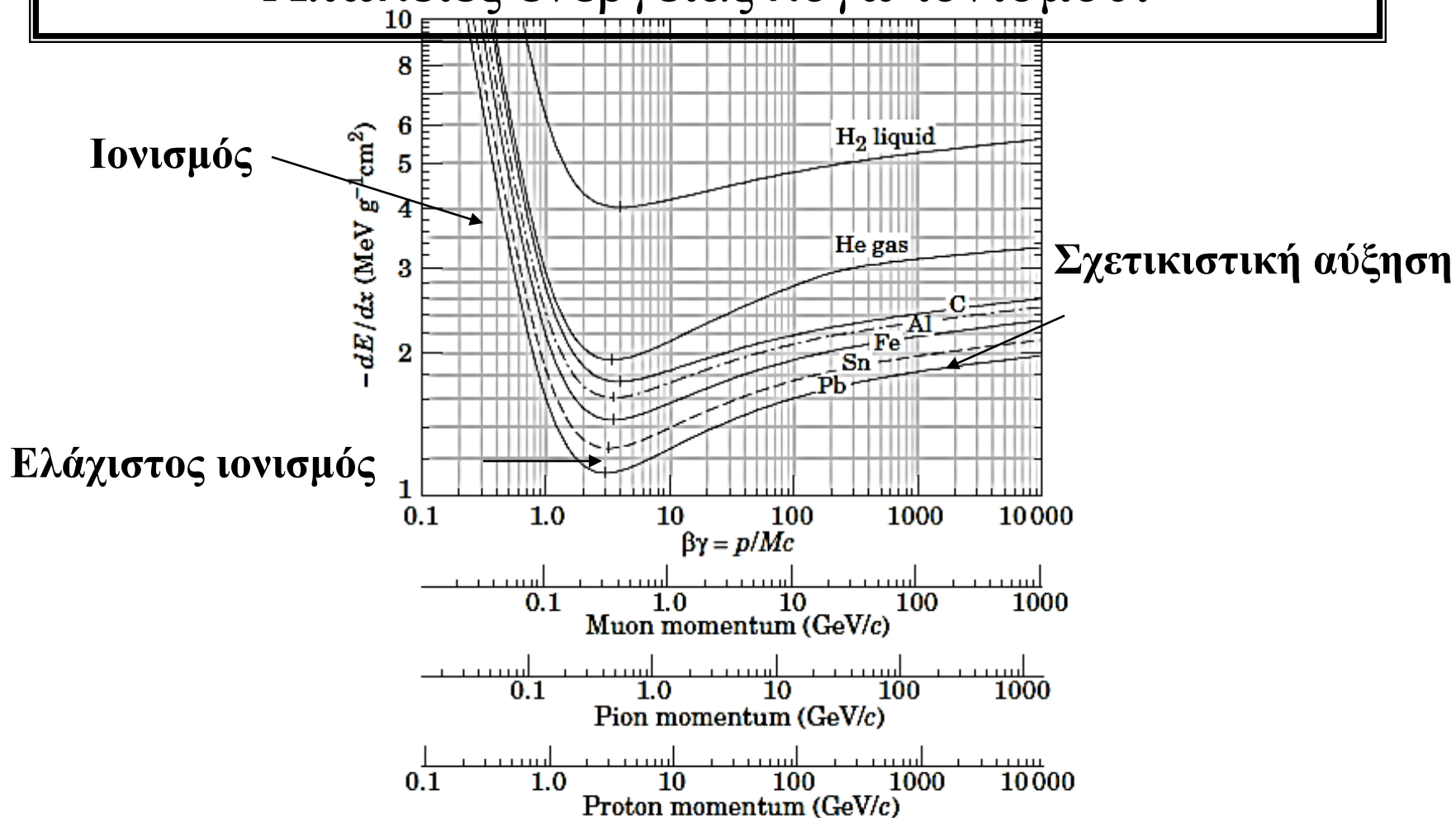


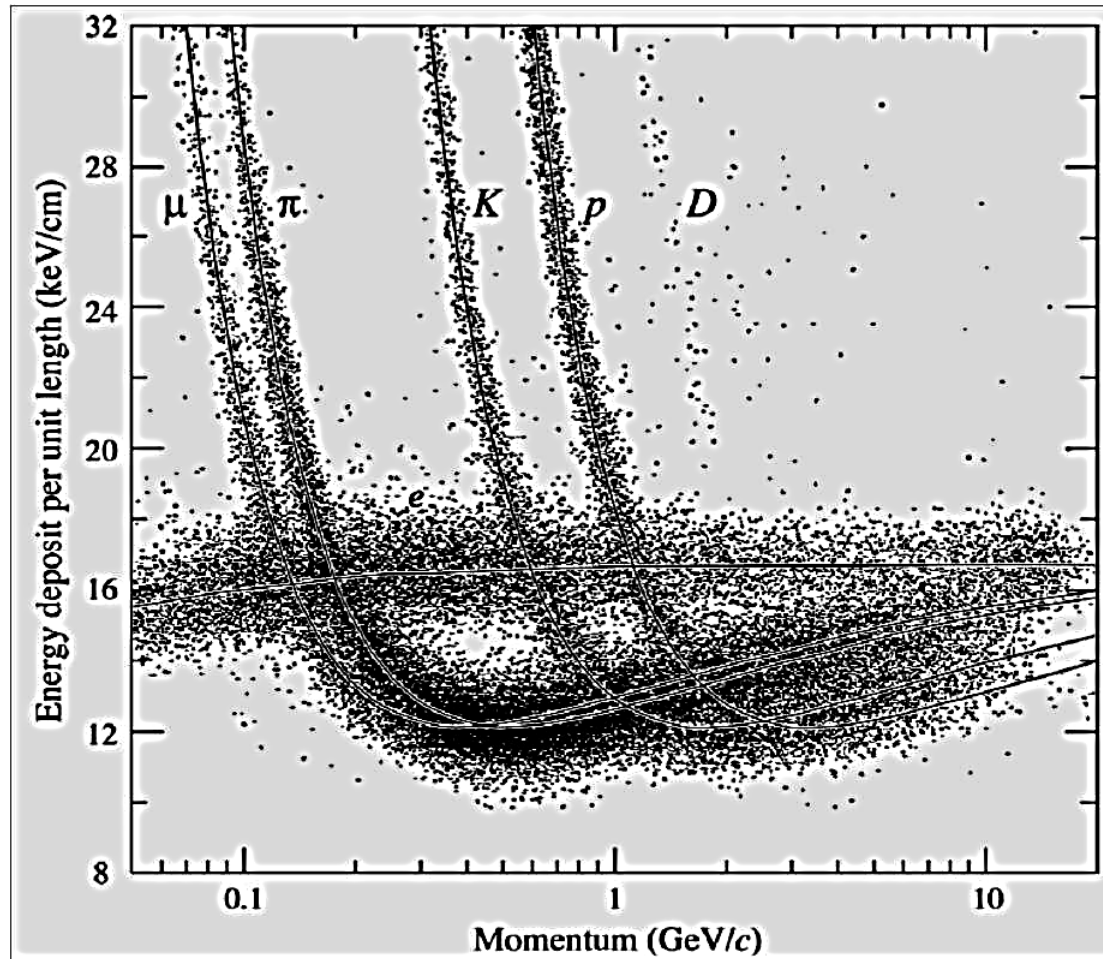
Διέλευση φορτισμένων
σωματιδίων από την ύλη

Απώλειες ενέργειας λόγω ιονισμού.



Στις χαμηλές ταχύτητες $\gamma < 2$, ο ιονισμός εξαρτάται από τον χρόνο περάσματος του σωματιδίου μέσα από το άτομο. Στις σχετικιστικές ταχύτητες αυξάνονται οι συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου οι κάθετες προς την κίνηση και αντίστοιχα ο όγκος που ιονίζεται. Στη συνέχεια λόγω πόλωσης, σταθεροποιείται η απώλεια ενέργειας περίπου στα 2 MeV/g cm^2

Πειραματική μέτρηση dE/dX σε αναλογικό θάλαμο αερίου



Τύπος Bethe-Bloch

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi}{m_e c^2} \cdot \frac{n z^2}{\beta^2} \cdot \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I \cdot (1 - \beta^2)} \right) - \beta^2 \right]$$


$$\frac{dE}{dx} = - \frac{N_A Z}{A} \frac{2\pi (ze^2)^2}{Mv^2} \left[\ln \frac{2Mv^2 \gamma^2 W}{I^2} - 2\beta^2 \right]$$

$\beta = v/c$, z ο ατομικός αριθμός του υλικού, ενώ το I εξαρτάται απ' την ενέργεια ιονισμού του ατόμου.

Απώλεια λόγω ιονισμού

Κατά το πέρασμα των φορτισμένων σωματιδίων από ένα υλικό, χάνουν ενέργεια λόγω ιονισμού των ατόμων του υλικού και με τη αλληλεπίδραση τους με τους πυρήνες του υλικού που παράγονται δευτερογενή.

Οι απώλειες λόγω ιονισμού έχουν μικρή εξάρτηση από την ενέργεια του σωματιδίου, ενώ οι απώλειες λόγω ακτινοβολίας αυξάνονται με την ενέργεια.

Ο προσεγγιστικός τύπος δίνει την απώλεια σε MeV ανα g/cm²:

$$\frac{dE}{dX} = -a - E / \xi$$

E η ενέργεια του σωματιδίου, **dX** το μήκος του υλικού που διασχίζει εκφρασμένο σε g/cm²
ξ το μήκος ακτινοβολίας σε g/cm²

Οι παράμετροι **a** (MeV/(g/cm²) και **ξ** έχουν μικρή εξάρτηση από την ενέργεια.

Πολλαπλή σκέδαση (multiple scattering)

$$\varphi_{\text{rms}} = \left(\frac{zE_s}{pv} \right) \sqrt{\frac{t}{X_0}} \quad E_s = (4\pi/\alpha)^{1/2} mc^2 = 21 \text{ MeV}$$

Here r_e is the classical radius of the electron and $\alpha = 1/137$. Thus a singly charged particle with a value of $pv = p\beta c$ measured in MeV will suffer an rms deflection of $21/(pv)$ radians in traversing one radiation length.

$$\frac{1}{X_0} = 4\alpha \left(\frac{Z}{A} \right) (Z + 1) r_e^2 N_0 \ln \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right)$$

Μήκος ακτινοβολίας X_0

το r_e είναι η κλασική ακτίνα του ηλεκτρονίου

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2.818 \text{ fm}$$

Ακτινοβολία πέδησης (bremsstrahlung)

Η ακτινοβολία πέδησης εκπέμπεται κατά την επιτάχυνση του ηλεκτρονίου από το ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα. Το φάσμα εκπομπής είναι συνεχές.

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{N}{A} \int_0^{E-mc^2} \sigma_{br}(E, k) k dk ,$$

Η ενεργός διατομή για τα ηλεκτρόνια:

$$\sigma_{br} = \frac{4Z^2 \alpha r_e^2}{k} F(E, k)$$

Όπου E η ενέργεια του σωματιδίου, k η ενέργεια του εκπεμπόμενου φωτονίου, r_e η κλασική ακτίνα του ηλεκτρονίου, α η σταθερά λεπτής υφής (1/137).

Στον παράγοντα $F(E, k)$ εισέρχεται και η εξάρτηση απ' την απόκρυψη των πυρήνων (screening), από τα ατομικά ηλεκτρόνια. Σημαντική στις μικρές ενέργειες

Ακτινοβολία πέδησης (bremsstrahlung)

Διαπιστώνουμε ότι η ενεργός διατομή σ_{br} , απειρίζεται για πολύ μικρή ενέργεια k . Το πρόβλημα ξεπερνιέται αν ολοκληρώσουμε για όλα τα μήκη κύματος.

Ολοκληρώνοντας για όλα τα μήκη κύματος και για μικρή απόκρυψη, η απώλεια ενέργειας δίνεται από :

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4NZ}{A} \alpha r_e^2 E \left[\ln 191 Z^{-1/3} + 1/18 \right]$$

Χρησιμοποιώντας το μήκος ακτινοβολίας X_0 , η σχέση απλοποιείται σε:

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{rad} = -\frac{E}{X_0} \qquad \langle E \rangle = E_0 \exp \left(-\frac{x}{X_0} \right)$$

Υπολογισμός Μήκους Ακτινοβολίας για ένα υλικό

$$X_0 \equiv \left[\frac{4NZ(Z+1)}{A} \alpha r_e^2 \ln(191Z^{-1/3}) \right]^{-1}$$

Σε προσέγγιση:

$$X_0 \simeq 10^3 \times \frac{A}{6Z(Z+1)} \text{ g.cm}^{-2}$$

Για χημική ένωση ή μίγμα:

$$\frac{1}{X_0} = \sum_i \frac{w_i}{X_0^i},$$

Μήκος ακτινοβολίας για τον αέρα: $X_0(\text{air}) = 36.9 \text{ g/cm}^2$

Μήκος ακτινοβολίας για διάφορα υλικά

Table 2.4. Radiation lengths and critical energies for the most common elements.
The radiation length values are from [11] and the critical energies from [3].

Element	Z	A	$X_0, \text{g/cm}^2$	$\varepsilon_0, \text{MeV}$
Hydrogen	1	1.01	61.28	350.
Helium	2	4.00	94.52	250.
Carbon	6	12.01	42.70	79.
Nitrogen	7	14.01	37.99	85.
Oxygen	8	16.00	34.24	75.
Silicon	14	28.09	28.08	37.5
Iron	26	55.85	13.84	20.7

Εκπομπή ακτινοβολία πέδης σε μεγάλες ενέργειες

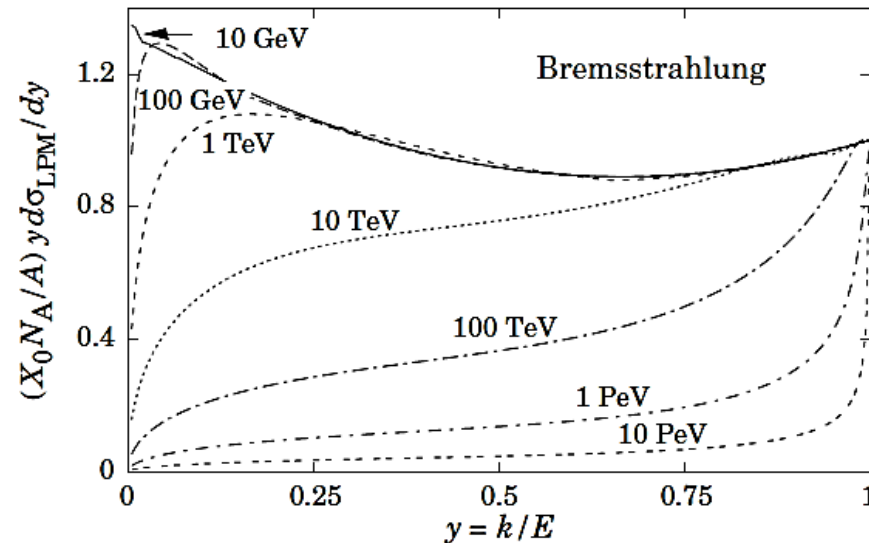
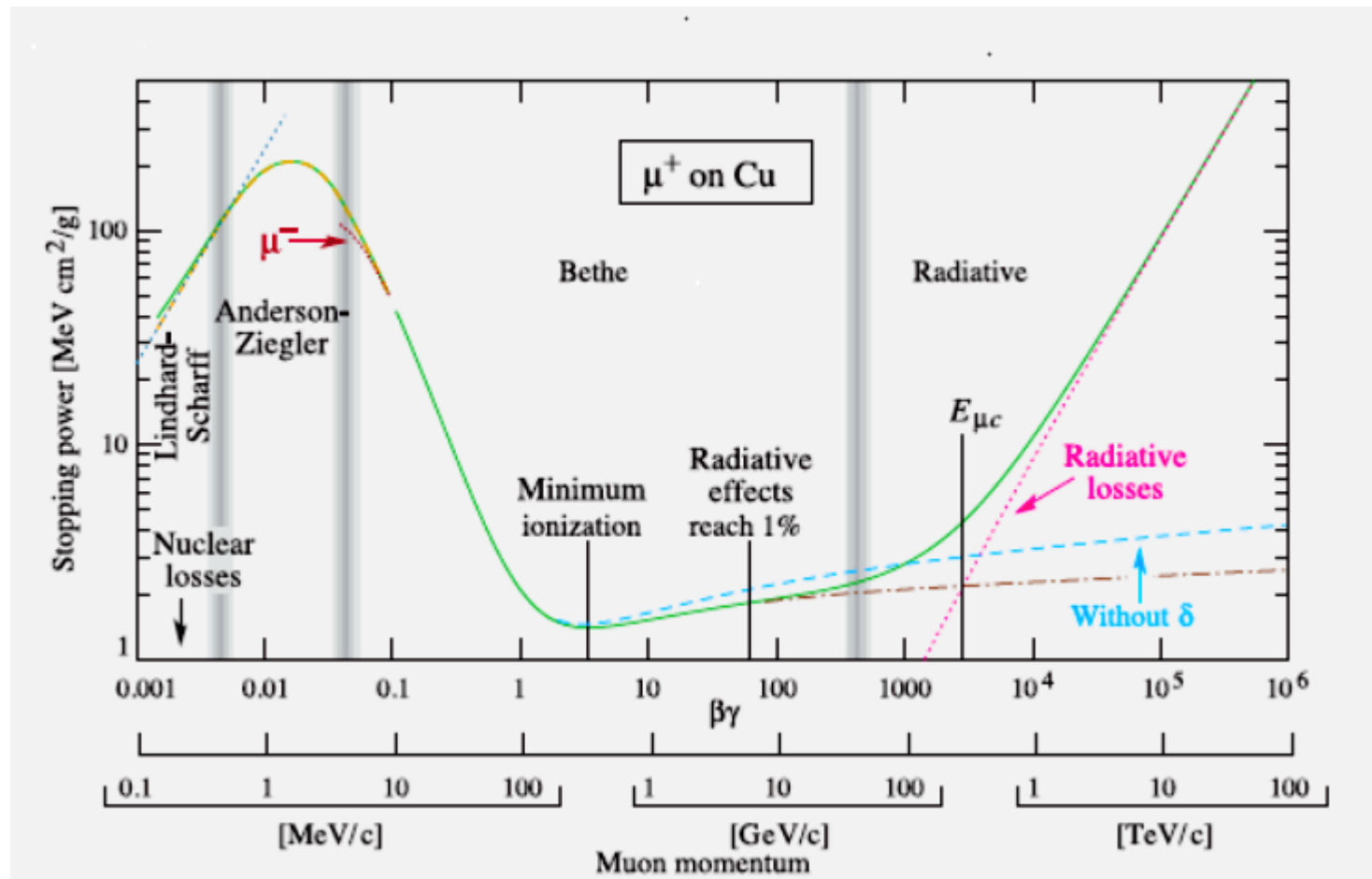


Figure 32.12: The normalized bremsstrahlung cross section $k d\sigma_{LPM}/dk$ in lead versus the fractional photon energy $y = k/E$. The vertical axis has units of photons per radiation length.

Ακτινοβολία Πέδησης για μιόνια

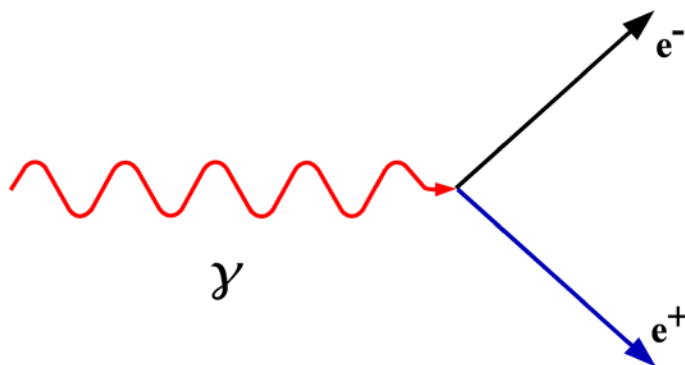


Δίδυμη Γένεση.

Μια ακτίνα γ με ενέργεια μεγαλύτερη από 2 μάζες ηλεκτρονίου, δημιουργεί ένα ζευγάρι $e^+ e^-$. Η διαδικασία γίνεται στο ηλεκτρικό πεδίο ενός πυρήνα για διατήρηση της ορμής.

Η διαδικασία συνδέεται με την ακτινοβολία πέδης αν μεταφέρουμε το ηλεκτρόνιο στο δεξί μέρος της αντίδρασης. (γίνεται ποζιτρόνιο και εξέρχεται από την κορυφή της αντίδρασης.)

Η μέση απόσταση που διανύει το φωτόνιο μέχρι τη δημιουργία, ονομάζεται μήκος μετατροπής. Το μήκος εξαρτάται από την ενέργεια αλλά για υψηλές ενέργειες γίνεται ίσο με $9/7 X_0$.



Ενεργός Διατομή για παραγωγή ζεύγους.

$$1 \ll \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \ll \frac{1}{Z^{\frac{1}{3}}}$$

$$\sigma_{pair} = ar^2 Z^2 \left[\frac{28}{y} \ln \left(\frac{2\hbar\omega}{m_e c^2} \right) - \frac{218}{27} \right] (m^2 / atom)$$

with screening

$$\sigma_{pair} = ar^2 Z^2 \left[\frac{28}{y} \ln \left(\frac{2\hbar\omega}{m_e c^2} \right) - \frac{2}{27} \right] (m^2 / atom)$$

Διαφορική Διατομή για Δίδυμη Γένεση

$x=E/k$. E η ενέργεια που μεταφέρεται στο ζεύγος, k η ενέργεια του φωτονίου δηλαδή το x είναι το ποσοστό της ενέργειας του φωτονίου, που μεταφέρεται στο ζεύγος.

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{A}{X_0 N_A} \left[1 - \frac{4}{3}x(1-x) \right]$$

X_0 το μήκος ακτινοβολίας, A ατομικός αριθμός και N_A αριθ Αβογκάντρο.

Η ενεργός διατομή στο όριο υψηλής ενέργειας.

$$\sigma = \frac{7}{9}(A/X_0 N_A)$$

Για την ατμόσφαιρα ο τύπος δίνει:

$$\sigma_{\gamma \rightarrow pair} = 500 mb$$

Ενεργός διατομή για παραγωγή ζεύγους σε υψηλές ενέργειες.

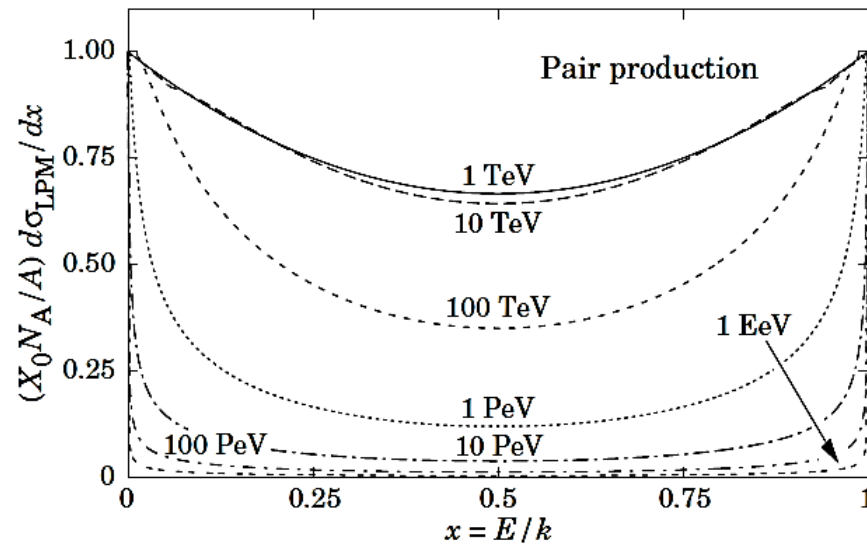


Figure 32.18: The normalized pair production cross section $d\sigma_{LPM}/dy$, versus fractional electron energy $x = E/k$.

Σχόλιο για ακτινοβολία πέδησης και δίδυμη γένεση.

Οι υπολογισμοί που χρησιμοποιούνται, στηρίζονται στους υπολογισμούς των Bethe Heitler (1934) και στις βελτιώσεις που προστέθηκαν αργότερα. Η βασική ιδέα ξεκινά από την σκέδαση ηλεκτρονίου στο ηλεκτρικό δυναμικό του πυρήνα, με τελική κατάσταση ηλεκτρονίου και ποζιτρονίου.

Ενδιαφερόμαστε για την περίπτωση σχετικιστικών σωματιδίων και το ζητούμενο είναι ο υπολογισμός της απώλειας μετά από διέλευση μέσα από ένα υλικό αλλά και στον αριθμό των δευτερογενών σωματιδίων που παράγονται κατά την δημιουργία ηλεκτρομαγνητικών καταιονισμών.

Περισσότερα στο:

[Passage of Particles Through Matter](#)

Διαγράμματα Feynman για Δίδυμη Γένεση και Ακτινοβολία Πέδη.

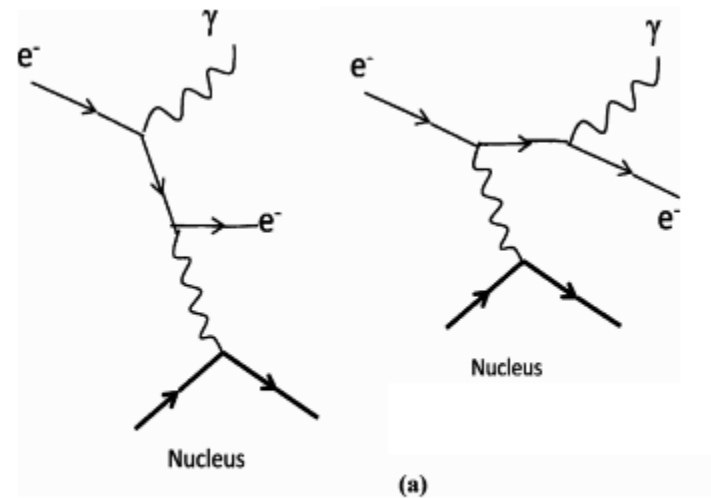
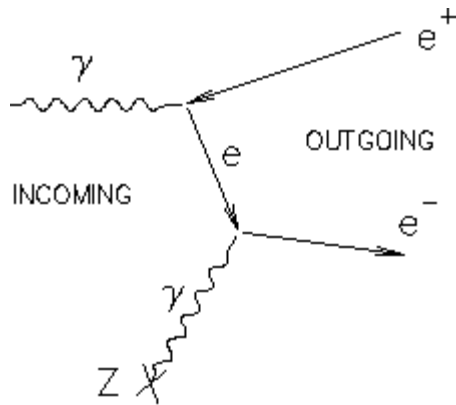
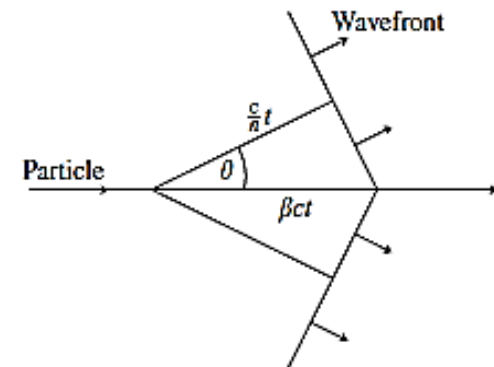
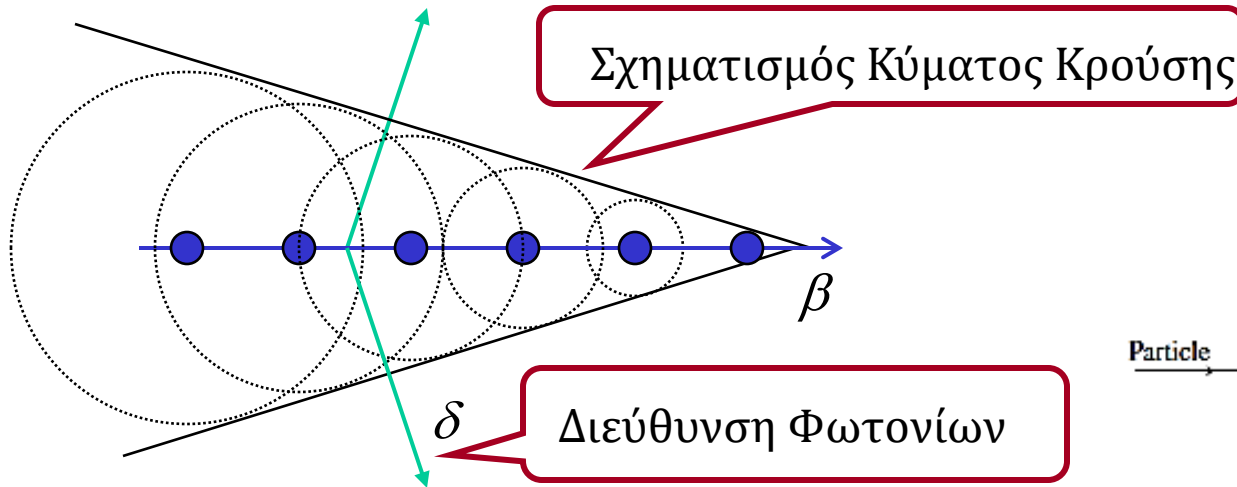


Fig. 10.25(a) Dominant Feynman diagrams for the Bremsstrahlung process $e^- + (Z, A) \rightarrow e^- + \gamma + (Z, A)$

Ακτινοβολία Cerenkov

- Η ακτινοβολία Cerenkov, μελετήθηκε πειραματικά από τους Cerenkov και Vavilof το 1933 και η θεωρητική ερμηνεία της δόθηκε από τους Tamn και Frank.
Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο διασχίζει ένα διηλεκτρικό, με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός στο διηλεκτρικό, τότε εκπέμπεται φως κατά μήκος της τροχιάς του σωματιδίου.
Το φαινόμενο προκαλείται από τη διηλεκτρική σταθερά του υλικού. Γνωρίζετε ότι σε ένα υλικό με δείκτη διάθλασης n , το φως ταξιδεύει με ταχύτητα c/n , Ο δείκτης n είναι πάντοτε μεγαλύτερος από την μονάδα, άρα $v < c$.
- Αν θεωρήσουμε ότι ένα μόριο του διηλεκτρικού παραμορφώνεται από το Ηλεκτρικό Πεδίο του σωματιδίου που περνά δίπλα του, και σχηματίζει ένα ηλεκτρικό δίπολο. Το δίπολο, καθώς επιστρέφει στο αρχικό σχήμα του, εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με μορφή σφαιρικού κύματος. Τα κύματα διαδίδονται ενώ το φορτίο δημιουργεί καινούργιες διεγέρσεις. Τα κύματα συμβάλουν και σχηματίζουν ένα μέτωπο το οποίο διαδίδεται προς τα εμπρός υπό γωνία.
- Το φαινόμενο είναι ανάλογο με το φαινόμενο του μετώπου Mach που προκαλείται από την κίνηση αντικειμένων με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του ήχου στον αέρα.
- Αναλυτική απόδειξη στο βιβλίο Jackson «Classical Electromagnetism»

Ακτινοβολία Cerenkov



Το συνημίτιο της γωνίας υπολογίζεται από την απόσταση που διανύει το Η.Μ. κύμα, προς την απόσταση που διανύει το σωματίδιο.

$$\cos \theta = \frac{(ct/n)}{\beta ct} = \frac{1}{\beta n}, \quad \beta > \frac{1}{n}$$

Η προϋπόθεση $\beta > 1/n$, βάζει ένα κατώφλι στην ενέργεια για την εκπομπή φωτός. Αν θέσουμε $\beta = 1/n$ στον τύπο της σχετικιστικής ενέργειας για το σωματίδιο, υπολογίζουμε την ενέργεια κατωφλίου.

$$E_{Thr} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Υπολογισμός ενέργειας κατωφλίου για τον αέρα.

Για ηλεκτρόνιο και μιονίο.

$$\mathbf{e^- \quad mc^2 = 0,51 \text{ MeV} \quad E_T = 21 \text{ MeV}}$$

$$\mathbf{\mu^- \quad mc^2 = 106 \text{ MeV} \quad E_T = 4.3 \text{ GeV}}$$

$$n = 1.0003$$

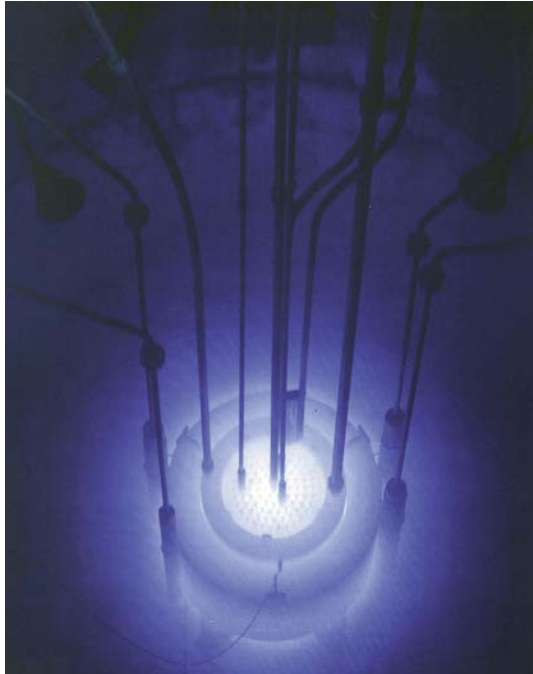
$$\beta = 1 / n$$

$$E_{Thr} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

CERENKOV RADIATION and its applications,

by J. V. JELLEY

Ακτινοβολία Cerenkov



Αριθμός φωτονίων ανα μονάδα διαδρομής και μήκους κύματος.

$$\frac{\partial^2 N}{\partial x \partial \lambda} = 2\pi\alpha \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} \right) \frac{1}{\lambda^2}$$

Αριθμός φωτονίων ανά μονάδα διαδρομής.

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 2\pi\alpha \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} \right) \left(\frac{1}{\lambda_L} - \frac{1}{\lambda_H} \right)$$

Ο αριθμός των φωτονίων που εκπέμπονται είναι αντιστρόφως ανάλογος του μήκους κύματος. Δηλαδή έχουμε περισσότερα φωτόνια στο υπεριώδες, ιώδες και μπλε. Συνήθως το υπεριώδες απορροφάται από το υλικό και ανιχνεύουμε κυρίως το μπλε. Για τον λόγο αυτό οι φωτοπολλαπλασιαστές που χρησιμοποιούμε για την ανίχνευση, πρέπει να έχουν υψηλή ευαισθησία στο μπλέ φως.

Ανιχνευτές Cherenkov

Παρά τον μικρό αριθμό φωτονίων που εκπέμπονται, οι ανιχνευτές που στηρίζονται στο φαινόμενο Cherenkov, είναι εξαιρετικά χρήσιμοι στη φυσική των στοιχειωδών σωματιδίων λόγω των ιδιοτήτων τους.

Παράδειγμα:

Ανιχνευτές αερίου. Χρησιμοποιούνται για τον διαχωρισμό σωματιδίων ίδιας ορμής σε δέσμες επιταχυντών. π.χ. πιόνια , πρωτόνια.

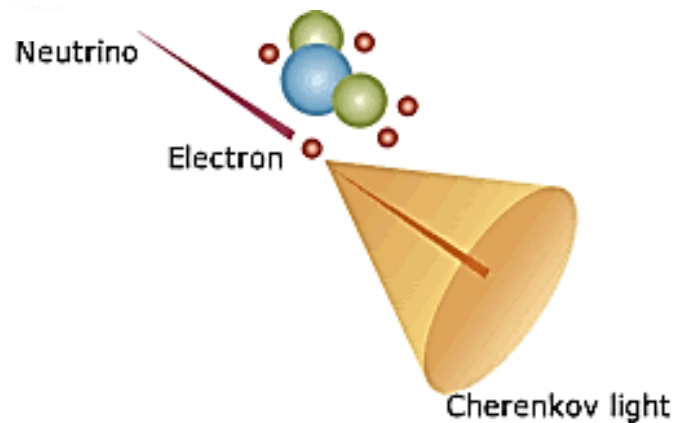
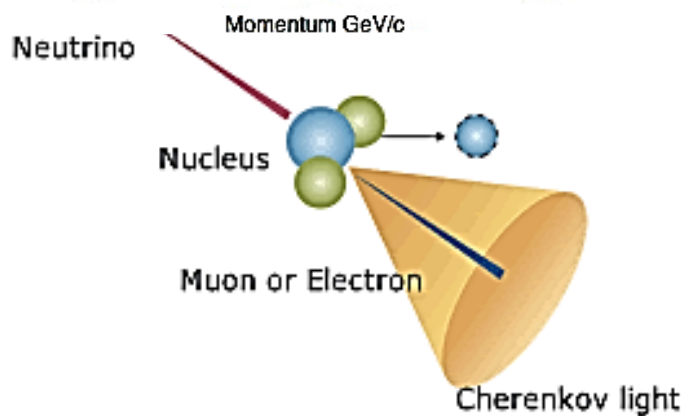
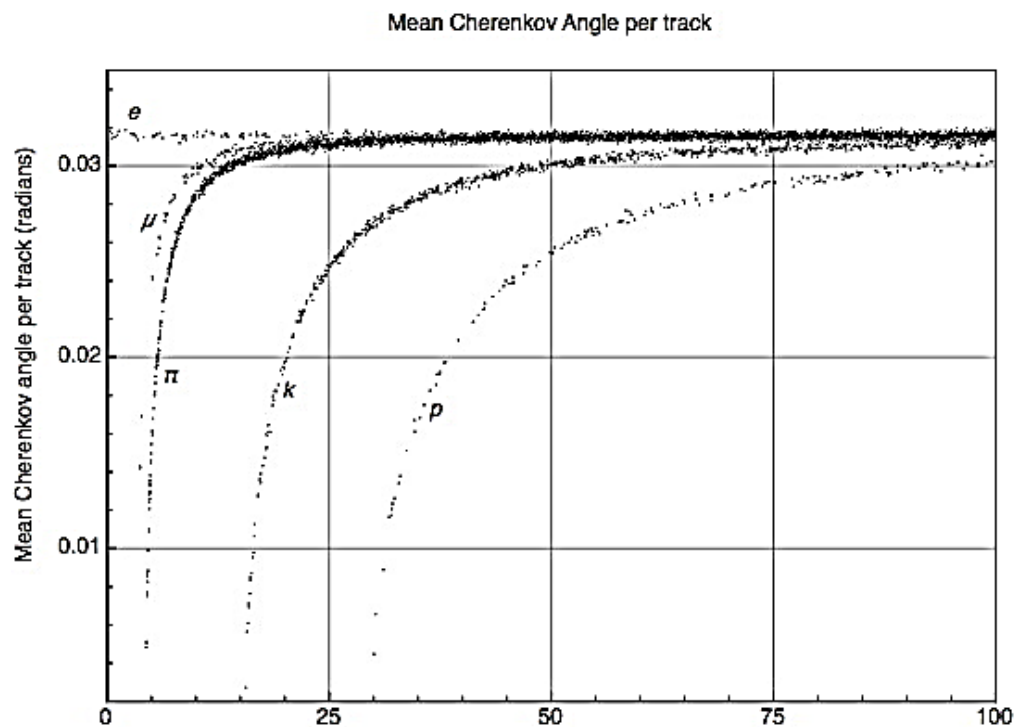
Ανιχνευτές απεικόνισης δακτυλίων, όπου μετρούμε τη διάμετρο του δακτυλίου που σχηματίζουν τα φωτόνια για να ταυτοποιήσουμε το σωματίδιο.

Ανιχνευτές ολικής απορρόφησης H.M. καταιονισμών, συνήθως από μολυβδούχο γυαλί.

Στο πεδίο των κοσμικών, θα συναντήσουμε ανιχνευτές **ολικής απορρόφησης**, δηλαδή δεξαμενή νερού όπου μετρούμε τη συνολική ποσότητα φωτός που παράγουν οι καταιονισμοί μέσα στη δεξαμενή (Auger)

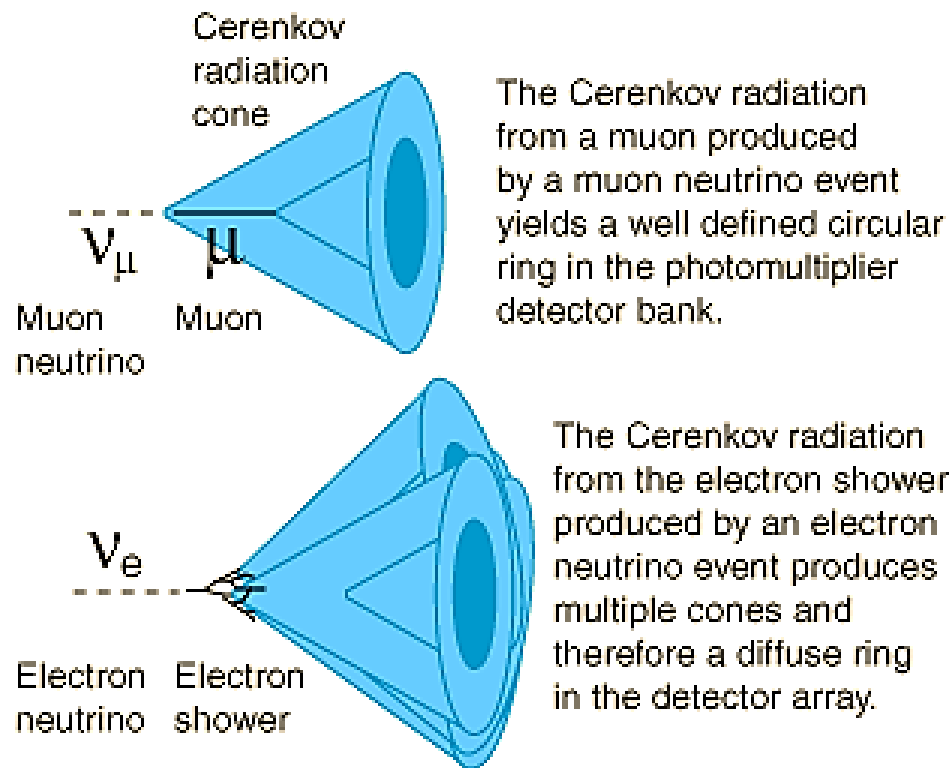
Ανιχνευτές δακτυλίων, μια μεγάλη δεξαμενή νερού με φωτοπολλαπλασιαστές στα τοιχώματα, ανιχνεύει τους δακτυλίους που σχηματίζει η ακτινοβολία Cherenkov, (KAMIOKANDE), Στην ίδια κατηγορία κατατάσσουμε και το πείραμα ICECUBE, Που αξιοποιεί τον πάγο της ανταρκτικής σαν μέσο.

Ακόμη μια εξαιρετικά σημαντική εφαρμογή είναι η ανίχνευση των H.M. καταιονισμών που δημιουργούν στην ατμόσφαιρα οι **κοσμικές ακτίνες γ.**



The generated charged particle emits the Cherenkov light.

Διαχωρισμός μιονίου από ηλεκτρόνιο



Ατμοσφαιρική φωταύγεια

Ένα μέρος της ενέργειας που χάνεται λόγω ιονισμού, μετατρέπεται σε φωτόνια του ορατού φάσματος. Προέρχονται από την αποδιέγερση των ατόμων του αζώτου και τα μήκη κύματος εκπέμπονται στην περιοχή 300-450 nm. Η εκπομπή των φωτονίων είναι ισότροπη προς όλες τις κατευθύνσεις. Εκπέμπονται περίπου 4,5 φωτόνια ανά μέτρο. Ο αριθμός των τροχιών σε ένα καταιονισμό υψηλής ενέργειας είναι μεγαλύτερος από 10^6 είναι δυνατή η ανίχνευση των καταιονισμών.

