

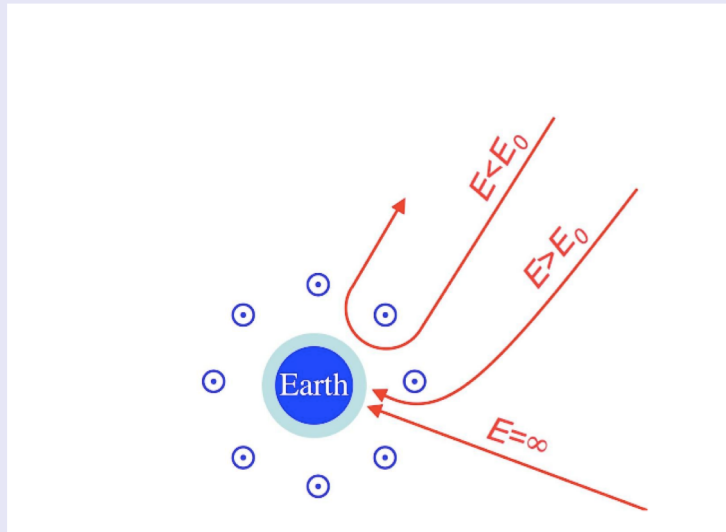


Μάθημα Επιλογής: Αστροσωματιδιακή και Κοσμική Ακτινοβολία

ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΚΟΣΜΙΚΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ:
ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΓΗΙΝΟΥ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

<http://cosray.phys.uoa.gr>

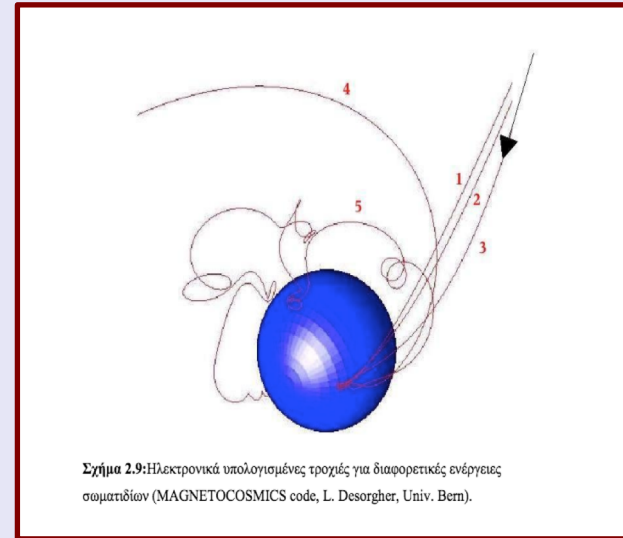
ΙΔΕΑΤΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ



- ✓ E πολύ υψηλή κατά μήκος μιας σχεδόν ευθείας γραμμής μέχρι την ατμόσφαιρα.
- ✓ $E < E_0$, η τροχιά του θα καμφθεί -_δε θα φθάσει στην ατμόσφαιρα _πισω στο Δ.Χ.
- ✓ $E > E_0$ ενέργειες φτάνουν στην ατμόσφαιρα κατά μήκος μιας καμπύλης τροχιάς. Η καμπύλη είναι πιο έντονη όσο χαμηλότερη είναι η έως το γεωμαγνητικό κατώφλι E_0 (όπου κανένα σωματίδιο μπορεί να εισέλθει στην ατμόσφαιρα)

ΡΕΑΛΙΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

εξαρτάται από το πλάτος και την κλίση υπό την οποία το κοσμικό συναντά την μαγνητόσφαιρα

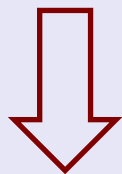


Σχήμα 2.9: Ηλεκτρονικά υπολογισμένες τροχιές για διαφορετικές ενέργειες σωματιδίων (MAGNETOCOSMICS code, L. Desorgher, Univ. Bern).

Πόλοι: ανεμπόδιστη πρόσβαση στην ατμόσφαιρα.

Ισημερινός: μεγαλύτερη ενέργεια κατωφλίου E_0 . Ε λίγο μεγαλύτερη από E_0 μπορεί να έχουν μια αρκετά περίπλοκη τροχιά πριν φτάσουν στην ατμόσφαιρα.

Μεταβολή στη ροή Κ.Α συναρτήση γεωμαγνητικού πλάτους.

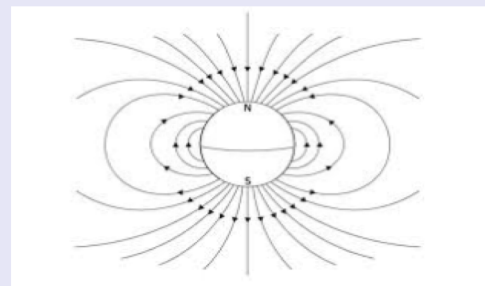


Μαγνητικό πεδίο Γης : α)
γεωμαγνητικό πεδίο: εσωτερικό
μαγνητικό πεδίο

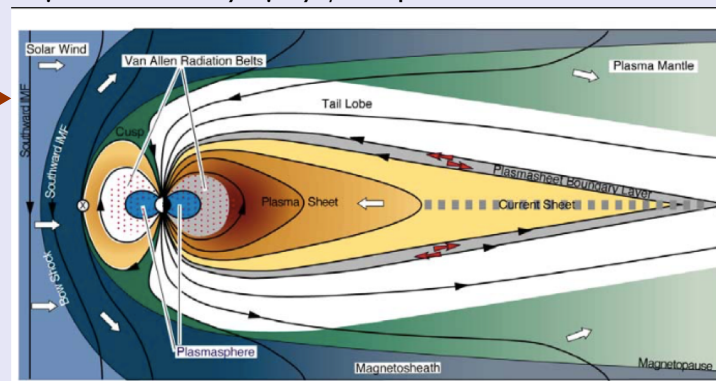
β) μοντέλα εξωτερικού μαγνητικού
πεδίου, τα οποία μοντελοποιούν τη
μαγνητόσφαιρα της Γης και τις
διακυμάνσεις της.

Σήμερα: μοντέλο Διεθνούς Πεδίου
Αναφοράς _IGRF from IAGA, Tsyganenko
89, 200, Olson-Pfitzer dynamic etc)

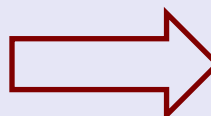
Διπολο



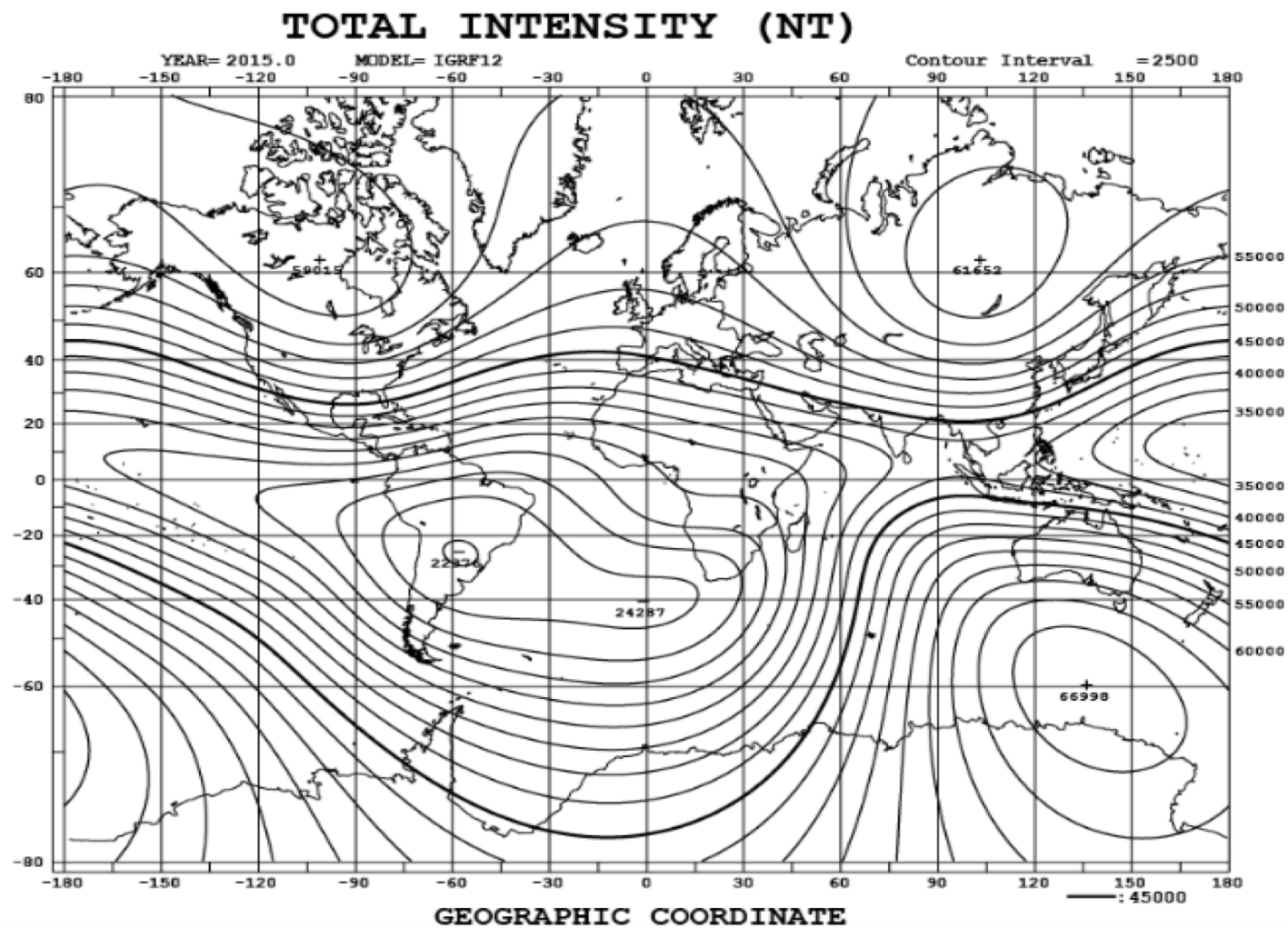
Ηλιακός ανεμος αιτια παραμόρφωσης



Περιγραφή της δυναμικής των
φορτισμένων στο γεωμαγνητικό
πεδίο (αδυναμία αναλυτικής
επίλυσης)



ΘΕΩΡΙΑ
STORMER ,
τροχιές Stormer



Εξίσωση κίνησης φορτισμένου σωματιδίου σε στατικό διπολικό μαγνητικό πεδίο

$$\gamma m_o \frac{d\vec{v}}{dt} = Ze \left(\vec{v} \times \vec{B} \right)$$



ΑΔΥΝΑΜΙΑ
ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ
ΛΥΣΗΣ



ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ STORMER

ΟΡΙΑ ΠΕΡΙΟΧΩΝ_
ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΚΑΙ
ΑΠΑΓΟΡΕΥΜΕΝΕΣ ΖΩΝΕΣ

ΘΕΩΡΙΑ STORMER

Παραδοχές

1) Το μαγνητικό πεδίο της Γης είναι **δίπολο**

For a dipole field apply:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{r^3} [3(\mathbf{k}_0 \cdot \hat{\mathbf{e}}_r) \hat{\mathbf{e}}_r - \mathbf{k}_0]$$

$$B_r = \frac{-2k_0}{r^3} \sin \lambda$$

$$B_\lambda = \frac{k_0}{r^3} \cos \lambda$$

$$B_\phi = 0$$

$$B = \frac{k_0}{r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda}$$

$$k_0 = \mu_0 m / 4\pi \text{ [Tm}^3 = \text{Nm}^2/\text{A}]$$

m [Am²]: dipole moment (strength of the dipole)

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ N/A²: vacuum permeability

For the Earth's dipole:

$$k_0 = 8 \times 10^{15} \text{ Tm}^3$$

At the magnetic poles $\lambda = \pm 90^\circ$:

$$\mathbf{B} = \frac{\mp 2k_0}{r^3} \hat{\mathbf{e}}_r$$

and B has the maximum value:

$$B = \frac{2k_0}{R_E^3} \approx 60 \mu\text{T for the Earth}$$

(Earth radius $1 R_E = 6371.2 \text{ km}$)

At the magnetic equator $\lambda = 0^\circ$:

$$\mathbf{B} = \frac{k_0}{r^3} \hat{\mathbf{e}}_\lambda$$

and B has the minimum value:

$$B_0 = \frac{k_0}{R_E^3} \approx 30 \mu\text{T for the Earth}$$

Using B_0 , the dipole equations can be written as:

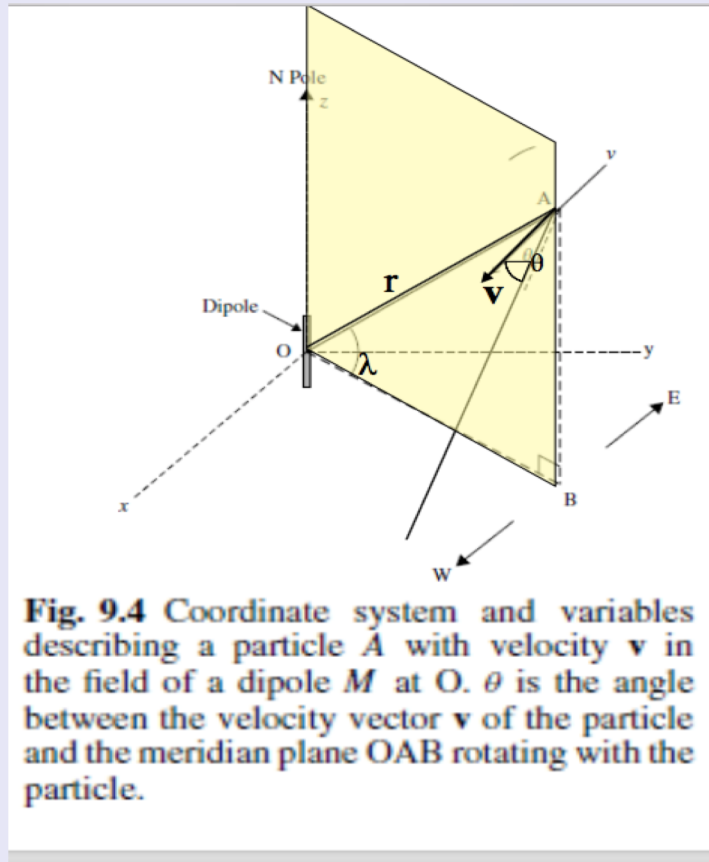
$$B_r = -2 B_0 \sin \lambda$$

$$B_\lambda = B_0 \cos \lambda$$

$$B = B_0 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda}$$

Παραδοχές

2) Το σωματίδιο κινείται **χωρίς συγκρούσεις** (μόνο υπό τη δύναμη Lorentz)



Εξίσωση κίνησης φορτισμένου σωματιδίου σε στατικό διπολικό μαγνητικό πεδίο

$$\gamma m_o \frac{d\vec{v}}{dt} = Ze (\vec{v} \times \vec{B})$$



χρήση γεωμαγνητικού πλάτους λ

Παραδοχές

3) Εφαρμόζονται οι **νόμοι διατήρησης της ενέργειας** και της **αζιμουθιακής γενικευμένης ορμής**.

(a) Διατήρηση ενέργειας

Η συνολική ενέργεια είναι σταθερή:

$$E = \gamma mc^2$$

(b) Διατήρηση αζιμουθιακής γενικευμένης ορμής

Επειδή το πεδίο είναι **συμμετρικό** ως προς τον άξονα, η ποσότητα:

$$P_\varphi = mr^2 \sin^2 \theta \dot{\varphi} + \frac{q}{c} r \sin \theta A_\varphi$$

είναι **σταθερή** κατά την κίνηση (όπως είπαμε πριν).

Δυναμική του
σωματιδίου στο
μαγνητικό πεδίο του
διπόλου. Κίνηση του
σωματιδίου δεν
επιτρέπεται παντού:
"επιτρεπτές" και
"απαγορευμένες"
τροχιές

ΘΕΩΡΙΑ STÖRMER

Using conservation of energy and the azimuthal component of the generalized momentum of a charged particle in a dipole magnetic field, Störmer (1955) showed the existence forbidden and allowed regions for particle orbits.

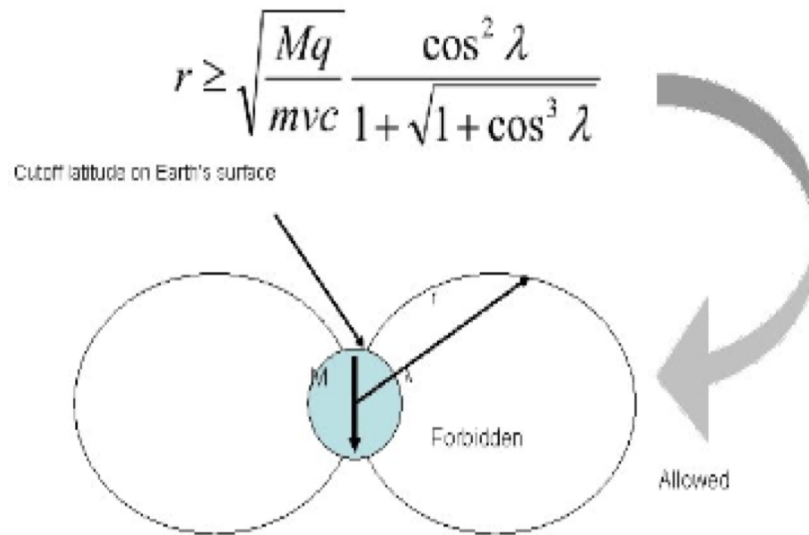


Figure 1.

- Οι τροχιές που **ικανοποιούν** την ανισότητα είναι **επιτρεπτές (allowed)**.
- Οι τροχιές που **δεν την ικανοποιούν** είναι **απαγορευμένες (forbidden)**.

- Κοντά στον ισημερινό: **ισχυρό μαγνητικό πεδίο (πυκνές μαγνη. γραμμές)** → πολλά σωματίδια αποκλείονται.
 - Προς τους πόλους: **πιο αδύναμο πεδίο** → επιτρέπεται η είσοδος σωματιδίων.
- Γι' αυτό τα **πολικά σέλας** και οι **κοσμικές ακτίνες** φαίνονται κυρίως σε **ψηλά γεωγραφικά πλάτη**.

Προσέγγιση Stormer:

Βήμα 1ο: Υπολογισμός ακτίνας Stormer

Έστω σωματίδιο με ορμή $p = \gamma m_o u$ που διαγράφει κυκλική τροχιά στο ισημερ. επίπεδο διπόλου

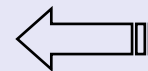
Η δύναμη Lorentz παίζει το ρόλο της κεντρομόλου

$$\frac{\gamma m_o u^2}{r} = Ze(u \times B)$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot M}{4\pi \cdot r^3}$$

$$\frac{\gamma m_o u^2}{r} = \frac{Ze\mu_o M}{4\pi r^3}$$

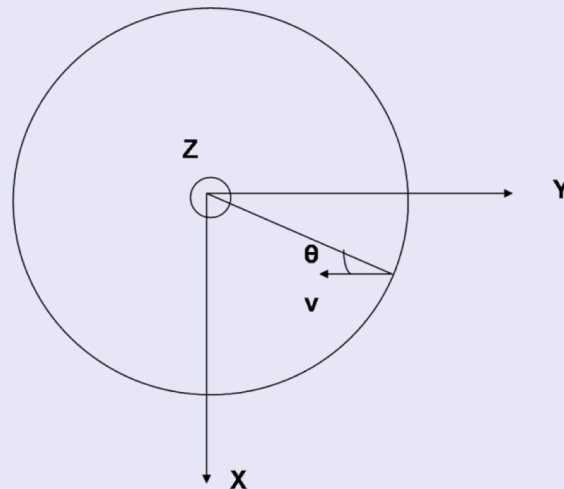
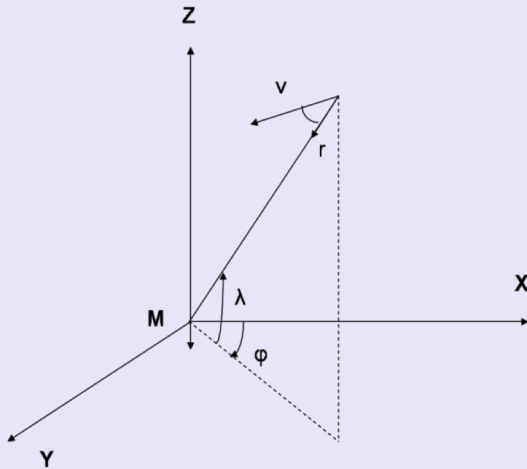
$$r_s = \sqrt{\frac{Ze\mu_o M}{4\pi p}}$$



Ακτίνα Stormer

Βήμα 2ο: Εισαγωγή κατάλληλου συστήματος συντεταγμένων

$\theta, r, \lambda, \varphi$



θ : γωνία μεταξύ της στιγμιαίας ταχύτητας και του μεσημβρινού επιπέδου που ακολουθεί το σωματίο στην τροχιά του.

Όπου r, b σε μονάδες Stormer

Λύση εξισώσεων κίνησης $\longrightarrow 2b = -r \sin \theta \cos \lambda - \frac{\cos^2 \lambda}{r}$

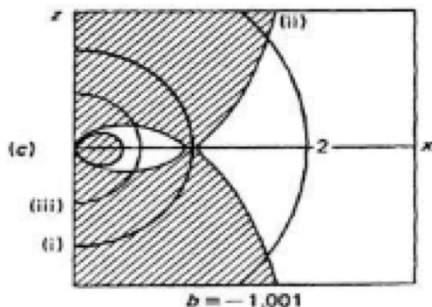
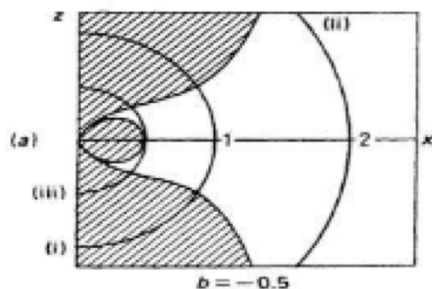
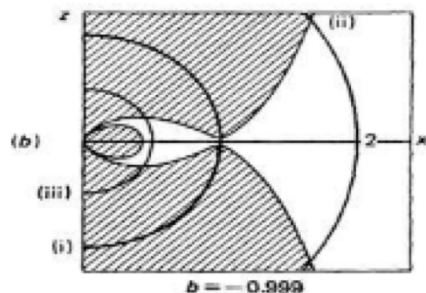
$$\sin \theta \leq \frac{2}{r \cos \lambda} - \frac{\cos \lambda}{r^2}$$

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1$$

Const. $r \gg$ τότε $-2b/\cos \lambda$ είναι η παραμετρος κρούσης

παραδείγματα επιτρεπόμενων και απαγορευμένων περιοχών

Ορίζω ορμή $αρ$ b



•Οι **σκιασμένες περιοχές** είναι **απαγορευμένες** περιοχές (forbidden zones).

•Οι **λευκές περιοχές** είναι **επιτρεπτές** (allowed regions), όπου μπορούν να υπάρχουν τροχιές σωματιδίων. Οι καμπύλες με ετικέτες (i), (ii), (iii) είναι **ισοδυναμικές καμπύλες** (ή ισοδυναμικές γραμμές του Størmer potential), που χωρίζουν τις περιοχές αυτές.

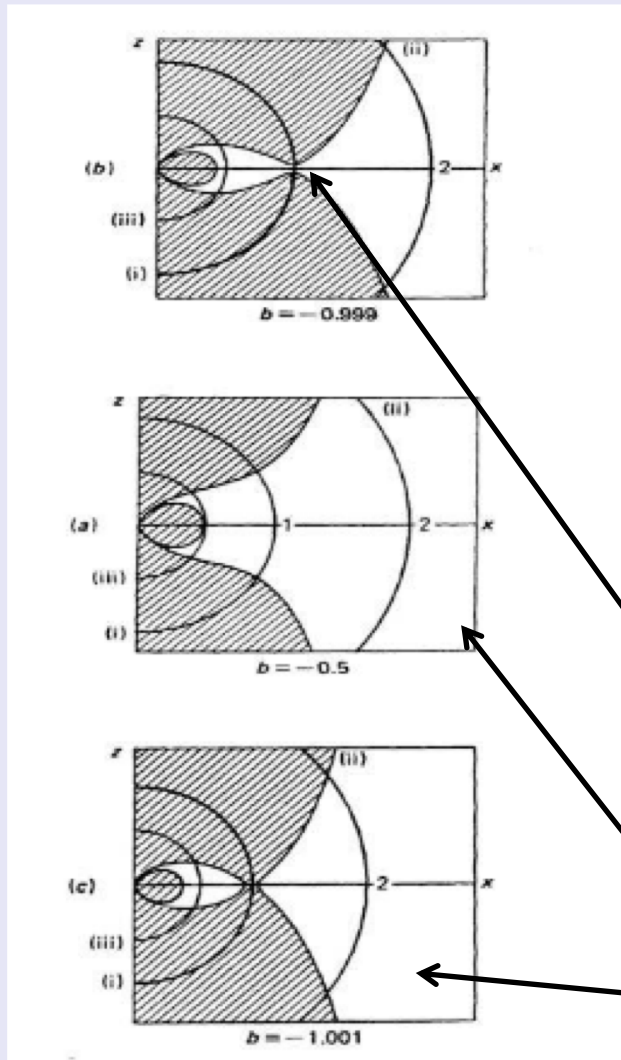
Η παράμετρος b καθορίζει την ενέργεια και την ορμή του σωματιδίου.

Για τιμές b κοντά στο -1 , εμφανίζεται ένα κρίσιμο όριο: οι forbidden περιοχές ενώνονται και το σωματίδιο δεν μπορεί να πλησιάσει το κέντρο — αυτή είναι η μαγνητική ασπίδα.

Για μεγαλύτερες ενέργειες (πιο θετικά b), το σωματίδιο μπορεί να διαπεράσει και να φτάσει πιο κοντά στη Γη.

R_c όπου ακτινα stormer = ακτινα την Γης

παραδείγματα επιτρεπόμενων και απαγορευμένων περιοχών



Οι γραμμοσκιασμένες περιοχές έχουν $|\sin \theta| > 1$ και επομένως είναι απαγορευμένες.

Οι τιμές της παραμέτρου b σε μονάδες Stormer.

Η περιφέρεια της Γης δίνεται στα διαγράμματα με τρεις τιμές της δυσκαμψίας των πρωτονίων (i) $R=59.6$ GV/c, (ii) $4R$ και (iii) $R/4$.

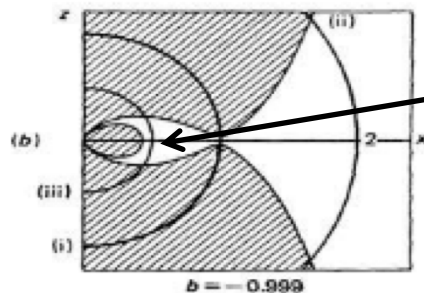
Οριακή τιμή $b=-1$ τα ορια της απαγορευμένης περιοχής κλείνουν στην $r=1$.

$$r = r_E / r_S = 1$$

$$Z=1, P = 59.6 \text{ GeV/c}$$

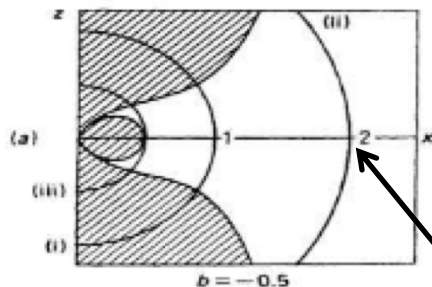
Μονο για $b \geq -1$ μπορούν να φτασουν στην επιφάνεια της Γης, ενώ για πιο αρνητικές τιμές ΔΕΝ περνά κανένα σωματίο.

παράδειγματα επιτρεπόμενων και απαγορευμένων περιοχών

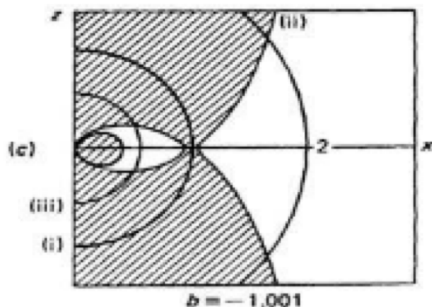


$$P_p = \frac{1}{4} P_{cr}$$

Ακτίνα Stormer τότε είναι διπλάσια και η ακτίνα της γης σε μονάδες Stormer είναι το ήμισυ της προηγούμενης περίπτωσης. Πάλι το b πρέπει να είναι ≥ -1 και μερικά σωματίδια μόνο μπορούν να εισχωρήσουν σε μεγάλα πλάτη.



ΜΟΝΟ τα σωματίδια με ορμή 59.6 GeV/c μπορούν φτάσουν στην επιφάνεια της Γης για $b \geq -1$ (Pcr)



$$P_p = 4 P_{cr}$$

Ακτίνα της γης είναι διπλάσια της ακτίνας Stormer και τα σωματίδια σε μια ευρεία περιοχή παραμέτρων κρούσης φθάνουν στη γη.

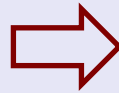
Διάγνωση σωματιδίων με το γήινο μαγνητικό πεδίο.

$$2b = -r \sin \theta \cos \lambda - \frac{\cos^2 \lambda}{r}$$



Περιοχή των γωνιών θ απ' όπου τα σωματίδια φθάνουν στον παρατηρητή συναρτήσει του γεωμαγνητικού πλάτους, του φορτίου και της ορμής.

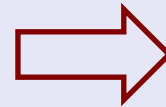
Σωματίδια φθάνουν κατακόρυφα $\theta=0$



$$2b = -\frac{\cos^2 \lambda}{r}$$

Σωματίδια που φθάνουν στην επιφάνεια της Γης σε μονάδες Stomer είναι

$$r = \frac{r_E}{r_s} = \frac{r_E}{\left(\frac{Ze\mu_0 M}{4\pi p} \right)^{1/2}} = \left(\frac{p}{59.62} \right)^{1/2} = 1$$



$$b = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos^2 \lambda}{(p/59.62 \text{ GeV})^{1/2}}$$

Κριτική τιμή το b

Διάγνωση σωματιδίων με το γήινο μαγνητικό πεδίο.

Η αναγκαία συνθήκη για να μπορούν τα σωματιδια να φθάνουν στη γη αν οι ορμές τους είναι μικρότερες 59.6 GeV/c είναι ότι πρέπει να έχουν παράμετρο κρούσης $b \geq -1$.

Σωματίδια λοιπόν που φθάνουν κατακόρυφα πρέπει να ικανοποιούν την ακόλουθη σχέση

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos^2 \lambda}{(p/59.62 \text{ GeV})^{1/2}} \Rightarrow p \geq 14.92 \cos^4 \lambda \text{ GeV} / c$$

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ TIMEΣ

Πίνακας 2.2

	Πλάτος	Ορμή	Κινητική Ενέργεια
Z = 1	$\lambda = 0^0$	$cp \geq 14.90 \text{ GeV}$	14.00 GeV
	$\lambda = 40^0$	$cp \geq 5.10 \text{ GeV}$	4.30 GeV
	$\lambda = 60^0$	$cp \geq 0.93 \text{ GeV}$	0.48 GeV

Ενεργειακή κατανομή των διευθύνσεων άφιξης

Σωματίδια που φθάνουν στη Γη έχουν $b \geq 1$.

$$-\frac{r}{2} \sin \theta \cos \lambda - \frac{\cos^2 \lambda}{2r} \geq -1 \Rightarrow \sin \theta \leq \frac{2}{r \cos \lambda} - \frac{\cos \lambda}{r^2}$$

Όταν γίνονται παρατηρήσεις σε δεδομένο γεωμαγνητικό πλάτος θα μπορούμε να παρατηρούμε σωματίδια δεδομένης ενέργειας μέσα σε μια περιοχή γωνιών που ορίζεται από τη σχέση

Πλήρης εύρεση απαιτεί υπολογισμό μεγάλου αριθμού τροχιών των σωματιδίων.

ΑΣΥΜΠΤΩΤΙΚΕΣ ΤΡΟΧΙΕΣ

$$\frac{du_r}{dt} = \frac{e}{mc} (u_\theta B_\varphi - u_\varphi B_\theta) + \frac{u_\theta^2}{r} + \frac{u_\varphi^2}{r}$$

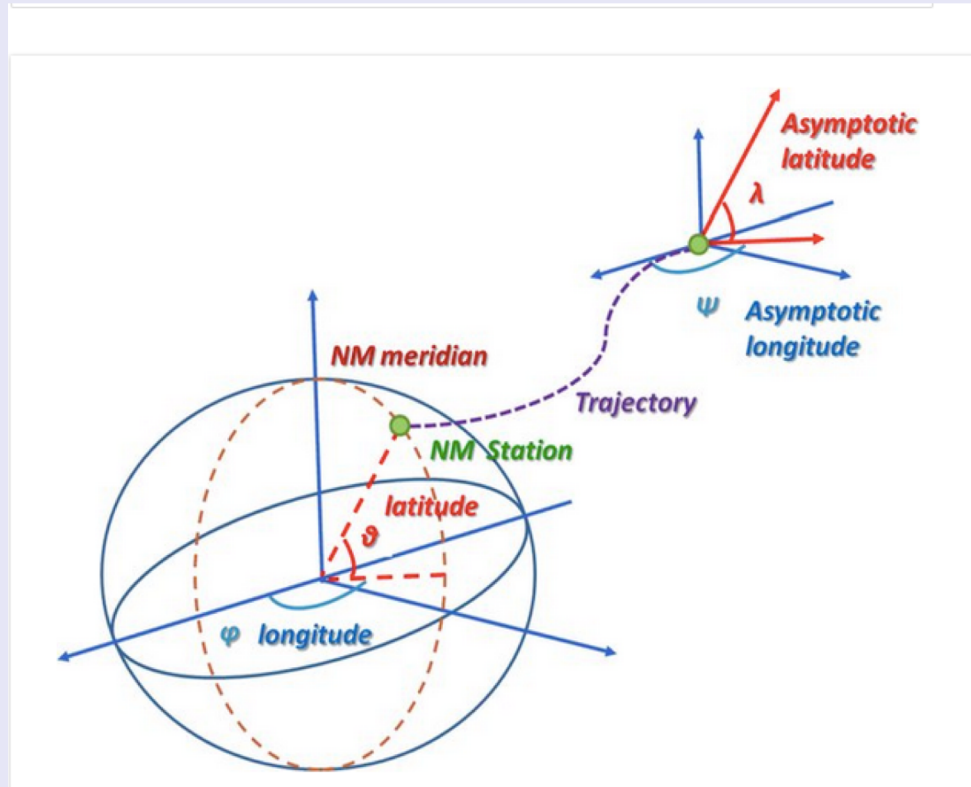
$$\frac{du_\theta}{dt} = \frac{e}{mc} (u_\varphi B_r - u_r B_\varphi) - \frac{u_r u_\theta}{r} + \frac{u_\varphi^2}{r \tan \theta}$$

$$\frac{du_\varphi}{dt} = \frac{e}{mc} (u_r B_\theta - u_\theta B_r) - \frac{u_r u_\varphi}{r} + \frac{u_\varphi u_\theta}{r \tan \theta}$$

Οπου εχουμε θέσει

$$\frac{dr}{dt} = u_r \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{u_\theta}{r} \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{u_\varphi}{r \sin \theta}$$

ΑΣΥΜΠΤΩΤΙΚΕΣ ΤΡΟΧΙΕΣ



The fundamental problem is that the trajectory-tracing process involves using mathematical equations that have 'no solution in closed form'. This difficulty has forced researchers to use the 'brute force' technique of numerical integration of many individual trajectories to ascertain the behavior of trajectory families or groups (Shea and Smart, 2000)

ΑΣΥΜΠΤΩΤΙΚΕΣ ΤΡΟΧΙΕΣ

Οι λύσεις των παραπάνω όχι κλειστής μορφής συνεπώς μεθοδος αριθμητικής ολοκλήρωσης Runge-Kutta 6^{ης} τάξης. (numerical back-tracing of cosmic ray particle's trajectory, Shea and Smart, 1967; Kudela and Usoskin, 2004).

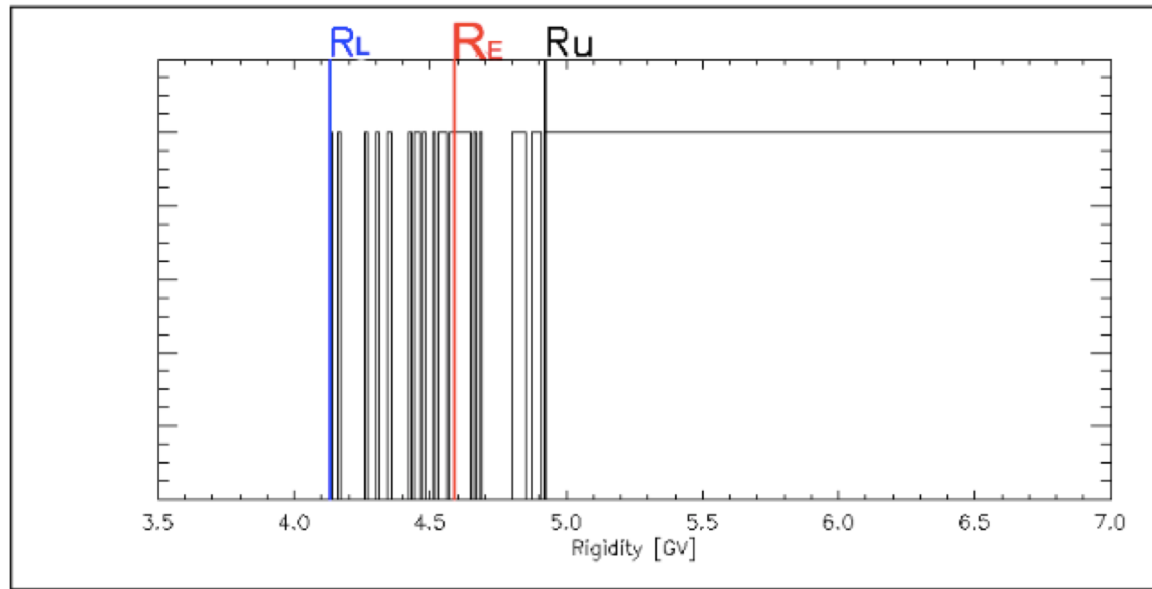
Αριθμητική τεχνική αντίστροφης τροχιάς.

Κίνηση πρωτονίου από Α σε Β ταυτοσημη με κίνηση ηλεκτρονίου απο Β σε Α.
Αντιπρωτόνιο απο τη Γη στα ορια της μαγνητοσφαιρας. Επιτραπετη τροχιά ξεκινά πο την επιφανεια και τεμνει τη μαγνητόσφαιρα. Αν επιστρέφει στη γη θεωρείται απαγορευμένη (στην πραγματικότητα το σωματίδιο έχει ενεργεια μικρότερη του κατωφλίου)

ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑ

Περιοχή τιμών : μέγιστο, ελάχιστο, ενεργό
κατώφλι.

$$R_E = R_U - N_{allowed} \Delta R$$



Σχήμα 4.1.2: Η περιοχή της παρασκιάς χαρακτηρίζεται από τις τιμές R_L και R_U του χαμηλότερου και του υψηλότερου κατώφλιου δυσκαμψίας αντίστοιχα (σχήμα από Desorgher et al., 2004).

Penumbra
: σωματια
με
ενδιαμεση
τιμη ειτε
εχουν
προσβαση
είτε οχι!

ΑΣΥΜΠΤΩΤΙΚΕΣ ΤΡΟΧΙΕΣ

Υπάρχει μία συγκεκριμένη τιμή της δυσκαμψίας του κοσμικού σωματίου κάτω από την οποία όλες οι τροχιές είναι απαγορευμένες (είναι το χαμηλότερο κατώφλι (lower cut-off) και συμβολίζεται ως R_L (Cooke et al., 1991). Αντίστοιχα, υπάρχει μία συγκεκριμένη τιμή της δυσκαμψίας του κοσμικού σωματίου πάνω από την οποία όλες οι τροχιές του είναι επιτρεπτές. Η τιμή αυτή ονομάζεται υψηλότερο κατώφλι (upper cut-off) και συμβολίζεται ως R (Cooke et al., 1991)

Penumbra: καποιες τροχιές
επιτρεπτές και καποιες
απαγορευμένες.

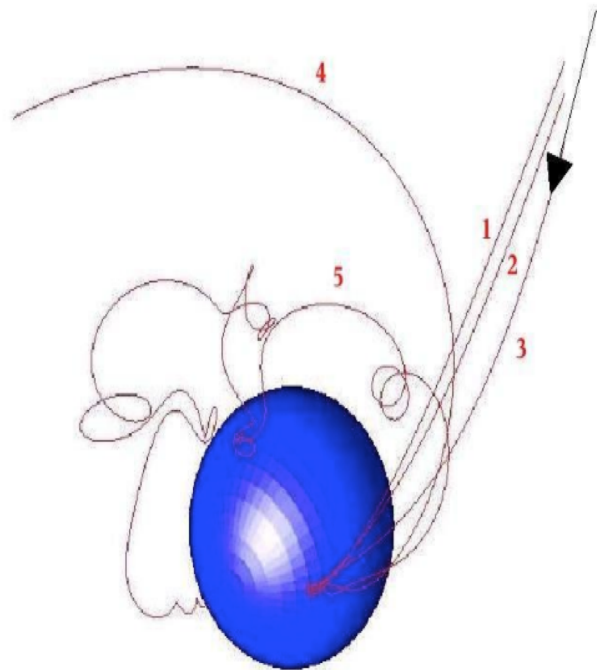
$$R_E = R_U - N_{allowed} \Delta R$$

και το $N_{allowed}$ προσαρμόζεται σε κλίμακα από 0 έως 1

Χρησιμοποιώντας κανείς την τιμή της ενεργής δυσκαμψίας αντί αυτής του υψηλότερου κατωφλίου λαμβάνει υπόψη τη διάδοση σωματίων δια μέσου της παρασκιάς



Σχήμα 4.1.1: Επιτρεπτές και απαγορευμένες τροχιές φορτισμένου σωματίου κινούμενο στη μαγνητόσφαιρα της Γης (σχήμα προσαρμοσμένο από Desorgher et al., 2004).



Σχήμα 2.9: Ηλεκτρονικά υπολογισμένες τροχιές για διαφορετικές ενέργειες σωματιδίων (MAGNETOCOSMICS code, L. Desorgher, Univ. Bern).

Αυτό που πραγματικά συμβαίνει εξαρτάται από το πλάτος και την κλίση υπό την οποία το κοσμικό συναντά την μαγνητόσφαιρα: γύρω από τους πόλους είναι μια μικρή περιοχή όπου οι δυναμικές γραμμές είναι λίγο πολύ ακτινωτές.

Αν το σωματίδιο εισέλθει εκεί θα έχει ανεμπόδιστη πρόσβαση στην ατμόσφαιρα. Αν συναντήσει την μαγνητόσφαιρα στο επίπεδο του ισημερινού, χτυπάει το μαγνητικό πεδίο εκεί που η θωράκιση του είναι πιο αποτελεσματική και η ενέργεια κατωφλίου E_0 πιο υψηλή. Σωματίδια με ενέργειες λίγο πιο πάνω από το κατώφλι μπορεί να έχουν μια αρκετά περίπλοκη τροχιά πριν φτάσουν στην ατμόσφαιρα.