

Αντιδράσεις των κοσμικών ακτίνων στην ατμόσφαιρα, Καταιονισμοί.

(showers, cascades)

Τα πολυπληθέστερα σωματίδια των Κ.Α. είναι τα πρωτόνια. Όπως έχουμε αναφέρει η ενέργεια τους είναι υψηλή και αντιδρούν με τους πυρήνες της ατμόσφαιρας. Η αντίδραση γίνεται σε επίπεδο νουκλεονίων δηλαδή ο ατομικός αριθμός των πυρήνων του στόχου ελάχιστα επηρεάζει την αντίδραση λόγω της μεγάλης ορμής του σωματιδίου της δέσμης.

Η πιθανότητα να γίνει μια αντίδραση εξαρτάται από την πυκνότητα των στόχων που συναντά το σωματίδιο στη τροχιά του και την ενεργό διατομή σ που εξαρτάται από το είδος των σωματιδίων.

Μήκος αντίδρασης λ_{int} είναι το πάχος του υλικού που όταν το περνά μια δέσμη σωματιδίων το ποσοστό των σωματιδίων που δεν έχουν αντιδράσει είναι $1/e$.

$$N = N_0 e^{-x/\lambda} \quad dN = -N_0 \lambda_{int} dx$$

Το εκφράζουμε με gr/cm^2 (επιφανειακή πυκνότητα) ώστε να είναι ανεξάρτητο από το πάχος του υλικού.¹

Η ενεργός διατομή ²γενικά εξαρτάται από την ενέργεια και την δημιουργία συντονισμών. Όμως στις υψηλές ενέργειες υπάρχει μόνο μια μικρή εξάρτηση από την $\sqrt{s}$ (Ενέργεια Κ.Μ.)

Η ατμόσφαιρα.

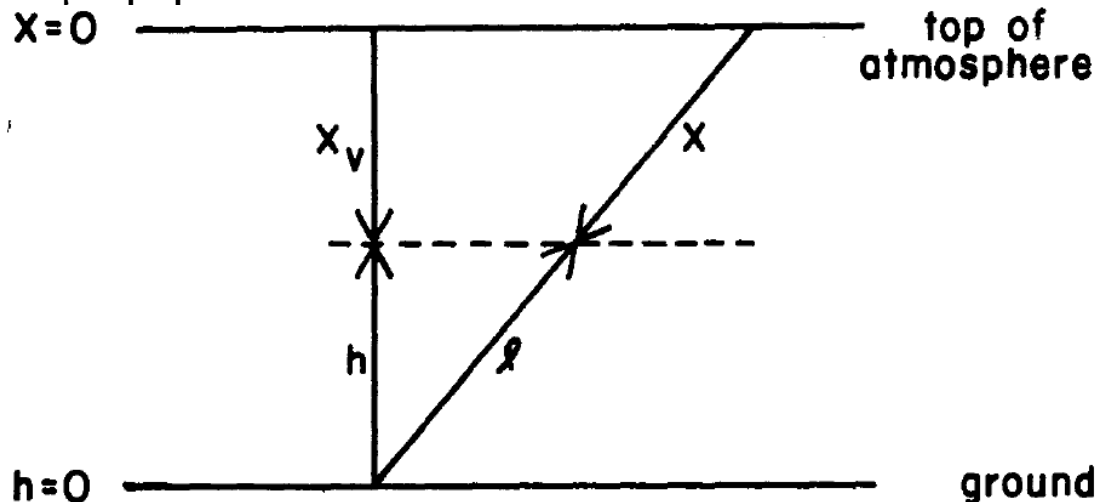


Figure 3.1: Definition of variables to describe the atmosphere.

Το βάθος της Ατμόσφαιρας που διανύει ένα σωματίδιο εκφράζεται σε gr/cm^2 δηλαδή μονάδες επιφανειακής πυκνότητας. Εκφράζει την πυκνότητα των στόχων που συναντά το σωματίδιο στην διαδρομή του αν X_v είναι το κατακόρυφο βάθος και p η πίεση στο βάθος αυτό τότε η πυκνότητα θα είναι :

¹ Υπενθυμίζουμε από το εργαστήριο Π.Φ. Ότι ο αριθμός των σωματιδίων που περνούν χωρίς να αντιδράσουν από ένα υλικό ελαττώνεται εκθετικά με το πάχος x του υλικού.

² Ορισμός ενεργής διατομής

$$\rho = -\frac{dX_v}{dh}$$

Όμως η πυκνότητα είναι αντιστρόφως ανάλογη με τη θερμοκρασία.

$$\frac{p}{\rho} = \frac{X_v}{dX_v / dh} \propto T$$

Αν θεωρήσουμε ισόθερμη την ατμόσφαιρα, τότε:

$$X_v = X_0 e^{-h/h_0} \quad X_0 = 1030 \text{ gr/cm}^2$$

Επειδή η θερμοκρασία ελαττώνεται όταν αυξάνεται το ύψος

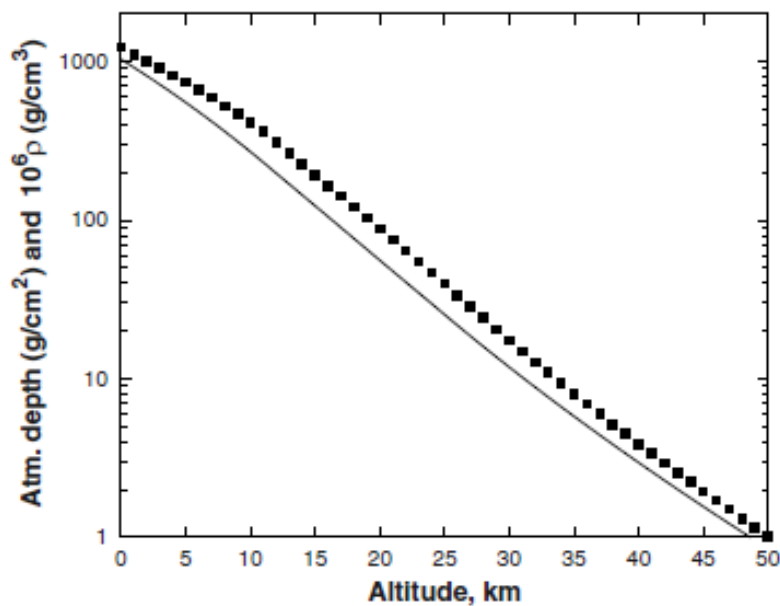
για χαμηλά ύψη χρησιμοποιούμε $h_0 = 8.4 \text{ km}$

και για μεγάλα ύψη $h_0 = 6.4 \text{ km}$

Η κεκλιμένη απόσταση, λαμβάνοντας υπ' όψη τη σφαιρικότητα της ατμόσφαιρας

$$\text{δίνεται:} \quad h_v = l \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{l^2}{R_0} \sin^2 \theta$$

Για μικρές γωνίες κατά προσέγγιση : $h_v = l \cos \theta$



Εικόνα 1 Η σχέση Ύψους και ατμοσφαιρικού βάθους όπως υπολογίζεται με ακριβέστερους τύπους

Με X συμβολίζουμε το επικλινές βάθος που αντιστοιχεί στη διαδρομή του σωματιδίου στην ατμόσφαιρα. και με l την απόσταση του σημείου αντίδρασης από το σημείο αναφοράς.

Το συνολικό κατακόρυφο βάθος που διανύει το σωματίδιο δίνεται από το ολοκλήρωμα :

$$X_v = \int_h^{\infty} \rho(h') dh'$$

το κεκλιμένο βάθος : $X_V = \int_h^\infty \rho(h_V) dl$

Η πιθανότητα ένα νουκλεόνιο να αντιδράσει αφού διανύσει βάθος dX είναι $\frac{dX}{\lambda_N(E)}$ όπου λ_N είναι το μήκος αντίδρασης του σωματιδίου στον αέρα.

$$\lambda_N = \frac{\rho}{\rho_N \sigma_N^{air}} = \frac{Am_p}{\sigma_N^{air}}$$

Το σ_N^{air} είναι η ενεργός διατομή για την αντίδραση των πρωτονίων στην ατμόσφαιρα. Είναι γνωστή από τα πειράματα σε επιταχυντές και για τις ενέργειες **1000 GeV είναι περίπου ίση με 300 mb**. Ο μέσος ατομικός αριθμός της ατμόσφαιρας είναι περίπου 14,5 και αυτό μας δίνει μήκος αντίδρασης **$\lambda_N=80 \text{ g/cm}^2$** .

Απώλειες, παραγωγή νουκλεονίων λόγω αντιδράσεων.

$$\frac{dN(E, X)}{dX} = -\frac{N(E, X)}{\lambda_N(E)} + \int_E^\infty \frac{N(E', X)}{\lambda_N(E')} F_{NN}(E, E') \frac{dE'}{E}.$$

Για νουκλεόνια τα οποία είναι σταθερά δηλαδή δεν διασπώνται και ελαττώνονται μόνον όταν αντιδράσουν.

Ο πρώτος όρος δηλώνει την ελάττωση λόγω αντίδρασης, όπου λ_N το μήκος αντίδρασης για το πρωτόνιο

Ο δεύτερος όρος δηλώνει την παραγωγή από νουκλεόνιο ενέργειας E' νέου νουκλεονίου ενέργειας E , στον παρονομαστή το μήκος αντίδρασης. Ο παράγοντας F_{NN} είναι **inclusive cross-section** που δίνει την πιθανότητα να παραχθεί ένα σωματίδιο με ενέργεια E από , ένα σωματίδιο με ενέργεια E'

$$F_{ac}(E_c, E_a) \equiv E_c \frac{dn_c(E_c, E_a)}{dE_c},$$

Η αρχική συνθήκη είναι το διαφορικό φάσμα νουκλεονίων στην κορυφή της ατμόσφαιρας.

$$N(E, 0) = N_0(E) = \frac{dN}{dE} \approx 1.8 E^{-2.7} \frac{\text{nucleons}}{\text{cm}^2 \text{ sr s GeV/A}}$$

Επίσης στην περίπτωση των πυρήνων η ενέργεια μοιράζεται εξ ίσου στα συστατικά νουκλεόνια.

$$N(E, 0) = A \delta(E - E_0/A),$$

Ο όρος αυτός είναι μικρότερος και περιγράφει την παραγωγή από αντίδραση και διάσπαση άλλων σωματιδίων.

Απώλειες λόγω διάσπασης.

Πολλά από τα παραγόμενα σωματίδια είναι ασταθή και διασπώνται με χρονική σταθερά τ_0 .

$$\text{δηλαδή } dN = -N d\tau_0$$

$$N = N_0 e^{-t/\tau}$$

Επειδή μας ενδιαφέρει η εξέλιξη των διασπάσεων κατά μήκος της ατμόσφαιρας, ορίζουμε μήκος αντίδρασης $d = \gamma(\tau_0 c)$

$$\frac{dN_i(E, X)}{dX} = -\left(\frac{1}{\lambda_i} + \frac{1}{d_i}\right) N_i(E, X) + \sum_j \int \frac{F_{ji}(E_i, E_j)}{E_i} \frac{N_j(E_j)}{\lambda_j} dE_j,$$

Τα πιόνια είναι τα πολυπληθέστερα δευτερογενή γι' αυτό παρακάτω αναφερόμαστε σε πιόνια.

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi}{dX} = & -\left(\frac{1}{\lambda_\pi} + \frac{1}{d_\pi}\right) \Pi + \int_0^1 \frac{\Pi(E/x_L) F_{\pi\pi}(E_\pi, E_\pi/x_L)}{\lambda_\pi(E/x_L)} \frac{dx_L}{x_L^2} \\ & + \int_0^1 \frac{N(E/x_L) F_{N\pi}(E_\pi, E_\pi/x_L)}{\lambda_N(E/x_L)} \frac{dx_L}{x_L^2}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Η μεταβολή του αριθμού των πιονίων $\Delta\Pi$ μετά από απόσταση $\Delta\lambda$. τ_π είναι ο μέσος χρόνος ζωής του πιονίου, στο σύστημα ηρεμίας, $c\tau_\pi$ είναι το μέσο μήκος διάσπασης του πιονίου και πολλαπλασιασμένο με το γ το μήκος του ακίνητου παρατηρητή.

Στη συνέχεια πολλαπλασιάζουμε με την πυκνότητα του αέρα και το μετατρέπουμε σε επιφανειακή πυκνότητα για να είναι συγκρίσιμο με το μήκος αντίδρασης.

$$\Delta\Pi = -\Pi \frac{\Delta\ell}{\gamma c \tau_\pi} = -\Pi \frac{\Delta X}{\rho \gamma c \tau_\pi} \equiv -\frac{\Pi}{d_\pi} \Delta X,$$

Ένα ασταθές σωματίδιο αντιδρά ή διασπάται ανάλογα με την τιμή του λ και του d .

Σαν μέτρο σύγκρισης χρησιμοποιούμε την τιμή της ενέργειας για την οποία η τιμή του d_i (μήκος διάσπασης), γίνεται ίση με το μήκος αντίδρασης λ_i . Η

ενέργεια αυτή ονομάζεται κρίσιμη. Σωματίδια με ενέργεια μικρότερη από αυτή έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να διασπαστούν παρά να αντιδράσουν. Ο πίνακας έχει τις τιμές της κρίσιμης ενέργειας για διαφορετικά σωματίδια.

Table 3.1: Decay constants.

Particle	$c\tau_0(\text{cm})$	ϵ (GeV)
$\mu^\pm$	6.59×10^4	1.0
$\pi^\pm$	780	115
π^0	2.5×10^{-6}	3.5×10^{10}
$K^\pm$	371	850
K_S	2.68	1.2×10^5
K_L	1554	205
$D^\pm$	0.028	4.3×10^7
D^0	0.013	9.2×10^7
n	2.69×10^{13}	—

Θεωρούμε την πυκνότητα της ατμόσφαιρας στο ύψος h_0

$$\rho \equiv X_\nu/h_0 \cong \frac{X \cos \theta}{h_0},$$

Καμπύλη παραγωγής δευτερογενών

Εξετάζουμε ξανά την εξίσωση 3.18

Τα δύο ολοκληρώματα περιλαμβάνουν την παραγωγή πιονίων από νουκλεόνια και πιόνια αντίστοιχα. Οι συναρτήσεις $F_{N\pi}$ και $F_{\pi\pi}$ δίνουν το κλάσμα των πιονίων που παράγονται από νουκλεόνια σαν συνάρτηση της ενέργειας του νουκλεονίου. Στη συγκεκριμένο ολοκλήρωμα έχει γίνει αντικατάσταση με την μεταβλητή x_L που αντιστοιχεί στο κλάσμα της ορμής του σωματιδίου δέσμης που παίρνει το παραγόμενο σωματίδιο. Το ολοκλήρωμα γίνεται για όλες τις τιμές του x_L . (Η επιλογή είναι γιατί οι ενεργές διατομές εκφρασμένες σαν συνάρτηση της μεταβλητής «βαθμίζονται» (scale) δηλ εξαρτώνται μόνο από την ενέργεια ΚΜ της αντίδρασης $\sqrt{s}$).

Άρα ο αριθμός των πιονίων ελαττώνεται λόγω διάσπασης ενώ προστίθενται νέα λόγω της αντίδρασης των Νουκλεονίων.

Είναι πρακτικό για τους υπολογισμούς να εκφράσουμε τη μεταβολή αυτή με ένα μήκος ελάττωσης (**Attenuation length**) Λ_π και αντίστοιχα για τα υπόλοιπα σωματίδια.

Η διατύπωση αυτή επιτρέπει την απλοποίηση των εκφράσεων και να εξετάσουμε ποιοτικά την μεταβολή του αριθμού των σωματιδίων σαν συνάρτηση του βάθους της ατμόσφαιρας.

Για πιόνια με ενέργεια $E > 115 \text{ GeV}$ το ποσοστό της διάσπασης είναι μικρό (το μήκος διάσπασης είναι μεγαλύτερο από το βάθος της ατμόσφαιρας) και ο αριθμός τους περιγράφεται από τον δεύτερο τύπο.

Για σταθερά σωματίδια,

$$F_j(E, X) = F_j(E, 0) \exp\left(-\frac{X}{\Lambda_j}\right)$$

Το Λ_N είναι το μήκος μείωσης, το λ_N το μήκος αντίδρασης, και τα Z_{NN} είναι οι ενεργές διατομές ζυγισμένες με το ενεργειακό φάσμα των πρωτογενών.

$$\frac{1}{\Lambda_N} = \frac{1}{\lambda_N} [1 - Z_{NN}]$$

Για πιόνια,

$$\Pi(E, X) = F_N(E, 0) \frac{Z_{N\pi}}{(1 - Z_{NN})} \frac{\Lambda_\pi}{\Lambda_\pi - \Lambda_N} [\exp(-X/\Lambda_\pi) - \exp(-X/\Lambda_N)] ,$$

Για πιόνια με ενέργεια $E < 115 \text{ GeV}$ ο τύπος γίνεται,

$$\Pi(E, X) \simeq F_N(E, 0) \frac{Z_{N\pi}}{\lambda_N} \frac{XE}{\epsilon_\pi} \exp(-X/\Lambda_N)$$

Στην παρακάτω εικόνα, η εξέλιξη της ροής πιονίων στην ατμόσφαιρα, λαμβάνοντας υπ' όψη τις διασπάσεις (συνεχής γραμμή), χωρίς τις διασπάσεις (διακοπτόμενη). Η κανονικοποίηση είναι αυθαίρετη, μόνο το σχήμα είναι σωστό. Και οι δύο καμπύλες φθάνουν στο μέγιστο σε ατμοσφαιρικό βάθος 100 ως 200 g/cm^2 . Η συμπεριφορά αυτή, είναι χαρακτηριστική για τα δευτερεύοντα σωματίδια εκτός από τα νετρίνα.

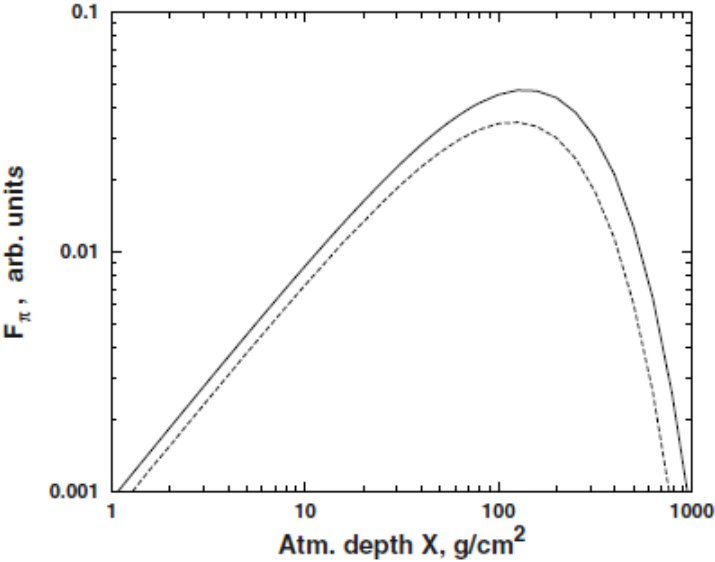


Fig. 6.3. Pion flux in the atmosphere calculated with (6.8) and (6.9) neglecting decay, solid line, and with decay, dashes. The normalization of the two curves is arbitrary, only the shape is correct.

Τα μήκη εξασθένησης για τα πιο συνηθισμένα σωματίδια είναι:
Table 3.2: Atmospheric attenuation lengths (g/cm^2).

	Λ_N (nucleons)	Λ_π (pions)	Λ_K (kaons)
5	120	160	180

Στην επόμενη εικόνα, η ροή για διάφορα είδη σωματιδίων σαν συνάρτηση του ατμοσφαιρικού βάθους. Τα μπλε σημεία είναι μετρήσεις των αρνητικών μιονίων

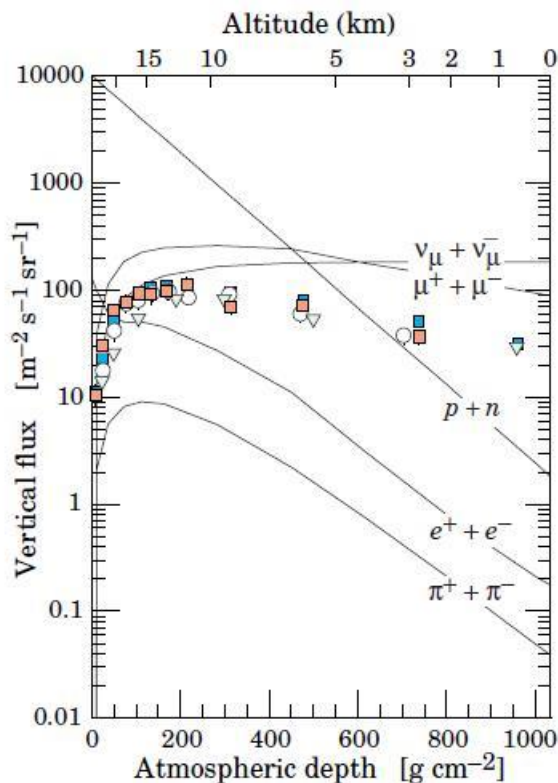


Figure 26.3: Vertical fluxes of cosmic rays in the atmosphere with $E > 1$ GeV estimated from the nucleon flux of Eq. (26.2). The points show measurements of negative muons with $E_\mu > 1$ GeV [32–36].

Ορισμοί:

Ενεργός διατομή:

Όταν έχουμε μια δέσμη σωματιδίων που πέφτει σε ένα στόχο που αποτελείται από διακεκριμένα σωματίδια, η ενεργός διατομή είναι η ισοδύναμη επιφάνεια που περιγράφει την πιθανότητα σκέδασης στα σωματίδια του στόχου. Μετριέται σε cm^2 . Συνήθως χρησιμοποιούμε το barn, $1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2$ και τις υποδιαιρέσεις mb και μb .

Στην περίπτωση που το σωματίδιο της δέσμης έχει μεγάλη ενέργεια, οι στόχοι είναι τα νουκλεόνια του πυρήνα διότι ενέργεια δέσμευσης του πυρήνα, είναι πολύ μικρή σε σχέση με την ενέργεια της δέσμης.

Μήκος αντίδρασης

Το μέσο μήκος διαδρομής μέσα σε υλικό, που χρειάζεται, ώστε στη δέσμη να απομείνει ποσοστό $1/e$ (0,386) των αρχικών.

Ο ορισμός αναφέρεται σε δέσμη σωματιδίων υψηλής ενέργειας (σχετικιστικά). Επίσης περιλαμβάνει ελαστικές και ανελαστικές σκεδάσεις.

Μήκος διάσπασης

Μέσος χρόνος ζωής ενός σωματιδίου τ_0 από τη σχέση $N = N_0 e^{-t/\tau_0}$ όπου το τ_0 μετριέται στο σύστημα ηρεμίας.

Αν το σωματίδιο είναι ρελατιβιστικό ο μέσος χρόνος ζωής γίνεται $\gamma\tau_0$ όπου γ ο παράγοντας Lorentz.

Στην περίπτωση αυτή η ταχύτητα του σωματιδίου $v \sim c$ και ονομάζουμε μέσο μήκος διάσπασης το $c\tau_0$ και αντίστοιχα το $d = \gamma c\tau_0$.

Το μήκος αυτό το μετατρέπουμε σε ατμοσφαιρικό βάθος με μονάδες επιφανειακής πυκνότητας, για να είναι συγκρίσιμο με το μήκος αντίδρασης.

Μήκος εξασθένησης

Η εξασθένηση της ροής των ασταθών οφείλεται στη αντίδραση των σωματιδίων και την διάσπαση.

Ορίζουμε ένα συντελεστή εξασθένησης : Λ

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{d}$$