (E_1 + E_2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(E_2 - E_1)^2 + 4V^2} \\
&= \frac{1}{2} (E_1 + E_2) \pm \frac{\Delta E_u}{2} \sqrt{1 + \frac{4V^2}{\Delta E_u^2}} \\
&= \frac{1}{2} (E_1 + E_2) \pm \frac{\Delta E_u}{2} \sqrt{1 + \frac{4}{R^2}}
\end{aligned}$$

I: (-) $E_{II} - E_I = \Delta E_u \sqrt{1 + \frac{4}{R^2}}$
 II: (+)

Μετατόνιση: $|\Delta E_s| = |E_{II} - E_2| = |E_I - E_1| = \frac{\Delta E}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4}{R^2}} - 1 \right)$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta E_s}{\Delta E_u} \right) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4}{R^2}} - 1 \right)$$

$$\begin{aligned}
\psi_I &= \alpha \psi_1 + \beta \psi_2 & \alpha^2 + \beta^2 &= 1 \\
\psi_{II} &= -\beta \psi_1 + \alpha \psi_2
\end{aligned}$$

$$\beta = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{R}{2} + \sqrt{1 + \frac{R^2}{4}} \right)^2 \right)^{1/2}}$$

R είναι η βαθική
 παραμόρφωση που
 καθορίζει την
 ανάλυση.

Οικουμενική ισχύος.

Σχόλια 1.7.

$\Delta E_u = 100 \text{ keV}$, αντίθετη με στοίχειο ηλιακά
 50 keV (π.χ. ~~68~~ σε φαινόμενα (oscillations))

$$\Rightarrow R = \frac{\Delta E_u}{V} = \frac{100}{50} = 2$$

$$\Rightarrow \beta = 0.38$$

\Rightarrow κάθε στάθμη μετατονίζεται κατά 0.207
 προς αρχικές ενέργειες (20.7 keV).

Αν $\Delta E_u = 1 \text{ MeV}$ και $V = 10 \text{ keV}$

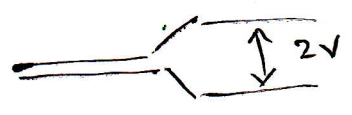
$\Rightarrow R = 100 \Rightarrow$ η αντίθεση είναι
 εξαιρετικά μικρή
 \Rightarrow ~~μικροσκοπική~~
 των ενεργειών.



⊙ Ισχυρή αντίθεση (strong mixing)

έστω $E_1 = E_2 (=E_0) \Rightarrow \Delta E_u = 0$

$$\Rightarrow E_{I,II} = \frac{1}{2} ((E_1 + E_2) \pm 2V) = E_0 \pm V$$



$$\Rightarrow \beta = 0.707 \left(= \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\Rightarrow \alpha = 0.707$$

\Rightarrow Για οποιοδήποτε 2-state σύστημα
 η αντίθεση δεν μπορεί να είναι μικρότερη
 από $2V$.

Ασθενής ανάμειξη (weak mixing)

$$R \gg 1$$

$$\Rightarrow \beta \approx \frac{1}{R}$$

$$\Rightarrow V \approx \beta \Delta E_u \approx \beta \Delta E_{\text{final}} \quad (\Delta E_s \ll)$$

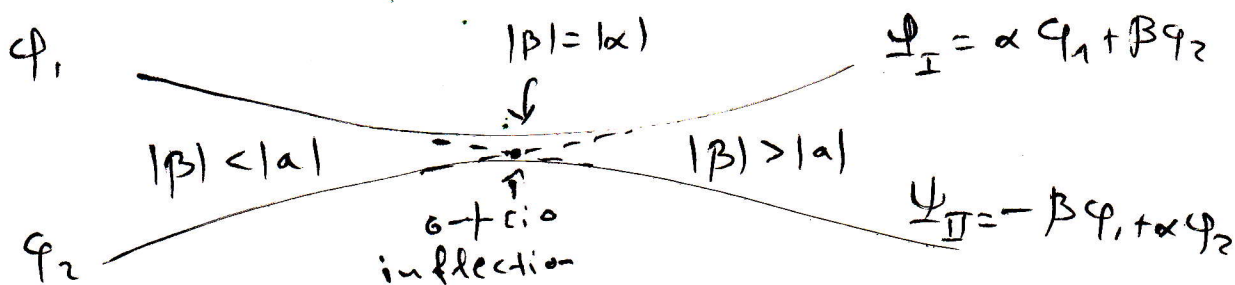
$$\frac{|\Delta E_s|}{\Delta E_u} \approx \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{R^2} - 1 \right) = \frac{1}{R^2}$$

Παράδειγμα:

$R = 10 \Rightarrow \beta = 0.1$ \uparrow 0.0985	$\frac{\Delta E_s}{\Delta E_u} = 0.01$ \uparrow 0.0099
--	--

Οι σχέσεις ισχύουν ακριβώς κ' για $R=4$

— * —



Έστω ότι υπάρχει ανάμειξη που εξαρτάται από κάποιο παράμετρο χ (π.χ. παραμόρφωση)

- ΔΕ διαγραφώνονται
- Δεν πλησιάζουν πιο κοντά από 2V
- Από το διαχωρισμό στο inflection point $\Delta \psi_{inf} = 2V$

Λίγες συζητήσεις για το 1606niv

Προσοχή προχωρήσουμε στο n-p (δευτέρια) καλό είναι να αναφέρουμε κάποια σχόλια για το 1602θηκό θην ή 1606θιν.

→ Κβαρτικός αριθμός, "νομοθετικοποιεί" τις προβολές του νουκλεονίου σε p ή n.

Μπορεί να γενικευθεί (βλ. στοιχειώδη σφαίρα)

→ Το N έχει $T = \frac{1}{2}$ $\begin{cases} \rightarrow T_z = +\frac{1}{2} & |p\rangle \\ \leftarrow T_z = -\frac{1}{2} & |n\rangle \end{cases}$ Συμβολισμός: 620ix-out.

Πίνακες Pauli για το spin: \exists ανάλογο για 1606θιν

$T_3 |p\rangle = |p\rangle$

$T_3 |n\rangle = -|n\rangle$

$\exists T_1, T_2 \Rightarrow$

$T_{\pm} = T_1 \pm iT_2$ με

$T_+ |p\rangle = 0$

$T_+ |n\rangle = 2 |p\rangle$

$T_- |p\rangle = 2 |n\rangle$

$T_- |n\rangle = 0$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Big|_{6x}$
 $\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \Big|_{6y}$
 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Big|_{6z}$

Singlet $S=0$

Triplet $S=1$

$\frac{1}{\sqrt{2}} (|n,p\rangle + |p,n\rangle)$
 $|pp\rangle$
 $|nn\rangle$

$\left. \begin{matrix} {}^3T_z=0 \\ {}^3T_z=+1 \\ {}^3T_z=-1 \end{matrix} \right\}$ Triplet
 $\frac{1}{\sqrt{2}} (|np\rangle - |pn\rangle) \Rightarrow {}^1T_z=0$
 Singlet

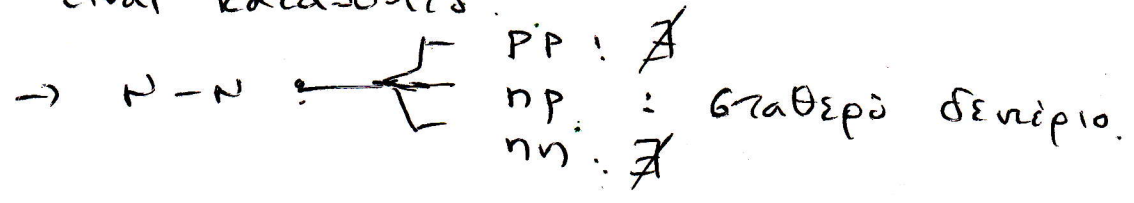
$Q_N = \frac{1}{2} + t_3$ φορτίο νουκλεονίου

$V_C = \frac{e^2}{r_{12}} \left(\frac{1}{2} + t_3(1) \right) \left(\frac{1}{2} + t_3(2) \right)$ $a \gg \lambda_C$ (απλ. ανάθετα σε νουκλεόνια)



ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΑ ΝΟΥΚΛΕΟΝΙΑ

- 1^η προσέγγιση: φελέμε σαν ακέραια πυρήνια. κυρίως αυτών με δύο ή τρία νουκλεόνια
- ∃ "many-body" forces σε βαρέια πυρήνια
- ∃ έντονη δραστηριότητα για την κατανομή αλλά μόνο το μακρύς εμβέλειας μέρος με V_{NN} είναι κατανοητό.



n-p: ~~∃~~ E/M forces

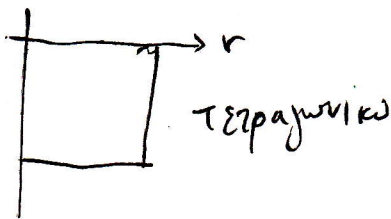
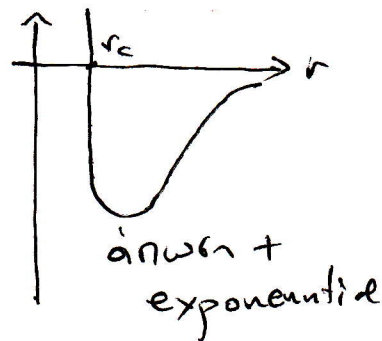
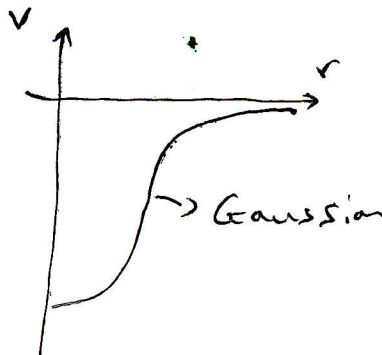
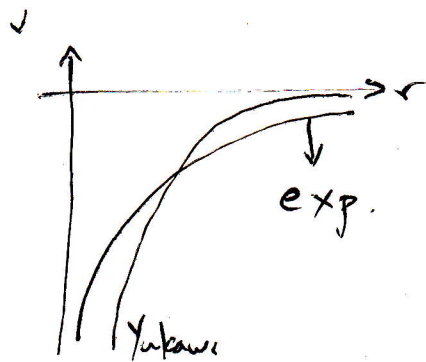
$V = -V_0 \exp(-r/r_n)$, $V_0 > 0$

$F = -\frac{\partial V}{\partial r} = -V_0 \frac{e^{-r/r_n}}{r}$

$V = -V_0 \exp(-r^2/r_n^2)$ Gaussian

$V = -V_0 \frac{\exp(-r/r_n)}{r/r_n}$ Yukawa

$V = -V_0 \begin{cases} r < r_n \\ 0 & r > r_n \end{cases}$ (τετραγωνικό πυλάδι)



$V = \infty, r < r_c$
 $= -V_0 f(r/r_n), r > r_c$

δράση μικρών εμβέλων

→ Για όσες τις παραπάνω, \exists πολλές προσεγγίσεις. Κοιτάξω το σχήμα του δυναμικού διασπείρει για μη σχετικιστικές ενέργειες (< 300 MeV)

- Κεντρική αλληλ/ση, όπως με εμβόλι του spin \neq γωνιακή εστέρηση (ταυβρικό)

Εφ' όσον η ενέργεια διασπείζεται σε μεταφορικές
κ' περιγραφικές κινήσεις τότε τα \vec{G}_1, \vec{G}_2

πρέπει να υφίσταται μέσω $\vec{G}_1 \cdot \vec{G}_2$

$$\vec{G}_1 \cdot \vec{G}_2 \quad {}^1(G)_0 = -3 \quad {}^1(G)_0 \quad \text{singlet}$$

$$\vec{G}_1 \cdot \vec{G}_2 \quad {}^3(G)_m = 3 \quad {}^3(G)_m \quad \text{triplet}$$

$$V = -V_0 f\left(\frac{r}{r_n}, \vec{G}_1 \cdot \vec{G}_2\right) \begin{cases} \rightarrow -V_0 f\left(\frac{r}{r_n}, -3\right) \\ \rightarrow -V_0 f\left(\frac{r}{r_n}, 1\right) \end{cases}$$

π.χ. έστω $V = -V_0 (A + B \vec{G}_1 \cdot \vec{G}_2) f\left(\frac{r}{r_n}\right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_S = -(A-3B)V_0 f\left(\frac{r}{r_n}\right) \quad \text{singlet} \\ V_T = -(A+B)V_0 f\left(\frac{r}{r_n}\right) \quad \text{triplet} \end{cases} \left. \begin{array}{l} \text{idia} \\ \text{σώματα} \\ \text{διαφορετικά} \\ \text{μέρη} \end{array} \right\}$$

$$A = A(r) \quad \text{κ'} \quad B = B(r)$$

↙ ανωτική

π.χ. $A = B = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} V_S = V_0 f\left(\frac{r}{r_n}\right) \\ V_T = -V_0 f\left(\frac{r}{r_n}\right) \end{cases} \left. \begin{array}{l} \text{idia} \\ \text{σώματα} \\ \text{διαφορετικά} \\ \text{μέρη} \end{array} \right\}$

↗ c) κενό

Ορίζεται $P_G = \frac{1}{2} (1 + \vec{G}_1 \cdot \vec{G}_2) \rightarrow \text{spin-exchange operator}$

Bartlett force (ανταλλαγής σπιν)

Ποιος ο ρόλος της ομοσχημίας

$$P_x \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -\Psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) \quad \begin{matrix} \vec{r} = \Psi_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) e \\ \vec{r} = -\Psi_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) o \end{matrix}$$

$$\Rightarrow P_x = 1 \quad (l \text{ even})$$

$$P_x = -1 \quad (l \text{ odd})$$

εξ ου $V = -V_0 f\left(\frac{r}{r_0}\right) P_x$ "space exchange"
 "Majorana potential"

(Heisenberg ~~principle~~ exchange force) : $P_H = P_G P_x$

$$V = -V_0 f\left(\frac{r}{r_0}\right) P_H$$

Αρτα > > άσσει η σπιν η χώρο (spin, space)

$$P_H = -P_Z$$

(Wigner force) : $V = -V_0 f\left(\frac{r}{r_0}\right) \left\{ \begin{matrix} \text{σολκογέσεια} \\ \text{δυναμίες} \end{matrix} \right.$

Γενικά: $V = -V_0 \{ W(r) + B(r)P_G + M(r)P_x + H(r)P_H \}$

$W(r), B(r), M(r), H(r)$: αυθαίρετες συναρτήσεις του r.

Πόση

- ↳ Διαφορετικό δυναμικό για singlet & triplet
- ↳ 4 διαφορετικά δυναμικά για even triplet $^3S, ^3P_1$
- odd $^3P_0, ^3P_1, \dots$
- even Singlet $^1S, ^1D_2$
- odd $^1P_1, ^1F_3, \dots$

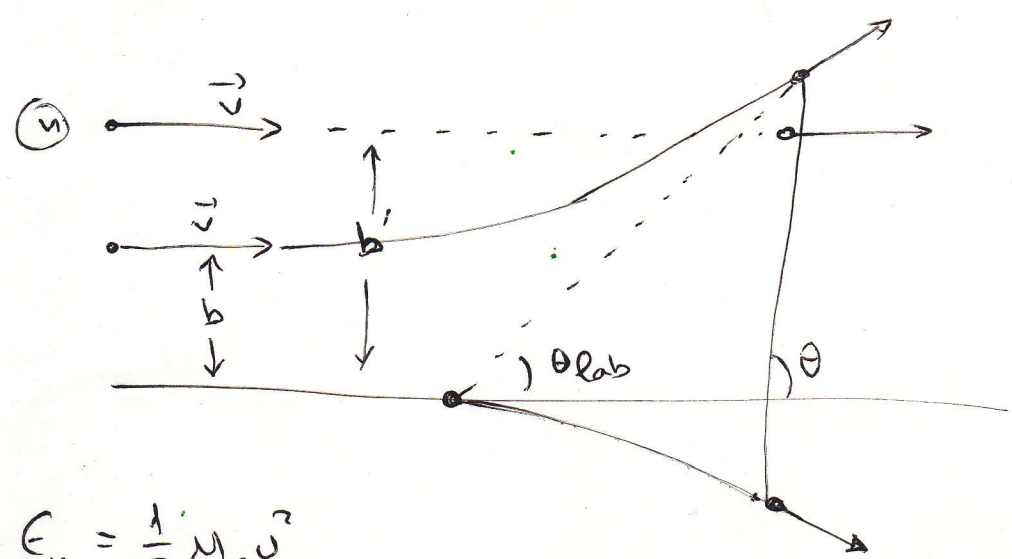
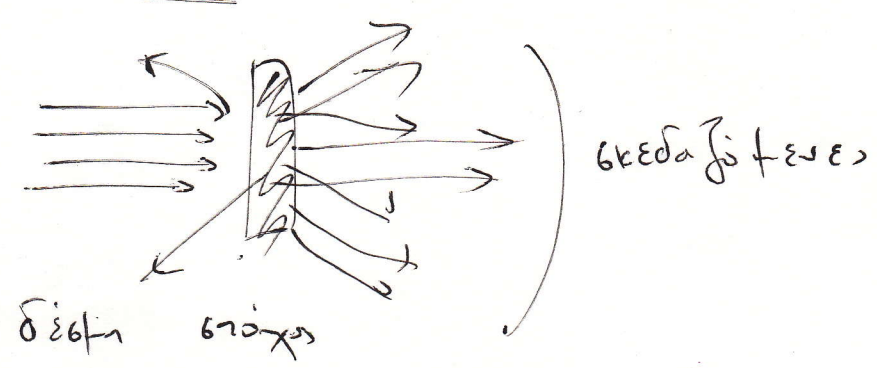
"Άσκηση 2.5 / Preston"

Άσκηση: Έβρω ότι είναι γνωστό το κεντρικό δυναμικό για μια S-state, $V_S(r)$
 Επίσης είναι γνωστά $^1V_p, ^3V_S, ^3V_p$

N.B. τα δυναμικά Wigner, Bartlett, Majorana, Heisenberg
 ως συνάρτηση των προηγούμενων δυναμικών.

Βιβλιογραφία (Preston - Bhaduri, Blatt-Weisskopf)

ΣΚΕΔΑΣΗ



$$\begin{aligned}
 E_n &= \frac{1}{2} M_n v^2 \\
 L &= M_n v b = \hbar \frac{b}{\lambda} \\
 L^2 &= l(l+1) \hbar^2 \quad l \in \mathbb{Z}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} E_n \\ L \\ L^2 \end{aligned}} \right\} b \sim [l(l+1)]^{1/2} \lambda$$

Σκέδαση όταν $l(l+1)\hbar^2 < r_n^2$

Όσο μικρότερο $\frac{\lambda}{r_n} \gg 2^{-1/2}$ ($l=0$)
 τόσο νεότερα με $l=0$ θα σχεδαστούν
 Για $E \leq 10$ MeV \Rightarrow S-state διαφανές
 Για $E \uparrow$ P, D κτλ θα συρρικνωθούν.

$$\tan \theta_{lab} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta + m_1/m_2}$$

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v$$

$$v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v$$

$$E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v^2 = \frac{1}{2} \frac{M}{m_1} E_{lab}$$

$$M = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$



Κέντρο μάζας E_{lab} : εργασίριο $M = 2\mu$
 $M = \mu$ για σύγκρουση.

$$\theta_{lab} = \frac{1}{2} \theta \quad / \quad v_1 = v_2 = \frac{1}{2} v \quad / \quad E = \frac{1}{2} E_{lab}$$

$$k = \frac{1}{2} \frac{Mv}{\hbar} = \left(\frac{ME}{\hbar^2} \right)^{1/2}$$

Η δέσμη έχει m μορφές:

$$e^{ikz} = \sum_{l=0}^{\infty} \underbrace{(2l+1)}_{\text{βαθμίων}} i^l j_l(kr) \underbrace{P_l(\cos \theta)}_{\text{Legendre}}$$

Bessel

$l=0 \Rightarrow$ Schrödinger :

$$\frac{du^2}{dr^2} + (k^2 - v(r))u = 0$$

↑
S-state u-p add/on

Για $r \gg r_n$ $\frac{du^2}{dr^2} + k^2 u = 0$

(*) $u \sim A \sin(kr + \delta) = \frac{Ae^{-i\delta}}{2i} (e^{2i\delta} e^{ikr} - e^{-ikr})$
↑
εξερχόμενα εισερχόμενα

Προβίβω A ως ε za εξερχόμενα οφείζια να είναι $l=0$

$$j_0(kr) = \frac{\sin kr}{kr} = \frac{1}{2ikr} (e^{ikr} - e^{-ikr})$$

Αν $A = \frac{e^{i\delta}}{k}$, $\frac{u(r)}{r}$

Τα ασφρρωφανικά οφείζια έχουν έναν παράγοντα

$$S(k) = e^{2i\delta(k)} \quad (2 \times 2 \text{ matrix}).$$

↳ S matrix.

Γράφουμε:

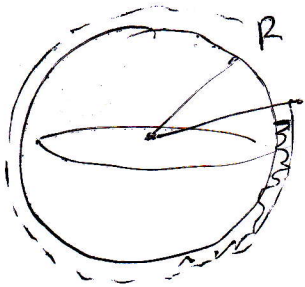
$$u \sim \frac{1}{2ik} (e^{ikr} - e^{-ikr}) + \frac{1}{2ik} (e^{2i\delta} - 1) e^{ikr}$$

$\sim u_{inc} + u_{scat}$

όπου $u_{scat} = \frac{e^{i\delta}}{k} \sin \delta e^{ikr}$

$u \sim u_{inc} + f_k e^{ikr}$, όπου $f_k = \frac{e^{i\delta(k)}}{k} \sin \delta(k)$

ολόζος
6 κεφάλαιο



Αν δ (η φασματική σέλιδα) η πλοκή των σφαιρικών είναι

$$\sim |u|^2 = \frac{\sin^2 \delta}{k^2 R^2} \text{ / φοράδα όγκου.}$$

Σκέδαση

$$\begin{aligned} \frac{\# \text{ scattered particles}}{(\text{scattering}) (\Delta t)} &= \left(\frac{\sin^2 \delta}{k^2 R^2} \right) 4\pi R^2 u = \\ &= \left(\frac{4\pi u}{k^2} \right) \sin^2 \delta \end{aligned}$$

$$\sigma_s(\epsilon) = \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta = \underbrace{4\pi \lambda^2}_{\text{ισορροπική}} \sin^2 \delta$$

scattering length

$$\alpha \equiv \lim_{k \rightarrow 0} \left(- \frac{\sin \delta}{k} \right)$$

$$\Rightarrow \sigma_s(0) = 4\pi \alpha^2$$

effective range

$$k \cot \delta = -\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{2} r_0 k^2$$

$$u \sim \frac{e^{i\delta}}{k} (\sin kr \cos \delta + \cos kr \sin \delta) \rightarrow r \rightarrow \alpha$$

— * —

ΔΕΣΜΙΑ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

Η ενέργεια είναι αρνητική για δεσμία κατάσταση (-ε)

$$k = i\gamma = i \left(\frac{m\epsilon}{\hbar^2} \right)^{1/2}$$

Αγωγή: $u \sim \frac{A}{2i} (e^{i\delta} e^{-\gamma r} - e^{-i\delta} e^{\gamma r})$

Κοιμηές αποστάσεις οπότε $u \sim e^{-\gamma r}$

$$\text{As } u \sim e^{-\gamma r} \Rightarrow e^{-i\delta} = 0 \Rightarrow i\delta \in \mathbb{R}$$

(27)

με $i\delta >>$ τις προϋποθέσεις εξαγεται:

$$k \cot \delta = ik = -\gamma \Rightarrow \gamma = \frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_0 \gamma^2$$

Άσκηση

Έχω ότι η $n-p$ μελετάται με δίσκο $n \rightarrow$ Nylor target. Πως θα γίνει η διαρθωση από τον άθρακα κ' ω αβγδ;

Η όλη συνεχιζεται με το κεφ. 5
απο το βιβλιο του A. Kanel

Εκτος απο τις παραγραφους:

§ 5.1.8 , § 5.1.10 , § 5.1.11

§ 5.2.5 , § 5.2.9 - 5.2.11

~~§ 5.1.9~~ § 5.7