

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πηγές, επιτάχυνση.	1
Επιτάχυνση Κοσμικών Ακτίνων	2
Τροχιές Κ.Α. στον γαλαξία.	2
Μοντέλο διάδοσης Κ.Α. στην περιοχή του γαλαξία.....	3
Διαφυγή πυρήνων.....	3
Παραγωγή δευτερογενών πυρήνων.	4
Υπολογισμός χρόνου διαφυγής	5
Υπολογισμός ισχύος που διαφεύγει.	6
Επιτάχυνση στα μαγνητικά νέφη, κύματα κρούσης.	6
Μηχανισμός στοχαστικής επιτάχυνσης.	6
Απόδειξη του πρώτου μηχανισμού.....	9
Εκτενέστερος υπολογισμός που λαμβάνει υπ'όψη τις γωνίες εισόδου και εξόδου. (Gaisser).....	9

Πηγές, επιτάχυνση.

Τα κοσμικά σωματίδια, πυρήνες και πρωτόνια παράγονται από τις πυρηνικές αντιδράσεις στο εσωτερικό των αστέρων και εκτοξεύονται στο διάστημα μετά από εκρήξεις ή εκλάμψεις. Οι υπερκαινοφανείς αστέρες θεωρούνται η πηγή για το μεγαλύτερο μέρος ενώ τα σωματίδια με τις υψηλότερες ενέργειες παράγονται από εξωγαλαξιακές πηγές όπως οι AGN και οι πάλσαρς.

Οι υψηλές ενέργειες που παρατηρούνται στις Κ.Α. δεν παράγονται στις πηγές αλλά τα σωματίδια επιταχύνονται στα «νέφη» που περιβάλλουν τις πηγές.

Παράδειγμα για επιτάχυνση σωματιδίων έχουμε και στο ηλιακό σύστημα. Μετρήσεις που έγιναν με διαστημόπλοια δείχνουν σωματίδια που έχουν επιταχυνθεί από τον ηλιακό άνεμο σε ενέργεια 300 ως 1000 MeV. Κατά τη διάρκεια των ηλιακών εκλάμψεων έχουν παρατηρηθεί πρωτόνια περίπου 1 GeV όπως και ακτίνες γ που προήλθαν από διάσπαση π^0 . Η επιτάχυνση γίνεται στο πλάσμα των εκλάμψεων.

Για τις γαλαξιακές πηγές δεν κάνουμε απ'ευθείας μετρήσεις αλλά είναι δυνατόν να ψάξουμε για σταθερά ουδέτερα δευτερογενή σωματίδια. Τα φορτισμένα διαγράφουν ελικοειδείς τροχιές μέσα στον γαλαξία και χάνεται η πληροφορία για την πηγή. Έχουν μετρηθεί ακτίνες γ μεγάλης ενέργειας που προέρχονται από σημειακές πηγές όπως Her X-1 και Cyg X-3. Επίσης τα τελευταία

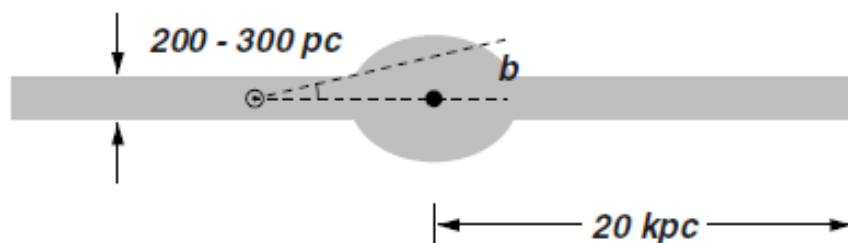
χρόνια γίνεται μεγάλη προσπάθεια για την μέτρηση νετρίνων υπερυψηλής ενέργειας που παράγονται από εξωγαλαξιακές πηγές όπως τα AGN.

Επιτάχυνση Κοσμικών Ακτίνων

Η πυκνότητα ενέργειας των κοσμικών ακτίνων όταν υπολογίζεται στον διαστρικό χώρο πέρα από την επίδραση των μαγνητικών πεδίων του ηλιακού συστήματος, είναι περίπου 1 eV cm^{-3} είναι συγκρίσιμη με την πυκνότητα ενέργειας του φωτός των άστρων, του μικροκυματικού υπόβαθρου 0.26 cm^{-3} και του γαλαξιακού μαγνητικού πεδίου των $3 \mu\text{G}$ or 0.25 eV cm^{-3} . Το μαγνητικό πεδίο είναι παγιδευμένο κυρίως στις σπείρες του γαλαξία.

Τροχιές Κ.Α. στον γαλαξία.

Ο γαλαξίας:



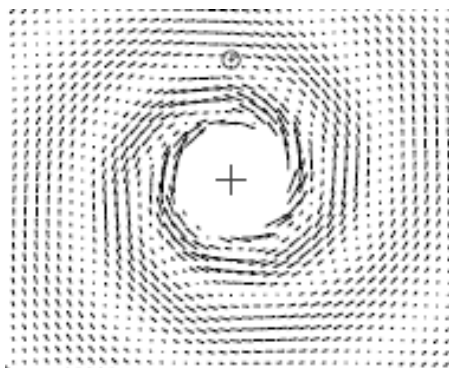
Εικόνα 1 Διαστάσεις Γαλαξία

Ακτίνα 20 kpc, ύψος δίσκου 200-300 pc ($1 \text{ pc} = 3,1 \cdot 10^{16} \text{ m}$). Ο ήλιος βρίσκεται σε απόσταση 8,5 kpc από το κέντρο του γαλαξία.

Μέση πυκνότητα 1 p/cm^3 από τα οποία $0,5 \text{ H/cm}^3$ (ουδέτερο υδρογόνο). Επίσης μέχρι ύψος **700 pc** υπάρχει διάχυτα πρωτόνια με πυκνότητα $0,03 \text{ p/cm}^3$.

Επίσης υπάρχουν τα λεγόμενα μοριακά νέφη με διαστάσεις 1-10 pc και πυκνότητα χιλιάδες φορές μεγαλύτερη από αυτήν του δίσκου. Επίσης στο κέντρο του γαλαξία με ακτίνα 4 pc υπάρχει συγκέντρωση μοριακού αερίου σε πυκνότητα μεγαλύτερη από τον δίσκο. Στις περιοχές αυτές η πυκνότητα είναι πολύ μεγαλύτερη.

Το μαγνητικό πεδίο είναι παγιδευμένο μέσα στο ιονισμένο αέριο. Στη περιοχή του δίσκου υπολογίζεται κατά μέσον όρο σε **3 μG** ενώ στην κεντρική περιοχή αυξάνεται σε 5-6 μG ή περισσότερο.



Εικόνα 2 Το μαγνητικό πεδίο του γαλαξία διευθύνεται εφαπτομενικά προς τις σπείρες. Είναι ισχυρότερο κοντά στο κέντρο του γαλαξία. Στην περιοχή του ήλιου είναι περίπου 2 μG και αυξάνει προς το κέντρο του γαλαξία. Πρόσφατες εκτιμήσεις δίνουν μέση τιμή 5-6 μG .

Μοντέλο διάδοσης Κ.Α. στην περιοχή του γαλαξία.

Ομογενής κατανομή κοσμικών. Οι Κ.Α. διαχέονται (Σκεδάζονται) από τα μαγνητικά πεδία των νεφών.

Κοσμικά πρωτόνια και πυρήνες διαγράφουν τροχιές γύρω από τις μαγνητικές γραμμές του γαλαξία. Όταν φθάσουν σε περιοχές όπου το πεδίο είναι αδύνατο, τα σωματίδια διαφεύγουν από τον γαλαξία. Θεωρούμε ότι η πιθανότητα διαφυγής P_{esc} είναι σταθερή.

Η επιφανειακή πυκνότητα ύλης που συναντά κατά την διαδρομή μέσα στον γαλαξία είναι $5\text{-}10 \text{ g/cm}^2$. Η επιφανειακή πυκνότητα ύλης κάθετα στον γαλαξιακό δίσκο είναι 10^{-3} g/cm^3 . Άρα η διαδρομή που διαγράφουν είναι χιλιάδες φορές μεγαλύτερη από το πάχος του Γαλαξία!

Για να γίνουν οι υπολογισμοί χρησιμοποιούνται διάφορα μοντέλα για την διάδοση και μεταφορά των Κ.Α. Το πιο απλό που περιγράφει τις γενικές ιδιότητες του φάσματος είναι το «κιβώτιο με διαρροή» (leaky box). Παρακάτω θα δούμε ότι το «κουτί» έχει μεγαλύτερες διαστάσεις από τον γαλαξία.

- Οι Κ.Α. παράγονται από τις πηγές (Η πιθανότερες πηγές είναι οι υπερκαινοφανείς) .
- Στη διαδρομή αντιδρούν με την διαστρική ύλη . Μετά από κάποιο χρόνο διαφεύγουν από τον γαλαξία.
- Από τις δευτερογενείς αντιδράσεις παράγονται νέα σωματίδια μικρότερης ενέργειας.
- Το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία. Όσα σωματίδια παράγονται τόσα χάνονται.

Διαφυγή πυρήνων.

Προφανώς τα σωματίδια με μεγαλύτερη ταχύτητα διαφεύγουν ευκολότερα από τον γαλαξία. Για μια ενέργεια E , τα πρωτόνια έχουν υψηλότερη ταχύτητα από τους πυρήνες της ίδιας ενέργειας. Άρα τα πρωτόνια έχουν μικρότερο χρόνο παραμονής στον γαλαξία από του βαρύτερους πυρήνες.

Γενικά τα σωματίδια με υψηλότερη ενέργεια συναντούν μικρότερη επιφανειακή πυκνότητα.

Αν αγνοήσουμε τη δευτερογενή παραγωγή σωματιδίων ο αριθμός σωματιδίων N με ενέργεια E :

$$N(E,t) = N_0(E) \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{esc}}}\right)$$

όπου τ_{esc} ο μέσος χρόνος διαφυγής από το «κουτί».

Η μέση πυκνότητα που διασχίζει είναι $\lambda_{esc} = \rho \beta c \tau_{esc}$

όπου ρ η πυκνότητα της διαστρικής ύλης και βc η ταχύτητα του σωματιδίου

Από τα πειραματικά δεδομένα προκύπτει ότι το μήκος διαφυγής στις μικρές ενέργειες είναι σταθερό και ανεξάρτητο από το είδος του πυρήνα. (C, O, Fe, κ.α.)

Για πυρήνες με ακαμψία μεγαλύτερη από 4 GV χρόνος παραμονής στον γαλαξία μικραίνει ανάλογα με την ενέργεια του σωματιδίου σύμφωνα με τον τύπο:

$$\lambda_{esc} = 10.8 \beta \times \left(\frac{4}{R} \right)^\delta \text{ g/cm}^2$$

Εικόνα 3 Αντί για χρόνο διαφυγής χρησιμοποιούμε μήκος διαφυγής για να είναι συγκρίσιμο με το μήκος αντίδρασης.

Για ακαμψίες μικρότερες από 4 GV ο χρόνος παραμονής είναι ανεξάρτητος από την ενέργεια του σωματιδίου. Το μήκος διαφυγής είναι 10.8 g/cm^2

Ο τύπος δίνει για πρωτόνια με ακαμψία 10 GV έχει $\lambda_{esc} = 6,2 \text{ g/cm}^2$ ενώ ένας πυρήνας ηλίου ίδιας ακαμψίας $9,5 \text{ g/cm}^2$.

Παραγωγή δευτερογενών πυρήνων.

Επίσης το πλήθος των σωματιδίων ελαττώνεται λόγω της αντίδρασης των Κ.Α. με τους πυρήνες της διαστρικής ύλης.

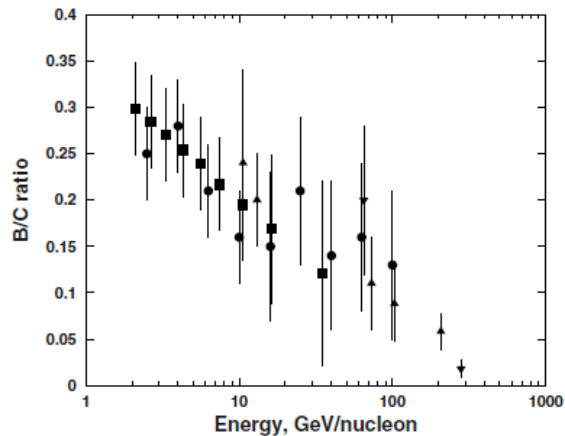
$$N(E, x, t) = N \exp\left(-\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{\gamma \tau_0}\right)\right)$$

Παριστάνει τον αριθμό των σωματιδίων μετά από ελάττωση λόγω αντίδρασης με μήκος αντίδρασης λ και λόγω διάσπασης με χρόνο ζωής $\gamma \tau_0$. Προφανώς για τα πρωτόνια ο δεύτερος όρος είναι μηδέν.

Το μήκος αντίδρασης για τα πρωτόνια μικρής ενέργειας είναι $50,8 \text{ g/cm}^2$, για πυρήνες C $6,4 \text{ g/cm}^2$ και για Fe $2,6 \text{ g/cm}^2$. Επειδή η συνολική πυκνότητα που συναντά στη διαδρομή του είναι $\lambda_{esc} < \lambda_{int}$, ο σημαντικότερος παράγοντας απώλειας για τα πρωτόνια είναι η διαφυγή.

Παραγωγή πυρήνων μετά από spallation. Όπως αναφέραμε στην εισαγωγή, τα περισσότερα στοιχεία στις κοσμικές εμφανίζονται στις ίδιες αναλογίες όπως στον ήλιο και άλλους αστέρες. Όμως δύο ομάδες στοιχείων εμφανίζονται σε πολύ μεγαλύτερη αναλογία. Η ομάδα των ελαφρών στοιχείων Li, Be και B, και της ομάδας κάτω από τον σίδηρο, Sc, Ti, V, Cr, Mn. Τα πιο άφθονα στοιχεία H, He, C, O, Fe, θεωρούνται πρωτογενή, ενώ τα υπόλοιπα παράγονται με spallation των πρωτογενών με την διαστρική ύλη.

Γνωρίζοντας τις διατομές, μπορούμε να υπολογίσουμε την επιφανειακή πυκνότητα που διασχίζουν από την πηγή μέχρι την γη.



Εικόνα 4 Στο διάγραμμα βλέπουμε το ποσοστό δευτερογενών πυρήνων B προς τους πυρήνες C, σαν συνάρτηση της ενέργειας. Παρατηρούμε ότι ποσοστό ελαττώνεται όταν αυξάνεται η ενέργεια.

Επειδή η παραγωγή δευτερογενών εξαρτάται από τον αριθμό αντιδράσεων που εξαρτάται από επιφανειακή πυκνότητα κατά μήκος της διαδρομής, συμπεραίνουμε ότι οι πυρήνες μεγάλης ενέργειας διανύουν μικρότερη διαδρομή. Διαφορετικά, οι πυρήνες μεγάλης ενέργειας διαφεύγουν ευκολότερα από τον γαλαξία

Οι βαρύτεροι πυρήνες έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να αντιδράσουν με τα πρωτόνια της ενδογαλαξιακής ύλης (spallation) και να δημιουργηθούν πυρήνες με μικρότερο ατομικό αριθμό. Χρησιμοποιώντας ισότοπα με μεγάλο χρόνο ζωής, μπορούμε να εκτιμήσουμε τον χρόνο διαφυγής των ακτίνων από τον γαλαξία.

Υπολογισμός χρόνου διαφυγής

Από τις αντιδράσεις του C παράγονται ισότοπα του Be. Το ^{10}Be είναι ασταθές με χρόνο ζωής $1,6 \cdot 10^6$ γ και συγκρίνουμε το ποσοστό του σε σχέση με το σταθερά ^9Be και ^7Be . Τα ποσοστά στην παραγωγή εξαρτώνται από τις μερικές ενεργές διατομές. Τα ποσοστά του ^{10}Be εξαρτάται από τον χρόνο διαφυγής από τον γαλαξία. Από μετρήσεις που έγιναν σε δορυφορικά πειράματα (IMP, Voyager) προκύπτουν χρόνοι **8 - $30 \cdot 10^6$ χρόνια**.

Άλλα πειράματα (Ulysses) μέτρησαν πυρήνες $^{26}\text{Al}/\text{Al}$ και $^{36}\text{Cl}/\text{Cl}$ και δίδουν χρόνους διαφυγής **$16 \pm 3 \cdot 10^6$ και $11 \pm 6 \cdot 10^6$ χρόνια**. Μέσος όρος **$15 \pm 2 \cdot 10^6$ χρόνια**. Από τα πειράματα αυτά συνολικά προκύπτει μέση πυκνότητα **$0,26 \pm 0,02 \text{ n/cm}^3$** .

Εδώ μπορούμε να κάνουμε μία εκτίμηση για το μέγεθος του «κουτιού». Αν **$\lambda_{\text{esc}} = 10 \text{ g/cm}^2$ και $\rho = 1 \text{ n/cm}^3$** , ο τύπος δίνει **$\tau_{\text{esc}} = 6 \cdot 10^6$ χρόνια**. Όπως είδαμε παραπάνω, οι μετρήσεις του λόγου των ισωτόπων δίνουν μεγαλύτερο χρόνο και μικρότερη πυκνότητα. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι τα σωματίδια ταξιδεύουν σε πολύ μεγαλύτερο χώρο περίπου **300 psc** πάνω και κάτω από τον γαλαξιακό δίσκο.

Για ακαμψίες μικρότερες από 4 GV ο χρόνος παραμονής είναι ανεξάρτητος από την ενέργεια.

Επίσης μπορούμε να συμπεράνουμε για την επιτάχυνση: Αν η επιτάχυνση συνέβαινε παράλληλα με την διάδοση, ο λόγος των δευτερογενών θα ήταν σταθερός ή θα αύξανε. Άρα η επιτάχυνση προηγείται της διάδοσης.

Υπολογισμός ισχύος που διαφεύγει.

Χρόνος παραμονής ακτίνων στον γαλαξία: $t_{GD}=10^7$ y

Πυκνότητα ενέργειας κοσμικών ακτίνων : $\rho_E=0,5$ eV/cm³

Όγκος Γαλαξία: $V_{GD}=10^{67}$ cm³

Οι ακτίνες διαφεύγουν από το Γαλαξία και η ισχύς που διαφεύγει από τον Γαλαξία είναι:

$$L_{CR} = (V_{GD} \cdot \rho_E) / t_{GD} = 3 \cdot 10^{40} \text{ erg/s}$$

Αρκούν 3 εκρήξεις σουπερνόβα με μάζα 10 ηλιακών. Το κέλυφος τους απλώνεται με ταχύτητα $5 \cdot 10^8$ cm/century. Ελευθερώνουν ενέργεια $Q=3 \cdot 10^{42}$ erg/s. Περίπου 100 φορές την ενέργεια που διαφεύγει λόγω των κοσμικών ακτίνων.

Επιτάχυνση στα μαγνητικά νέφη, κύματα κρούσης.

Στη θεωρία για την στοχαστική επιτάχυνση (diffusion scattering, shock acceleration) η σκέδαση γίνεται στις ανωμαλίες του μαγνητικού πεδίου. Το μαγνητικό πεδίο παγιδεύεται στο πλάσμα το οποίο συμπεριφέρεται σαν μαγνητο-υδροδυναμικό υγρό. Παράδειγμα: Στις σπείρες του γαλαξία το μαγνητικό πεδίο είναι $3 \cdot 10^{-6}$ Gauss. Η πυκνότητα ενέργειας του μαγνητικού πεδίου είναι

$$\frac{B^2}{8\pi} \approx 0,4 \times 10^{-12} \text{ erg/cm}^3$$

Η ενέργεια είναι συγκρίσιμη με την πυκνότητα ενέργειας των κοσμικών ακτίνων $1,5 \cdot 10^{-12}$ erg/cm³ !

Το αποτέλεσμα δείχνει ότι υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στα μαγνητικά πεδία. Πράγματι τα μαγνητικά νέφη ενώ Τα ρεύματα κοσμικών δημιουργούν κύματα στο πλάσμα του γαλαξία. Στη συνέχεια τα κύματα Alfven μπορούν να επιταχύνουν τα σωματίδια. Η χαρακτηριστική ταχύτητα δίνεται από:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = \frac{B^2}{8\pi}$$

Τα κελύφη των σουπερνόβα είναι οι πιο πιθανοί τόποι επιτάχυνσης επειδή επεκτείνονται με μεγάλη ταχύτητα, έχουν ισχυρό μαγνητικό πεδίο, και μεγάλο χρόνο ζωής.

Μηχανισμός στοχαστικής επιτάχυνσης.

Μηχανισμός δεύτερης τάξης.

Ο μηχανισμός που προτάθηκε από τον Fermi, θεωρεί ότι τα σωματίδια επιταχύνονται κατά τις συναντήσεις τους με κινούμενα μαγνητικά νέφη. Το σωματίδιο εισέρχεται στο νέφος και υπό την επίδραση των μαγνητικών πεδίων αλλάζει η διεύθυνση του ενώ αυξάνεται η ενέργεια του.

Η αλλαγή διεύθυνσης του σωματιδίου, γίνεται από το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται στο νέφος από την κίνηση των ιόντων. Άρα η ενέργεια δεν μεταβάλλεται κατά τις «κρούσεις». Δηλαδή οι «κρούσεις» είναι ελαστικές.

Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, το σωματίδιο μεγάλης ορμής διαγράφει ακανόνιστη ελικοειδή τροχιά στο εσωτερικό του νέφους. Μετά από, πολλαπλές σκεδάσεις το σωματίδιο κινείται με μέση ταχύτητα την ταχύτητα του νέφους, συμπαρασύρεται από το νέφος, το οποίο κινείται με πολύ μικρότερη ταχύτητα από το σωματίδιο. (Θυμίζει τη περίπτωση της κίνησης των ηλεκτρονίων στους αγωγούς, όπου τα ηλεκτρόνια κινούνται με μεγάλες ταχύτητες τάξης 10^6 m/s , ενώ η μέση ταχύτητα αντιστοιχεί στην ταχύτητα ολίσθησης που είναι πολύ μικρότερη 10-100 μ m/s.)

Είναι εύκολο να υπολογίσουμε την μεταβολή της ενέργειας στην περίπτωση που οι ταχύτητες είναι συγγραμικές. Στη γενική περίπτωση, μπορούμε να πάρουμε τον μέσον όρο των γωνιών εισόδου και εξόδου στο νέφος. Το αποτέλεσμα είναι ότι κατα μέσον όρο, επιταχύνονται τα σωματίδια. Δηλαδή για κάθε ένα σωματίδιο η μεταβολή διαφέρει και μπορεί να είναι αρνητική για κάποιες περιπτώσεις αλλά ο μέσος όρος είναι αύξηση.

Στην απλή περίπτωση της μετωπικής κρούσης αποδεικνύεται ότι:

$$\xi \equiv \frac{\Delta E}{E} = \frac{E_1 - E_0}{E_0} = \gamma_{cl}^2 (1 + \beta_{cl}^2) - 1$$

όπου γ_{cl} και β_{cl} αντιστοιχούν στην ταχύτητα του νέφους και E_0 η ενέργεια εισόδου E_1 η ενέργεια εξόδου.

Αν λάβουμε υπ όψη τις τυχαίες γωνιές εισόδου και εξόδου, η μέση τιμή του ξ γίνεται:

$$\langle \xi \rangle = \frac{4}{3} \beta_{cl}^2$$

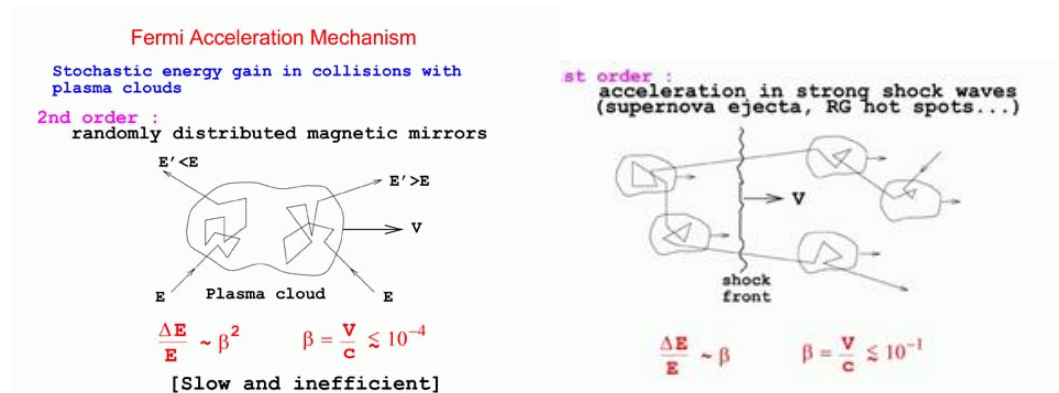
Επειδή η ποσοστιαία μεταβολή εξαρτάται από το β_{cl}^2 ονομάζεται μηχανισμός δεύτερης τάξης. (το $\beta < 1$!)

Μετά τη συνάντηση η νεφών , θα έχει αποκτήσει ενέργεια $E_n = E_0 (1 + \xi)^n$

$$n = \ln\left(\frac{E_n}{E_0}\right) / \ln(1 + \xi)$$

Όμως αν ο χρόνος διαφυγής από το νέφος είναι P_{esc} , ο χρόνος παραμονής θα είναι $1 - P_{esc}$ και μετά από n συναντήσεις $(1 - P_{esc})^n$. Τελικά :

$$N(>E) = \frac{1}{P_{esc}} \left(\frac{E}{E_0} \right)^\gamma \quad \text{όπου } \gamma = \frac{P_{esc}}{\xi} = \frac{1}{\xi} \times \frac{T_{cycle}}{T_{esc}}$$



Η μεταβολή της ενέργειας εξαρτάται από το τετράγωνο του β και γι αυτό ονομάζεται δεύτερης τάξης. Ο μηχανισμός αυτός είναι αργός και δεν μπορεί να δώσει την υψηλή ενέργεια που παρατηρούμε.

Μηχανισμός πρώτης τάξης.

Η άλλη εκδοχή είναι η επιτάχυνση στο κύμα κρούσης που δημιουργείται κατά την έκρηξη των Υ.Κ. Επειδή το εκτινασσόμενο υλικό κινείται με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του ήχου στο μέσο, δημιουργείται κύμα κρούσης. Το κύμα κρούσης κινείται με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του εκτινασσόμενου υλικού. Λόγω των μεγάλων διαστάσεων του κύματος μπορούμε να το θεωρήσουμε ως επίπεδο. Το σωματίδιο εισέρχεται στο μέτωπο και τα μαγνητικά πεδία το αναγκάζουν να επιστρέψει στην ίδια πλευρά του κύματος. Η μεταβολή της ενέργειας είναι ανάλογη του β_{cl} του νέφους, γι' αυτό ονομάζεται μηχανισμός πρώτης τάξης. Επίσης στην περιοχή του Υ.Κ. η ταχύτητα των εκτινασσομένων αερίων και του κύματος κρούσης είναι πολύ υψηλές. Και ο μηχανισμός επιταχύνει αποτελεσματικά τα σωματίδια. Η σημαντική διαφορά με τον προηγούμενο είναι ότι το σωματίδιο επιστρέφει με αντίθετη φορά και κερδίζει ενέργεια σε κάθε «ανάκρουση».

Αποδεικνύεται ότι $\xi \cong \frac{4}{3} \beta = \frac{u_s - u_R}{c}$

όπου u_s , u_R είναι η ταχύτητα του κύματος κρούσης και η ταχύτητα της εκτινασσομένης ύλης.

Επίσης μπορούμε να υπολογίσουμε και τον φασματικό εκθέτη για την ενεργειακή κατανομή των παραγόμενων κοσμικών. Η τιμή που προκύπτει είναι 1,1 και ο διαφορικός εκθέτης 2,1 κοντά στον μετρούμενο 2,7.

Ο μηχανισμός είναι πιο αποτελεσματικός από τον προηγούμενο διότι: α) Το β εμφανίζεται σε πρώτη τάξη, β) οι ταχύτητες των κυμάτων είναι πολύ μεγαλύτερες από τις ταχύτητες των νεφών, γ) Ο μηχανισμός εισόδου σωματιδίων στον μηχανισμό είναι πολύ πιο αποτελεσματικός.

Οι ταχύτητες των κρουστικών κυμάτων στους Υ.Κ. είναι της τάξης των 10^7 m/s ενώ η ταχύτητα του ήχου της τάξης 10^4 m/s. Μπορούμε να εκτιμήσουμε τον χρόνο διάδοσης του μετώπου, Το μέτωπο παραμένει ενεργό μέχρι να σαρώσει διαστρική μάζα ίση με την μάζα του και κατόπι επιβραδύνεται. Για μάζα ίση με $10 M_\odot$ ταχύτητα $5 \cdot 10^6$ m και πυκνότητα διαστρικής ύλης ίσης με 1 g/cm^3 ο χρόνος γίνεται ίσος με 1000 χρόνια. Υπολογίζουμε ότι υπάρχουν περίπου 30 SN στον γαλαξία που βρίσκονται σε αυτή την φάση.

Αυτές είναι οι βασικές αρχές της επιτάχυνσης. Τα μοντέλα στους Υ.Κ και στους πάλσερς είναι πιο πολύπλοκα. Προϋπόθεση για τους μηχανισμούς αυτούς είναι τα σωματίδια που κινούνται να είναι σχετικιστικά άρα χρειάζεται κάποιος άλλος μηχανισμός για την εισαγωγή των σωματιδίων. Εξαιρετικό ενδιαφέρον έχει η μελέτη των μοντέλων που μπορούν να δώσουν ενέργειες της τάξης των PeV και άνω.

Απόδειξη του πρώτου μηχανισμού. (προαιρετικά)

Το σωματίδιο με ορμή p , συναντά νέφος που πλησιάζει με ταχύτητα u_{cl} . Το σωματίδιο, εξέρχεται στην ίδια διεύθυνση με αντίθετη φορά.

E_1 η ενέργεια εισόδου και E_2 η ενέργεια εξόδου

$$E_1 \approx p_1 c$$

$$u_{cl} \text{ ταχύτητα νέφους } \beta_{cl} = \frac{u_{cl}}{c}$$

E_1^* Ενέργεια στο σύστημα νέφους

$$E_1^* = \gamma_{cl}(E_1 + u_{cl} p_1)$$

Αντικαθιστώντας από την (1)

$$\rightarrow E_1^* = \gamma_{cl}(E_1 + \beta_{cl} E_1) = \gamma_{cl} E_1 (1 + \beta_{cl})$$

μετά από ελαστική "κρούση":

$$E_2^* = E_1^* \quad (\#)$$

$$\rightarrow E_2 = \gamma_{cl}(E_1^* + u_{cl} p_1^*) = \gamma_{cl} E_1^* (1 + \beta_{cl}) \quad (E_1^* \approx p_1^* c)$$

Τελικά αντικαθιστώντας το E_1^* ,

$$E_2 = \gamma_{cl}^2 E_1 (1 + \beta_{cl})^2$$

Τελικά:

$$\frac{\Delta E}{E_1} \sim \beta_{cl}^2$$

Το σωματίδιο θγαίνει με αντίθετη φορά, αλλάζει το πρόσημο της ορμής στην σχέση της ενέργειας.

Εκτενέστερος υπολογισμός που λαμβάνει υπ' όψη τις γωνίες εισόδου και εξόδου. (Gaisser)

Προβάλουμε την ταχύτητα του σωματιδίου στην ταχύτητα του νέφους.

$$E_1^* = \gamma_{cl}(E_1 - \beta_{cl} p_1 \cos \theta_1) \quad E_1^* = \gamma_{cl} E_1 (1 - \beta_{cl} \cos \theta_1)$$

Μετά από τη κρούση αποκτά ενέργεια E_2^* προς το νέφος. Όμως η κρούση είναι ελαστική και έτσι $E_1^* = E_2^*$. Επιστρέφοντας στο σύστημα εργαστηρίου,

$$E_2 = \gamma_{cl}(E_1^* + \beta_{cl} p_1^* \cos \theta_2')$$

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{1 - \beta \cos \theta_1 + \beta \cos \theta_2' - \beta^2 \cos \theta_1 \cos \theta_2'}{1 - \beta^2} - 1$$

Η τελευταία σχέση ισχύει και για τους δύο μηχανισμούς .

Στην περίπτωση του κύματος κρούσης το β υπολογίζεται από την σχετική ταχύτητα V του κύματος κρούσης προς την ταχύτητα του υλικού. (u_1 η ταχύτητα του κύματος, u_2 η ταχ του υλικού στο σύστημα εργαστηρίου)

$$V = -u_1 + u_2$$

$|u_2| < |u_1|$ Η προηγούμενη εξίσωση ισχύει και για τον δεύτερο μηχανισμό με

$$\beta = \frac{V}{c}$$

$$\beta = V/c.$$

Η ουσιαστική διαφορά στις δύο περιπτώσεις δημιουργείται όταν υπολογίσουμε τη μέση τιμή για τις γωνίες εισόδου και εξόδου για να υπολογίσουμε το μέσο κέρδος ανά κρούση.

Για νέφος (a) για το κύμα κρούσης (b):

(a)	$\frac{dn}{d \cos \theta_2'} = \text{constant} \quad -1 \leq \cos \theta_2' \leq 1$ $\rightarrow \langle \cos \theta_2' \rangle = 0$	Ισότροπη κατανομή
-----	--	-------------------

(b)	$\frac{dn}{d \cos \theta_2'} = 2 \cos \theta_2' \quad 0 \leq \cos \theta_2' \leq 1$ $\rightarrow \langle \cos \theta_2' \rangle_b = \frac{2}{3}$	Έξοδος στη ίδια πλευρά του μετώπου.
-----	--	-------------------------------------

Αντικαθιστώντας την μέση τιμή του $\cos \theta_2'$

(a)	$\frac{\langle \Delta E \rangle_2}{E_1} = \frac{1 - \beta \cos \theta_1}{1 - \beta^2} - 1$
-----	--

(b)	$\frac{\langle \Delta E \rangle_2}{E_1} = \frac{1 - \beta \cos \theta_1 + \frac{2}{3} \beta - \frac{2}{3} \beta^2 \cos \theta_1}{1 - \beta^2} - 1$
-----	--

Υπολογίζουμε μέση τιμή για $\cos\theta_1$

(α) Για τα νέφη, η πιθανότητα κρούσης είναι ανάλογη της σχετικής ταχύτητας ανάμεσα στο νέφος και το σωματίδιο.

$$\frac{dn}{d\cos\theta_1} = \frac{c - V\cos\theta_1}{c} \quad -1 \leq \cos\theta_2' \leq 1$$

$$\rightarrow \langle \cos\theta_1 \rangle_a = -\frac{V}{2c}$$

(β) Για το κύμα η κατανομή του $\cos\theta_1$ είναι η προβολή μιας ισοτροπικής ροής σε ένα επίπεδο με $-1 \leq \cos\theta_1 \leq 0$ έτσι $\langle \cos\theta_1 \rangle_b = -\frac{2}{3}$

Τελικά (α) $\xi = \frac{1 + \frac{1}{3}\beta^2}{1 - \beta^2} - 1 \approx \frac{4}{3}\beta^2$ (Νέφος)

(β) $\xi = \frac{1 + \frac{4}{3}\beta + \frac{4}{9}\beta^2}{1 - \beta^2} - 1 \approx \frac{4}{3}\beta = \frac{4}{3} \frac{u_1 - u_2}{c}$ (Κύμα κρούσης)

Στα παραπάνω θεωρήσαμε ότι η ταχύτητα του νέφους είναι μη σχετικιστική.

$$V = -u_1 + u_2$$

$$|u_2| < |u_1|$$

$$\beta = \frac{V}{c}$$

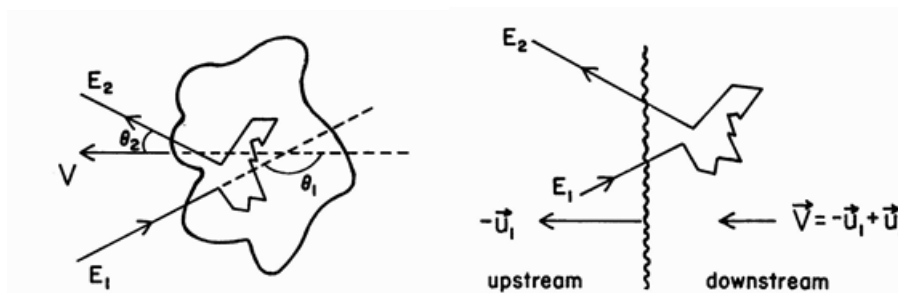


Figure 11.1: Acceleration by a moving, partially ionized gas cloud. Figure 11.2: Acceleration at a plane shock front.

Εικόνα 5. Επιτάχυνση από ιονισμένο νέφος.

Εικόνα 6 Επιτάχυνση από επίπεδο κύμα κρούσης

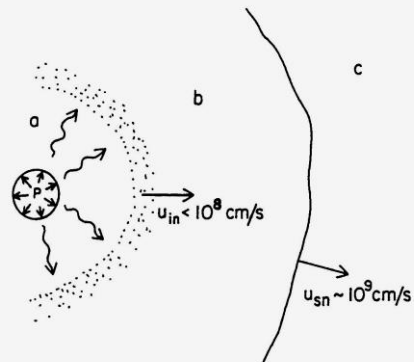


Figure 12.2: A very young supernova remnant: (a) shocked pulsar wind; (b) expanding ejecta; (c) interstellar medium (perhaps modified by wind of progenitor star). Straight and wavy arrows represent, respectively,

Δημιουργία κρουστικού κύματος, κατά την εκτόξευση υλικού από υπερκαινοφανή. a) shocked pulser wind b) expanding ejecta, c) interstellar medium . $u_{in} < 10^6 \text{ m/s}$ $u_{sn} \sim 10^7 \text{ m/s}$