

ΑΣΚΗΣΕΙΣ Α

Αλληλεπίδραση φωτονίων και φορτισμένων σωματιδίων με την ύλη

A1. Ο μαζικός συντελεστής απορρόφησης του χαλκού (Cu) για φωτόνια ενέργειας 1.0 MeV είναι $\mu_p = 0.0589 \text{ cm}^2/\text{g}$. Τι ποσοστό λεπτής δέσμης 1.0 MeV φωτονίων διέρχεται από φύλλο χαλκού πάχους 2 cm; Η πυκνότητα του χαλκού είναι $\rho = 8.9 \text{ g/cm}^3$.

A2. Η κατά Compton ενέργεια σκεδαζόμενου φωτονίου σε γωνία θ δίνεται από τη σχέση:

$$E(\theta) = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)}$$

Για δοσμένη ενέργεια E_0 , σε ποιά γωνία η ενέργεια σκεδαζόμενου φωτονίου και ηλεκτρονίου γίνονται ίσες; Ποιά είναι η γωνία αυτή όταν $E_0 = 511 \text{ keV}$, $E_0 = 1022 \text{ keV}$ και $E_0 = 140 \text{ keV}$;

A3. (Γενίκευση της A2) Φωτόνια ενέργειας E_0 υφίστανται Compton σκέδαση. Να υπολογισθεί η γωνία σκέδασης θ όπου τα σκεδαζόμενα φωτόνια έχουν ενέργεια ίση με το μισό της αρχικής. Να αποδοθεί γραφικά το αποτέλεσμα σε διάγραμμα (θ, E_0) .

A4. Αποδείξτε πως, ασχέτως της αρχικής ενέργειας, φωτόνιο σκεδαζόμενο κατά Compton σε γωνία μεγαλύτερη των 60° είναι αδύνατον να δημιουργήσει φαινόμενο διδύμου γένεσης.

A5. Στενή δέσμη ακτινοβολίας φωτονίων προσπίπτει σε ανομοιογενές υλικό πάχους D , του οποίου ο γραμμικός συντελεστής απορρόφησης δίνεται από τη σχέση $\mu(x) = \mu_0^x / \lambda$, όπου λ θετική σταθερά. Να υπολογισθεί το λ εάν γνωρίζουμε πως το υλικό αυτό απορροφά ισodύναμα με άλλο ομογενές υλικό ιδίου πάχους D και συντελεστή απορρόφησης μ_0 .

A6. Δύο διαφορετικά υλικά (1) και (2) με μαζικούς συντελεστές απορρόφησης μ_{p1} και μ_{p2} αντίστοιχα χρησιμοποιούνται υπό μορφή ορθογώνιων πλακών σε θωράκιση γ -ακτινοβολίας. Εάν έχουν την ίδια επιφάνεια και επιφέρουν το ίδιο ποσοστό απορρόφησης, ποιος είναι ο λόγος των μαζών m_1/m_2 των δύο αυτών πλακών;

A7. Φορτισμένο σωματίδιο αρχικής ενέργειας E_0 καταφέρνει οριακά να διαπεράσει υλικό πάχους D . Εάν η αλληλεπίδρασή του με το υλικό προσεγγίζεται ικανοποιητικά από τη σχέση της γραμμικής ανασχετικής ισχύος

$$S(E) = -dE/dx = 2E^{-1/2},$$

να υπολογιστεί η τιμή της ελάχιστης ενέργειας E που απαιτείται, ώστε το ίδιο φορτισμένο σωματίδιο να διαπεράσει υλικό διπλάσιου πάχους $2D$.

A8. Σωματίδιο α αρχικής ενέργειας $E_0 = 5.5 \text{ MeV}$ εκπέμπεται από σημειακή πηγή ^{241}Am στον αέρα. Η αλληλεπίδρασή του με τα μόρια του αέρα προσεγγίζεται ικανοποιητικά από τη σχέση που δίνει την γραμμική ανασχετική ισχύ

$$S(E) = -\frac{dE}{dx} = \frac{\lambda}{\sqrt{E}}$$

όταν η ενέργεια E μετράται σε MeV και η διαδρομή x σε cm. Να υπολογιστεί ο συντελεστής λ , εάν γνωρίζουμε πως 4cm αέρα είναι ικανά να σταματήσουν την ακτινοβολία αυτή.

A9. Ποιος πρέπει να είναι ο λόγος ενεργειών δύο διαφορετικών δεσμών πρωτονίων p και σωματιδίων α (πυρήνων ^4He) ώστε να έχουν την ίδια εμβέλεια σε δοσμένο υλικό;

A10. Φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται σε ομογενές υλικό με αρχική ενέργεια E_0 και σταματά ακριβώς στο μέσο του πάχους του. Εάν η γραμμική ανασχετική του ισχύς περιγράφεται ποσοτικά από τη σχέση

$$S(E) = -dE/dx = 2E^{-1/2}, \quad ([E]=\text{MeV}, [x]=\text{cm})$$

να υπολογιστεί η ελάχιστη απαιτούμενη ενέργεια (συναρτήσει της E_0) ώστε το σωματίδιο να εξέλθει του υλικού.

X-Ray CT - Γενικές Έννοιες Τομογραφίας

A11. Το διακριτό φάσμα λυχνίας ακτίνων-X παρουσιάζει τις χαρακτηριστικές γραμμές K_α και K_β αντίστοιχα στις ενέργειες $K_\alpha = 60 \text{ keV}$ και $K_\beta = 73 \text{ keV}$. Οι γραμμές αυτές εξαφανίζονται όταν η ανοδική τάση γίνει μικρότερη των 78 kV . Να υπολογισθούν οι ενέργειες σύνδεσης των ηλεκτρονίων του ανοδικού στοιχείου της λυχνίας στις πρώτες στοιβάδες K, L και M.

A12. Άγνωστο αντικείμενο διαστάσεων 5×5 με συντελεστές απορρόφησης περιγραφόμενους από τον τετραγωνικό πίνακα $f(i,j)$ του παρακάτω σχήματος, υποβάλλεται σε τομογραφική ανάλυση ακτίνων X.

ΑΓΝΩΣΤΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ
 $f(i,j)$

0	2	15	3	0	20
0	6	50	9	0	65
0	2	5	3	0	10
0	0	5	0	0	5
0	0	0	0	0	0
0	10	75	15	0	

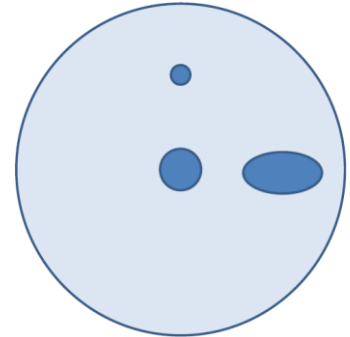
P ($\theta=90^\circ$)

P ($\theta=0^\circ$)

Εάν οι δύο προβολικές μετρήσεις $P(\theta)$ για τις γωνίες $\theta=0^\circ$ και $\theta=90^\circ$ παρουσιάζουν τις αναγραφόμενες τιμές, να γίνει ανασύσταση του πίνακα $f(i,j)$ με τη μέθοδο της οπισθοπροβολής. Πλησιάζει η ευρεθείσα κατανομή των συντελεστών απορρόφησης την πραγματική;

A13. Εάν στο προηγούμενο πρόβλημα εφαρμόσετε την Αλγεβρική Μέθοδο Ανακατασκευής (Algebraic Reconstruction Technique - ART) για μια πλήρη επανάληψη, ποιό θα είναι το αποτέλεσμα. Σχολιάστε τη διαφορά. Υπάρχει δυνατότητα βελτίωσης και με ποιον τρόπο;

A14. Να αποδοθεί το αναμενόμενο ημιτονόγραμμα (sinogram) σε τομογραφία εκπομπής για γωνίες $0^\circ < \phi < 360^\circ$ του ομοιώματος που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα, εάν υποθεθεί πως οι σκιασμένες περιοχές αποτελούν ομοιόμορφη κατανομή ραδιοφαρμάκου.



A15. Το ημιτονόγραμμα (sinogram) μιας τομογραφίας εκπομπής για γωνίες $0^\circ < \phi < 360^\circ$ απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Εάν υποθεθεί πως οι περιοχές που εκπέμπουν έχουν κανονικό σχήμα (κυκλικό ή ελλειψοειδές), να σχεδιαστεί με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια η σχετική θέση και το σχήμα των πηγών. Το $p(r, \phi)$ αντιστοιχεί στην προβολικά μετρούμενη ένταση της ακτινοβολίας κατά μήκος του ανιχνευτή r , για δεδομένη γωνία ϕ .

