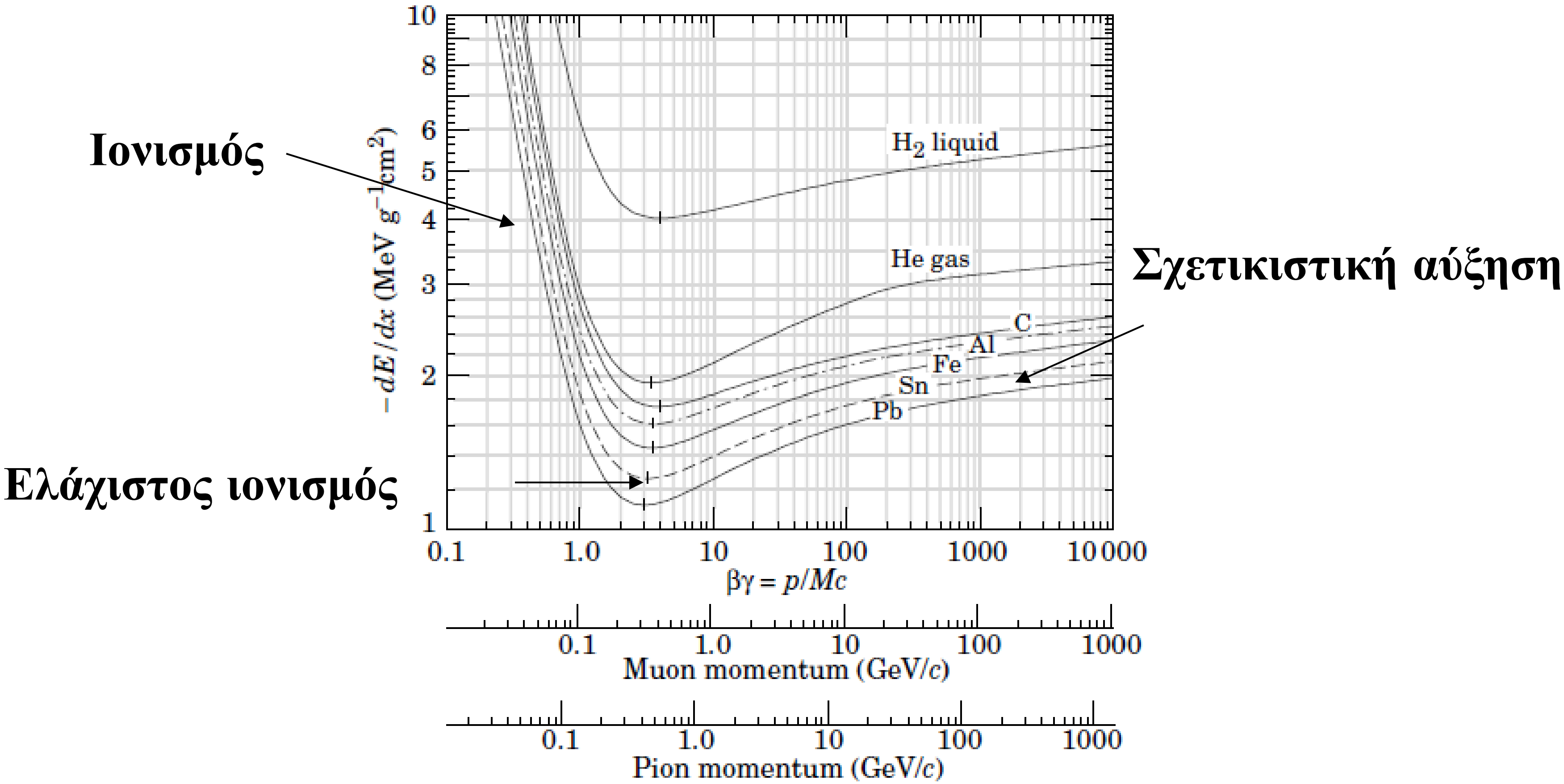
Απώλεια Ενέργειας λόγω Ιονισμού

Τύπος Bethe-Bloch

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi}{m_e c^2} \cdot \frac{n z^2}{\beta^2} \cdot \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \cdot \left[\ln\left(\frac{2 m_e c^2 \beta^2}{I \cdot (1-\beta^2)}\right) - \beta^2\right]$$

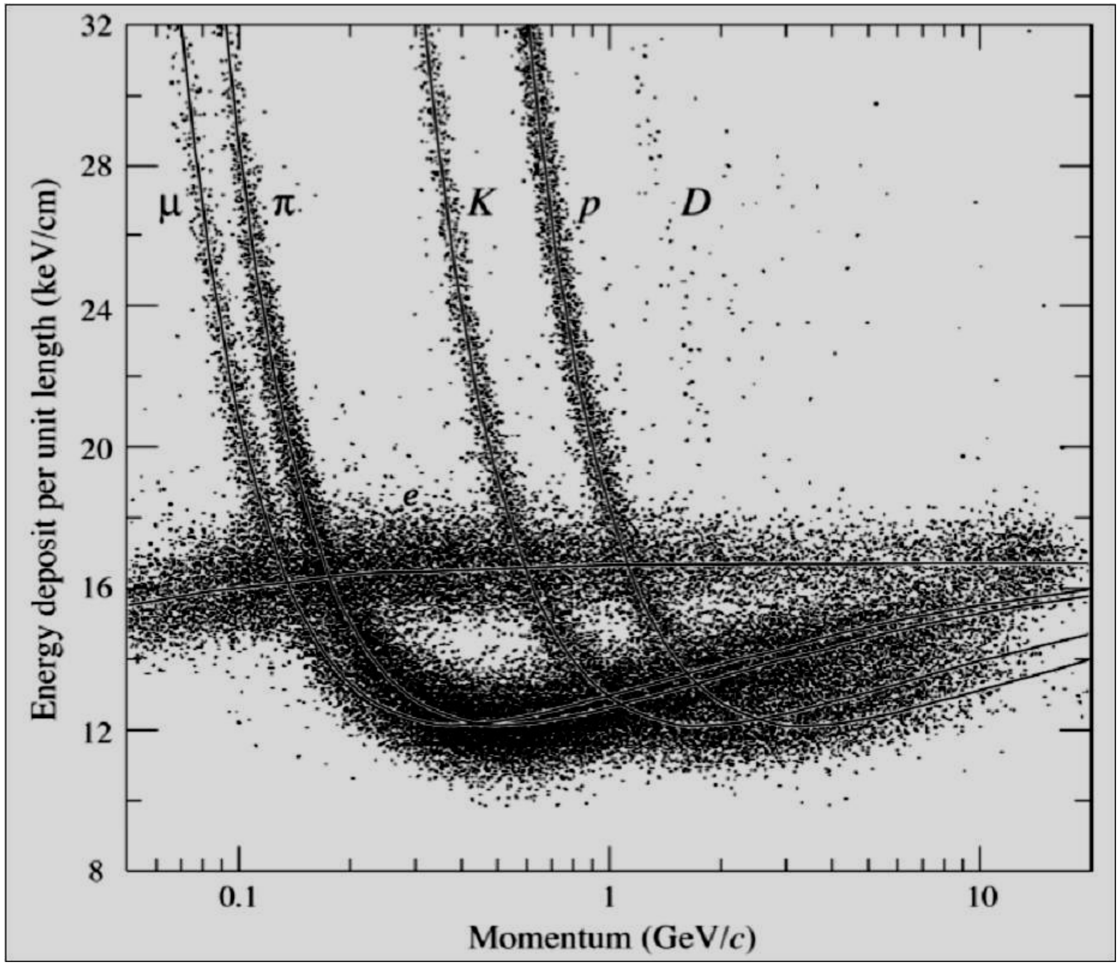
β=υ/c, z ο ατομικός αριθμός του υλικού, ενώ το I εξαρτάται απ΄την ενέργεια ιονισμού του ατόμου.

Απώλειες ενέργειας φορτισμένων



Στις χαμηλές ταχύτητες γ<2, ο ιονισμός εξαρτάται από τον χρόνο περάσματος του σωματιδίου από το άτομο. Στις σχετικιστικές ταχύτητες αυξάνονται οι συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου οι κάθετες προς την κίνηση και αντίστοιχα ο όγκος που ιονίζεται.Στη συνέχεια λόγω πόλωσης σταθεροποιείται η απώλεια ενέργειας περίπου στα 2 MeV/g cm^2

Πειραματική μέτρηση dE/dX σε αναλογικό θάλαμο αερίου



Πολλαπλή σκέδαση (multiple scattering)

$$\varphi_{\mathrm{rms}} = \left(\frac{zE_{\mathrm{s}}}{pv}\right)\sqrt{\frac{t}{X_0}}$$

$$E_s = (4\pi/\alpha)^{1/2}\ mc^2 = 21\,\mathrm{MeV}$$

Here r_{e} is the classical radius of the electron and $\alpha = 1/137$. Thus a singly charged particle with a value of $pv = p\beta c$ measured in MeV will suffer an rms deflection of $21/(pv)$ radians in traversing one radiation length.

$$\frac{1}{X_0} = 4\alpha\left(\frac{Z}{A}\right)(Z+1)\,r_{\mathrm{e}}^2 N_0 \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right)$$

Μήκος ακτινοβολίας X_0

Ακτινοβολία πέδησης (bremstralung)

Η ακτινοβολία πέδησης εκπέμπεται κατά την επιτάχυνση του ηλεκτρονίου από το ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα. Το φάσμα εκπομπής είναι συνεχές.

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{N}{A}\int_0^{E-mc^2} \sigma_{br}(E,k)k\,dk \;,$$

Το ολοκλήρωμα για όλα τα μήκη κύματος, δίνεται από :

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4NZ}{A}\alpha r_e^2 E\left[\ln 191Z^{-1/3} + 1/18\right]$$

Χρησιμοποιώντας το μήκος ακτινοβολίας η σχέση απλοποιείται σε:

$$\left\langle\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right\rangle_{\mathrm{rad}} = -\frac{E}{X_0} \qquad \langle E\rangle = E_0\exp\left(-\frac{x}{X_0}\right)$$

Μήκος ακτινοβολίας

$$X_0 \equiv \left[\frac{4NZ(Z+1)}{A}\alpha r_e^2 \ln\left(191 Z^{-1/3}\right)\right]^{-1}$$

Σε προσέγγιση:

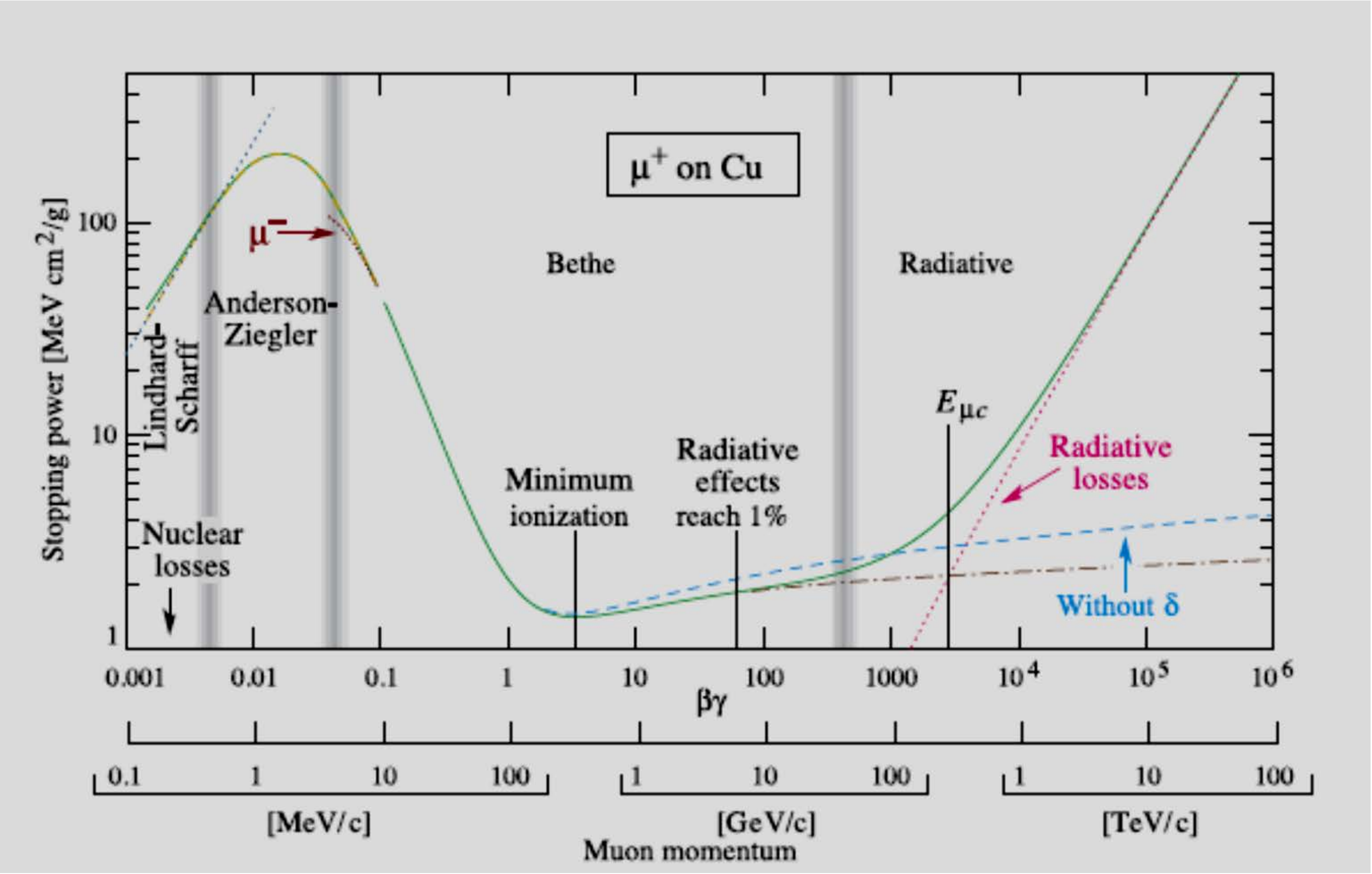
$$X_0 \simeq 10^3 \times \frac{A}{6Z(Z+1)} \text{ g.cm}^{-2}$$

Για ένωση ή μίγμα:

$$\frac{1}{X_0} = \sum_i \frac{w_i}{X_0^i} ,$$

$$X_0(\text{air}) = 36.9 \text{ g/cm}^2$$

Ακτινοβολία Πέδησης για μιόνια

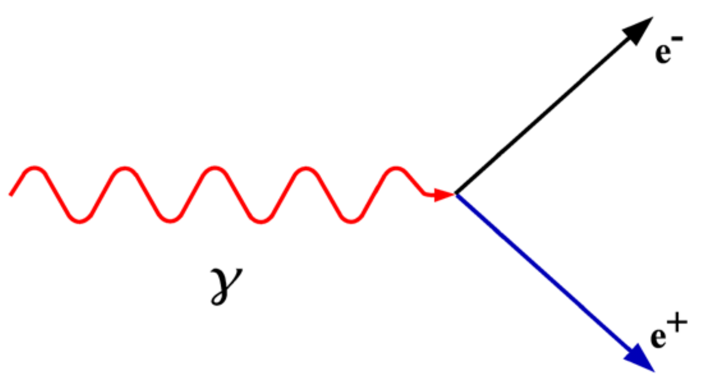


Δίδυμη Γένεση.

Μια ακτίνα γ με ενέργεια μεγαλύτερη από 2 μάζες ηλεκτρονίου,δημιουργεί ένα ζευγάρι e^+ e^- . Η διαδικασία γίνεται στο ηλεκτρικό πεδίο ενός πυρήνα για διατήρηση της ορμής.

Η διαδικασία συνδέεται με την ακτινοβολία πέδης αν μεταφέρουμε το ηλεκτρόνιο στο δεξί μέρος της αντίδρασης. (γίνεται ποζιτρόνιο και εξέρχεται από την κορυφή της αντίδρασης.)

Η μέση απόσταση που διανύει το φωτόνιο μέχρι τη δημιουργία, ονομάζεται μήκος μετατροπής. Το μήκος εξαρτάται από την ενέργεια αλλά για υψηλές ενέργειες γίνεται ίσο με 9/7 X_0.



Διατομή για δίδυμη γένεση

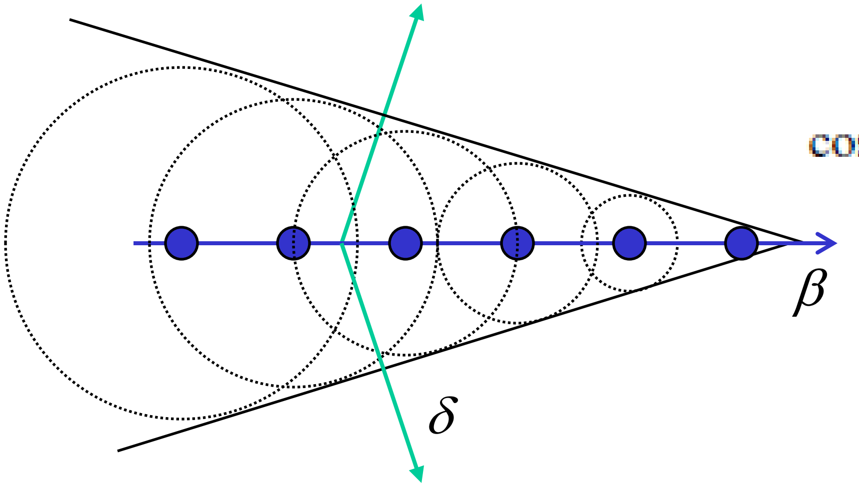
Διαφορική διατομή για δίδυμη γένεση. x=E/k. E η μεταφορά ορμής στο ζεύγος, k η ενέργεια του φωτονίου.

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{A}{X_0 N_A}\left[1 - \tfrac{4}{3}x(1-x)\right]$$

Μετά την ολοκλήρωση, η ενεργός διατομή στο όριο υψηλής ενέργειας.

$$\sigma = \tfrac{7}{9}(A/X_0 N_A)$$

Ακτινοβολία Cerenkov

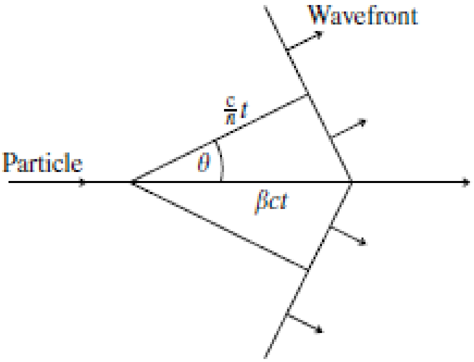


$$\cos\theta = \frac{(ct/n)}{\beta ct} = \frac{1}{\beta n}, \quad \beta > \frac{1}{n}$$

$$n = 1.0003$$

$$\beta = 1/n$$

$$E_{Thr} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$



Υπολογισμός ενέργειας κατωφλίου

e^- mc^2 = 0,51 MeV E_T = 21 MeV

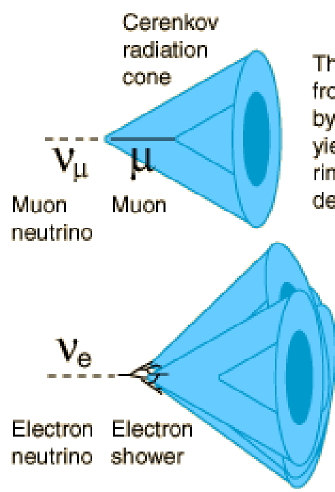
μ^- mc^2 = 106 MeV E_T = 4.3 GeV

Ακτινοβολία Cerenkov

$$\frac{\partial^2 N}{\partial x \partial \lambda} = 2\pi\alpha\left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right)\frac{1}{\lambda^2}$$

Ο αριθμός των φωτονίων που εκπέμπονται είναι αντιστρόφως ανάλογος του μήκους κύματος. Δηλαδή έχουμε περισσότερα στο υπεριώδες ιώδες και μπλε. Συνήθως το υπεριώδες απορροφάται από το υλικό και ανιχνεύουμε κυρίως το μπλε

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 2\pi\alpha\left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right)\left(\frac{1}{\lambda_L} - \frac{1}{\lambda_H}\right)$$



The Cerenkov radiation from a muon produced by a muon neutrino event yields a well defined circular ring in the photomultiplier detector bank.

The Cerenkov radiation from the electron shower produced by an electron neutrino event produces multiple cones and therefore a diffuse ring in the detector array.

Ατμοσφαιρική φωταύγεια

Ένα μέρος της ενέργειας που χάνεται λόγω ιονισμού, μετατρέπεται σε φωτόνια του ορατού φάσματος. Προέρχονται από την αποδιέγερση των ατόμων του αζώτου και τα μήκη κύματος εκπέμπονται στην περιοχή 300-450 nm. Η εκπομπή των φωτονίων είναι ισότροπη προς όλες τις κατευθύνσεις.

Σκέδαση Compton Σχετικιστική

$$\text{Ηλεκτρόνιο} \quad \boldsymbol{P} = \left[\boldsymbol{\gamma} m_e \vec{v}, \boldsymbol{\gamma} m_e\right] \quad \boldsymbol{P}' = \left[\boldsymbol{\gamma}' m_e \vec{v}\,', \boldsymbol{\gamma}' m_e\right]$$

$$\text{Φωτόνιο} \quad \boldsymbol{K} = \left[\frac{\hbar\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{c}} \hat{\boldsymbol{i}}_{\boldsymbol{k}}, \frac{\hbar\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{c}^2}\right] \quad \boldsymbol{K}' = \left[\frac{\hbar\boldsymbol{\omega}'}{\boldsymbol{c}} \hat{\boldsymbol{i}}_{\boldsymbol{k}'}, \frac{\hbar\boldsymbol{\omega}'}{\boldsymbol{c}^2}\right]$$

$$\text{Διατήρηση} \quad 4-\text{Ορμής}$$

$$P + K = P' + K' \rightarrow \left(P + K\right)^2 = \left(P' + K'\right)^2$$

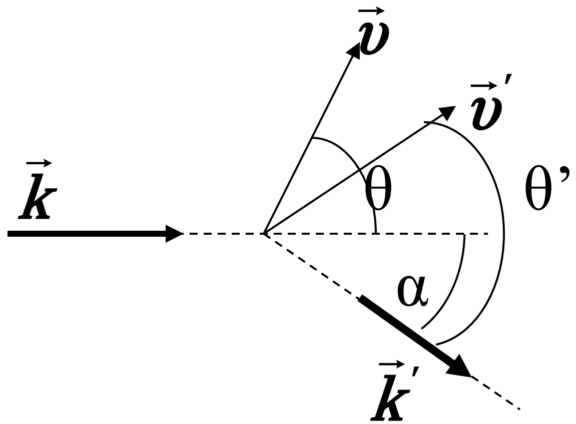
$$\boldsymbol{P}^2 + 2\boldsymbol{PK} + \boldsymbol{K}^2 = \boldsymbol{P}'^2 + 2\boldsymbol{PK} + \boldsymbol{K}'^2$$

$$\boldsymbol{P}^2 = \boldsymbol{P}'^2 = \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{e}}^2 \boldsymbol{c}^4 \qquad \rightarrow \boldsymbol{K}^2 = \boldsymbol{K}'^2 = 0$$

$$\rightarrow \boldsymbol{PK} = \boldsymbol{P}'\,\boldsymbol{K}'$$

$$(\boldsymbol{P} + \boldsymbol{K})\boldsymbol{K}' = (\boldsymbol{P}' + \boldsymbol{K}')\boldsymbol{K}' \quad \boldsymbol{PK}' + \boldsymbol{KK}' = \boldsymbol{P}'\,\boldsymbol{K}' + \boldsymbol{K}'\,\boldsymbol{K}'$$

$$\text{(i)} \quad \boldsymbol{PK}' + \boldsymbol{KK}' = \boldsymbol{P}'\,\boldsymbol{K}'$$



$$\cos a = i_k \cdot i_{k'}$$

$$\cos\theta = i_k \cdot \upsilon$$

$$\cos\theta' = i \cdot \upsilon'$$

$$KK' = \left(\frac{\hbar}{c}\right)^2 \omega\omega' \cos a - \left(\frac{\hbar}{c^2}\right)^2 \omega\omega'$$

$$PK' = \gamma m_e \frac{\hbar}{c}\omega' \upsilon \cos\theta' - \gamma m_e \frac{\hbar}{c^2}\omega'$$

$$PK = \gamma m_e \frac{\hbar}{c}\omega \upsilon \cos\theta - \gamma m_e \frac{\hbar}{c^2}\omega$$

Αντικαθιστώντας στην (i) υπολογίζουμε:

$$\frac{\omega'}{\omega} = \frac{\frac{v}{c}\cos\theta - 1}{\left(\frac{v}{c}\cos\theta - 1\right) + \frac{\hbar\omega}{\gamma m_e c^2}\left(\cos a - 1\right)}$$

Σε πρώτη προσέγγιση αν υ=0, γ=1

$$\frac{\omega'}{\omega} = \frac{1}{1+\frac{\hbar\omega}{\gamma m_e c^2}\left(1-\cos a\right)}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \frac{\hbar\omega}{m_e c^2}\left(1-\cos a\right)$$

$$\frac{\omega'}{\omega} = \frac{1-\frac{v}{c}\cos\theta}{1-\frac{v}{c}\cos\theta'}$$

$$\hbar\omega << \gamma m_e c^2$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\cos\theta - \cos\theta'}{1-\frac{v}{c}\cos\theta'}$$

Αντίστροφη Σκέδαση Compton

Είναι γνωστό το φαινόμενο Compton κατά το οποίο ένα φωτόνιο σκεδάζεται σε ένα ατομικό ηλεκτρόνιο, μεταφέροντας ένα μέρος της ενέργειας του στο ηλεκτρόνιο.

Εάν το ηλεκτρόνιο έχει μεγάλη κινητική ενέργεια συμβαίνει τον αντίστροφο φαινόμενο δηλαδή το φωτόνιο να κερδίσει ενέργεια.

Για μία μετωπική κρούση, υπολογίζεται :

$$\hbar\omega = \frac{4}{3}\gamma^2 \hbar\omega_0$$

Αν ηλεκτρόνιο με γ=1000 (510 MeV)

σκεδαστεί με φωτόνιο R.F. $\nu=10^9$ Hz → 10^{15} Hz (UV)

I.F $\nu=3\text{x}10^{12}$ Hz → $3\text{x}10^{18}$ (x-ray)

visual $\nu=4\text{x}10^{14}$ Hz → $4\text{x}10^{20}$ (γ 1,6 MeV)