



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Εθνικόν και Καποδιστριακόν  
Πανεπιστήμιον Αθηνών

— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —

# ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

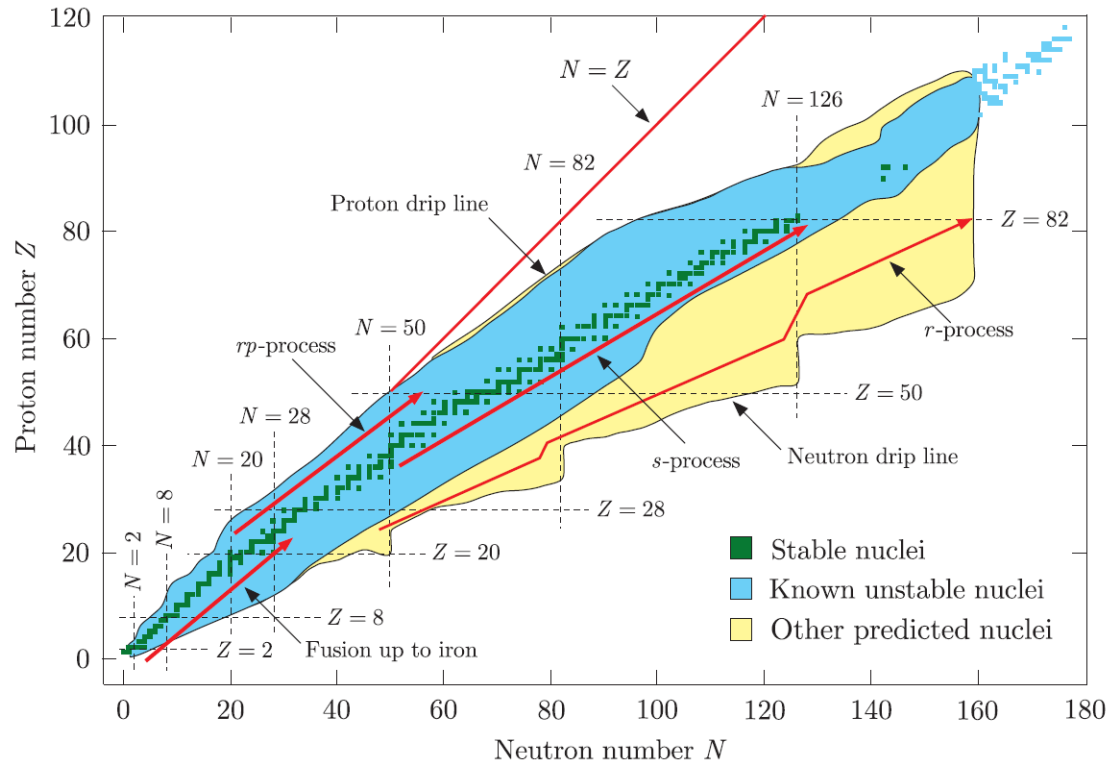
10ΕΚ413

Ακαδημαϊκό Έτος 2025-2026  
Ευστάθιος Στυλιάρης

Ανασκόπηση Βασικών Εννοιών



# Χάρτης Νουκλιδίων



## Ιδιότητες

- Ενέργεια Σύνδεσης (Δέσμοι, Σταθεροί, Ασταθείς Πυρήνες)
- Ενέργεια Σύνδεσης τελευταίου Νουκλεονίου & Γραμμές Εκχύλισης
- Τρόποι αποδιέγερσης και αποσύνθεσης
- Κατανομή μάζας και φορτίου, σχήμα και μορφή
- Φάσμα διεγερμένων καταστάσεων
- Spin και Ομοτιμία (θεμελιακών και διεγερμένων καταστάσεων)

*Με ποιο τρόπο μετράμε κάθε μια από τις πιο πάνω ιδιότητες;  
Ποιά η κατάλληλη φαινομενολογία που τις περιγράφει;  
Πως περιγράφουμε κβαντομηχανικά τις ιδιότητες αυτές;*

# Ενέργεια Σύνδεσης $B(Z,N)$

Για Πυρήνες:

$$B(Z,N) = (Z m_p + N m_n) c^2 - m_{\text{Nucleus}}(Z,N) c^2$$

Για Άτομα:

$$B(Z,N) = \{Z (m_p + m_e) + N m_n - m_{\text{Atom}}(Z,N)\} c^2 - b_{\text{el}}$$

Ατομική Μονάδα Μάζας (amu) =  $(1/12) {}^{12}\text{C}$  (Ουδέτερο Άτομο)

$$1 \text{ amu} = 931.494 \text{ MeV}/c^2$$

# Ενέργεια σε Πυρηνικές Αντιδράσεις



Ορίζοντας τον παράγοντα:

$$Q = \{m(A)+m(B)\} - \{m(C)+m(D)\} = \{BE(C)+BE(D)\} - \{BE(A)+BE(B)\}$$

$$Q > 0 \rightarrow \text{ΕΞΩΘΕΡΜΗ}$$

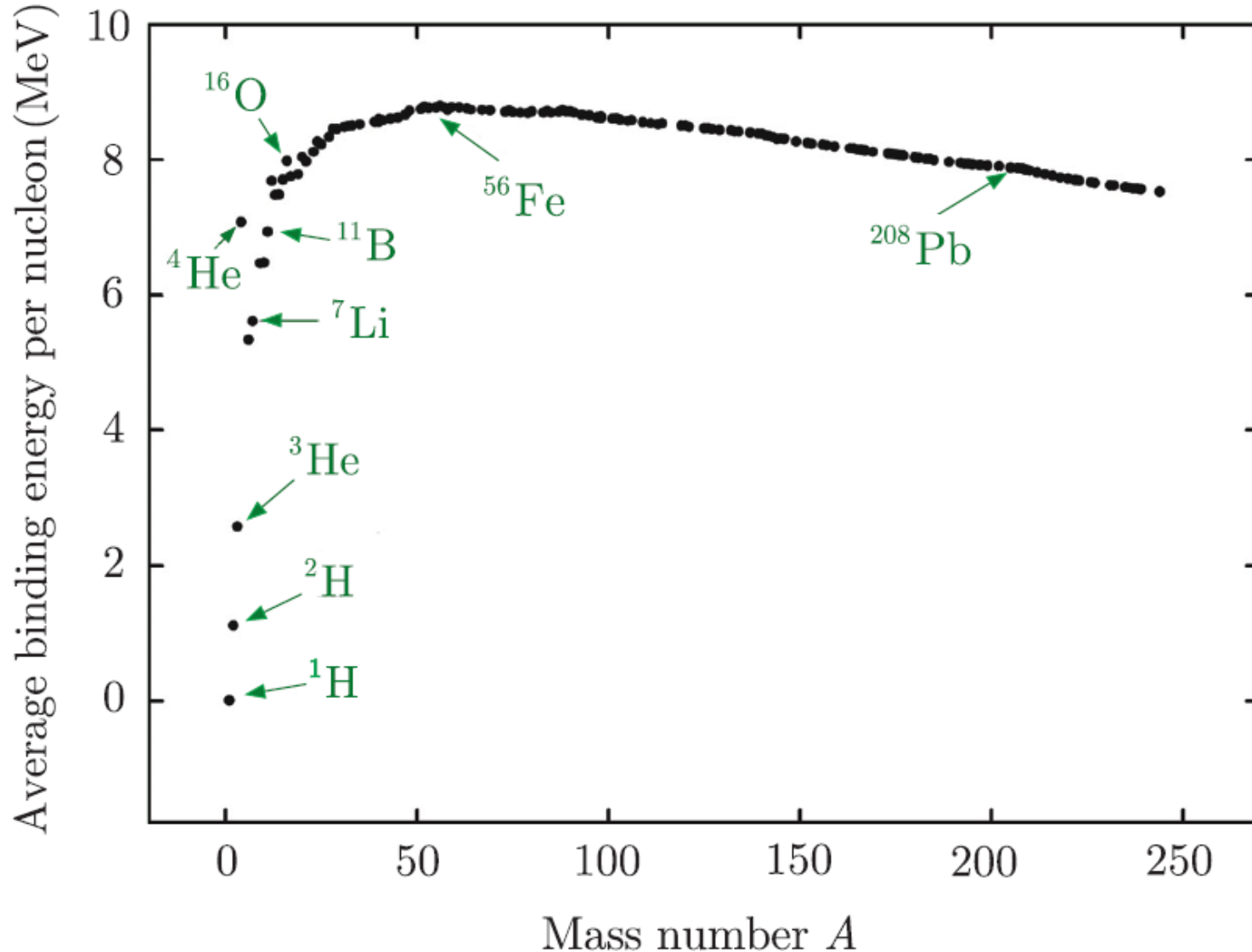
$$Q < 0 \rightarrow \text{ΕΝΔΟΘΕΡΜΗ}$$

Για να είναι η αντίδραση επιτρεπτή ενεργειακά πρέπει:

$$m(A) + m(B) > m(C) + m(D)$$

$$BE(A) + BE(B) < BE(C) + BE(D)$$

# Ενέργεια Σύνδεσης ανά Νουκλεόνιο



# Ημ εμπειρικός Τύπος Ενέργειας Σύνδεσης

$$B(N,Z) = \mathbf{a} A \quad (\text{Όγκου})$$
$$- \mathbf{b} A^{2/3} \quad (\text{Επιφάνειας})$$
$$- \mathbf{s} (N-Z)^2 / A \quad (\text{Συμμετρίας})$$
$$- \mathbf{d} Z^2 / A^{1/3} \quad (\text{Coulomb})$$
$$- \mathbf{\delta} / A^{1/2} \quad (\text{Ζευγαρώματος})$$

$$a = 15.835 \text{ MeV}$$

$$b = 18.33 \text{ MeV}$$

$$s = 23.20 \text{ MeV}$$

$$d = 0.714 \text{ MeV}$$

$$\delta = \{+11.2, 0, -11.2\} \text{ MeV (oo, oe, ee)}$$

# Ημ εμπειρικός Τύπος Ενέργειας Σύνδεσης

$$B(N,Z) = a A$$

$$- b A^{2/3}$$

$$- s (N-Z)^2 / A$$

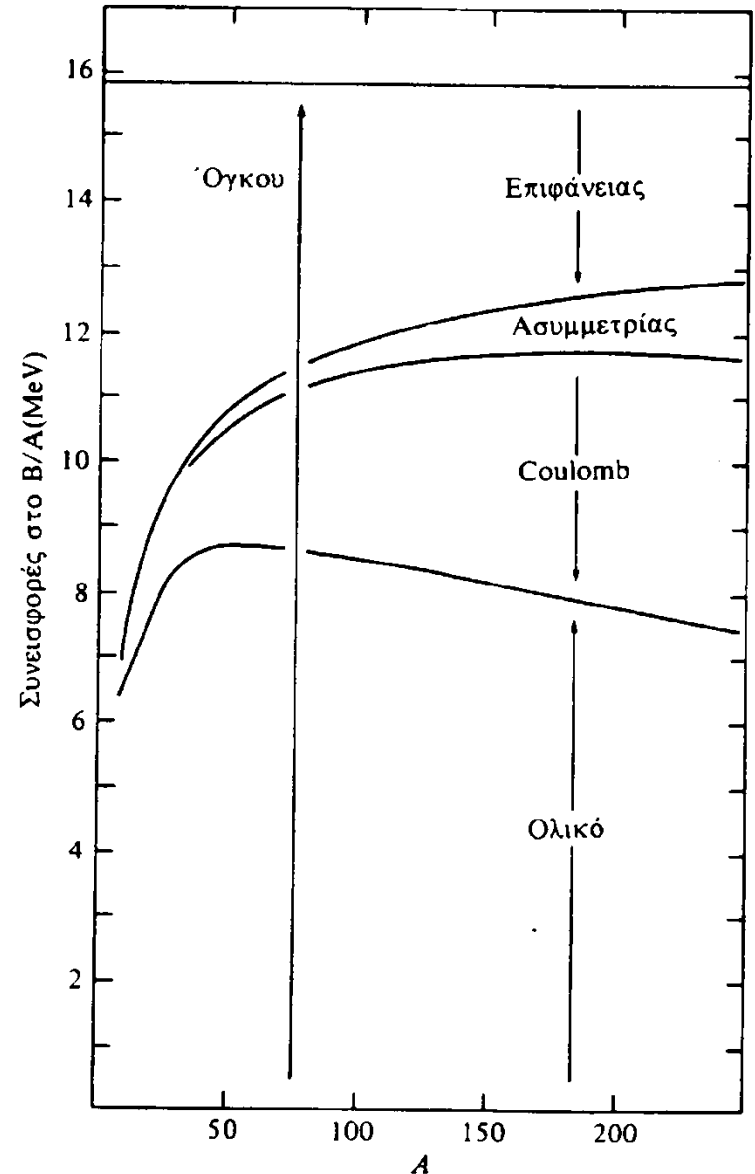
$$- d Z^2 / A^{1/3}$$

$$- \delta / A^{1/2}$$

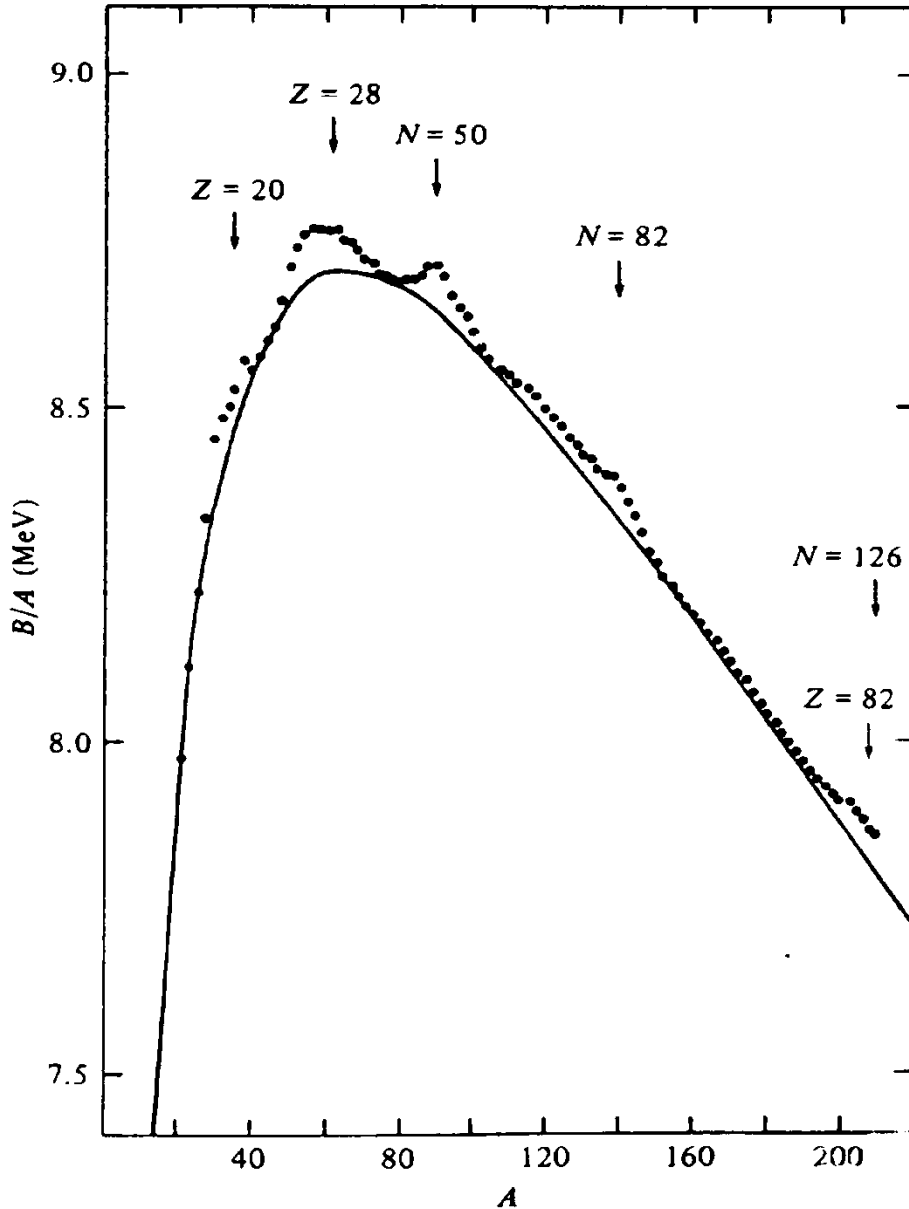
$$a = 15.835 \text{ MeV} \quad b = 18.33 \text{ MeV}$$

$$s = 23.20 \text{ MeV} \quad d = 0.714 \text{ MeV}$$

$$\delta = \{+11.2, 0, -11.2\} \text{ MeV (oo, oe, ee)}$$



# Ενέργεια Σύνδεσης ανά Νουκλεόνιο



## ΠΡΟΣΟΧΗ

*Η περιγραφή είναι γενικά καλή αλλά όχι τέλεια.*

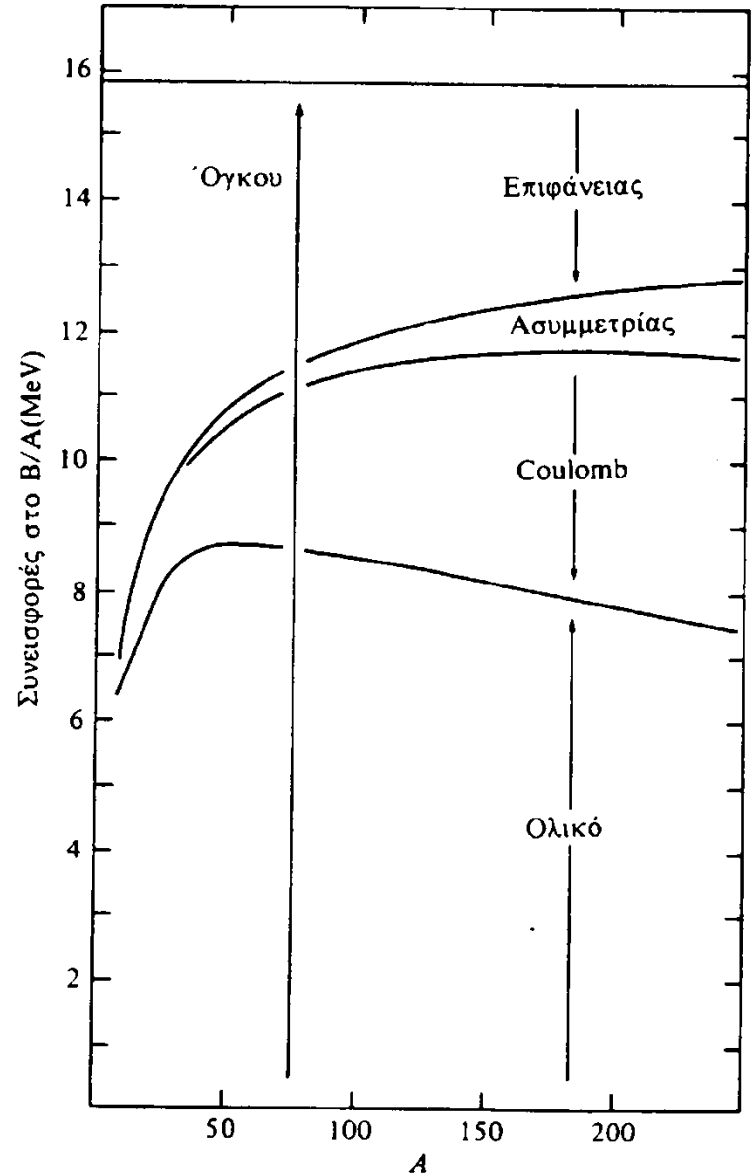
*Εμφάνιση (για μια ακόμη φορά) των «Μαγικών Αριθμών».*

# Ημ εμπειρικός Τύπος Ενέργειας Σύνδεσης

Ενέργεια Σύνδεσης  
Πυρηνικής Ύλης

Εμβέλεια Πυρηνικών  
Δυνάμεων

Χαρακτηριστικά  
Πυρηνικών Δυνάμεων



# Κοιλάδα β-σταθερότητας

$$B(N,Z) = a A - b A^{2/3} - d Z^2/A^{1/3} - s (N-Z)^2/A - \delta /A^{1/2}$$

Αντικαθιστώντας  $N = A - Z$  καταλήγουμε:

$$B(A,Z) = a A - b A^{2/3} - d Z^2/A^{1/3} - s (A-2Z)^2/A - \delta /A^{1/2}$$

Για  $A$ =σταθερό το διάγραμμα της  $B(Z)$  είναι επίσης παραβολή με ακρότατο στη θέση:

$$\frac{\partial B(A,Z)}{\partial Z} = 0 \Rightarrow \frac{-2dZ}{A^{1/3}} - \frac{2s(A-2Z) \cdot (-2)}{A} = 0 \Rightarrow \frac{4s(A-2Z)}{A} = \frac{2dZ}{A^{1/3}}$$

$$\Rightarrow 2s(A-2Z) = dZA^{2/3} \Rightarrow Z(4s + dA^{2/3}) = 2sA \Rightarrow Z = \frac{2sA}{4s + dA^{2/3}}$$

# Κοιλάδα β-σταθερότητας

Για  $A$ =σταθερό το διάγραμμα της  $B(Z)$  είναι επίσης παραβολή με ελάχιστο στη θέση:

$$Z = \frac{A}{2 + (d / 2s) A^{2/3}}$$

Για  $d = 0.714 \text{ MeV}$  και  $s = 23.20 \text{ MeV}$  η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$Z = \frac{A}{2 + 0.0154 \cdot A^{2/3}}$$

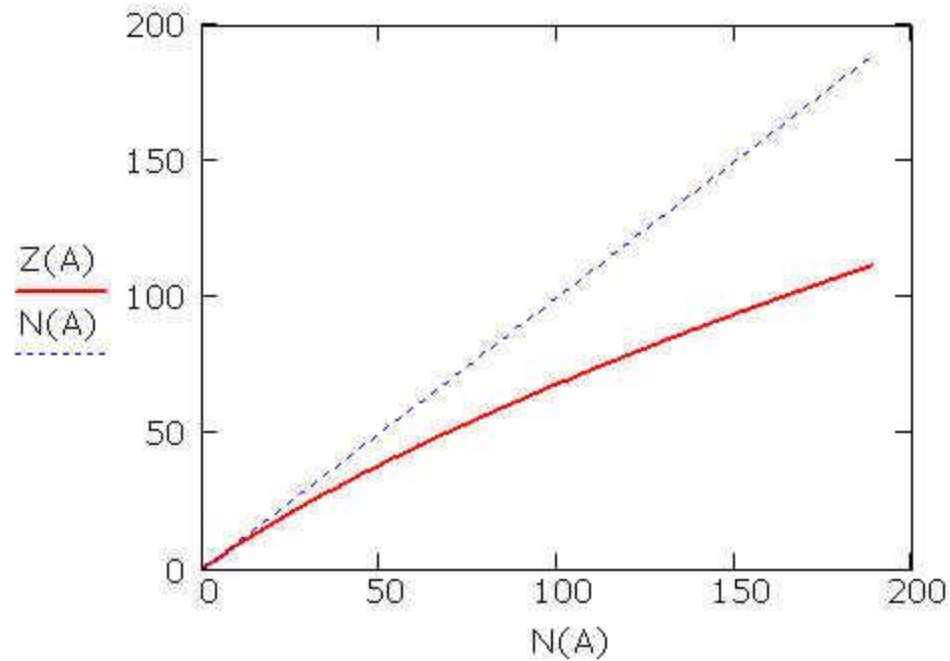
# Κοιλάδα β-σταθερότητας

## Semiempirical Mass Formula Beta Stability

$$Z(x) := \frac{x}{2 + 0.0154 \cdot x^{\frac{2}{3}}}$$

$$N(x) := x - Z(x)$$

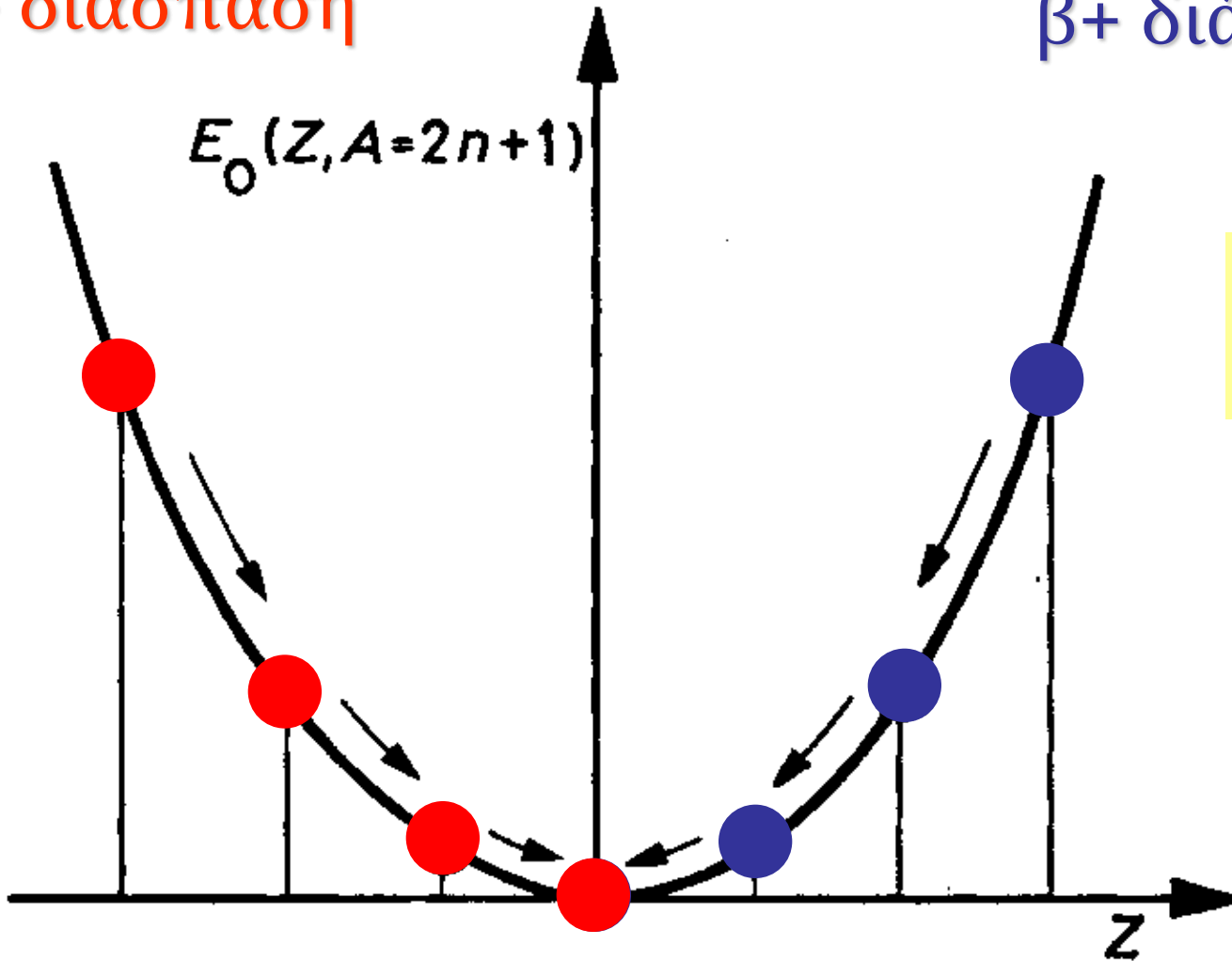
$$A := 1.. 300$$



# Κοιλάδα β-σταθερότητας

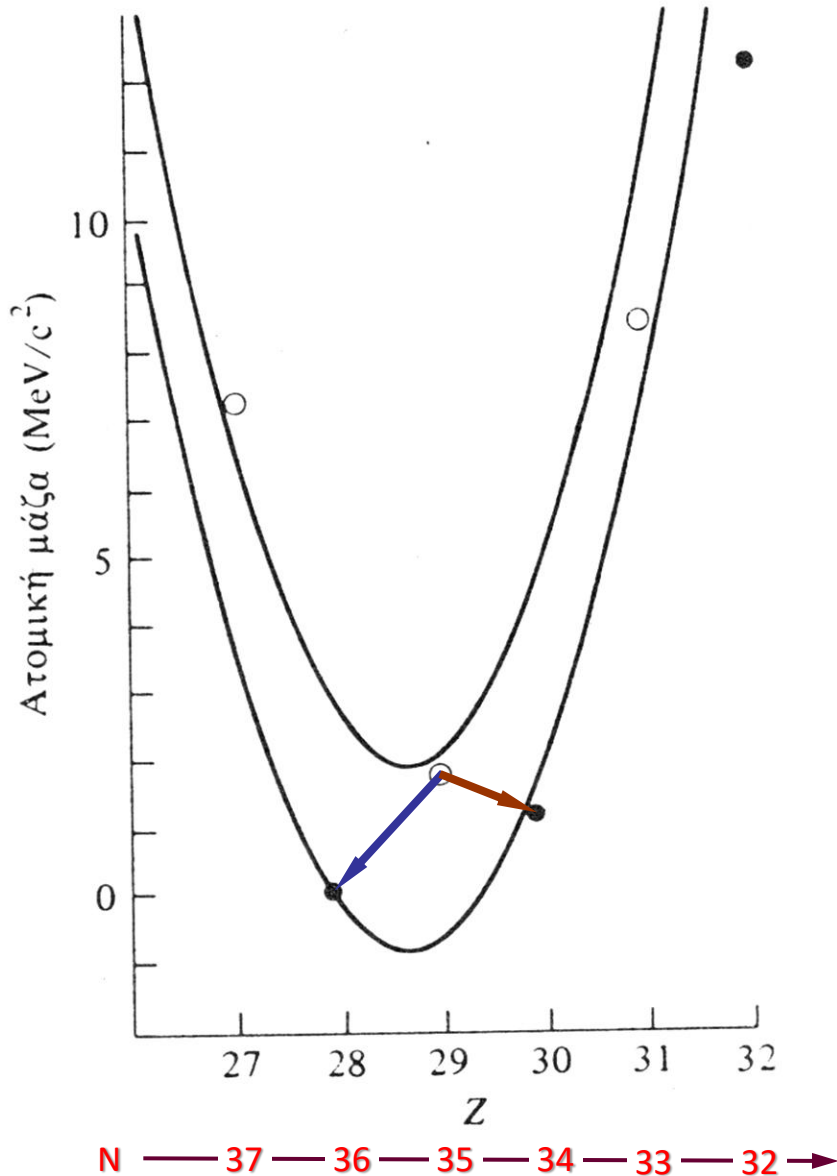
β- διάσπαση

β+ διάσπαση



$A = 2n+1$   
(περιττός)

# Κοιλάδα β-σταθερότητας



$$A = 2n \text{ (άρτιος)}$$

$(Z,N)$  : άρτιος-άρτιος

$(Z,N)$  : περιττός-περιττός

$$A = 64$$

Ο πυρήνας  $^{64}\text{Cu}$   
μπορεί να διασπαστεί

→ σε  $^{64}\text{Zn}$  με  $\beta^-$

→ σε  $^{64}\text{Ni}$  με  $\beta^+$

# Κοιλάδα β-σταθερότητας

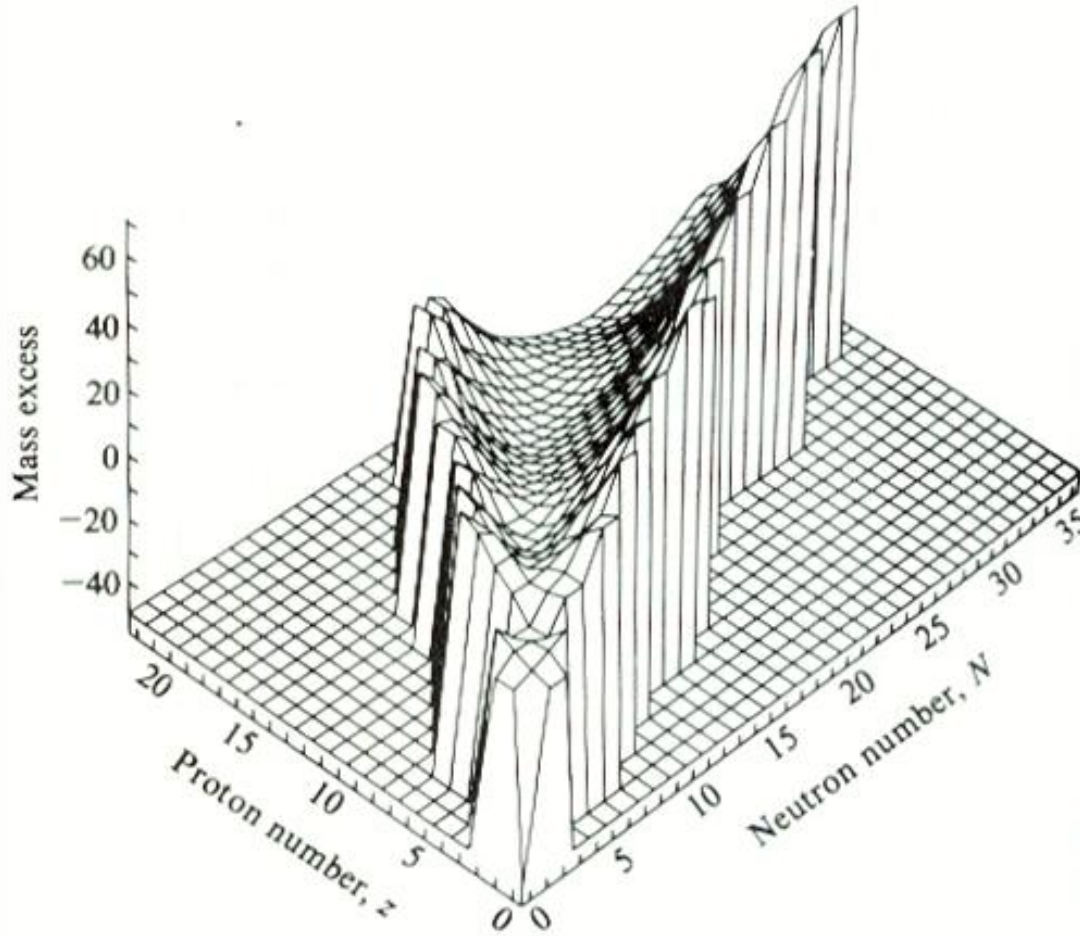
Αν λάβουμε υπόψη μας και τα ατομικά ηλεκτρόνια, η προηγούμενη σχέση σταθερότητας διαφοροποιείται ελάχιστα στην:

$$Z = \beta/2\gamma = \frac{[4s + (m_n - m_p - m_e)c^2] A}{2 (4s + d A^{2/3})}$$

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 \cdot A^{2/3}}$$

$$Z_{\text{stable}} < A / 2 \rightarrow N > Z$$

# Κοιλάδα β-σταθερότητας



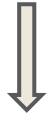
Τρισδιάστατη απεικόνιση του χάρτη νουκλιδίων (**3D Segré Chart**) για τα πρώτα στοιχεία (μέχρι το Ti με  $Z=22$ ).

Το φυσικό μέγεθος που παρίσταται στον τρίτο άξονα συσχετίζεται με τη μάζα του πυρήνα:

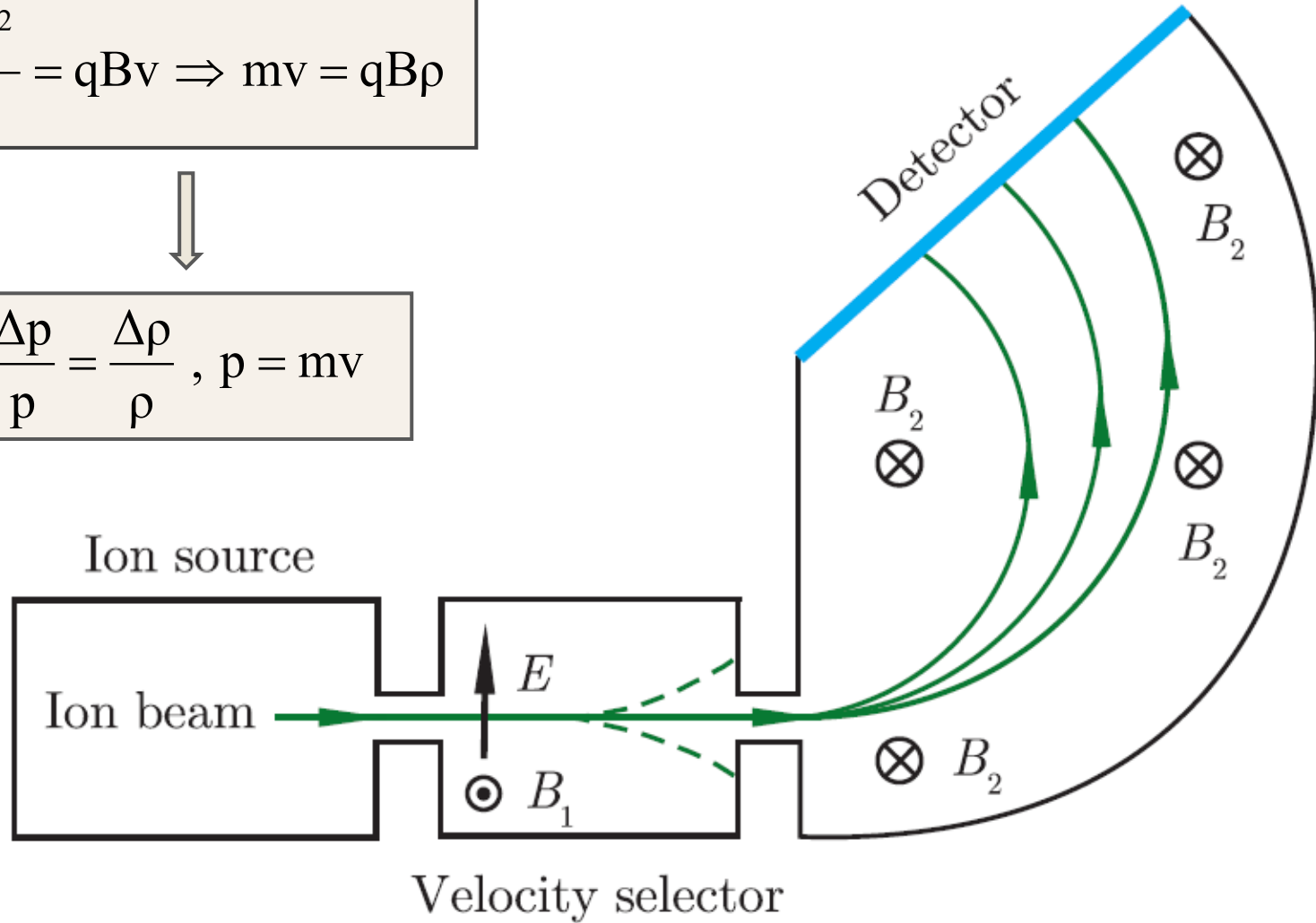
**Οι ελάχιστες τιμές υποδηλώνουν πυρηνική σταθερότητα.**

# Αρχή Λειτουργίας Φασματομέτρου Μάζας

$$\frac{mv^2}{\rho} = qBv \Rightarrow mv = qB\rho$$

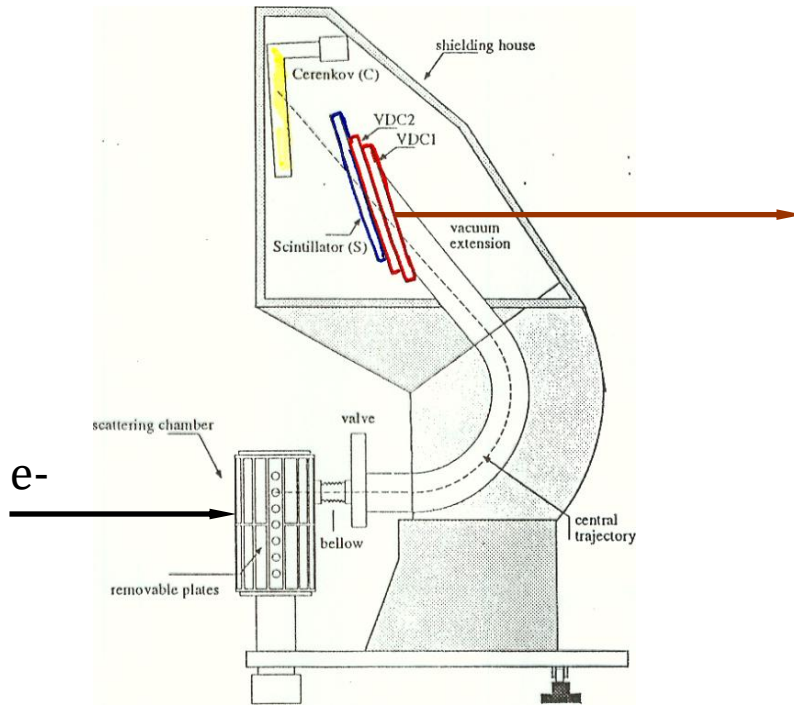


$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta \rho}{\rho}, \quad p = mv$$



**m**: Μάζα ιόντος, **v**: Ταχύτητα, **q**: Φορτίο, **B**: Ένταση Μαγνητικού Πεδίου, **ρ**: Ακτίνα Καμπυλότητας

# Κατανομή Φορτίου (με σκέδαση λεπτονίων)

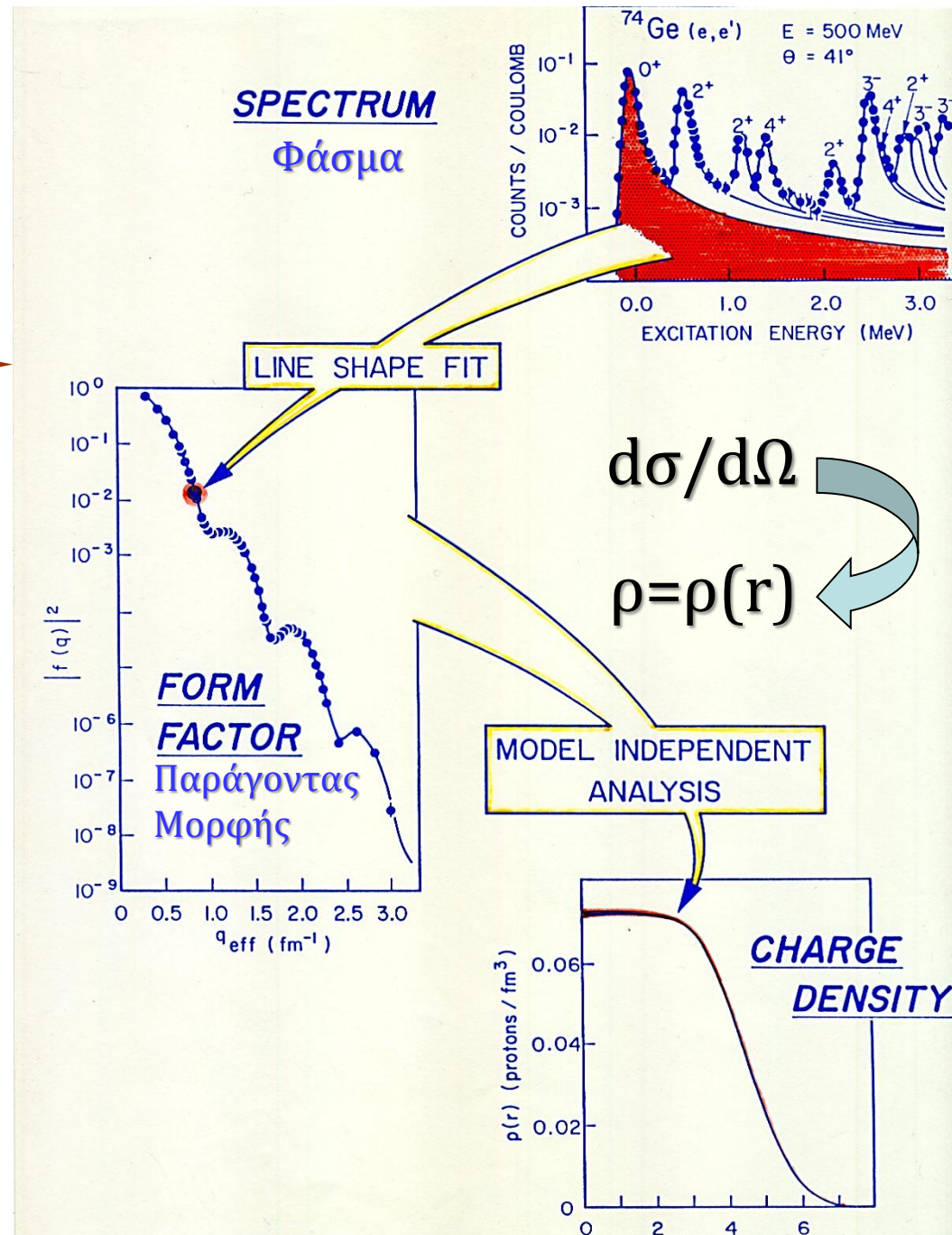


$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} |F(q)|^2$$

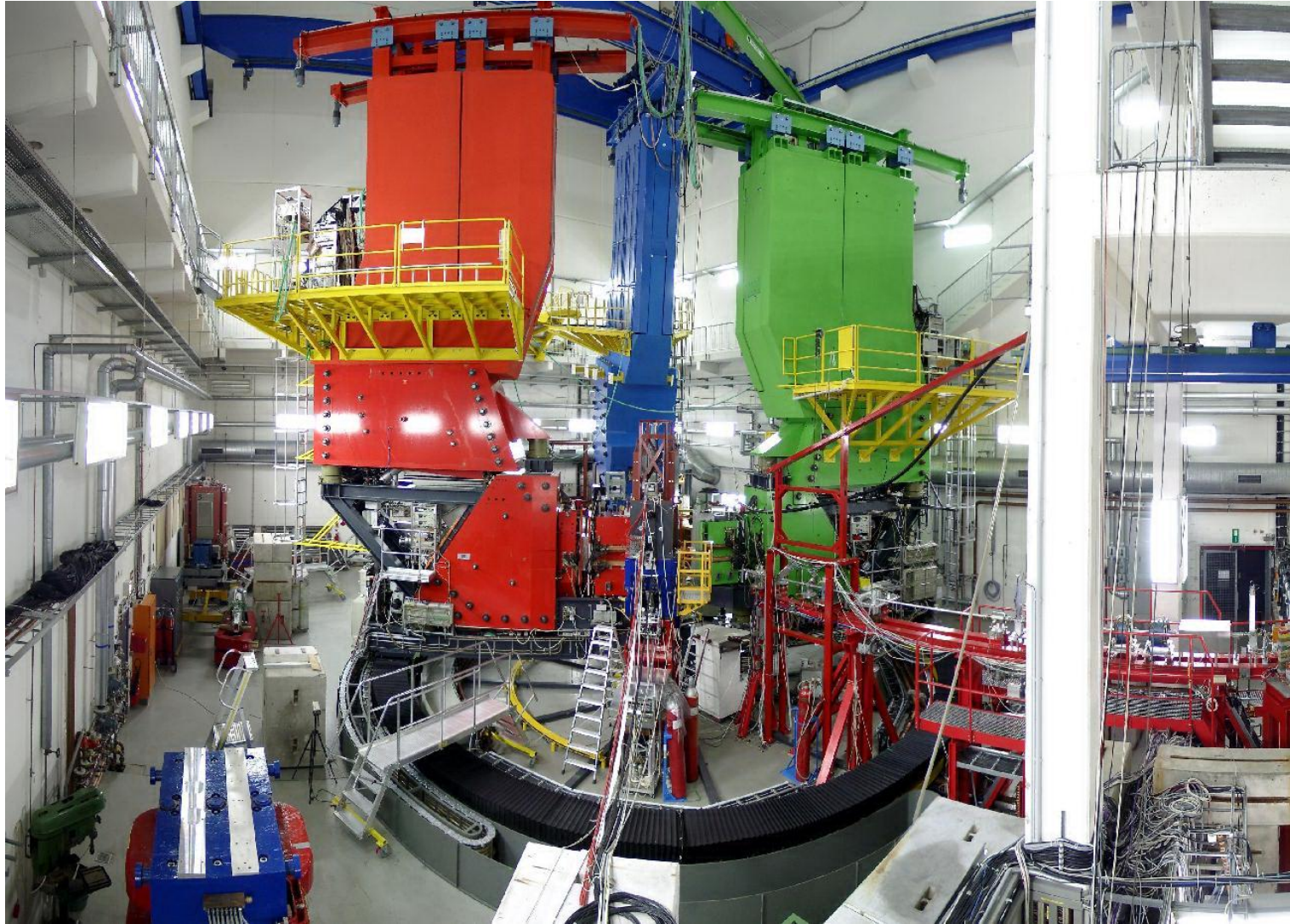
$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{Ze^2}{2E}\right)^2 \frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)}$$

$$F(q) = \int \rho(r) \exp[i\vec{q}\vec{r}] dV$$

$$q = 2E \sin(\theta/2)$$

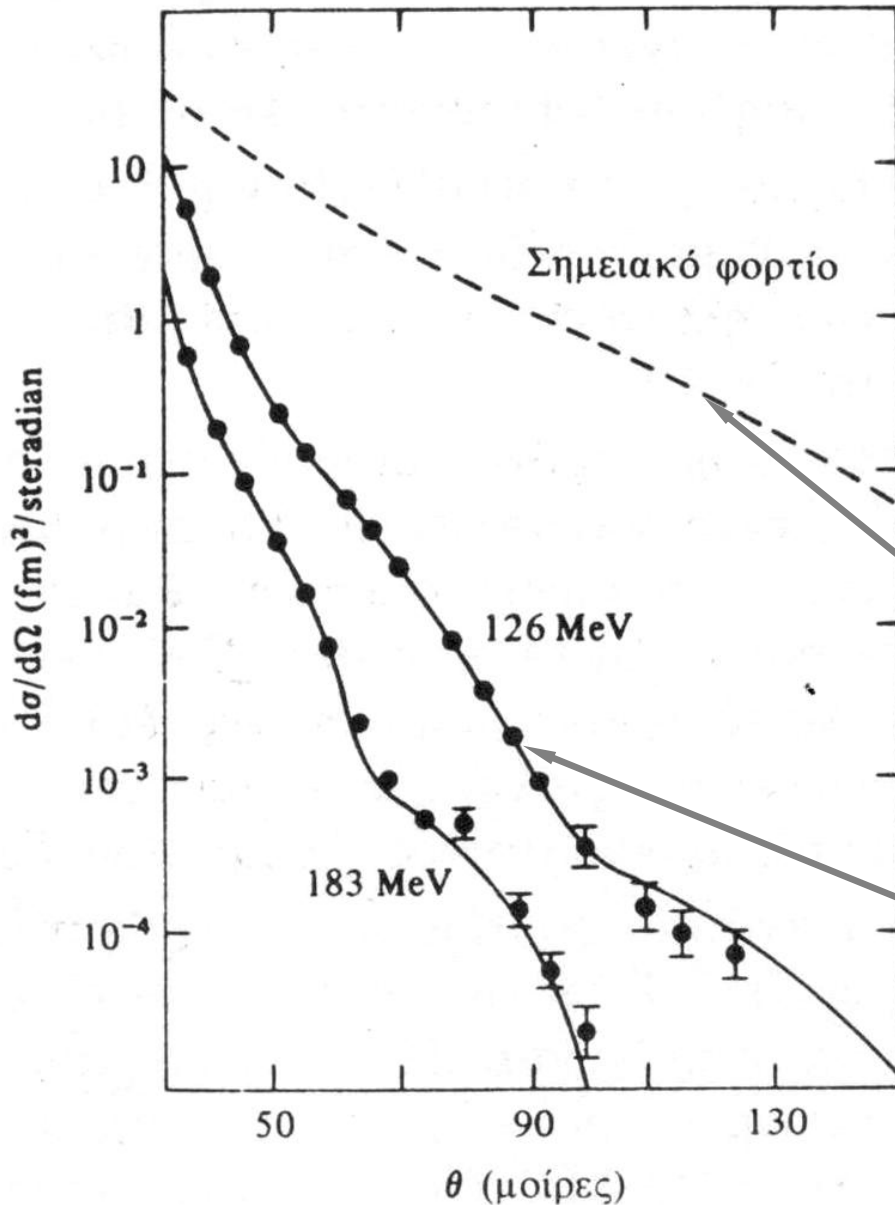


# Πειραματική Διάταξη στο Mainz της Γερμανίας (MAMI)



- Spectrometer A** detecting scattered electrons (in plane)
- Spectrometer B** detecting protons (can go up to  $10^\circ$  out of plane)
- Spectrometer C** detecting electrons (luminosity monitor)

# Κατανομή φορτίου από τη σκέδαση $e^-$



Διαφορική Ενεργός Διατομή  
 $d\sigma/d\Omega$

Ελαστική σκέδαση  $e^-$  από  $^{197}\text{Au}$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruth}} = \frac{Z^2 e^4}{4E^2} \cdot \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$



$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruth}} \cos^2(\theta/2)$$



$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} |F(q^2)|^2$$

$F(q)$  : Παράγοντας Δομής

# Κατανομή φορτίου από τη σκέδαση $e^-$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} |F(q^2)|^2 \quad \longrightarrow \quad |F(q^2)|^2 = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}$$

Ο Παράγοντας Δομής  $F(q)$  προσδιορίζεται πειραματικά.

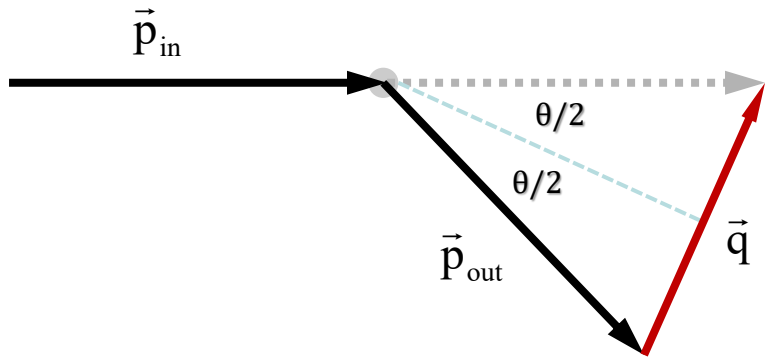
$$F(q^2) = \int \rho(r) e^{i\vec{k}\vec{r}} dV$$

Η κατανομή πυκνότητας  $\rho(r)$  εξάγεται από τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier

$$\rho(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int F(q^2) e^{-iqr/\hbar} d^3q$$

$q$ : μεταφερόμενη ορμή

# Κατανομή φορτίου από τη σκέδαση $e^-$



$$\vec{q} = \vec{p}_{in} - \vec{p}_{out}$$

$$|\vec{p}_{in}| = |\vec{p}_{out}| = p \Rightarrow p \cdot \sin(\theta/2) = \frac{q}{2}$$

$$q = 2p \sin(\theta/2)$$

Υπολογίστε την γωνία σκέδασης ηλεκτρονίων ενέργειας 500 MeV  
ώστε να έχουμε διακριτική ικανότητα 1fm.

$$q = 1 \text{ fm}^{-1} = 197.3 \text{ MeV} = 2 \cdot (500 \text{ MeV}) \sin \frac{\theta_e}{2} \quad \Longrightarrow \quad \theta_e \approx 22.8^\circ$$

# Κατανομή Φορτίου (με σκέδαση λεπτονίων)

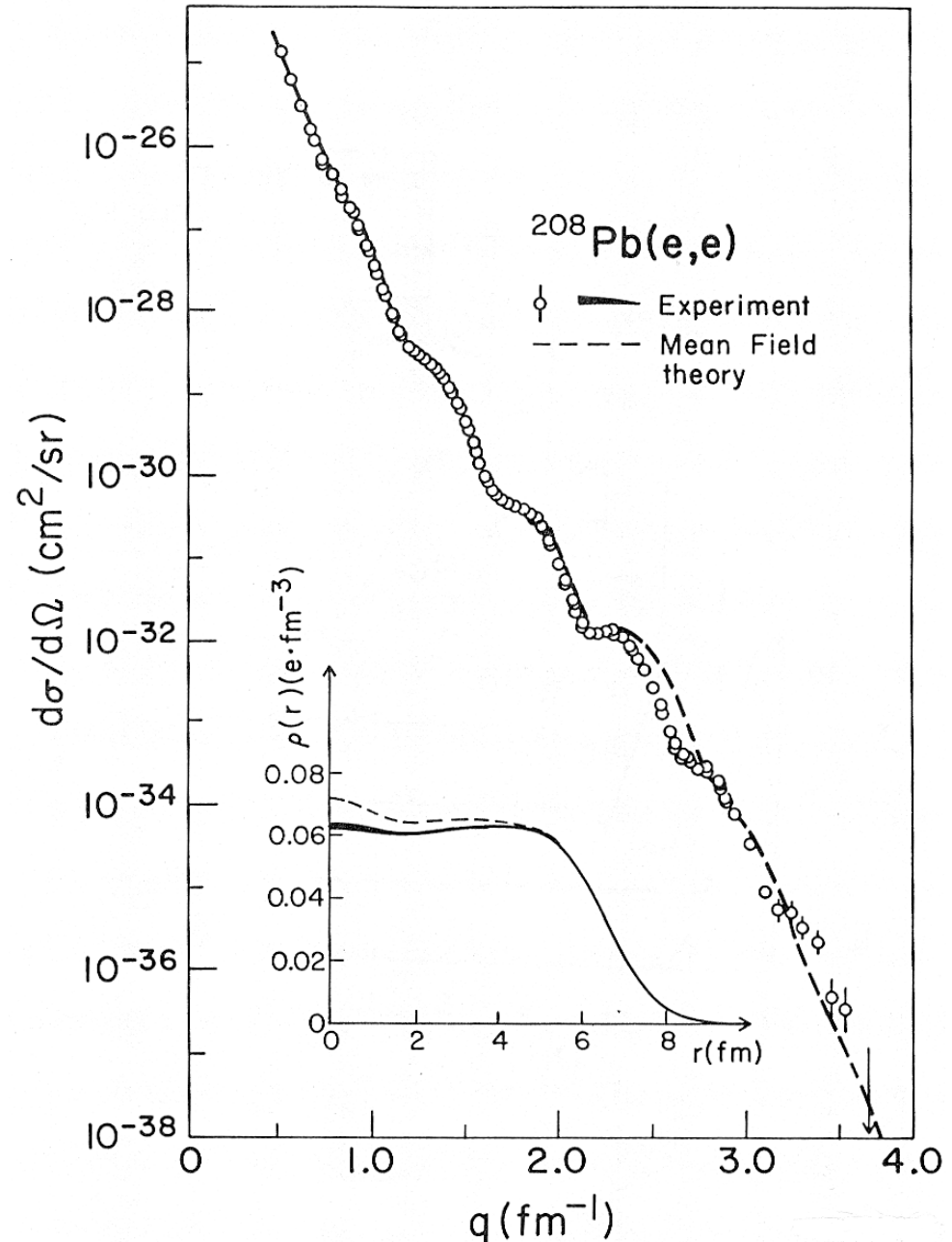
ΠΥΡΗΝΑΣ με

- Ακτίνα R
- Φορτίο Z

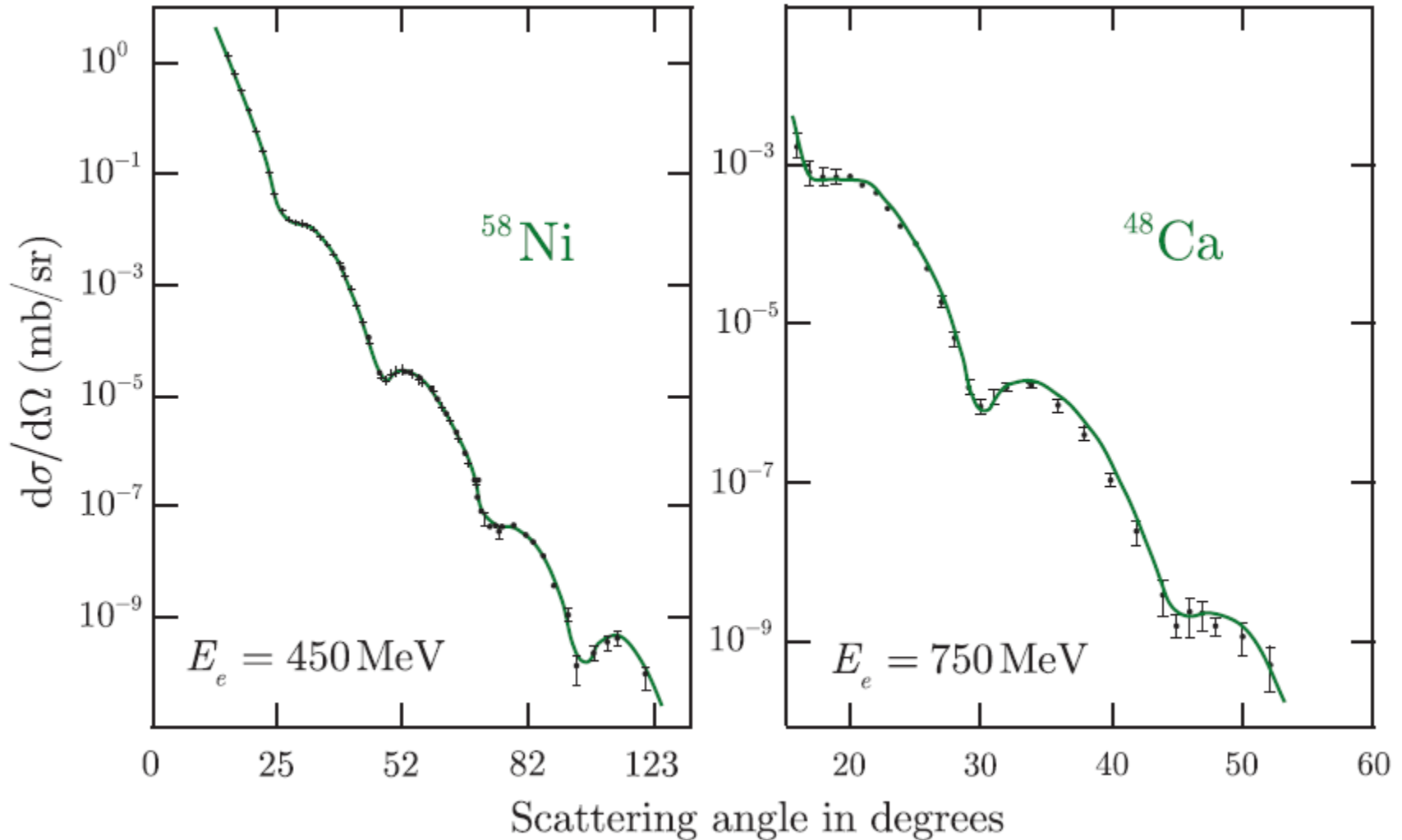
$$\int_0^{\infty} \rho(r) d^3r = Ze$$

$$R^2 = \langle r^2 \rangle = \int_0^{\infty} r^2 \rho(r) d^3r$$

$$\langle r^2 \rangle = 4\pi \int_0^{\infty} r^2 \rho(r) r^2 dr$$



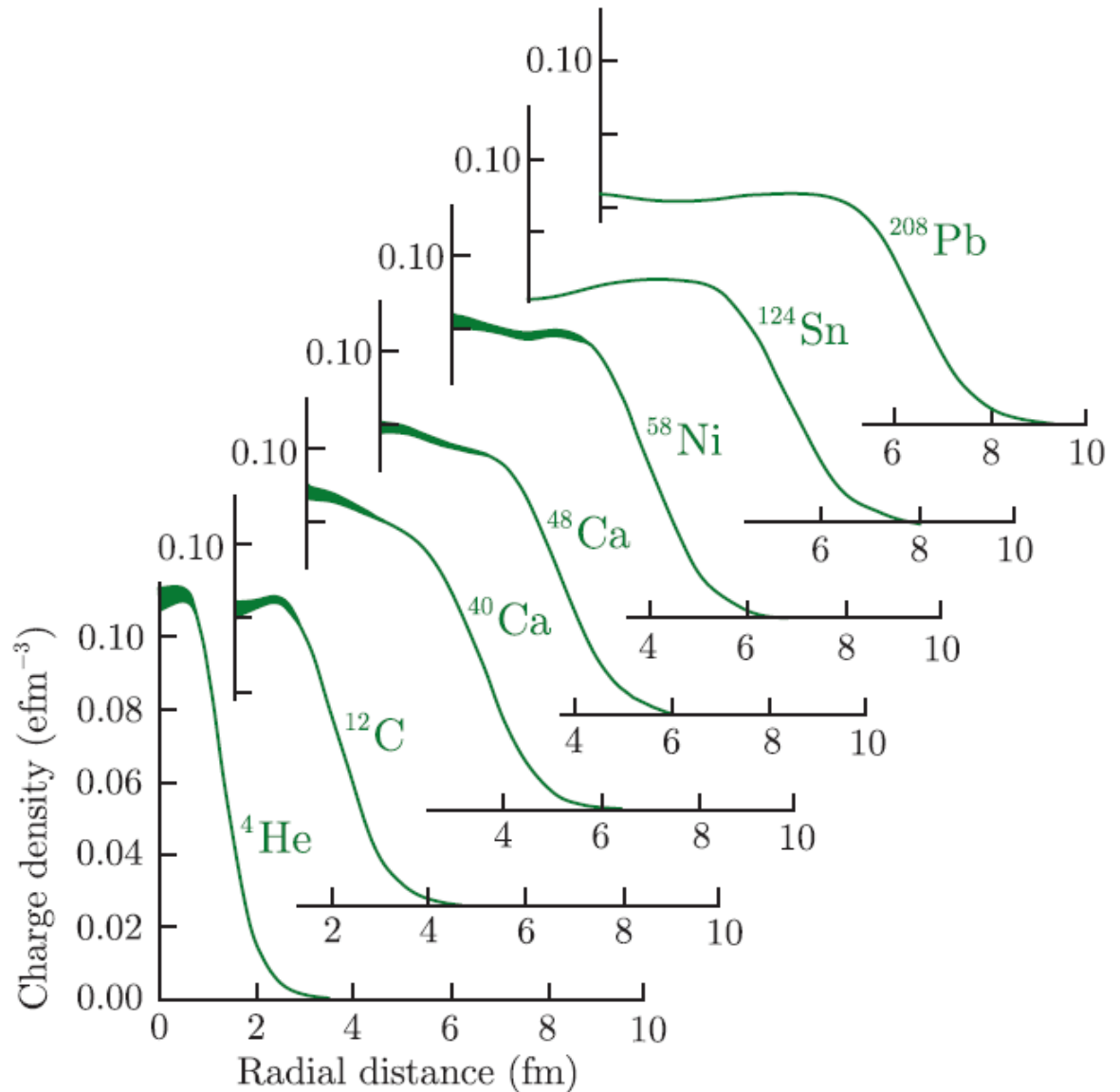
# Ελαστική Σκέδαση $e^-$ από Πυρήνες



# Κατανομή Φορτίου (μετρήσεις με σκέδαση λεπτονίων)

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 \approx 1.07 \text{ fm}$$



*Ασυμπίεστο υγρό!*

# Κατανομή Πυρηνικής Ύλης στους Πυρήνες (Προσέγγιση Κατανομής Fermi)

## Προσαρμογή Καμπύλης (Προσεγγιστικά!)

Διαχυτότητα

$a = 0.45 \text{ fm}$

$a = 0.20 \text{ fm}$

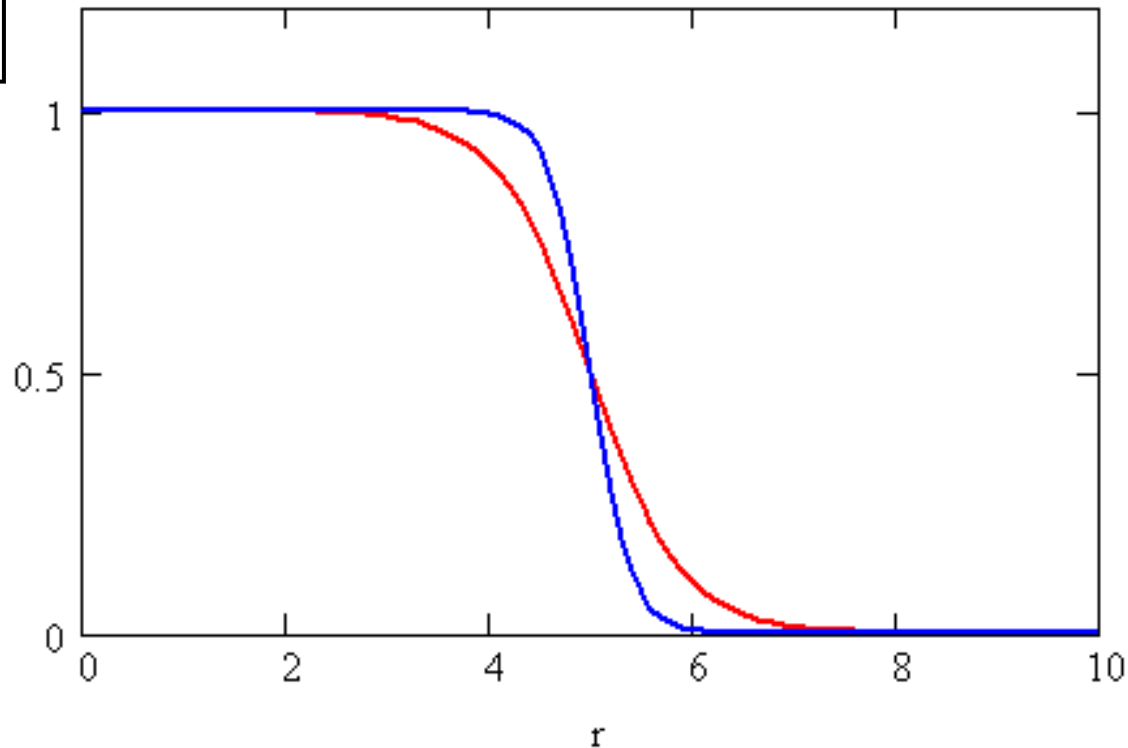
$$\rho(r) = \rho_0 \frac{1}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$X(0.45, 5, r)$

—

$X(0.2, 5, r)$

—



# Κατανομή Πυρηνικής Ύλης στους Πυρήνες (Προσέγγιση Κατανομής Fermi)

## Προσαρμογή Καμπύλης (Προσεγγιστικά!)

Ακτίνα

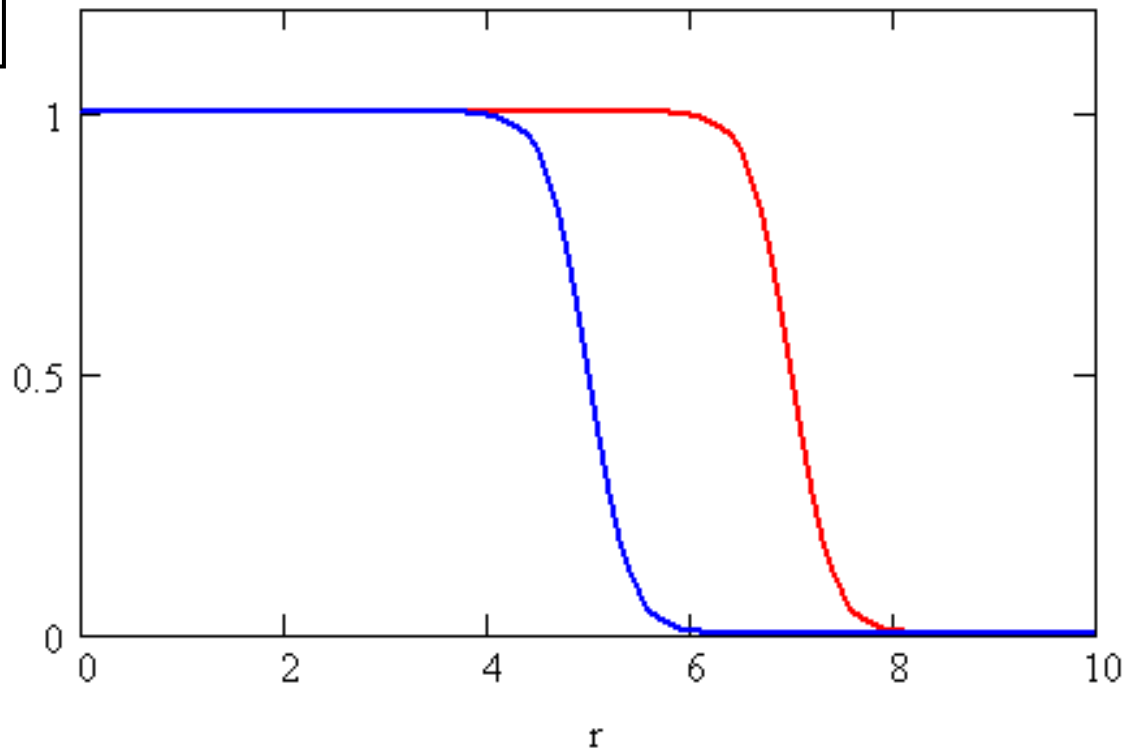
**R = 7.0 fm**

**R = 5.0 fm**

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{1}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

X(0.2,7,r)

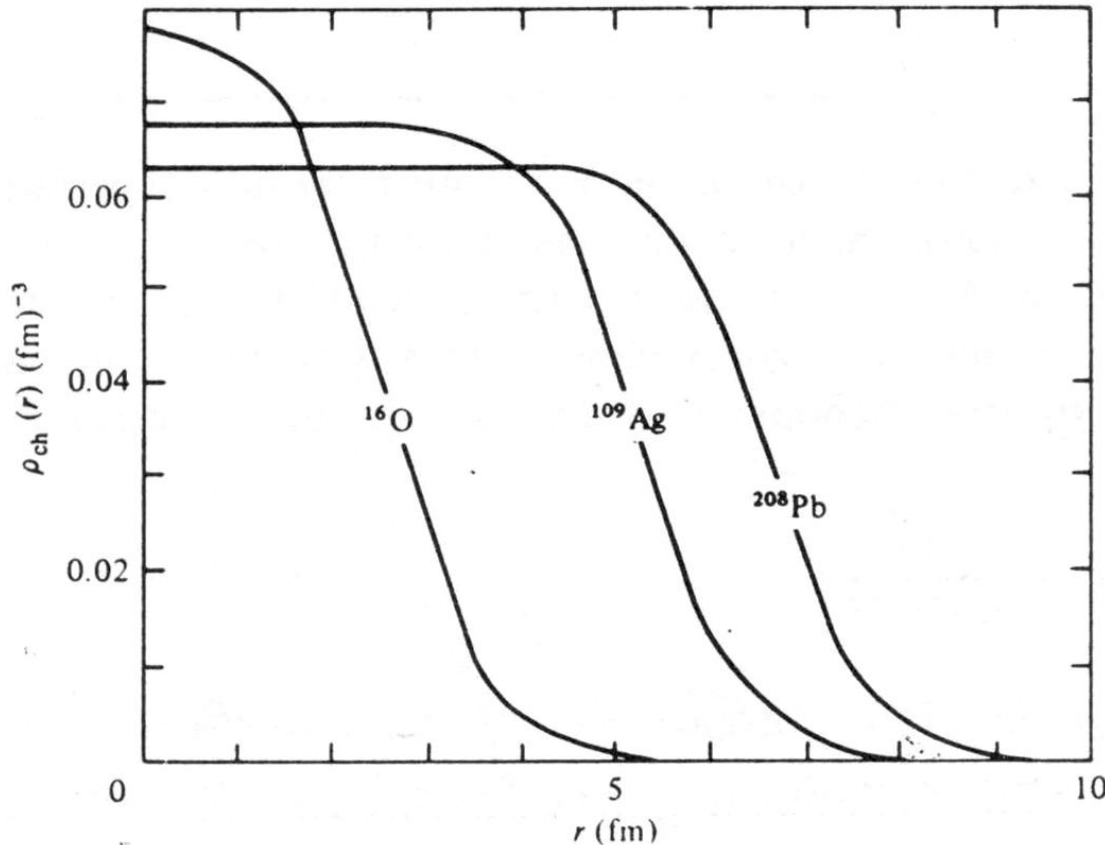
X(0.2,5,r)



# Πυκνότητα Ηλεκτρικού Φορτίου

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1. Πυρηνικές ακτίνες ( $R$ ) και πυρηνικά επιφανειακά πάχη ( $a$ )

Πυρήνας	$R(fm)$	$a(fm)$	$R/A^{1/3}(fm)$
$^{16}\text{O}$	2.61	0.513	1.04
$^{109}\text{Ag}$	5.33	0.523	1.12
$^{208}\text{Pb}$	6.65	0.526	1.12



## Πειραματικά Δεδομένα

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{1}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

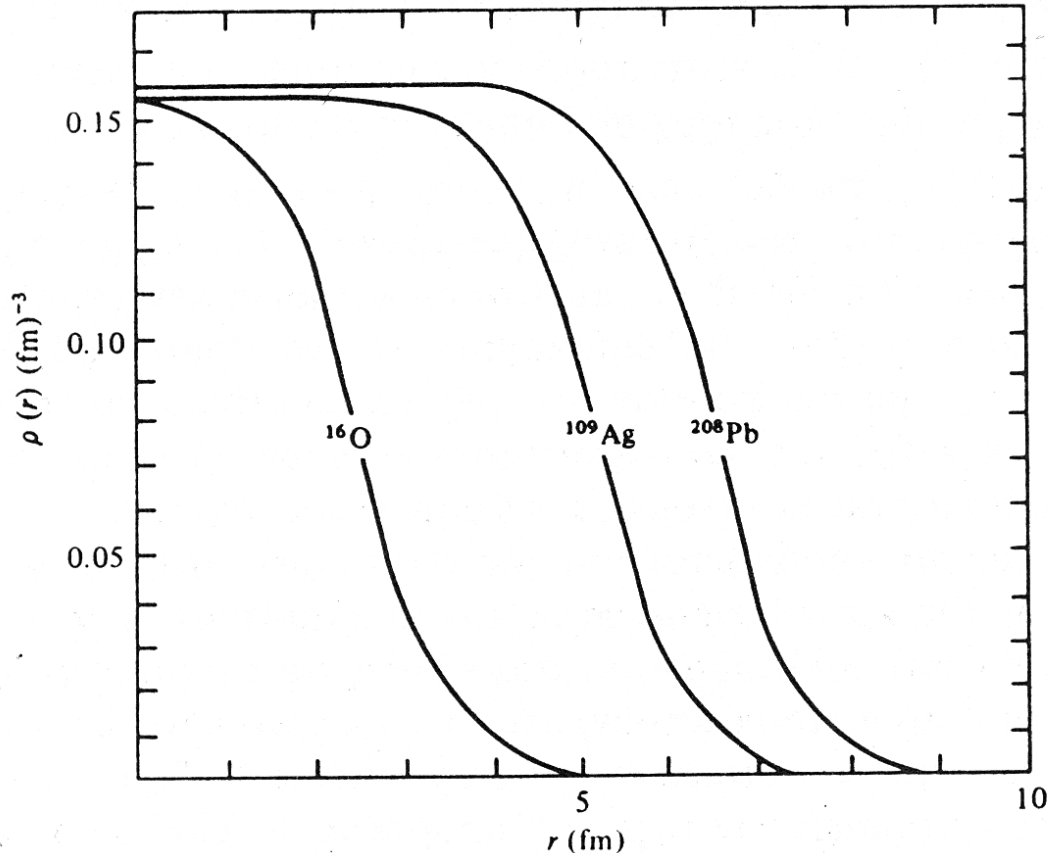
$$\int_0^{\infty} \rho(r) r^2 dr = Ze$$

R.C. Barrett & D.F. Jackson  
Nuclear Sizes and Structure  
(1977) Oxford, Clarendon Press

# Κατανομή Πυρηνικής Ύλης στους Πυρήνες

$$\rho = \rho_p + \rho_n \quad \text{και} \quad \rho_n(r) / \rho_p(r) = N/Z$$

$$\rho(r) = (N+Z)/Z \rho_\varphi(r) \rightarrow \rho(r) = A/Z \rho_\varphi(r)$$



$$A = (4\pi/3)R^3\rho_0$$



$$\rho_0 = 0.17 \text{ nucleon fm}^{-3}$$

$$R = 1.1 A^{1/3} \text{ fm}$$

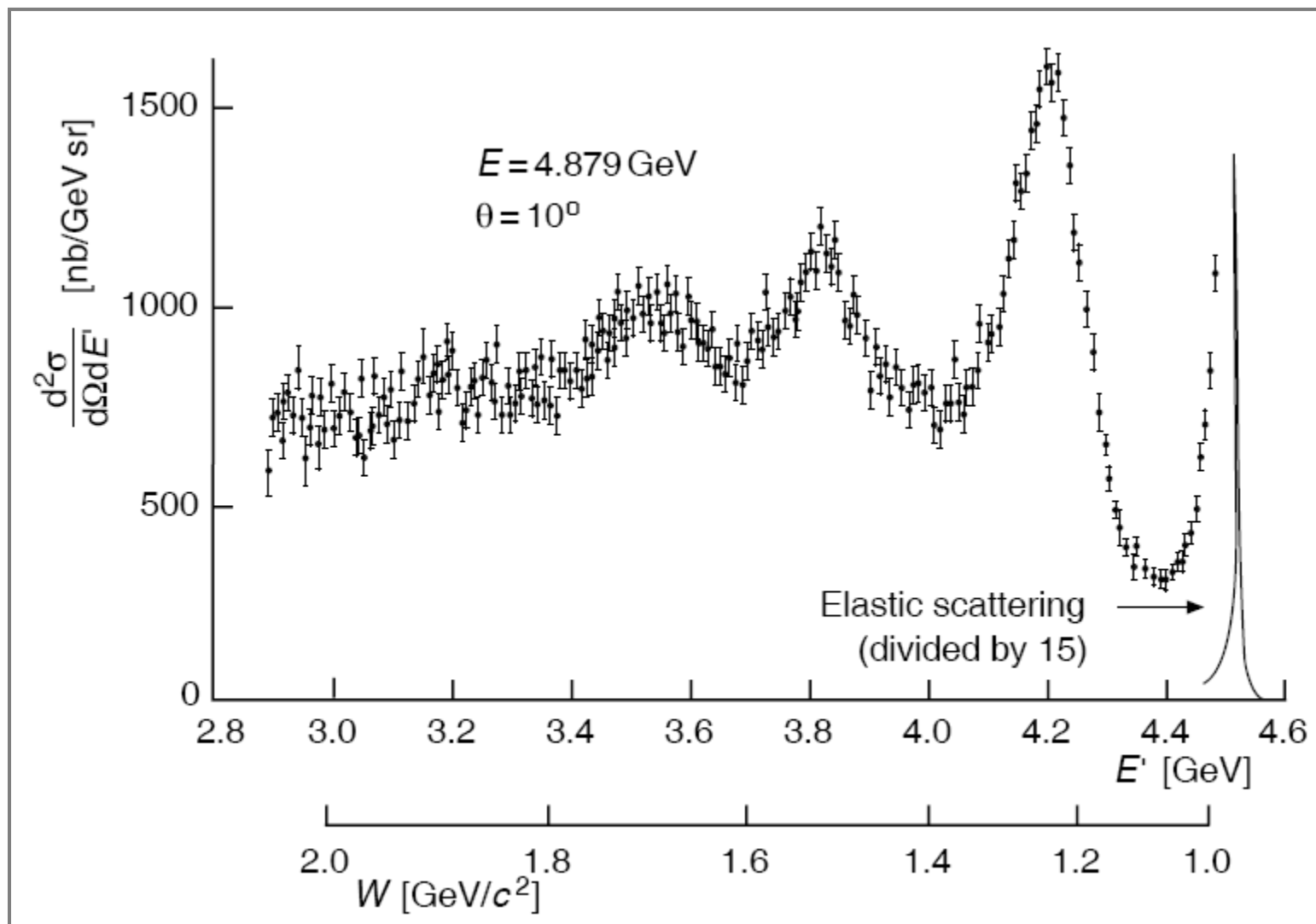
# Κατανομή Πυρηνικής Ύλης στους Πυρήνες

Υποθέτοντας πως ο πυρήνας είναι σφαιρικός και έχει ομοιόμορφη κατανομή ύλης (σταθερή πυκνότητα), τότε:

- **Ακτίνα:**  $R \sim A^{1/3}$
- **Επιφάνεια:**  $S \sim A^{2/3}$
- **Όγκος:**  $V \sim A$

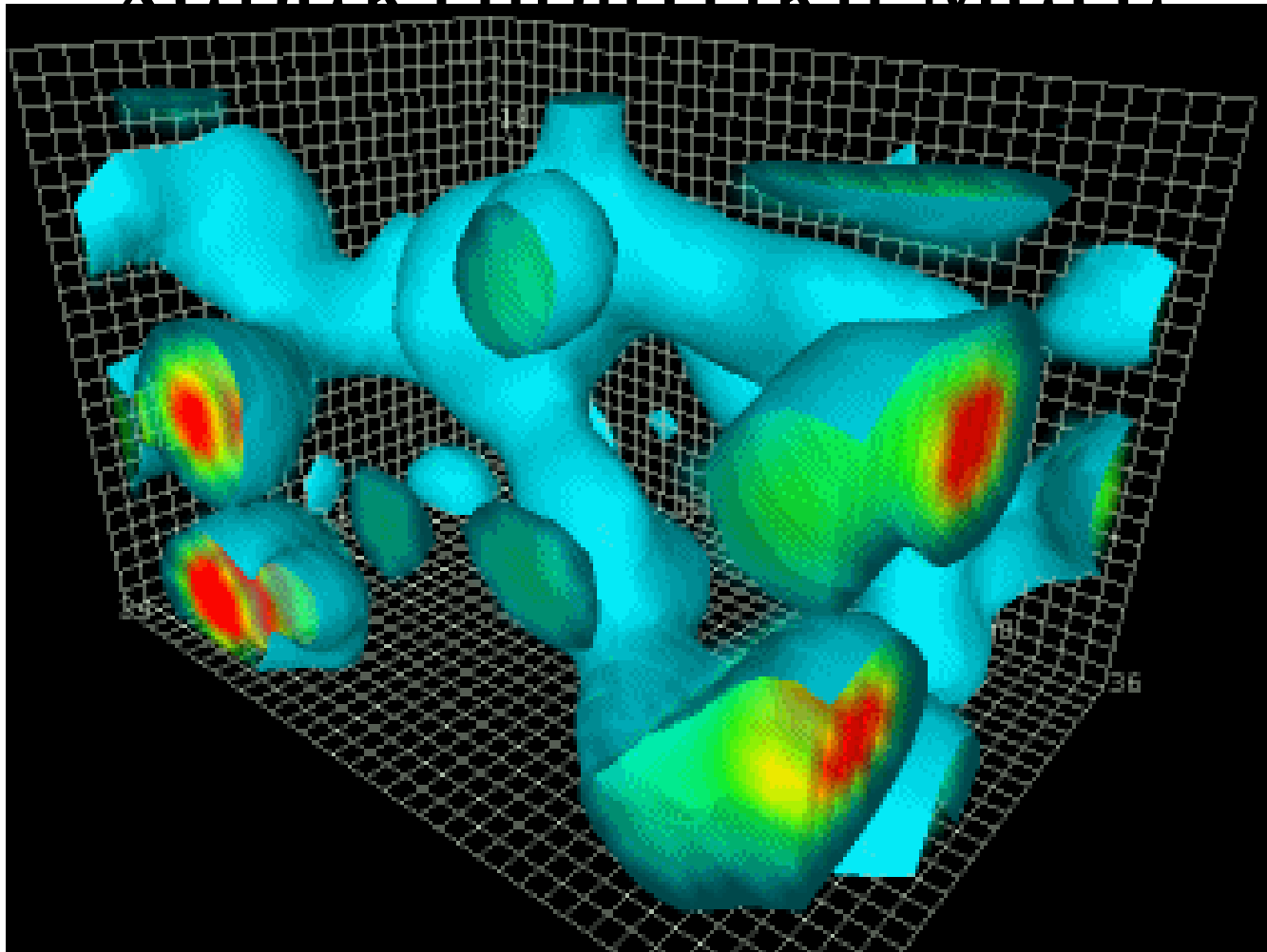
*Τα αποτελέσματα της σκέδασης ηλεκτρονίων είναι σε συμφωνία με τα συμπεράσματα του (φαινομενολογικού) ημιαμπειρικού τύπου.*

# Διέγερση Αδρονίων



Φάσμα σκέδασης ηλεκτρονίων από πρωτόνιο:  $H(e,e')$  DESY

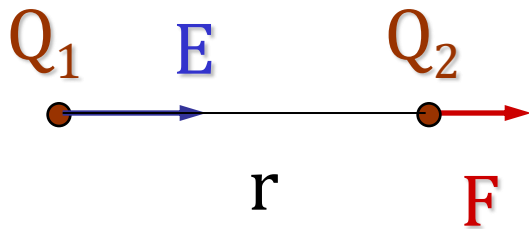
# Χαρακτηριστική Μάζα



QCD "Lava Lamp": Animation of the 4 dimensional structure of the long-distance aspects of the QCD vacuum.

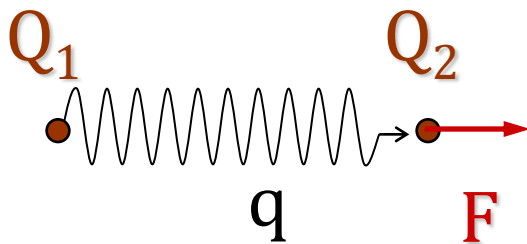
<http://www.physics.adelaide.edu.au/theory/staff/leinweber/VisualQCD/QCDvacuum/>

# Κλασική & κβαντική εικόνα πεδίου



Κλασικό Πεδίο  $E(r)$

$$\vec{F} = \vec{E}(r) \cdot Q_2 = \frac{Q_1}{r^2} \hat{r} \cdot Q_2 = \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \hat{r}$$



Ανταλλαγή δυνητικού φωτονίου  
ορμής  $q$

$$qr \approx \hbar \Rightarrow q \approx \frac{\hbar}{r} \Rightarrow q \approx \frac{\hbar}{ct} \Rightarrow \frac{dq}{dt} \approx \frac{\hbar}{ct^2} \Rightarrow \frac{dq}{dt} \approx \frac{\hbar c}{r^2}$$

# Κλασική & κβαντική εικόνα πεδίου

Στην περίπτωση λοιπόν της αλληλεπίδρασης των δύο ηλεκτρονίων θα έχουμε:

## Κλασική Εικόνα

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}$$

## Κβαντική Εικόνα

$$F = g_e \cdot g_e \cdot \frac{dq}{dt} = g_e^2 \frac{\hbar c}{r^2}$$

Το  $g_e$  εκφράζει την πιθανότητα εκπομπής ή απορρόφησης του φωτονίου από το ηλεκτρόνιο.

Η ισοδυναμία των δύο αυτών εκφράσεων επιτρέπει τον προσδιορισμό της σταθεράς ζεύξης  $g$  για το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο:

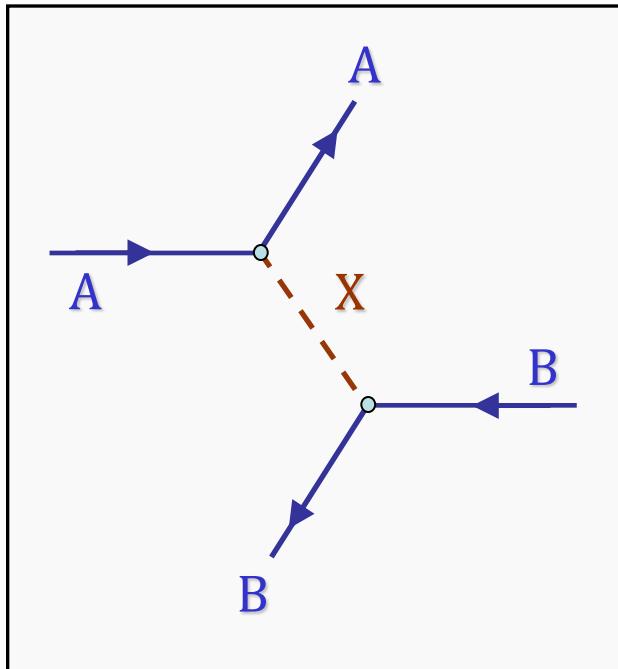
$$g_e^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\hbar c} = \alpha$$



$$g_e = \sqrt{\alpha} = \sqrt{\frac{1}{137}}$$

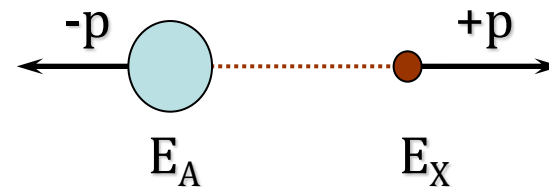
όπου  $\alpha$  η σταθερά της **λεπτής υφής**.

# Κλασική & κβαντική εικόνα πεδίου



Αλληλεπίδραση σωματίων A και B μέσω της ανταλλαγής του σωματιδίου X με μάζα  $M_X$

Στο σύστημα αναφοράς του σωματιδίου A, η εκπομπή του σωματιδίου X προσδίδει ανάκρουση στο A με ίσες κατά μέτρο ορμές.



Η ενεργειακή διαφορά υπολογίζεται:

$$\Delta E = E_A + E_X - M_A c^2$$



$$\Delta E = \sqrt{p^2 c^2 + M_A^2 c^4} + \sqrt{p^2 c^2 + M_X^2 c^4} - M_A c^2$$

απ' όπου συνάγεται:

$$\text{για } p \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta E = 2pc$$

$$\text{\& για } p \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta E = M_X c^2$$

# Κλασική & κβαντική εικόνα πεδίου

Η ενεργειακή αυτή παραβίαση  $\Delta E$  πρέπει υποχρεωτικά να διαρκεί για μέγιστο χρόνο  $\Delta t$  που να καλύπτεται από την αρχή της απροσδιοριστίας του Heisenberg:

$$\Delta t = \frac{\hbar}{\Delta E}$$

Η μέγιστη εμβέλεια λοιπόν που μπορεί να έχει το σωματίδιο X είναι κατά συνέπεια:

$$R = c \cdot \Delta t = c \cdot \frac{\hbar}{\Delta E} = c \cdot \frac{\hbar}{M_X c^2}$$

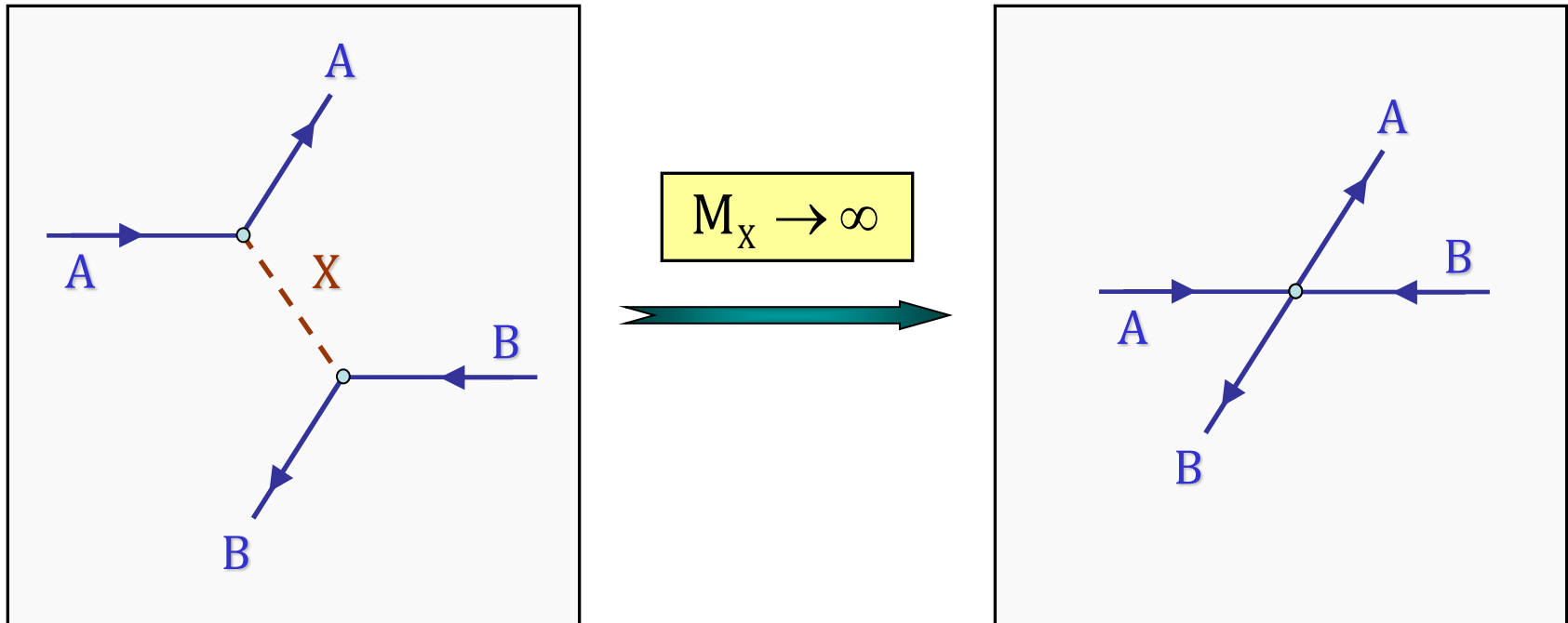


$$R = \frac{\hbar}{M_X c}$$

*Η εμβέλεια του πεδίου είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του διαδότη.*

Στην περίπτωση της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης όπου ο διαδότης είναι το φωτόνιο με μηδενική μάζα ηρεμίας, είναι προφανές πως η εμβέλεια του πεδίου γίνεται άπειρη.

# Κλασική & κβαντική εικόνα πεδίου



Στην περίπτωση όπου η **μάζα** του διαδότη γίνεται πρακτικά **άπειρη**, τότε η **εμβέλεια** του πεδίου **μηδενίζεται** και η αλληλεπίδραση συρρικνώνεται σε ένα μόνο σημείο του χώρου (**zero range interaction**).

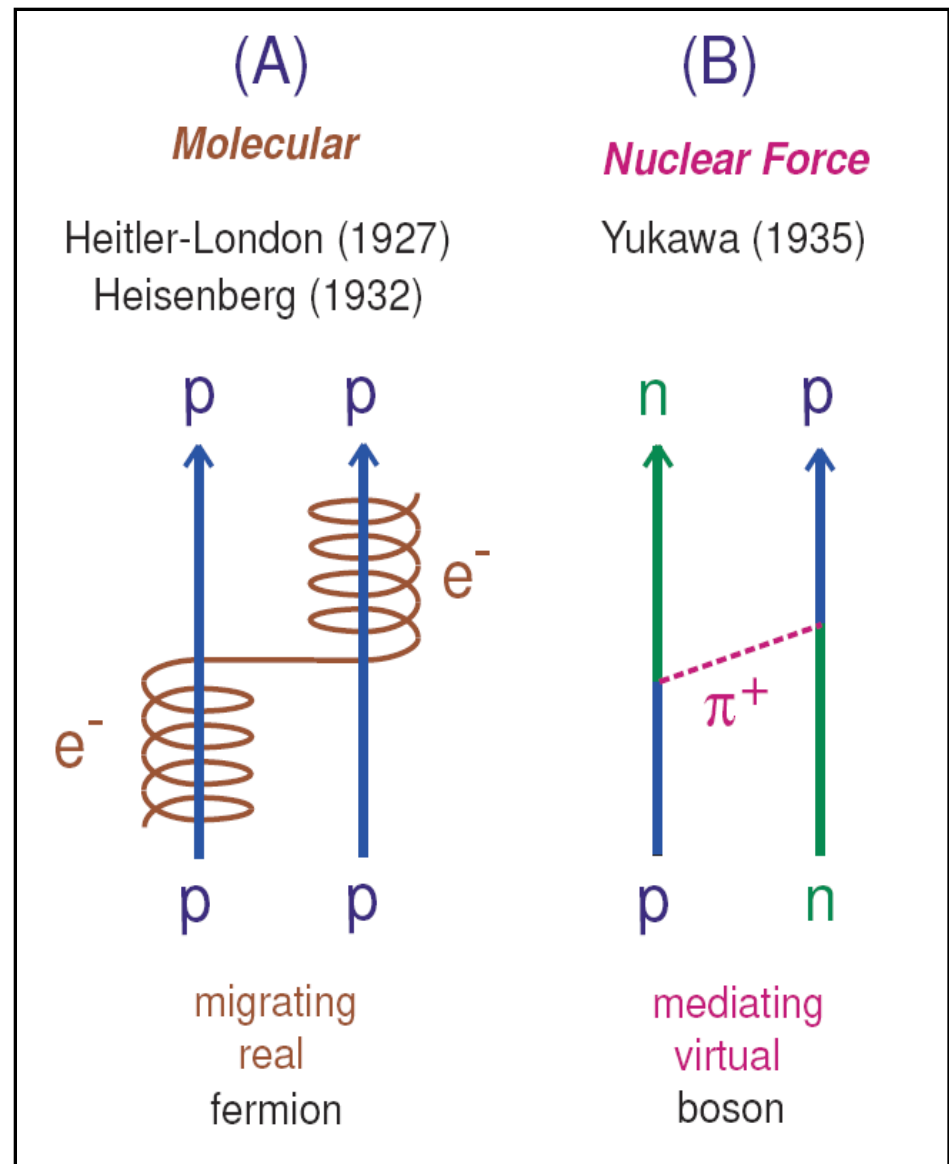
# Θεωρία Yukawa

Προσπάθεια εξήγησης της πυρηνικής δύναμης, μετά την ανακάλυψη του νετρονίου από τον Chadwick (1932):

(A) Εικόνα του Heisenberg με ανταλλαγή ηλεκτρονίου, όμοια με τον μηχανισμό δημιουργίας μοριακών δεσμών. Πρόβλημα με τον φερμιονικό χαρακτήρα του ηλεκτρονίου.

(B) Προταθείσα ιδέα από τον Yukawa με ανταλλαγή ενός μποζονίου (Bose electron).

Toshimitsu Yamazaki: *"Interplay between Yukawa and Tomonaga in the Birth of Mesons"*, arXiv:0712.4355v2 [hep-ph]



# Θεωρία Yukawa

Έχουμε δει πως η σχετικιστική εξίσωση  $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$  με την αντικατάσταση των φυσικών μεγεθών από τους αντίστοιχους τελεστές

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \vec{r} \rightarrow \vec{r}, \quad \vec{p} \rightarrow -i\hbar \nabla$$

καταλήγει στην εξίσωση:

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = -\hbar^2 c^2 \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + m^2 c^4 \cdot \psi(\vec{r}, t)$$

Η εξίσωση αυτή περιγράφει τη διάδοση στο κενό σωματιδίου μάζας  $m$  χωρίς spin, είναι γνωστή σαν εξίσωση **Klein-Gordon**. Ισχύει ότι:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r}$$

# Θεωρία Yukawa

- Η εξίσωση Klein-Gordon περιγράφει για  $m=0$  την διάδοση ηλεκτρομαγνητικού κύματος
- Αγνοώντας το χρονοεξαρτώμενο μέρος της, καταλήγουμε σε σφαιρικά συμμετρική εξίσωση για στατικό δυναμικό  $U(r)$

$$\nabla^2 U(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} U(r)$$

Αναζητούνται λύσεις της μορφής:

$$U(r) = \frac{A}{r} e^{-r/R}$$

όπου το  $R$  ταυτίζεται με την έννοια της **εμβέλειας** της πυρηνικής δύναμης και το  $A$  εκφράζει την κανονικοποιημένη **ένταση** του ισχυρού πεδίου.

# Θεωρία Yukawa

$$U(r) = \frac{A}{r} e^{-r/R}$$



$$\nabla^2 U(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} U(r)$$

Επαληθεύεται πράγματι ότι η  $U(r)$  ικανοποιεί την Klein-Gordon και μάλιστα από την αντικατάσταση προκύπτει:

$$R = \frac{\hbar}{mc}$$

Η σταθερά  $A$ , η οποία δεν μπορεί να δεσμευτεί από την παραπάνω εξίσωση, για λόγους σφαιρικής κανονικοποίησης που εξηγούνται παρακάτω, αντικαθίσταται από την έκφραση  $g/4\pi$  και η τελική λύση δίνεται στην μορφή:

$$U(r) = \frac{g}{4\pi r} e^{-r/R}, \quad R = \frac{\hbar}{mc}$$

# Θεωρία Yukawa

Μελέτη της λύσης

$$U(r) = \frac{g}{4\pi r} e^{-r/R}, \quad R = \frac{\hbar}{mc}$$

- Η σταθερά  $g$  προκύπτει ως σταθερά της ολοκλήρωσης και ταυτίζεται με την ισχύ σημειακής πηγής στο κέντρο.
- Υπάρχει άμεση αναλογία με την εξίσωση  $\nabla^2 U(r) = 0$  από την ηλεκτρομαγνητική θεωρία, της οποίας λύση είναι το δυναμικό  $U(r) = Q/4\pi r$ .
- Κατά συνέπεια, το  $g$  της θεωρίας Yukawa παίζει τον ίδιο ρόλο με το φορτίο στην ηλεκτροστατική και είναι το μέτρο του «ισχυρού πυρηνικού φορτίου».

# Θεωρία Yukawa

Μελέτη της λύσης

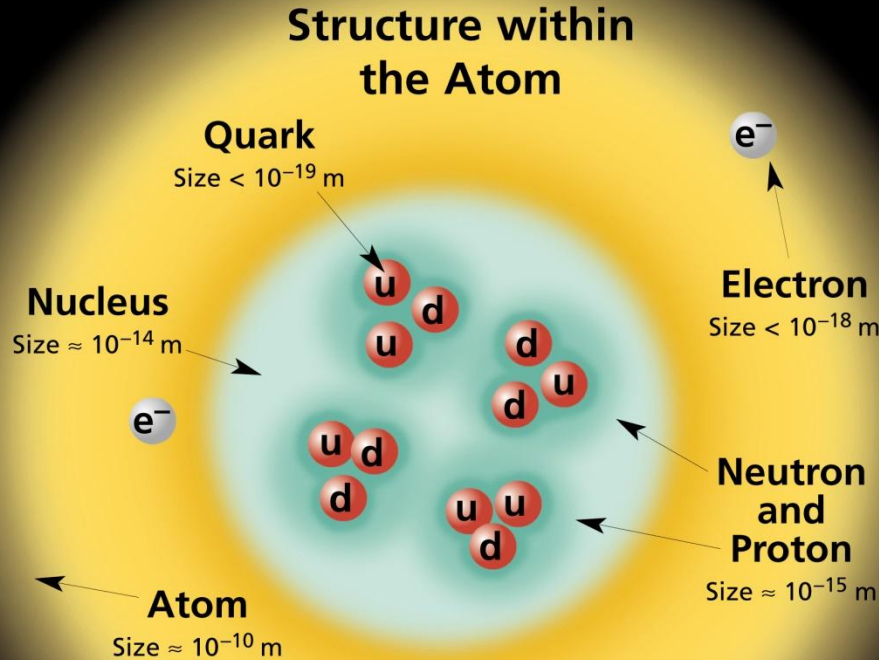
$$U(r) = \frac{g}{4\pi r} e^{-r/R}, \quad R = \frac{\hbar}{mc}$$

- Το R εκφράζει την εμβέλεια του πεδίου.
- Δεδομένου ότι το R είναι της τάξεως του  $10^{-15}$  m, μπορούμε να προβλέψουμε τη μάζα του διαδότη:

$$R = \frac{\hbar}{mc} \Rightarrow mc = \frac{\hbar}{R} \Rightarrow mc^2 = \frac{\hbar c}{R} \Rightarrow mc^2 \approx \frac{197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{1.4 \text{ fm}} \approx 140 \text{ MeV}$$

Το αποτέλεσμα ταυτίζεται με τη **μάζα του πιονίου**, το οποίο ανακαλύφτηκε το 1947.

# Οι Ατομικοί Πυρήνες



If the protons and neutrons in this picture were 10 cm across, then the quarks and electrons would be less than 0.1 mm in size and the entire atom would be about 10 km across.

Οι ατομικοί πυρήνες αποτελούν το μόνο προσιτό προς πειραματισμό πυρηνικό σύστημα.

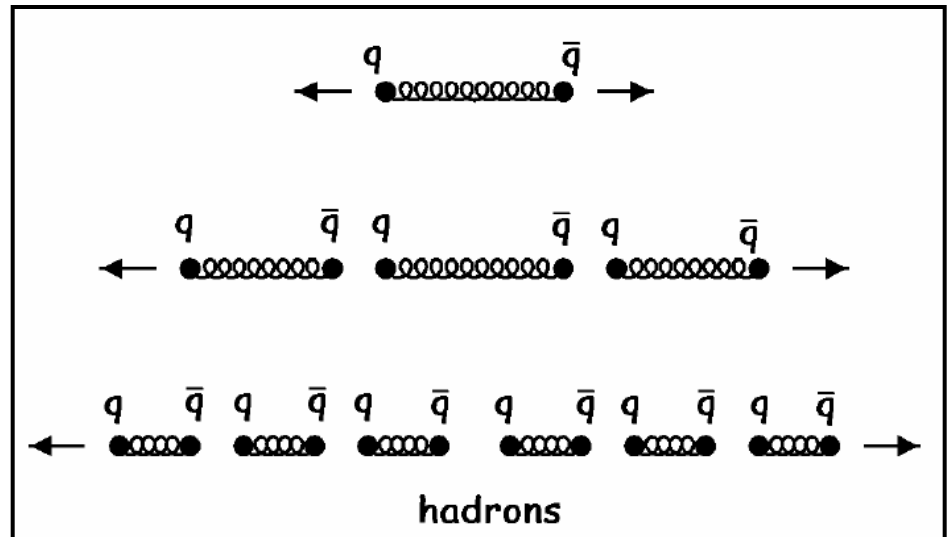
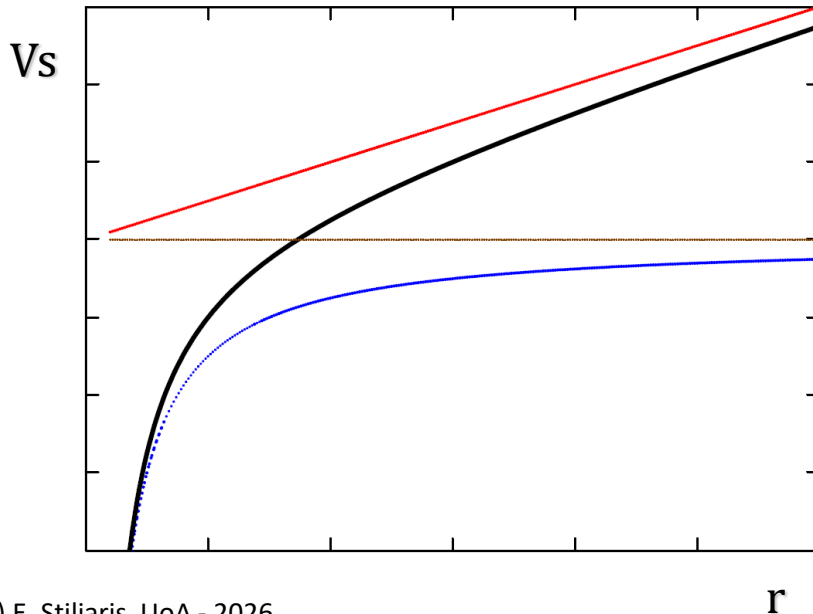
Η ταξινόμηση τους και η συστηματική κατανόηση των ιδιοτήτων τους αποτελεί την σημαντικότερη πηγή πληροφορίας για όλα τα πυρηνικά συστήματα.

# Πυρηνική Δύναμη

Η μορφή του δυναμικού μεταξύ δύο κουάρκ που χρησιμοποιείται συνηθέστερα είναι:

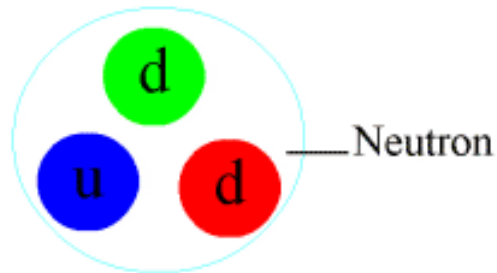
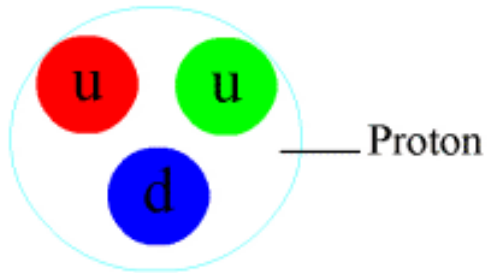
$$V_s = -\frac{4}{3} \frac{a_s}{r} + kr$$

- Πειραματική μαρτυρία και για τους δύο όρους.
- Εγκλωβισμός των κουάρκ σε μεγάλα  $r$ !



# Πυρηνική Δύναμη

Ισχυρός χαρακτήρας της πυρηνικής δύναμης μέσω της ανταλλαγής πιονίου μεταξύ των νουκλεονίων.



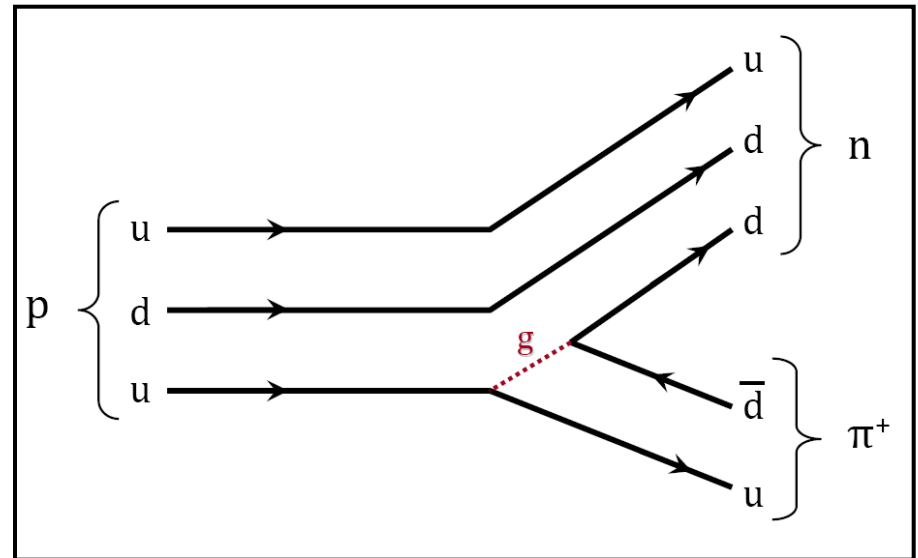
## Ανταλλαγή πιονίου

$$p \rightarrow n + \pi^+$$

$$n \rightarrow p + \pi^-$$

$$p \rightarrow p + \pi^0$$

$$n \rightarrow n + \pi^0$$

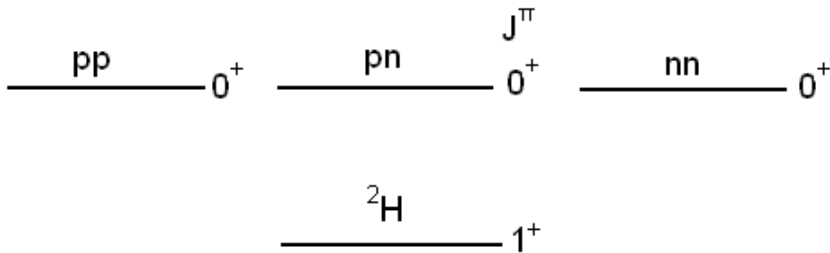


# Συστήματα Δύο Νουκλεονίων

Κάνοντας χρήση του φορμαλισμού του ισοσπίν, βλέπουμε ότι έχουμε τέσσερις πιθανές καταστάσεις, μια τριπλή και μια μονή κατάσταση.

$$I = 1 \begin{cases} I_3 = +1 & pp \\ I_3 = 0 & pn \\ I_3 = -1 & nn \end{cases}$$

$$I = 0 \quad I_3 = 0$$



Isosinglet



# Το Δευτέριο

Δέσμιο n-p σύστημα. Το μόνο δέσμιο σύστημα N-N.

Πειραματικά δεδομένα:

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} \cong 2.1 \text{ fm} \quad I = 0, I_3 = 0$$

$J^\pi=1^+$  Ενέργεια σύνδεσης :  $2.22463 \pm 0.00004 \text{ MeV}$ .

**Δεν παρατηρούμε καμιά διεγερμένη κατάσταση!**

**Μαγνητική Διπολική ροπή:**  $\langle \vec{\mu} \rangle = 0.8574376 \pm 0.0000004 \mu_N$

**Τετραπολική Ηλεκτρική ροπή:**  $Q = 0.00288 \pm 0.00002 \text{ b}$

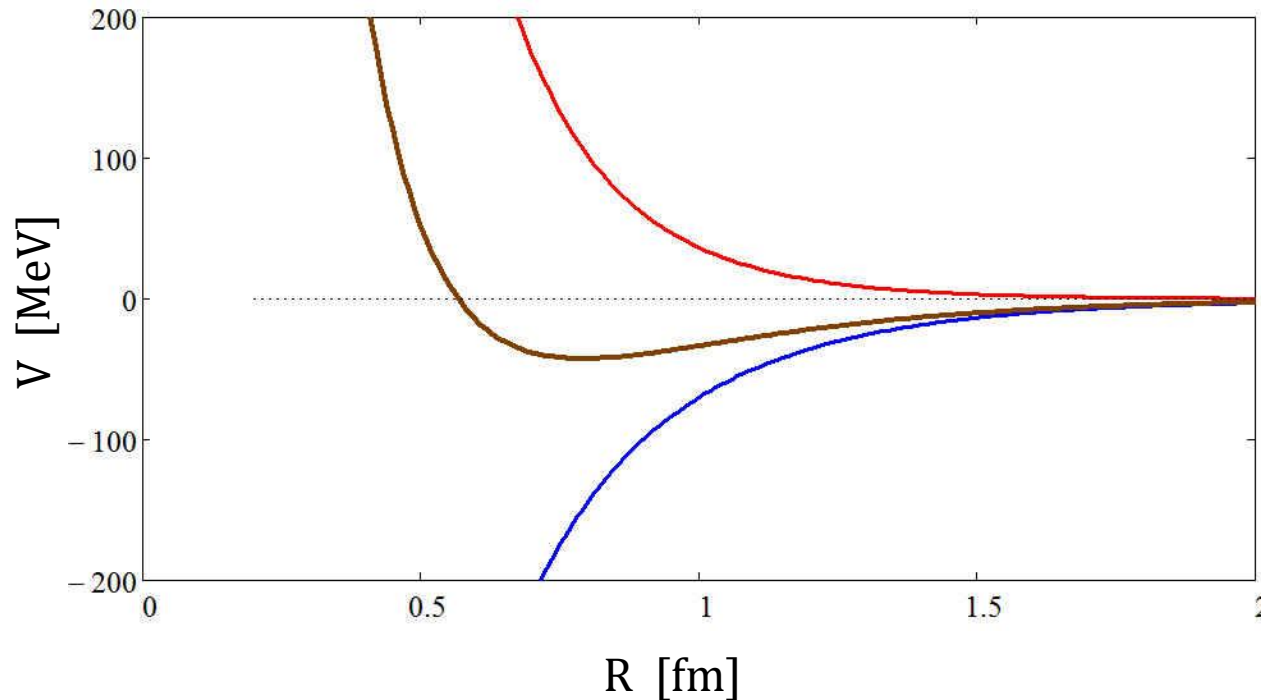
# Το Δευτέριο

Δέσμιο n-p σύστημα. Το μόνο δέσμιο σύστημα N-N.

Πειραματικά δεδομένα:

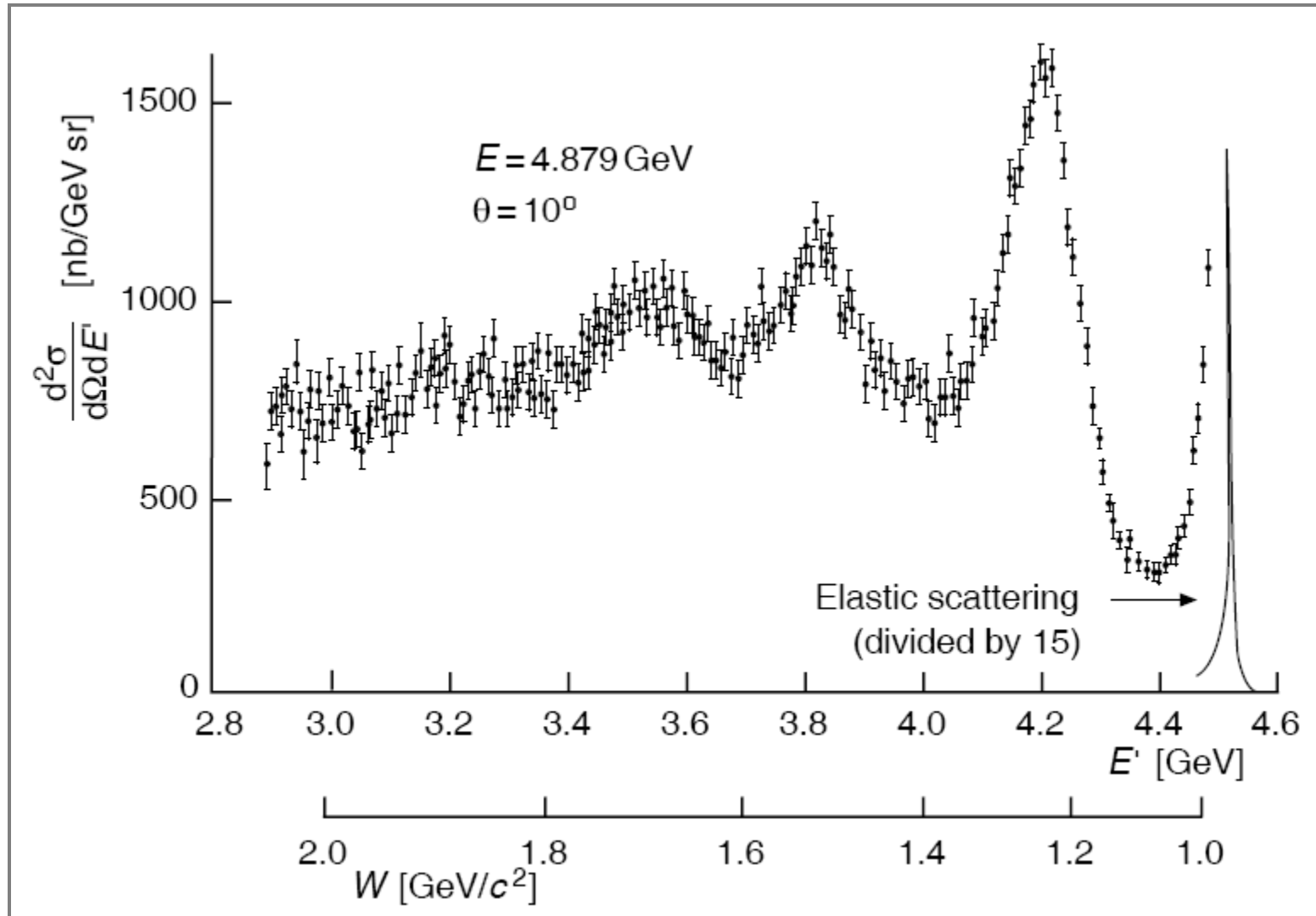
$$\langle r^2 \rangle^{1/2} \cong 2.1 \text{ fm}$$

$$I = 0, I_3 = 0$$



Περιγραφή του δυναμικού n-p με δύο όρους Yukawa.

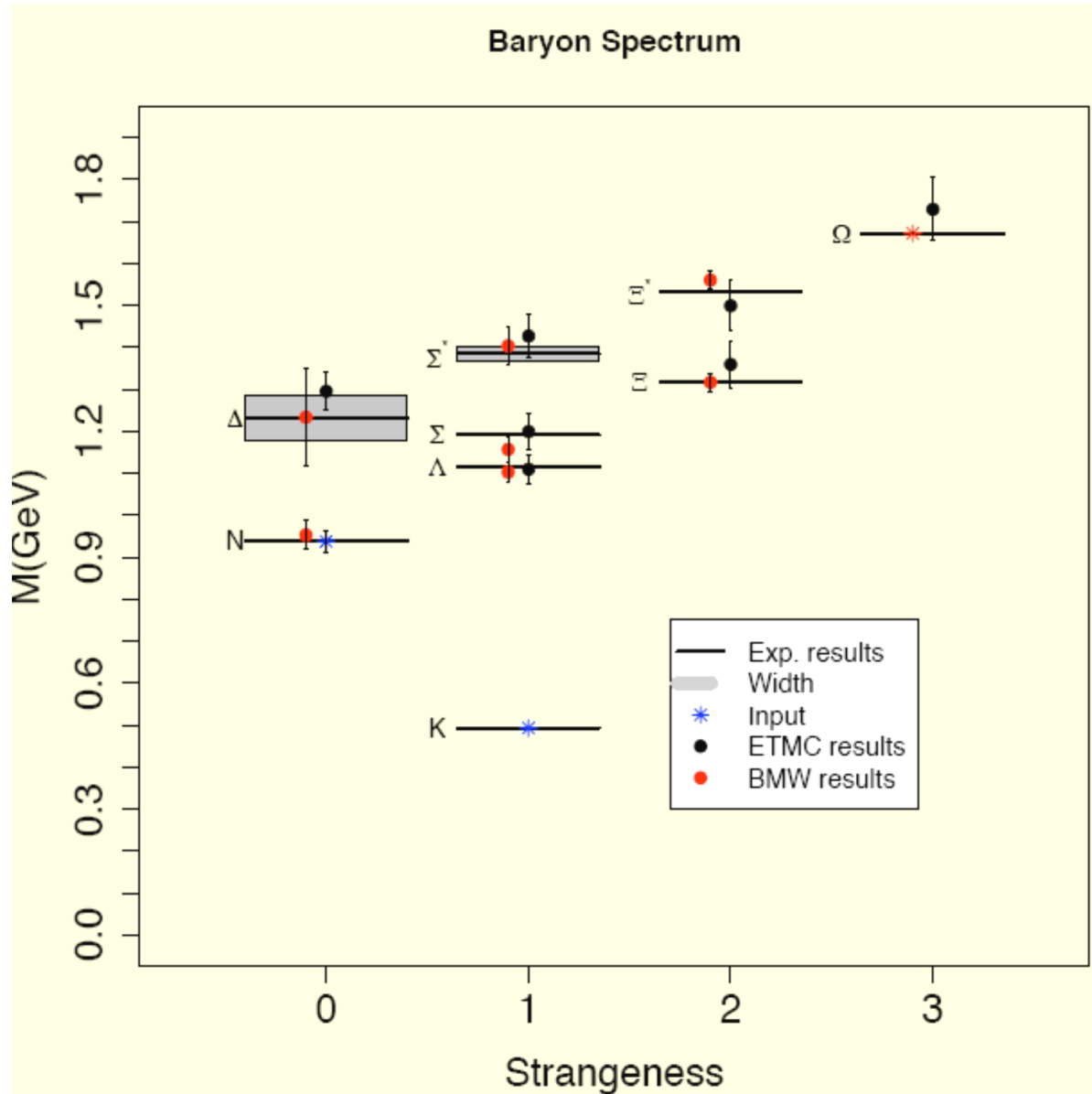
# Διέγερση Αδρονίων



Φάσμα σκέδασης ηλεκτρονίων από πρωτόνιο:  $H(e, e')$  DESY

# Μάζες Βαρυονίων

(υπολογισμένες σε ΚΧΔ – θεωρία πλέγματος)



# Ισοτοπικό Spin - Isospin

Heisenberg (1932):

p & n δύο καταστάσεις του ίδιου σωματίου, του Νουκλεονίου.

Σε αναλογία με το spin, αποδίδουμε κβαντικό αριθμό του **Isospin**.

Νουκλεόνια: (p,n)

$$I = \frac{1}{2}$$



(2I+1) προβολές  $I_3$



$$\begin{array}{ll} p: & I = \frac{1}{2} & I_3 = +\frac{1}{2} \\ n: & I = \frac{1}{2} & I_3 = -\frac{1}{2} \end{array}$$

Quarks : (u,d)

$$I = \frac{1}{2}$$



(2I+1) προβολές  $I_3$



$$\begin{array}{ll} u: & I = \frac{1}{2} & I_3 = +\frac{1}{2} \\ d: & I = \frac{1}{2} & I_3 = -\frac{1}{2} \end{array}$$

# Ισοτοπικό Spin - Isospin

Ποια η σχέση φορτίου Q και της προβολής Isospin  $I_3$ ;

Νουκλεόνια: (p,n)

	$I_3$	Q
p	+1/2	+1
n	-1/2	0

Quarks : (u,d)

	$I_3$	Q
u	+1/2	+2/3
d	-1/2	-1/3

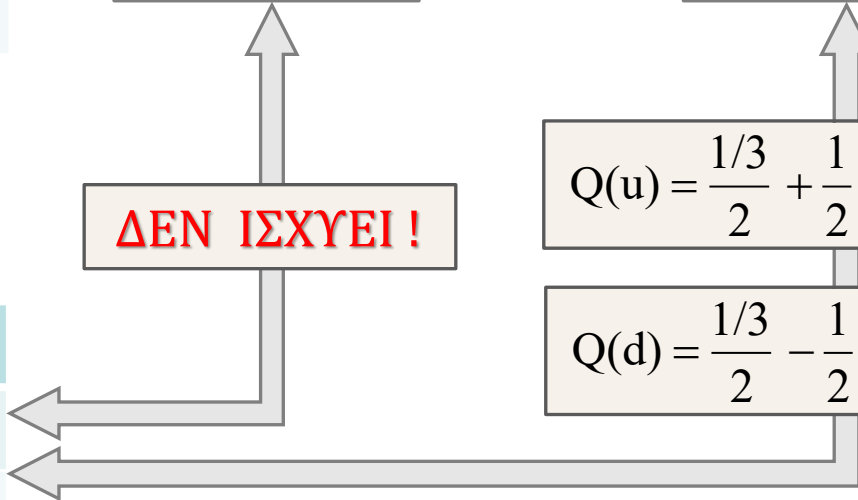
$$Q = \frac{1}{2} + I_3$$

$$Q = \frac{B}{2} + I_3$$

**ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ !**

$$Q(u) = \frac{1/3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = +\frac{2}{3}$$

$$Q(d) = \frac{1/3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}$$



# Ισοτοπικό Spin - Isospin

- Η προβολή του Isospin  $I_3$  είναι προσθετικός αριθμός!
- Η προβολή του Isospin σωματίων μπορεί να υπολογισθεί από το περιεχόμενο τους σε quarks.

Μεσόνιο  $\pi$ : ( $\pi^-, \pi^0, \pi^+$ )



$$|\pi^+\rangle = |u\bar{d}\rangle \Rightarrow I_3(\pi^+) = \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = +1$$

$$|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) \Rightarrow I_3(\pi^0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) \right] = 0$$

$$|\pi^-\rangle = |d\bar{u}\rangle \Rightarrow I_3(\pi^-) = -\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

# Ισοτοπικό Spin - Isospin

- Η προβολή του Isospin  $I_3$  είναι προσθετικός αριθμός!
- Η προβολή του Isospin σωματίων μπορεί να υπολογισθεί από το περιεχόμενο τους σε quarks.

## Αδρόνια

$$|p\rangle = |uud\rangle \Rightarrow I_3(p) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = +\frac{1}{2}$$

$$|n\rangle = |udd\rangle \Rightarrow I_3(n) = \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$|\Delta^{++}\rangle = |uuu\rangle \Rightarrow I_3(\Delta^{++}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = +\frac{3}{2}$$

# Isospin στο πρότυπο των quarks

Σωματάρια με τον ίδιο αριθμό u και d quarks έχουν περίπου την ίδια μάζα και μπορούν να διαχειριστούν με τον ίδιο τρόπο. Η αναγωγή του Isospin στο πρότυπο των quarks επιτυγχάνεται με το αποδώσουμε Isospin  $\frac{1}{2}$  στα u και d quarks και 0 στα υπόλοιπα.

Quark	Q	I	$I_3$
u	+2/3	1/2	+1/2
d	-1/3	1/2	-1/2
s	-1/3	0	0
c	+2/3	0	0
b	-1/3	0	0
t	+2/3	0	0

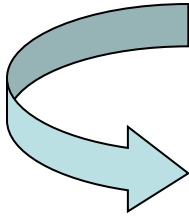
# Isospin και Υπερφορτίο

Ο συσχετισμός της προβολής του Ισοσπίν  $I_3$  και του ηλεκτρικού φορτίου  $Q$  ενός σωματιδίου με την βοήθεια του Υπερφορτίου  $Y$ .

$$Q = I_3 + \frac{B + S}{2} = I_3 + \frac{Y}{2}$$

όπου

$$Y = B + S$$



$$I_3 = Q - \frac{B + S}{2} = Q - \frac{Y}{2}$$

Παράδειγμα

$$\Sigma^+(uus) \quad I_3 = Q - (B+S)/2 = (+1) - (1-1)/2 = +1$$

$$\Xi^-(dss) \quad I_3 = Q - (B+S)/2 = (-1) - (1-2)/2 = -1/2$$

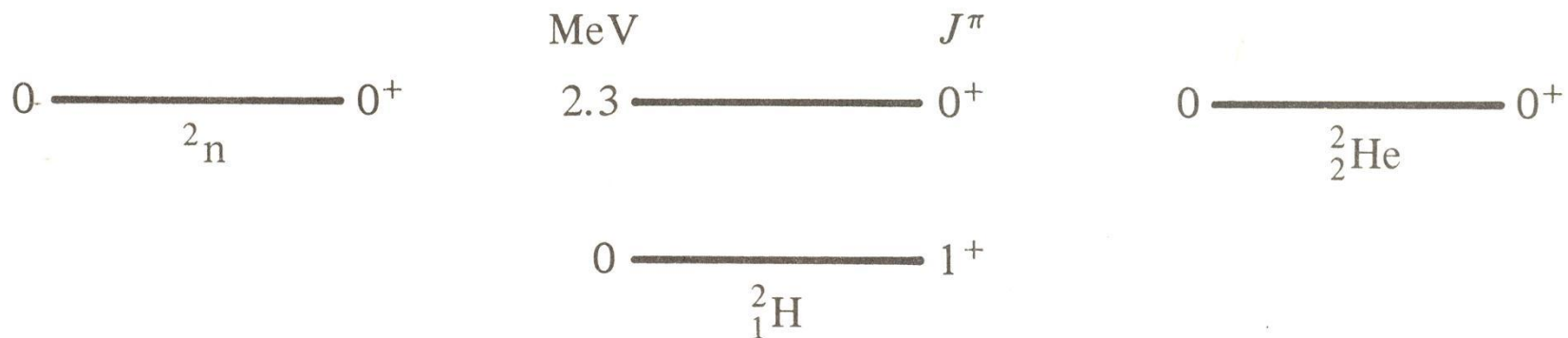
# Ισοτοπικές καταστάσεις Δινουκλεονίου

Η κατάσταση δύο Νουκλεονίων ( $I=1/2$ ) μπορεί να μας δώσει (ίδια άλγεβρα με το spin!) μια

τριπλή κατάσταση  $\{ (1, 1), (1,0), (1,-1) \}$

και μία μονή κατάσταση  $(0,0)$ .

Στην φύση παρατηρείται μία μόνο κατάσταση δέσμια. Αυτή του πρωτονίου-νετρονίου, το Δευτέριο, με spin  $J=1$ . Οι υπόλοιπες καταστάσεις, με spin  $J=0$ , δεν είναι δέσμιες. Αυτό είναι συνέπεια (μαρτυρία), ότι οι πυρηνικές δυνάμεις εξαρτώνται από το spin, και όχι το Isospin των Νουκλεονίων.



Το Σύμπαν θα ήταν πολύ διαφορετικό αν ή πυρηνικές δυνάμεις ήταν ελάχιστα διαφορετικές στην εξάρτησή τους από το spin !

# Ισοτοπικές καταστάσεις Πυρήνων

Τι σημαίνει για τα πυρηνικά συστήματα κάθε μια προβολή  $I_3$  για δοσμένη οικογένεια πυρήνων με μαζικό αριθμό  $A$ ;

$$I_3 = \frac{Z - N}{2}$$

$$A = Z + N$$

Από το απλό αυτό σύστημα καθορίζεται ακριβώς ο αριθμός πρωτονίων και νετρονίων του πυρηνικού συστήματος.

Για παράδειγμα:

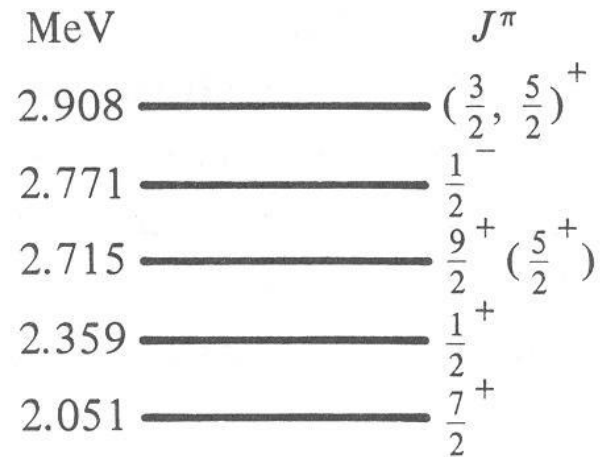
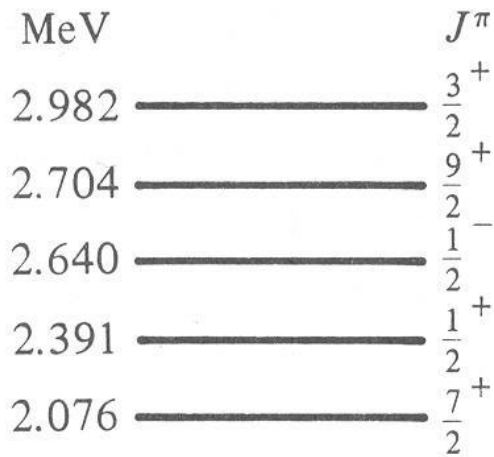
Στην οικογένεια με  $A=23$  για  $I=1/2$  υπάρχουν δύο μέλη με  $I_3=-1/2$  και  $I_3=+1/2$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} I_3 = \frac{Z - N}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow Z - N = -1 \\ A = Z + N = 23 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z = 11 \\ N = 12 \end{array} \right\}$$

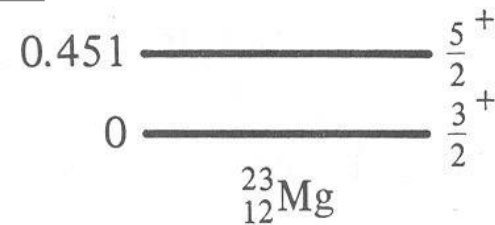
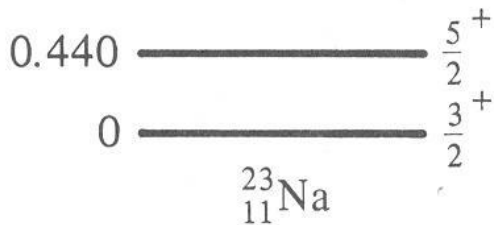
$$\left\{ \begin{array}{l} I_3 = \frac{Z - N}{2} = +\frac{1}{2} \Rightarrow Z - N = +1 \\ A = Z + N = 23 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z = 12 \\ N = 11 \end{array} \right\}$$

Κατοπτρικοί πυρήνες  $^{23}\text{Na}$  και  $^{23}\text{Mg}$

# Ισοτοπικές καταστάσεις Πυρήνων



$$I_3 = \frac{Z - N}{2}$$



$$I_3 = -1/2$$

$$A=23, I=1/2$$

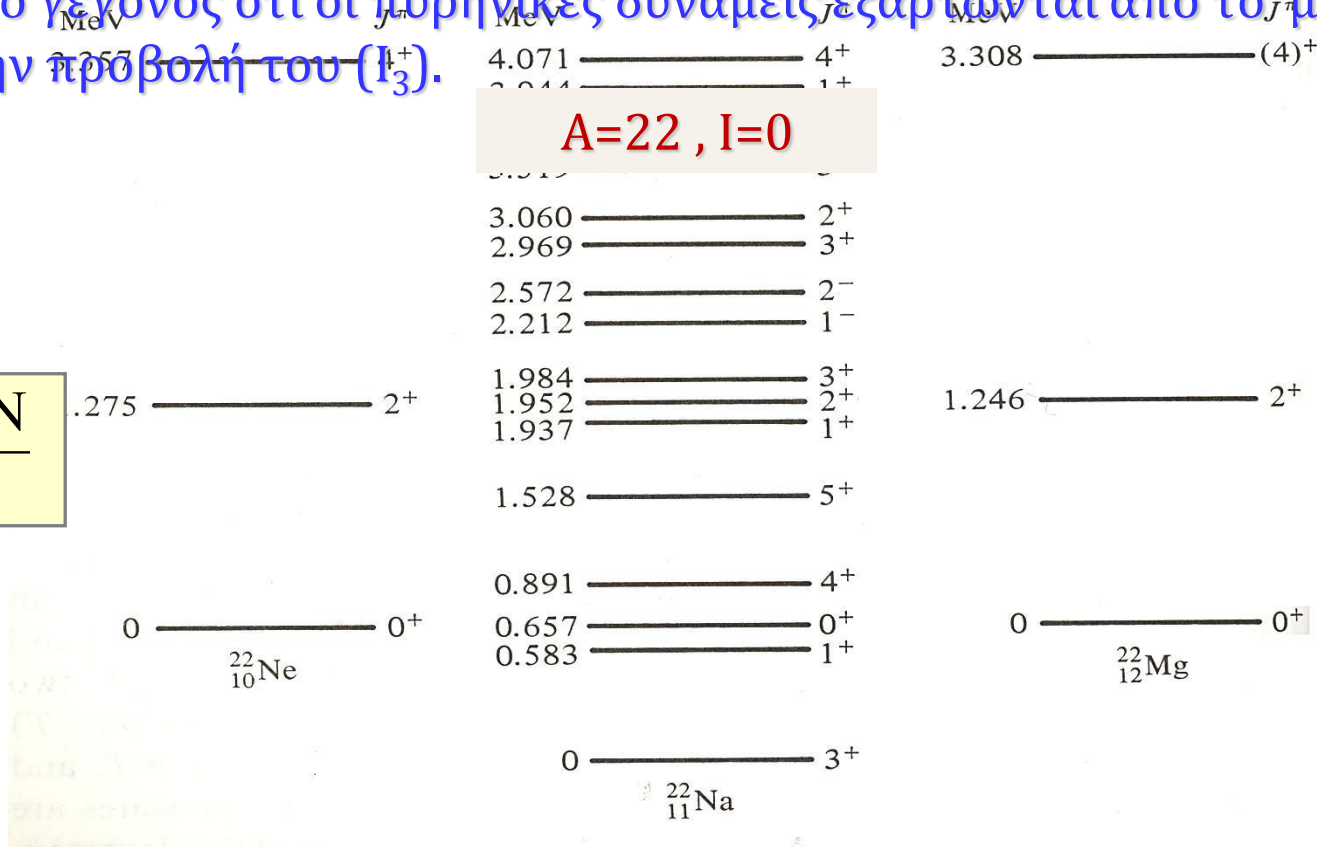
$$I_3 = +1/2$$

Κατοπτρικοί πυρήνες  $^{23}\text{Na}$  και  $^{23}\text{Mg}$

# Ισοτοπικές καταστάσεις Πυρήνων

Για πυρήνες (ιδιαίτερα όπου  $N \sim Z$ ) το Isospin αναδεικνύει τόσο την αξία του όσο και το γεγονός ότι οι πυρηνικές δυνάμεις εξαρτώνται από το μέγεθος του  $I$  και όχι την προβολή του ( $I_3$ ).

$$I_3 = \frac{Z - N}{2}$$



$I_3 = -1$

$I_3 = 0$

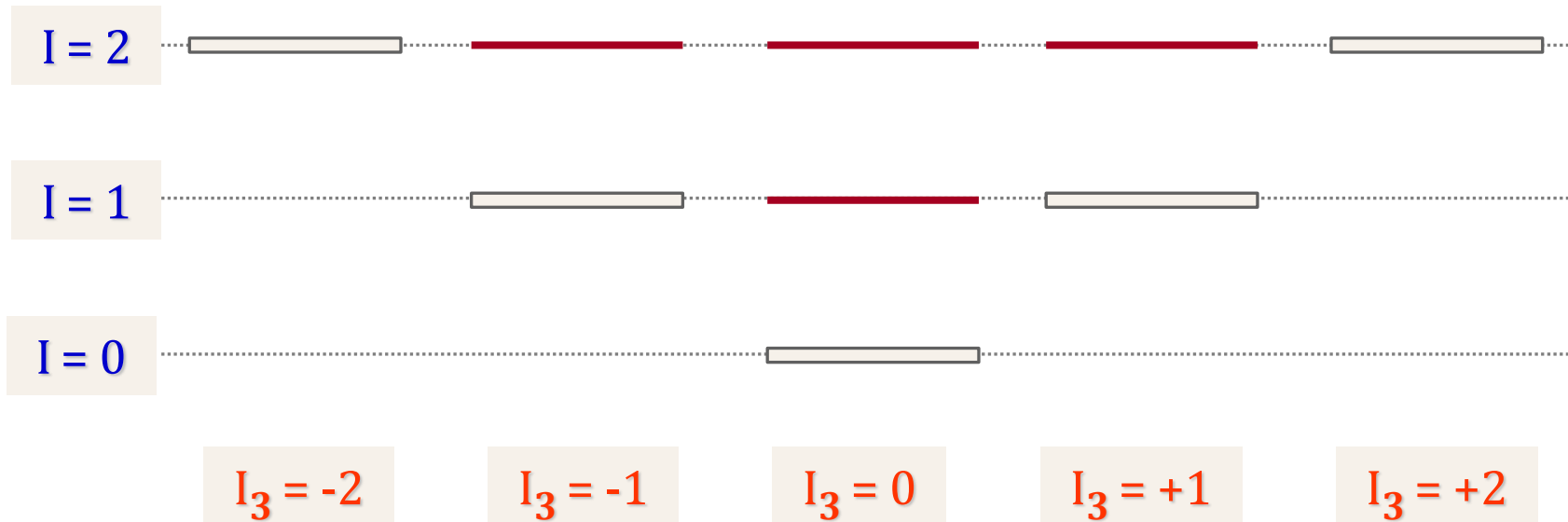
$I_3 = +1$

# Ισοτοπικές καταστάσεις Πυρήνων


Διάταξη **κατοπτρικών** πυρήνων για **ακέραιο Isospin I**.

Σε κάθε τιμή του I αντιστοιχούν  **$2I+1$**  προβολές  $I_3$ .

$$I_3 = \frac{Z - N}{2}$$

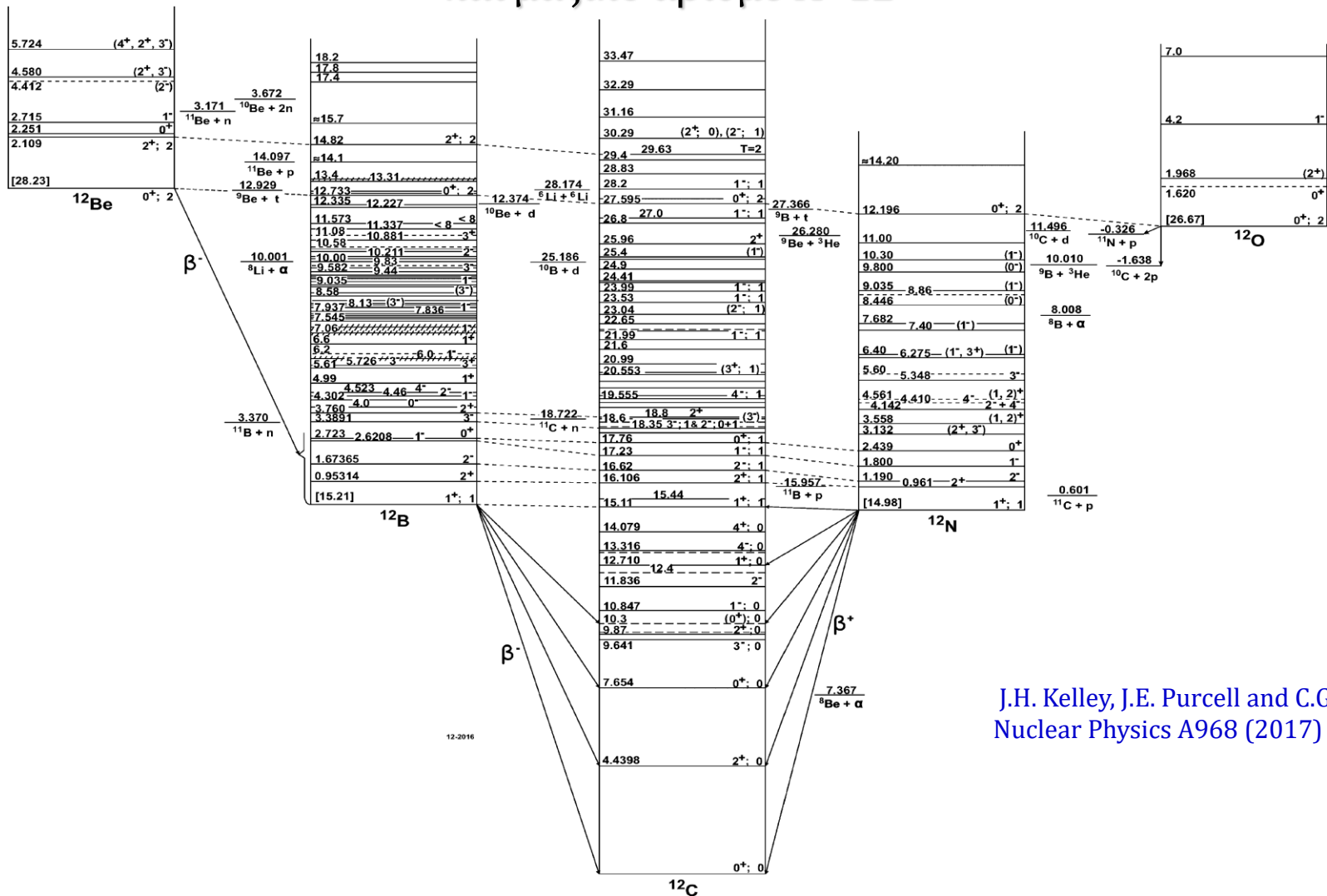


Βασική κατάσταση: 

Διεγερμένη κατάσταση: 

# Ισοτοπικές καταστάσεις Πυρήνων

Διάταξη κατοπτρικών πυρήνων για το ακέραιο Isospin  $I=0$ ,  $I=1$ ,  $I=2$  και μαζικό αριθμό  $A=12$



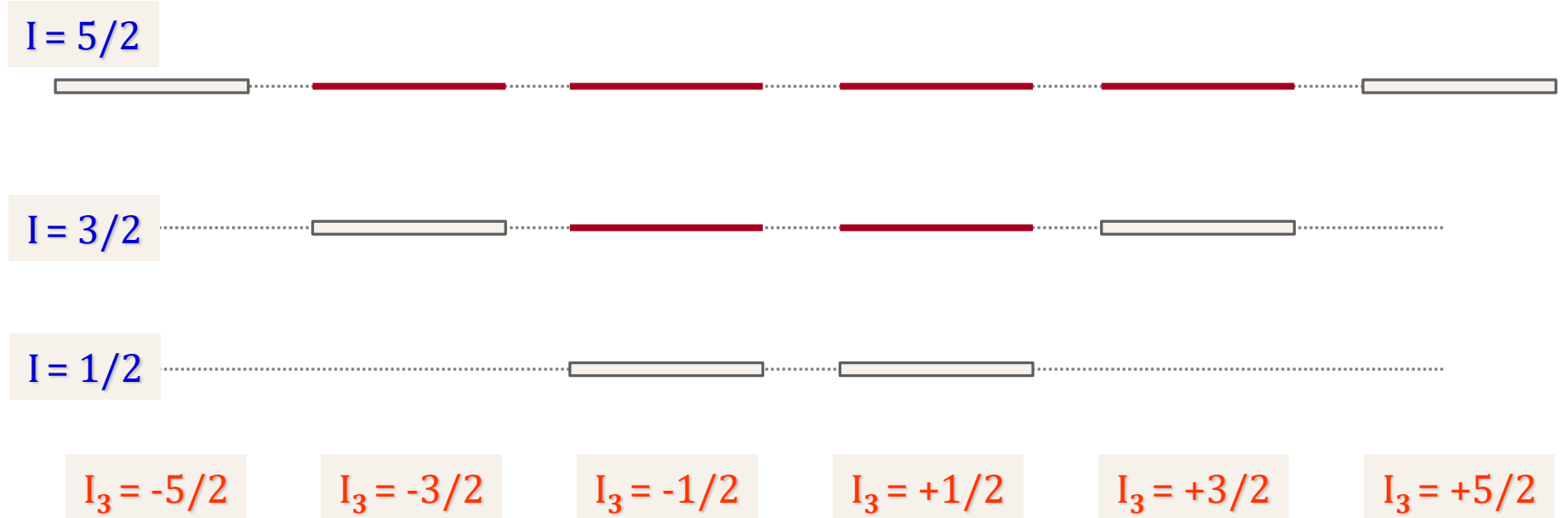
J.H. Kelley, J.E. Purcell and C.G. Sheu  
Nuclear Physics A968 (2017) 71-253

# Ισοτοπικές καταστάσεις Πυρήνων

Διάταξη **κατοπτρικών** πυρήνων για ημιακέραιο Isospin  $I$ .

Σε κάθε τιμή του  $I$  αντιστοιχούν  $2I+1$  προβολές  $I_3$ .

$$I_3 = \frac{Z - N}{2}$$

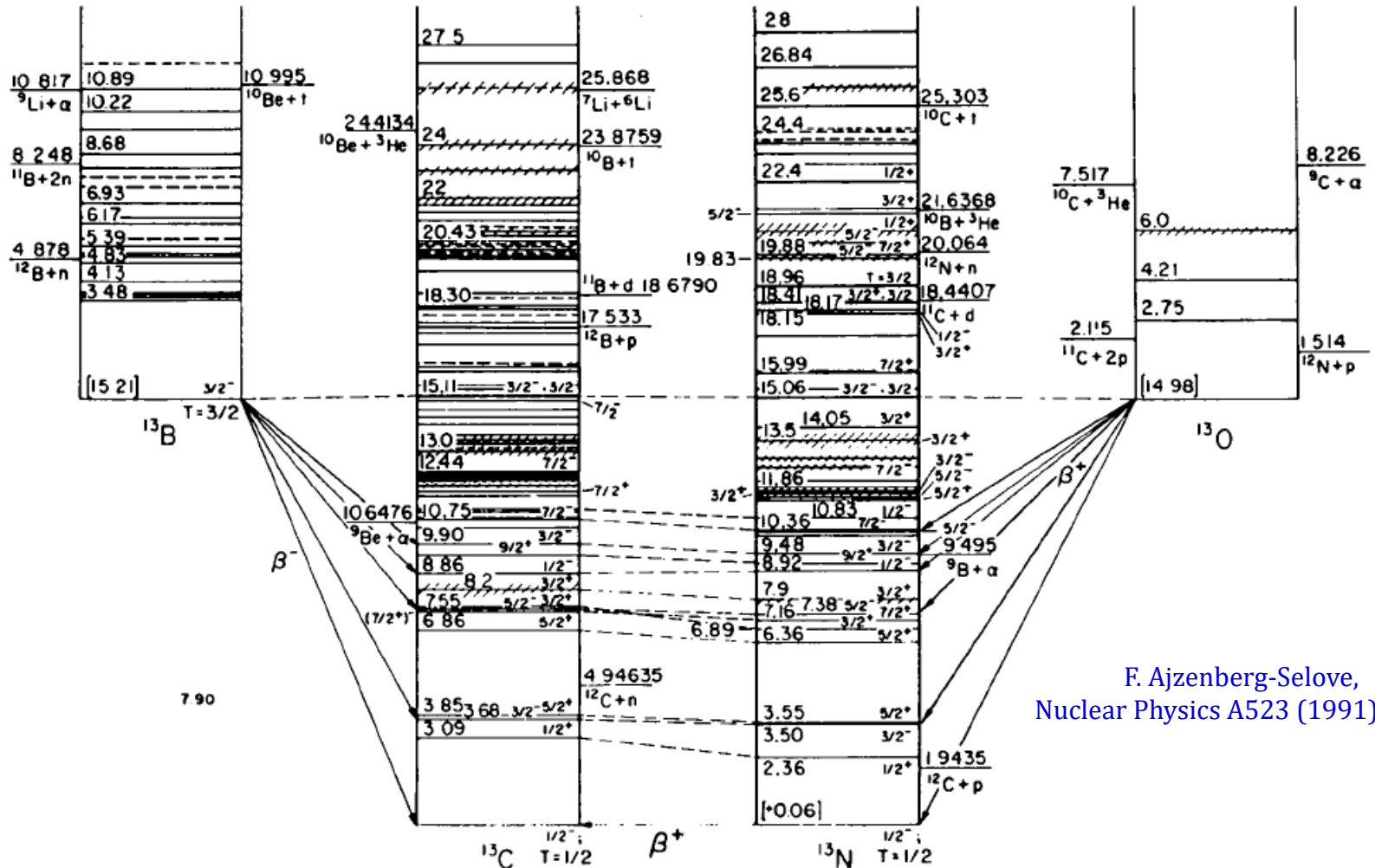


Βασική κατάσταση: 

Διεγερμένη κατάσταση: 

# Ισοτοπικές καταστάσεις Πυρήνων

Διάταξη **κατοπτρικών** πυρήνων για το ημιακέραιο **Isospin  $I=1/2$**  και  **$I=3/2$**  και μαζικό αριθμό  **$A=13$**



F. Ajzenberg-Selove,  
Nuclear Physics A523 (1991) 1-196

# Κατοπτρικοί Πυρήνες

Κατοπτρικοί πυρήνες: Έχουν τον ίδιο μαζικό αριθμό, ο δε αριθμός πρωτονίων του ενός ισούται με τον αριθμό νετρονίων του άλλου, δηλαδή:



**Οι κατοπτρικοί πυρήνες έχουν αντίθετες προβολές Ισοσπίν!**

Με βάση τον ημιαμπειρικό τύπο ενέργειας σύνδεσης, οι βασικές καταστάσεις δύο κατοπτρικών πυρήνων διαφέρουν μόνο κατά τους όρους Coulomb:

$$BE({}^A_Z X) = aA - bA^{2/3} - d \frac{Z^2}{A^{1/3}} - s \frac{(Z-N)^2}{A} + \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

$$BE({}^A_N Y) = aA - bA^{2/3} - d \frac{N^2}{A^{1/3}} - s \frac{(N-Z)^2}{A} + \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

$$BE({}^A_Z X) - BE({}^A_N Y) = d \frac{N^2 - Z^2}{A^{1/3}} = d \frac{(N-Z)(N+Z)}{A^{1/3}} = d(N-Z)A^{2/3}$$

**Διαφορά των όρων Coulomb!**

## Άσκηση: Ο Συντονισμός $\Delta(1232)$

Η πρώτη διεγερμένη κατάσταση του νουκλονίου, η κατάσταση  $\Delta(1232)$ , έχει σπιν=3/2 και ισοσπιν=3/2. Αποδιαγείρεται με την εκπομπή πιονίων. Η κατάσταση αυτή πρωτοπαρατηρήθηκε από τον Fermi και τους συνεργάτες του σαν συντονισμός στην σκέδαση πιονίων από Νουκλεόνια. Χρησιμοποιώντας τους κανόνες διατήρησης του ισοσπίν να :

1. Προβλέψετε πόσες καταστάσεις  $\Delta$  μπορούν να παρατηρηθούν.
2. Προτείνετε τρόπο δημιουργίας τους (πείραμα).
3. Προβλέψετε με ποιό τρόπο αποδιαγείρονται οι καταστάσεις αυτές και με ποιό σχετικό ρυθμό.

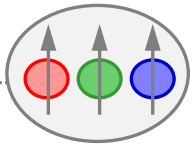
# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

Διεγερμένες καταστάσεις του Νουκλεονίου: Το σωματίδιο  $\Delta$ .  
( $\Delta$  resonance)

Σωματίδιο  
Μάζα

Συνολικό  
Spin

$\Delta$   
1232 MeV  
 $I = 3/2$

$J = 3/2$   


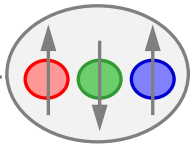
ddd  
 $\Delta^-$

udd  
 $\Delta^0$

uud  
 $\Delta^+$

uuu  
 $\Delta^{++}$

N  
939 MeV  
 $I = 1/2$

$J = 1/2$   


udd  
n

uud  
p

$I_3 = -3/2$

$I_3 = -1/2$

$I_3 = +1/2$

$I_3 = +3/2$

# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

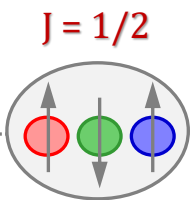
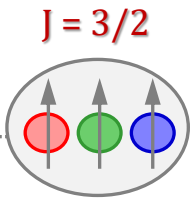
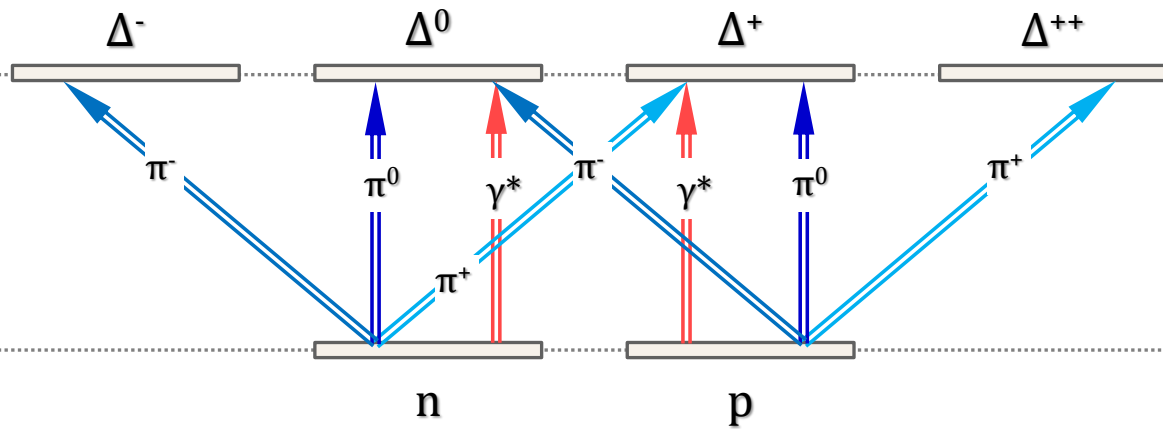
Διεγερμένες καταστάσεις του Νουκλεονίου: Το σωματίδιο  $\Delta$ .  
( $\Delta$  resonance)

Σωματίδιο  
Μάζα

Συνολικό  
Spin

$\Delta$   
1232 MeV  
 $I = 3/2$

N  
939 MeV  
 $I = 1/2$



$I_3 = -3/2$

$I_3 = -1/2$

$I_3 = +1/2$

$I_3 = +3/2$

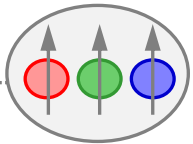
# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

Αποδιέγερση των καταστάσεων του σωματιδίου  $\Delta$ .

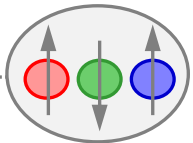
Σωματίδιο  
Μάζα

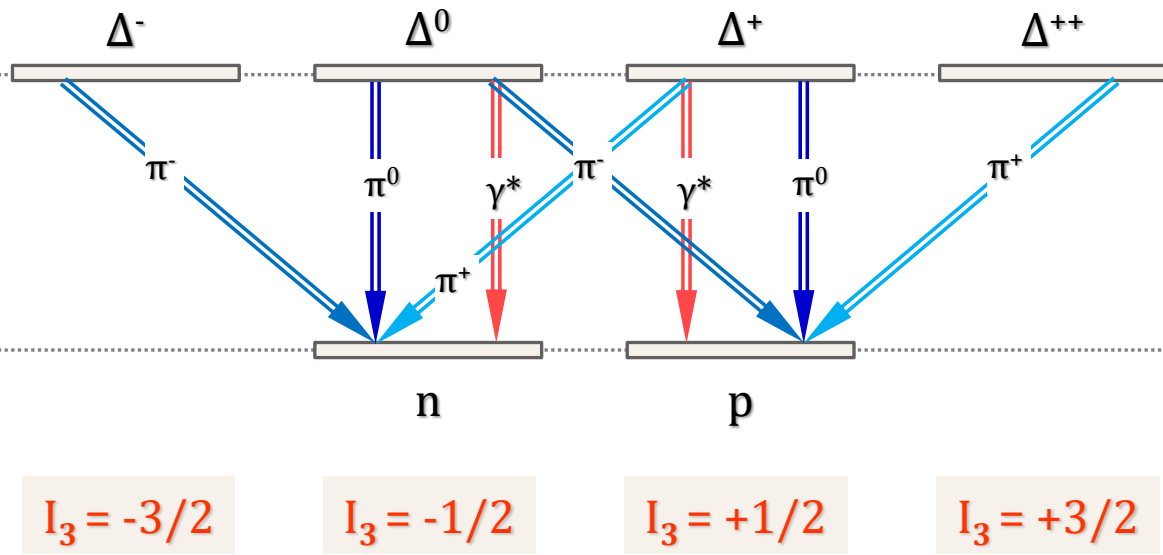
Συνολικό  
Spin

$\Delta$   
1232 MeV  
 $I = 3/2$

$J = 3/2$   


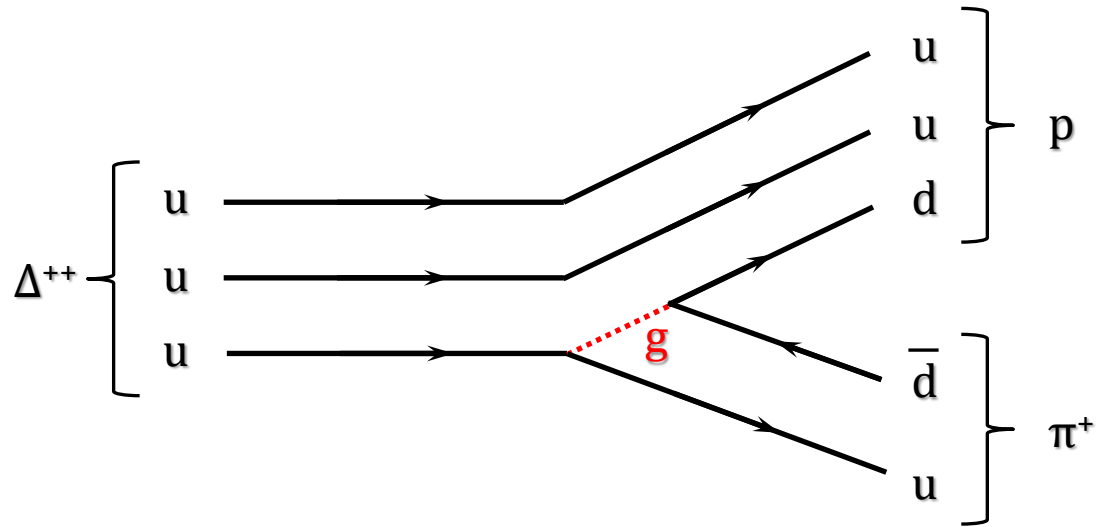
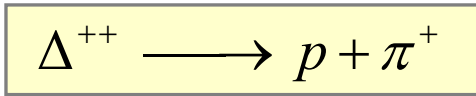
N  
939 MeV  
 $I = 1/2$

$J = 1/2$   




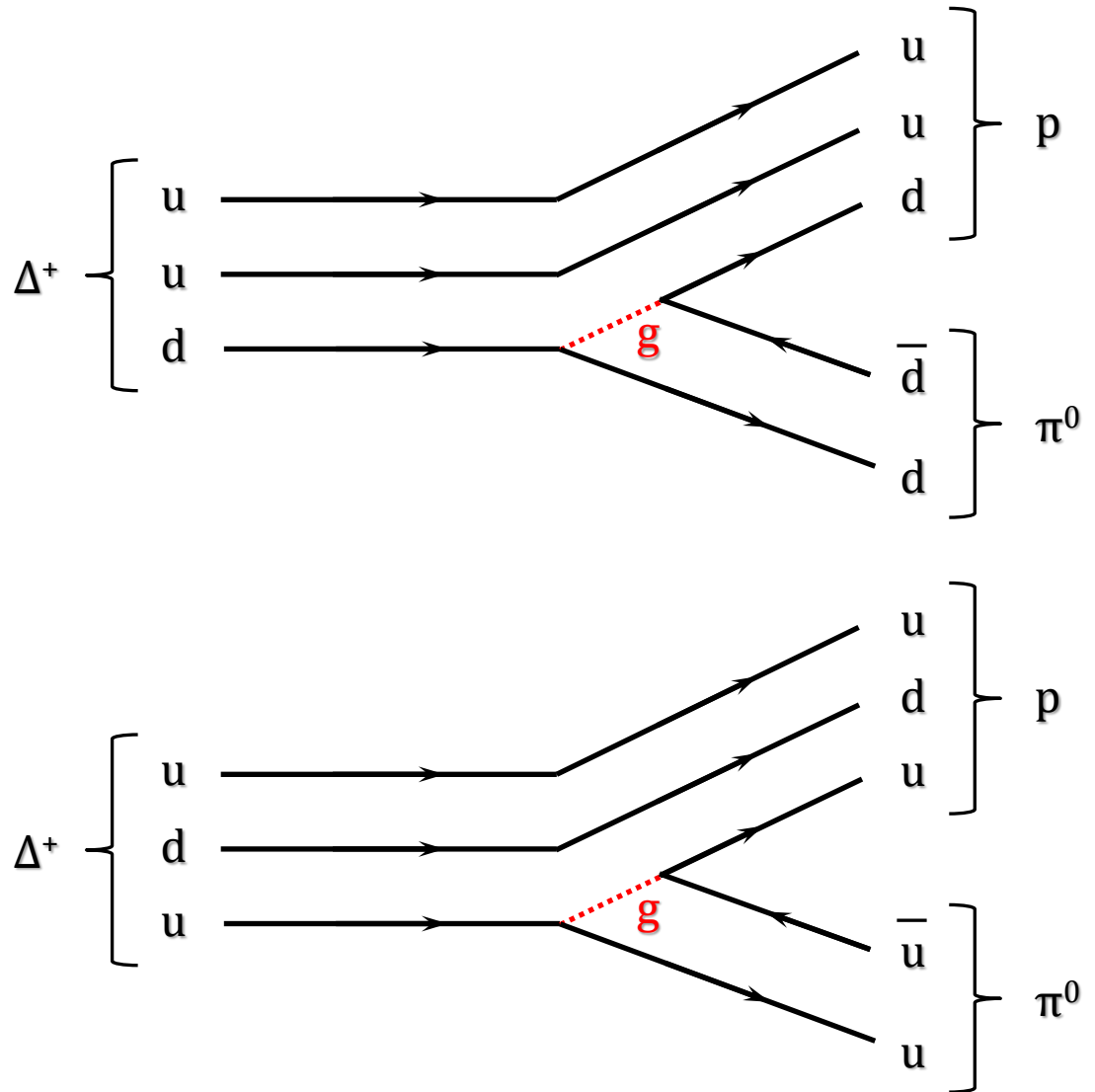
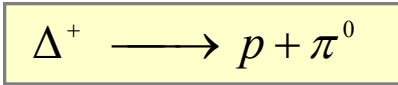
# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

Αποδιέγερση του σωματιδίου  $\Delta$



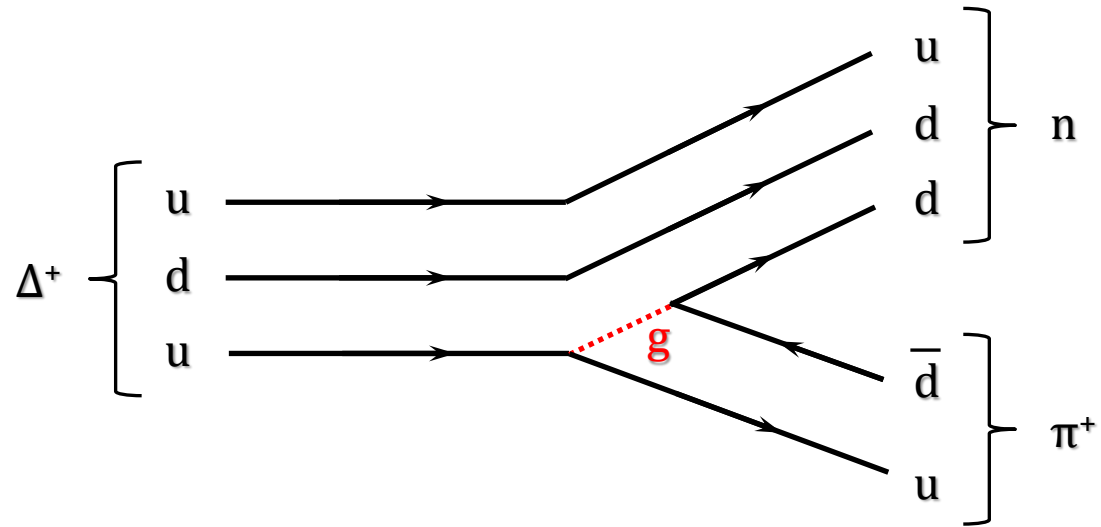
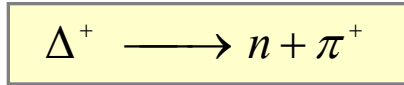
# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

Αποδιέγερση του σωματιδίου  $\Delta$



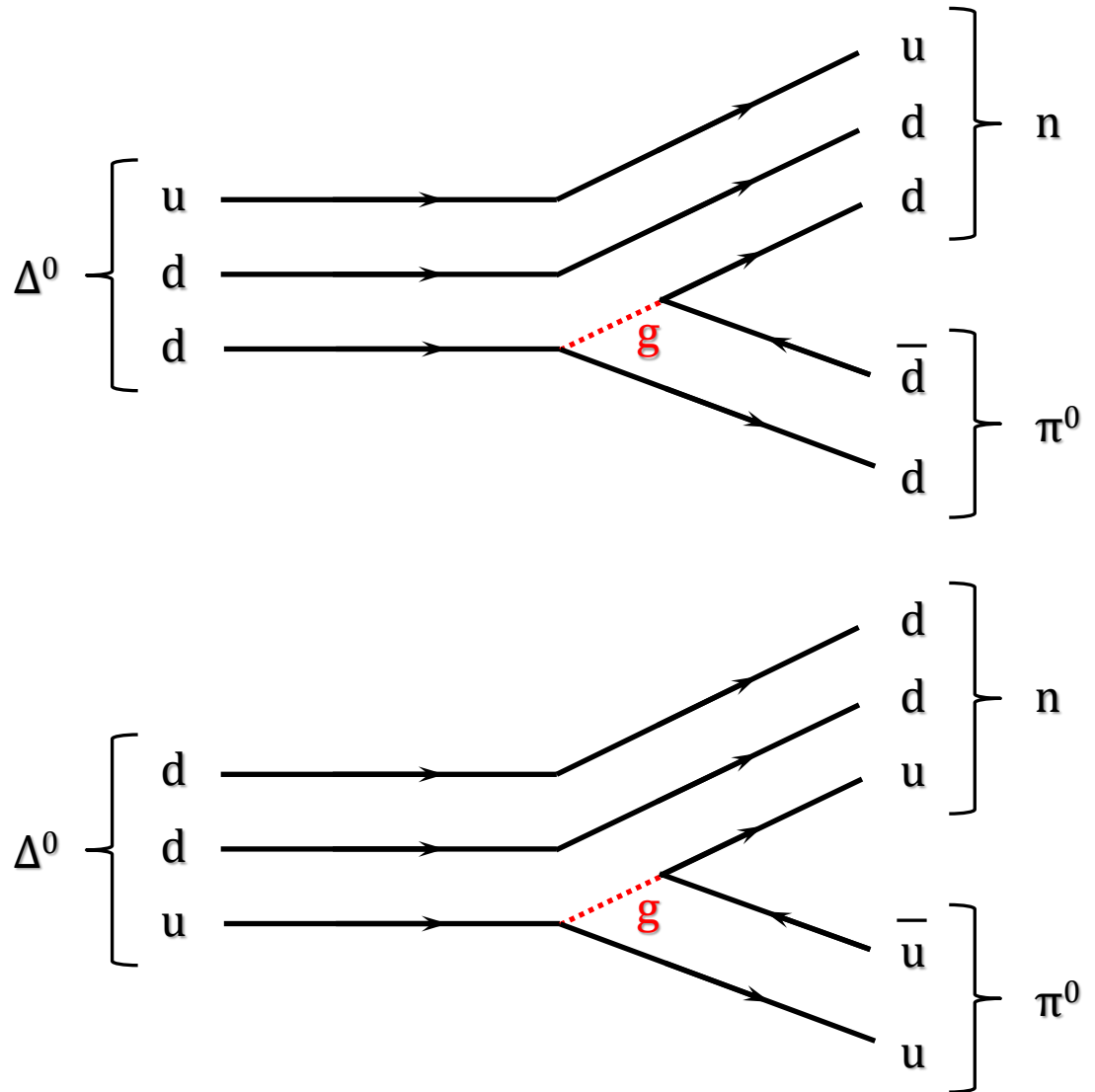
# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

Αποδιέγερση του σωματιδίου  $\Delta$



# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

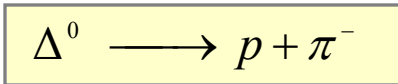
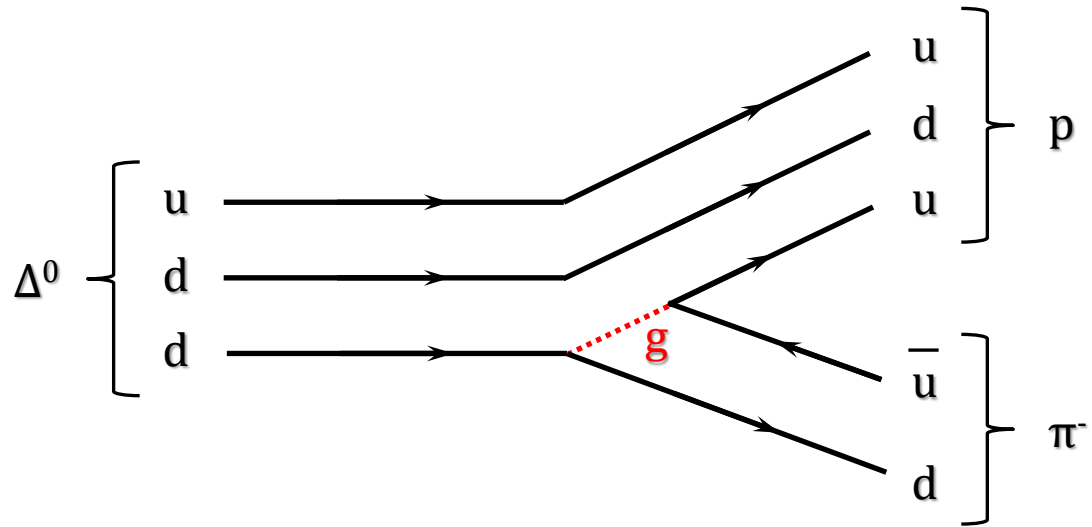
## Αποδιέγερση του σωματιδίου $\Delta$



$$\Delta^0 \longrightarrow n + \pi^0$$

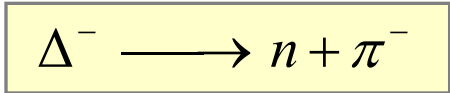
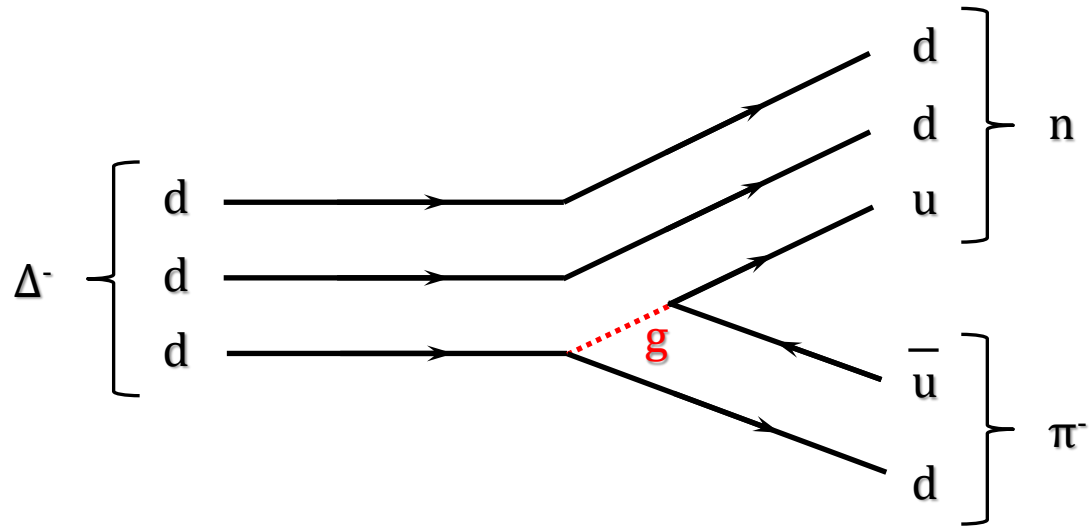
# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

Αποδιέγερση του σωματιδίου  $\Delta$



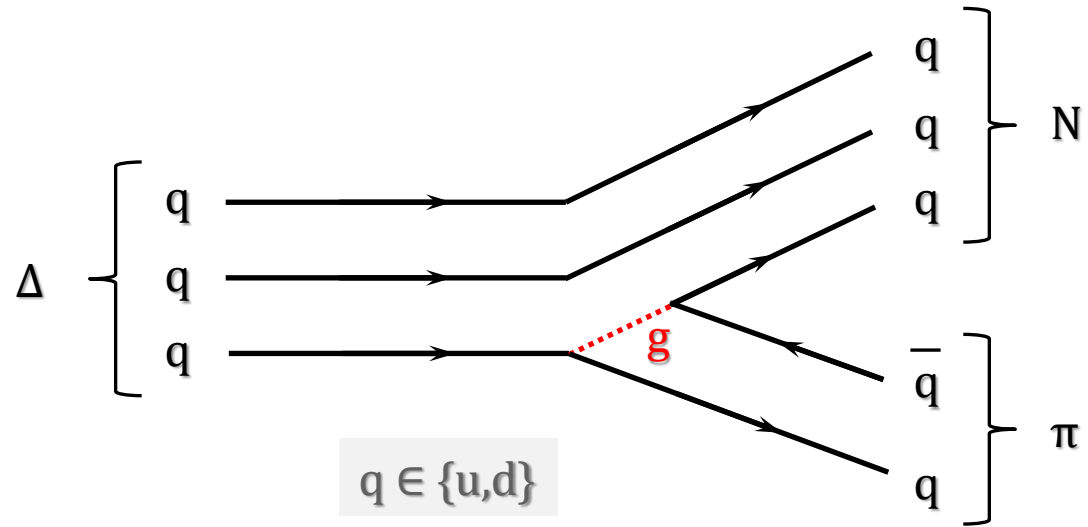
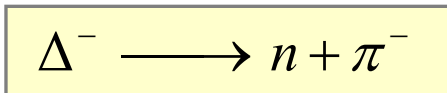
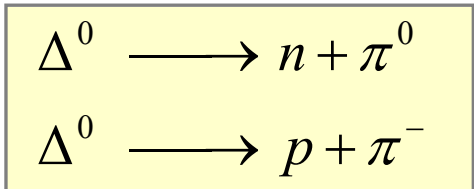
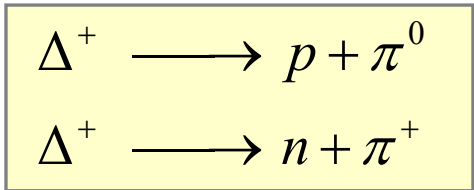
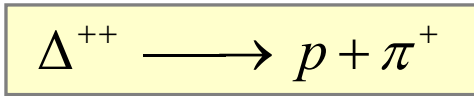
# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

Αποδιέγερση του σωματιδίου  $\Delta$

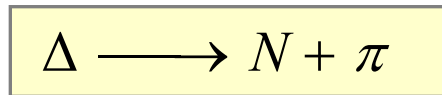


# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

## Αποδιέγερση του σωματιδίου $\Delta$

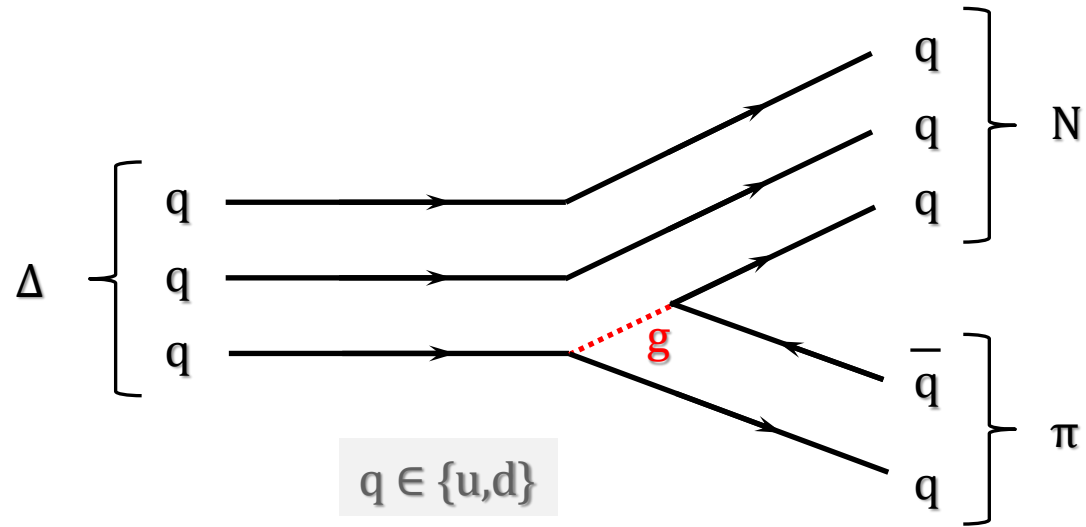
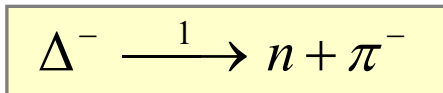
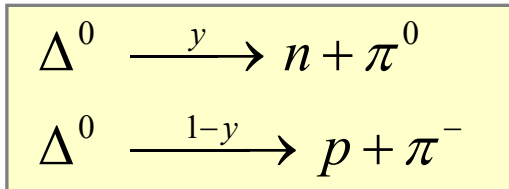
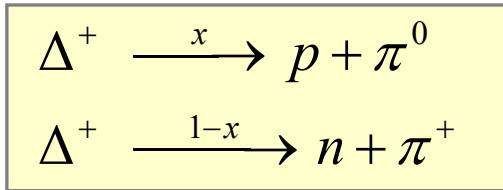
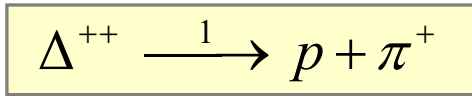


Εάν παραβλέψουμε τις διαφορετικές καταστάσεις φορτίου,  
όλες αυτές οι διασπάσεις συνοψίζονται στην

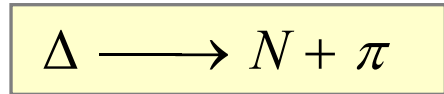


# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

## Αποδιέγερση του σωματιδίου $\Delta$

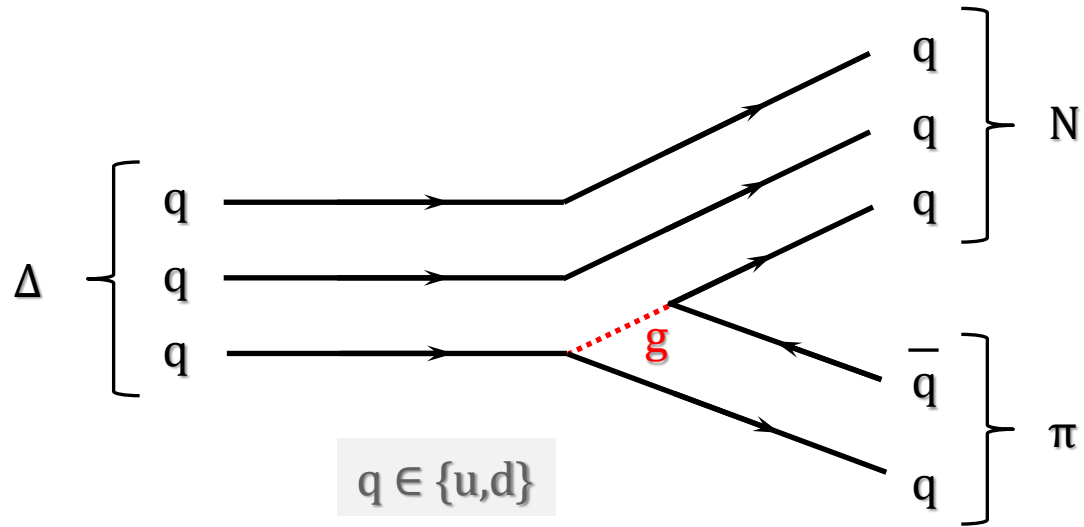
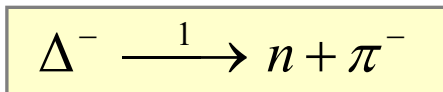
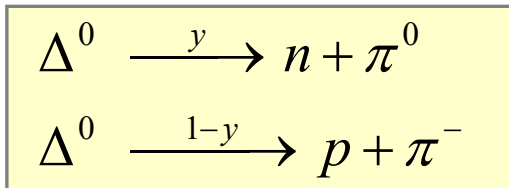
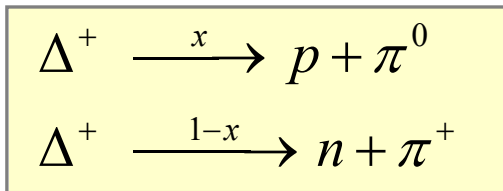
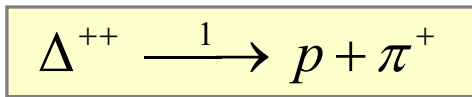


Πώς θα υπολογισθεί ο ρυθμός διάσπασης;



# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

## Αποδιέγερση του σωματιδίου $\Delta$



Η συμμετρία του Isospin επιβάλλει:

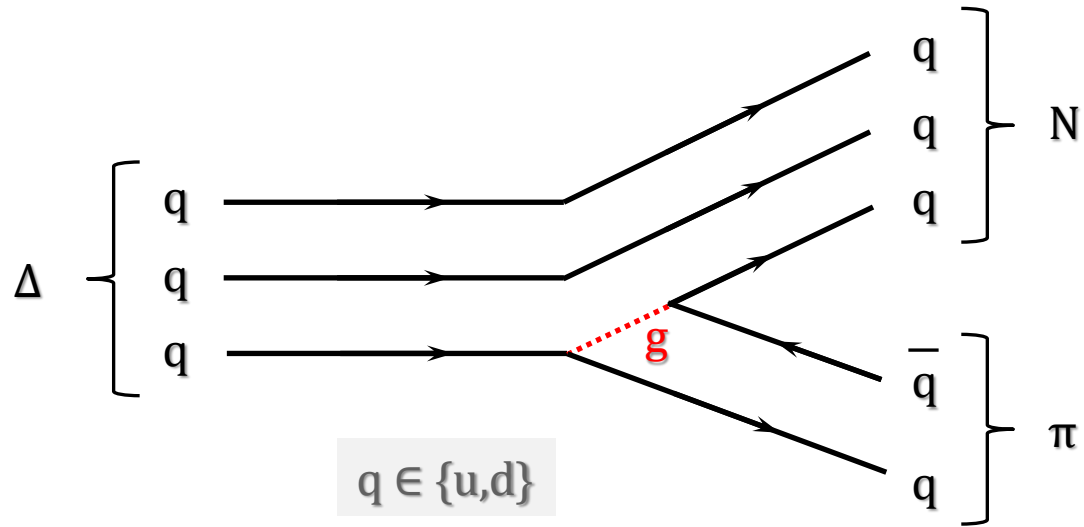
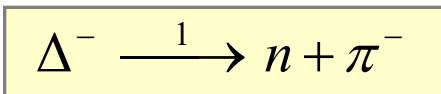
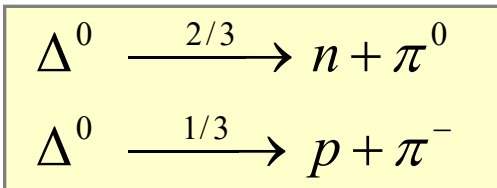
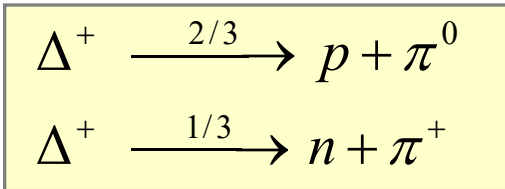
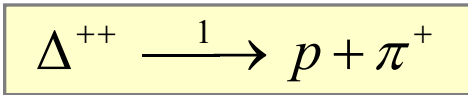
- Ίδιο αριθμό παραγωγής N ( $p \equiv n$ )
- Ίδιο αριθμό παραγωγής  $\pi$  ( $\pi^+ \equiv \pi^0 \equiv \pi^-$ )

$$p = n \Leftrightarrow 1 + x + (1 - y) = (1 - x) + y + 1$$

$$\pi^+ = \pi^0 = \pi^- \Leftrightarrow 1 + (1 - x) = x + y = (1 - y) + 1$$

# Ισοτοπικές καταστάσεις Αδρονίων

## Αποδιέγερση του σωματιδίου $\Delta$



Παρόλο που το σύστημα αυτό είναι υπερκαθορισμένο  
(2 άγνωστοι - 3 εξισώσεις) δίνει συμβατή λύση:

$$x = y = \frac{2}{3}$$