



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

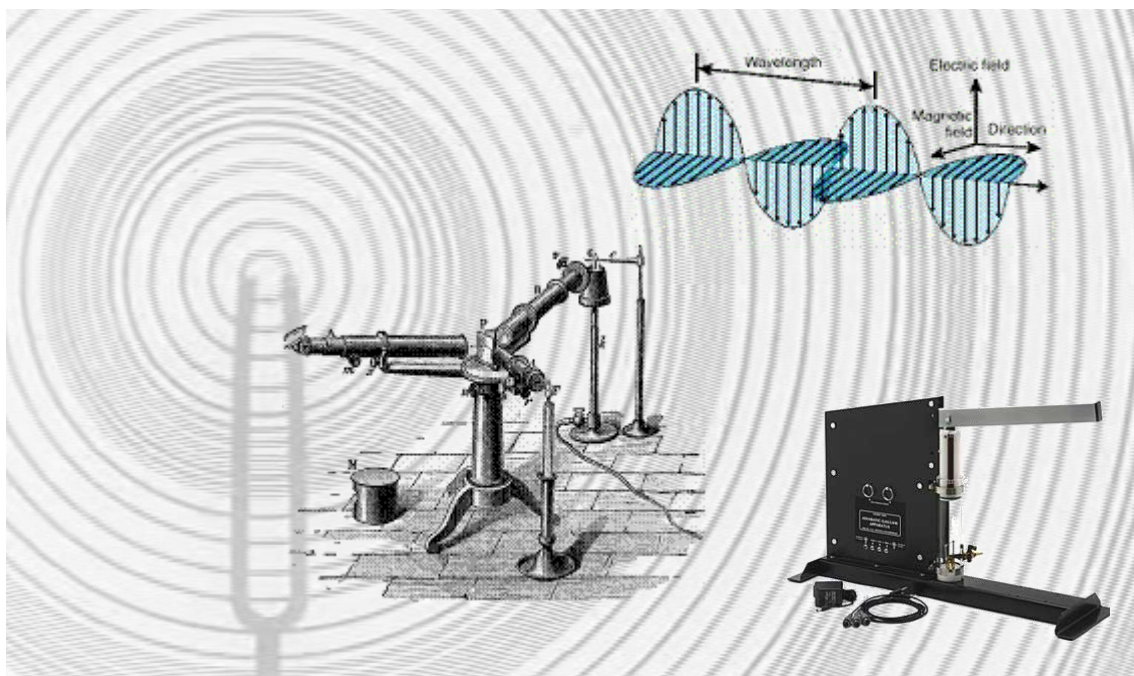
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ
«Καίσαρ Δ. Αλεξόπουλος»
<http://physlab.phys.uoa.gr>

Εργαστήριο Φυσικής III

Θερμοδυναμική, Κυματική, Οπτική



Αθήνα 2025

Για την εγκατάσταση των Ασκήσεων και τη συγγραφή του Φυλλαδίου εργάστηκαν ιστορικά, κατά καιρούς, τα εξής μέλη ΔΕΠ, ΕΔΙΠ, ΕΤΕΠ: Κ. Ευταξίας, Δ. Κιούσης, Χ. Λόντος, Ν. Μαμαλούγκος, Α. Ντόβα, Ε. Συσκάκης, Β. Χατζηκωντής, Ε. Χατζηκωντής, Β. Λυκοδήμος, Κ. Σιμσερίδης, Μ. Τσέτσερη, Μ. Γιαννούρη, Δ. Χατζηδημητρίου, Ι. Τσοχαντζής, Α. Πρωτονοταρίου, Χ. Γεωργάκη, Ε. Σκορδάς, Ν. Στεφάνου, Ν. Σαρλής. Συνέδραμαν οι προπτυχιακοί φοιτητές Ν. Παναγέας, Χ. Πανόπουλος και οι μεταπτυχιακοί Ν. Μπινίσκος και Α. Σαμαρτζής. Ελπίζουμε να μην έχουμε ξεχάσει κάποιον-αν.

Διευθυντής Εργαστηρίου Φυσικής: Καθ. Έκτορας Νισταζάκης

Συντονιστές Εργαστηρίου ΦΙΙΙ: Αν. Καθ. Κωνσταντίνος Σιμσερίδης και Αν. Καθ. Ευθύμιος Σκορδάς,
e-mail: csimseri@phys.uoa.gr και eskordas@phys.uoa.gr, αντιστοίχως.

Ηλεκτρονική Τάξη Βασικού Εργαστηρίου Φυσικής ΙΙΙ (10ΥΚΟ07)
<https://eclass.uoa.gr/courses/PHYS204/>

Περιεχόμενα

Κανονισμός λειτουργίας Εργαστηρίου Φυσικής	3
Γ1. Φασματοσκόπια φράγματος και πρίσματος	7
Γ2. Ισόθερμη μεταβολή ιδανικού αερίου - Κύκλος Otto	15
Γ3. Ταχύτητα διαδόσεως διαμηκών κυμάτων και ελαστικές σταθερές σε στερεά	22
Γ4. Μέτρηση εστιακής αποστάσεως συγκλίνοντος φακού και σφάλματα φακών	29
Γ5. Πολωμένο φως και μέτρηση στροφικής ικανότητας με πολωσίμετρο	33
Γ6. Συμβολόμετρο Michelson	44
Γ7. Μικροκύματα	49
Γ8. Συμβολή και περίθλαση του φωτός	59

Κανονισμός Λειτουργίας Εργαστηρίου Φυσικής III

Γενικοί Κανόνες

ΕΓΓΡΑΦΗ και ΤΜΗΜΑΤΑ: Οι φοιτητές-τριες εγγράφονται στο εργαστήριο ηλεκτρονικά μέσω της η-τάξεως <https://eclass.uoa.gr/courses/PHYS204/>

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: Ο-Η διδάσκων-ουσα ενημερώνει φοιτητές-τριες για το όνομά του-της, το γραφείο του-της, τηλέφωνο, email και ώρες κατά τις οποίες μπορούν να έλθουν σε επαφή μαζί του-της για απορίες-συζήτηση.

ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ: Κάθε φοιτητής-τρια εκτελεί 8 ασκήσεις, κυκλικά. Η σειρά των ασκήσεων ανακοινώνεται. Επιπλέον, 2 ημέρες αφιερώνονται σε μικροδιδασκαλίες σε μαθητές Γυμνασίων - Λυκείων.

ΠΡΟΣΕΛΕΥΣΗ: Οι φοιτητές-τριες προσέρχονται την επίσημη ώρα έναρξης. Αν υπάρξει πέραν των 15 λεπτών καθυστέρηση προσελεύσεως **δεν επιτρέπεται να ασκηθούν και χρεώνονται με απουσία.**

ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ: Ο-Η φοιτητής-τρια πρέπει να είναι **προετοιμασμένος-η** για την Άσκηση, την οποία θα εκτελέσει, με βάση το κείμενο του Εργαστηριακού Οδηγού και τις σχετικές αναφορές. Ο-Η διδάσκων-ουσα, με προφορική ή γραπτή εξέταση, αξιολογεί την μελέτη του-της στην άσκηση. Αν δεν έχει προετοιμασθεί για την άσκηση, λαμβάνει μηδενικό βαθμό προφορικής εξέτασης.

ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ: Το εργαστήριο διαρκεί 3 ώρες και οι φοιτητές-τριες αξιοποιούν όλο τον χρόνο τους. Όταν έχουν ολοκληρώσει τις μετρήσεις, αρχίζουν υπολογισμούς, επεξεργασία των μετρήσεων κλπ. Ο-Η φοιτητής-τρια πρέπει να: **α.** Εκτελεί την άσκηση σύμφωνα με τις οδηγίες του Εργαστηριακού Οδηγού και του-της διδάσκοντα-ουσας. **β.** Απευθύνεται σε διδάσκοντα-ουσα για κάθε απορία. Μετά το πέρας της ασκήσεως ο-η διδάσκων-ουσα υπογράφει τις μετρήσεις. Πριν αποχωρήσουμε τακτοποιούμε την πειραματική διάταξη! Δεν αφήνουμε ανοικτά όργανα με μπαταρίες (π.χ. πολύμετρα) όταν δεν μετράμε!

ΓΡΑΠΤΗ ΕΡΓΑΣΙΑ: Μία εβδομάδα μετά την εκτέλεση της ασκήσεως κάθε φοιτητής-τρια παραδίδει την γραπτή εργασία. Κάθε φοιτητής-τρια υποβάλλει πρωτότυπη, διαφορετική εργασία, η οποία περιέχει:

- Συνοπτική καταγραφή φυσικών εννοιών, φαινομένων και μεγεθών σχετικών με την άσκηση.
- Συνοπτική περιγραφή της πειραματικής διατάξεως και πειραματικής διαδικασίας με σχετικά σχήματα.
- Πίνακες δεδομένων, μετρήσεων, επεξεργασίας των, γραφικές παραστάσεις και αποτελέσματα.
- Σχολιασμό αποτελεσμάτων.
- Απαντήσεις σε ερωτήσεις του Εργαστηριακού Οδηγού ή / και του-της διδάσκοντα-ουσας.
- Επισυνάπτονται σελίδες με τις υπογεγραμμένες από τον - την διδάσκοντα-ουσα μετρήσεις.

Η λογοκλοπή και η αντιγραφή τιμωρείται με μηδενισμό, συνολικά, στο εργαστήριο. Αντιθέτως, ενθαρρύνεται η επικοινωνία με τον - την διδάσκοντα - ουσά για απορίες και συζήτηση.

ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ: Ο-Η Επιβλέπων-ουσα στη διάρκεια μιας εβδομάδας ελέγχει τις εργασίες και στη συνέχεια δείχνει σε φοιτητές-τριες τις διορθώσεις, συζητώντας μαζί τους τα προβλήματα που είχαν. Ο-Η φοιτητής-τρια βλέπει τα λάθη του-της, αλλά δεν μπορεί να πάρει πίσω τη διορθωμένη εργασία.

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ: Οι φοιτητές-τριες βαθμολογούνται σε κάθε άσκηση, αλλά και στις μικροδιδασκαλίες σε μαθητές Γυμνασίων - Λυκείων. Ο βαθμός άσκησης προκύπτει από τον προφορικό βαθμό και από την γραπτή εργασία. Αν φοιτητής-τρια δεν παραδώσει εγκαίρως την γραπτή εργασία, λαμβάνει μηδενικό βαθμό στην άσκηση (προφορικό και γραπτό).

ΑΠΟΥΣΙΑ: Αν φοιτητής-τρια δεν προσέλθει σε άσκηση χρεώνεται με απουσία. Μία (1) μόνο απουσία αναπληρώνεται μετά την ολοκλήρωση του συνόλου των Εργαστηριακών Ασκήσεων σε Συμπληρωματική Εργαστηριακή Άσκηση, σε ημέρα και ώρα που ανακοινώνεται εγκαίρως. Αν ο-η φοιτητής-τρια χρεωθεί περισσότερες από μία απουσίες, επαναλαμβάνει όλο το Εργαστήριο το επόμενο έτος.

ΑΝΑΦΟΡΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ: Σε περίπτωση μη καλής λειτουργίας των οργάνων ή και για κάθε άλλο πρόβλημα οι φοιτητές-τριες απευθύνονται αμέσως στον-στην διδάσκοντα-ουσα.

Δεν επιτρέπεται το κάπνισμα, τρόφιμα ή ποτά κ.ά. στις αίθουσες και στους διαδρόμους των Εργαστηρίων, διότι μπορεί να προκληθούν ζημιές και μολύνσεις.

Άλλες Πληροφορίες για το Εργαστήριο Φυσικής

Το Εργαστήριο Φυσικής βρίσκεται στο Ισόγειο της Δυτικής πτέρυγας του Κτηρίου IV, δεξιά των εισερχομένων στην κυρία είσοδο του Τμήματος Φυσικής. Το Εργαστήριο Φυσικής είναι το μεγαλύτερο εκπαιδευτικό εργαστήριο του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών και μία από τις μεγαλύτερες εκπαιδευτικές μονάδες της χώρας. Υπάγεται διοικητικώς στο Τμήμα Φυσικής, το οποίο εκλέγει τον Διευθυντή του Εργαστηρίου Φυσικής και το στελεχώνει με διδακτικό, διοικητικό και τεχνικό προσωπικό. Το Εργαστήριο Φυσικής σήμερα εκπαιδεύει κάθε ακαδημαϊκό έτος συνολικά περίπου 800 φοιτητές (Α, Β, Γ και Δ εξάμηνο του Τμήματος Φυσικής, καθώς και στο Α εξάμηνο των Τμημάτων Βιολογίας και Γεωλογίας). Στην εκπαιδευτική αυτή διαδικασία εμπλέκονται μέλη ΔΕΠ και ΕΔΙΠ του Τμήματος Φυσικής, υποψήφιοι διδάκτορες, μεταδιδακτορικοί ερευνητές και το προσωπικό του Εργαστηρίου.

Ασφάλεια

Σε κάθε Εργαστηριακό χώρο ισχύουν μερικοί απλοί και αποτελεσματικοί κανόνες που σκοπό έχουν την αποφυγή ατυχημάτων ή φθοράς εξοπλισμού και την παροχή βοήθειας σε περίπτωση ανάγκης. Οι κύριοι κίνδυνοι στο Βασικό Εργαστήριο ΦΥΣΙΚΗΣ I, II, III και IV, πηγάζουν από την φωτιά, τον ηλεκτρισμό και την χρήση ειδικών υλικών. Σε κάθε περίπτωση, επιβλέποντες-ουσες και προσωπικό του Εργαστηρίου θα σας βοηθήσουν όπου χρειαστεί. Η δομή των χώρων του Εργαστηρίου είναι απλή· υπάρχουν δύο έξοδοι στα αντίστοιχα δύο άκρα του διαδρόμου του εργαστηρίου. Αν χρειασθεί να γίνει εκκένωση των χώρων κινούμαστε αντίστοιχα προς την κατάλληλη ασφαλή έξοδο.

Ασθένεια - ατύχημα

Είναι δυνατόν κάποιος από εσάς να αρρωστήσει και να αισθανθεί άσχημα ή ακόμα και να πάθει ένα μικρό ατύχημα. Ανάλογα με την περίπτωση, η βοήθεια από τον Επιβλέποντα, η μεταφορά στα Ιατρεία της Πανεπιστημιούπολης (τηλ. 210 7277873, 210 7274391) ή η κλήση ασθενοφόρου στο 166 (διευκρινίζοντας πού ακριβώς ευρίσκεται το άτομο), πρέπει να σταθμιστεί αμέσως. Η συνδρομή του ίδιου του ασθενούς με πληροφόρηση, ειδοποίηση οικείου προσώπου αν χρειαστεί ή πληροφόρηση από φίλου/ης είναι επίσης ουσιαστική για την γρηγορότερη ανακούφιση του. Επίσης, έξω από το Παρασκευαστήριο υπάρχει ένα μικρό φαρμακείο εξοπλισμένο με τα βασικά για την παροχή πρώτων βοηθειών.

Ηλεκτρισμός

Στα κυκλώματα των ασκήσεων του Εργαστηρίου χρησιμοποιούνται χαμηλές τάσεις. Παρόλο που ο κίνδυνος ηλεκτροπληξίας είναι σαφώς μικρότερος του αντίστοιχου που έχουμε στο σπίτι μας, είναι απαραίτητη η προσοχή μας ιδίως στην σύνδεση οργάνων στο δίκτυο. Δεν βάζουμε στη πρίζα ένα κύκλωμα πριν ο-η επιβλέπων-ουσα το ελέγξει! Σε περίπτωση ηλεκτροπληξίας, θα πρέπει πρώτα να αποκόπτεται το ρεύμα από τους κατανεμημένους κοντά στις παροχές ασφαλειοδιακόπτες. Αν αυτό δεν είναι εφικτό, τότε πρέπει να απομακρύνεται το άτομο με κατάλληλο μονωτικό υλικό (π.χ. ένα στεγνό ρούχο). Ο χρόνος εδώ είναι βασικό στοιχείο. Άμεσα θα πρέπει να γίνει κλήση για ασθενοφόρο στο 166 περιγράφοντας το τι έχει συμβεί και πού ακριβώς ευρίσκεται το άτομο. Η επαγγελματική γνώση τεχνητής αναπνοής μπορεί σε κάποια σοβαρή περίπτωση να σώσει ζωή.

Ακτινοβολίες Laser

Απαγορεύεται να κατευθύνουμε τη δέσμη LASER σε οφθαλμούς (δικούς μας ή συναδέλφου). Ιδιαίτερη προσοχή χρειάζεται ώστε να μη συμβεί αυτό και από ισχυρή ανάκλαση της δέσμης από ιδιαίτερα στιλπνή επιφάνεια ή καθρέπτη. Ο-Η επιβλέπων-ουσα θα σας δώσει οδηγίες για την ασφαλή χρήση του LASER του πειράματός σας.

Υγρό Άζωτο

Το υγρό άζωτο (LN_2) βρίσκεται, σε ατμοσφαιρική πίεση, σε θερμοκρασία $-196^\circ C$. Διατηρείται και μεταφέρεται μέσα σε ειδικά θερμομονωτικά δοχεία (δοχεία Dewar – παρόμοια με τα γνωστά "θερμός"). Κατά την διαδικασία ενός πειράματος με υγρό άζωτο ακολουθείτε τις οδηγίες του-της επιβλέποντα-ουσας αποφεύγοντας απότομες κινήσεις, οι οποίες θα οδηγούσαν στο να χυθεί ποσότητα LN_2 πάνω σας. Η δράση του αν πέσει μεγάλη ποσότητα πάνω σας είναι σαν να έχετε πάθει έγκαιμα. Στα ρούχα επιφέρει μερική καταστροφή. Αν πάθετε τέτοιο έγκαιμα θα πρέπει να ειδοποιηθεί το 166 (διευκρινίζοντας πού ακριβώς βρίσκεται το άτομο) ώστε να έρθει ασθενοφόρο για την παροχή επαγγελματικής και υπεύθυνης βοήθειας.

Ραδιενέργεια

Στο Εργαστήριο ΦIII δεν υπάρχουν ραδιενεργές πηγές. Παρόλα αυτά, ακολουθούν κάποιες οδηγίες, για την περίπτωση που συναντήσετε ραδιενεργές πηγές σε άλλα Εργαστήρια του Τμήματος Φυσικής: Η χρήση των ειδικών στην εκπαίδευση ραδιενεργών πηγών γίνεται με τις κατάλληλες οδηγίες των Διδασκόντων. Στα

Εργαστήρια Φυσικής ο φοιτητής πρέπει να υπογράψει σε κατάλληλο φύλλο για την παραλαβή και μετά την χρήση, για την επιστροφή της πηγής στο Παρασκευαστήριο. Οι πηγές αυτές είναι ασφαλείς. Ωστόσο δεν πρέπει να τις χειριζόμαστε χωρίς λόγο, να κοιτάζουμε από κοντά την έξοδο των σωματιδίων ή να τις τοποθετούμε έτσι ώστε τα σωματίδια να κατευθύνονται σε μάς ή στους συμφοιτητές μας. **Ποτέ** δεν τις κρατούμε με τα δάχτυλα στο «**παράθυρο**» της πηγής. Σε περίπτωση που δείτε ότι το ειδικό προστατευτικό παράθυρο είναι χαραγμένο ή σπασμένο να το αναφέρετε αμέσως στον-στην επιβλέποντα-ουσα. Αστειότητες με τις ραδιενεργές πηγές συνεπάγονται άμεση διαγραφή από το Εργαστήριο. <http://www.eeae.gr>

Πυρκαγιά

Να θυμάστε ότι για να έχουμε φωτιά, χρειάζεται να συνυπάρχουν τρεις προϋποθέσεις **(α) κατάλληλο εύφλεκτο υλικό (β) οξυγόνο και (γ) υψηλή θερμοκρασία**. Όταν έστω και ένας από τους παραπάνω τρεις παράγοντες δεν υπάρχει, τότε δεν έχουμε φωτιά. Ειδικά πρέπει να προσέχουμε τα εύφλεκτα υλικά (π.χ. οινόπνευμα). Φυσικά οι δύο πρώτοι παράγοντες πάντα υπάρχουν, άρα ο τρίτος είναι ο κύριος κίνδυνος ώστε να εκδηλωθεί φωτιά στο εργαστήριο.

Αν απομακρύνουμε έναν από τους τρεις αυτούς παράγοντες τότε η φωτιά θα σβήσει. Στο χώρο του Εργαστηρίου, λόγω της ύπαρξης ηλεκτρικού ρεύματος, απομακρύνουμε το οξυγόνο από την φωτιά με την χρήση των ειδικών πυροσβεστήρων. Υπάρχουν πολλοί πυροσβεστήρες κατάλληλου τύπου (CO₂) που μπορούν να χρησιμοποιηθούν παρουσία ηλεκτρικού ρεύματος.

Το πυροσβεστικό υλικό για να έχει αποτελεσματικότητα θα πρέπει να κατευθύνεται στη βάση της φωτιάς (όπου γίνεται η καύση του υλικού). Ο χρόνος εκροής από ένα πυροσβεστήρα είναι 30-40 δευτερόλεπτα **μόνο!**

Ακόμη μία καλά βρεγμένη (προσοχή να μην χρησιμοποιείται τίποτα το βρεγμένο αν η φωτιά είναι συνδυασμένη με υπό τάση συσκευή) πετσέτα ή ρούχο αποτελούν έναν απλό, αποτελεσματικό τρόπο κατάσβεσης πυρκαγιάς σε αρχικό στάδιο.

Ο **χρόνος** είναι ουσιαστικό στοιχείο της αντιμετώπισης μιας πυρκαγιάς. Οι πυροσβέστες, για να τονίσουν το θέμα της άμεσης αντίδρασης σε περίπτωση φωτιάς, αναφέρουνε μισοσοβαρά – μισοαστεία ότι «το πρώτο λεπτό η φωτιά σβήνει με ...ένα ποτήρι νερό, το 5^ο λεπτό με πυροσβεστήρα και μετά από 15-20 λεπτά μόνο με παρέμβασή τους!». Προφανώς άμεση πρέπει να είναι, εφόσον απαιτείται, και η κλήση της Πυροσβεστικής Υπηρεσίας στο 199, προσδιορίζοντας με ακρίβεια τόπο και ειδικές συνθήκες / υλικά στο χώρο της φωτιάς.

<http://www.fireservice.gr>

Σεισμός

Ισχύουν οι γενικές οδηγίες του Οργανισμού Αντισεισμικού Σχεδιασμού και Προστασίας προς τον πληθυσμό. Την ώρα του σεισμού καλυφθείτε αμέσως κάτω από μία εργαστηριακή έδρα (πάγκο) και απομακρυνθείτε από τζαμαρίες και βαριές οργανοθήκες. Μην τρέξετε προς την έξοδο. Μετά το πέρας του σεισμού, αν χρειάζεται, εξέρχεστε χωρίς πανικό από το κτίριο και αν υπάρχει ανάγκη βοήθειας προς άλλα άτομα, προσπαθείτε να την προσφέρετε στο μέτρο του δυνατού. Καλέστε ασθενοφόρο, εφόσον απαιτείται. Καταφύγετε στην συνέχεια σε ανοικτό ασφαλή χώρο, είτε προς την πλευρά του Κοιμητηρίου Ζωγράφου, είτε προς το ανοικτό μέρος της Φιλοσοφικής Σχολής, είτε προς τον ανοικτό χώρο σταθμεύσεως της Σχολής Θετικών Επιστημών.

<http://www.oasp.gr/defaultflash.htm>

Ιοί – Γρίπη - COVID 19Εθνικός Οργανισμός Δημόσιας Υγείας <https://eody.gov.gr/><https://eody.gov.gr/neos-koronaivos-covid-19/>

Γενικώς:

Πλένουμε συχνά και σχολαστικά τα χέρια μας με σαπούνι και νερό ή αλκοολούχο διάλυμα.

Αποφεύγουμε να αγγίζουμε με τα χέρια μας, τη μύτη, το στόμα και τα μάτια μας.

Όταν βήχουμε ή φτερνιζόμαστε καλύπτουμε το στόμα και τη μύτη μας με τον αγκώνα ή με ένα χαρτομάντηλο και πλένουμε αμέσως μετά τα χέρια μας. Απορρίπτουμε το χαρτομάντηλο αμέσως σε κλειστό κάδο.

Αποφεύγουμε κοντινές επαφές.

Αν παρουσιάσουμε συμπτώματα πυρετού, βήχα ή δυσκολίας στην αναπνοή, επικοινωνούμε με το γιατρό μας ή τον ΕΟΔΥ 210 5212054 και <https://eody.gov.gr/> και παραμένουμε σπίτι μας.

Γ1: Φασματοσκόπια φράγματος και πρίσματος

Απαραίτητες Γνώσεις: Δείκτης διάθλασης, διασκεδασμός (διασπορά), συμβολή, περίθλαση, φράγμα περίθλασης, πρίσμα, γωνία ελάχιστης εκτροπής, φασματοσκόπιο.

Σκοπός της άσκησης

Σκοπός της ασκήσεως είναι η εξοικείωση με τη χρήση φασματοσκοπίου φράγματος και φασματοσκοπίου πρίσματος. Με το φασματοσκόπιο φράγματος θα μετρηθεί το μήκος κύματος, λ , των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στην περιοχή του ορατού. Με το φασματοσκόπιο πρίσματος θα μελετηθεί η σχέση διασποράς (ή διασκεδασμού, dispersion relation), $n = n(\lambda)$, για το υλικό του πρίσματος.

Εισαγωγή

Η λέξη *φασματοσκοπώ* είναι σύνθετη από το *φάσμα* (εκ της λέξεως *φαίνω*), το οποίο σημαίνει εδώ ένα μέγεθος συναρτήσει ενός άλλου μεγέθους και *σκοπώ*, το οποίο σημαίνει παρατηρώ, εξετάζω. Η μεθοδολογία της φασματοσκοπίας εφαρμόζεται σε πολλά πεδία της φυσικής, όπως η ατομική φυσική, η πυρηνική φυσική, η μοριακή φυσική, η φυσική συμπτυκνωμένης ύλης κ.ο.κ. Από την ανάλυση της ακτινοβολίας μιας πηγής και τη μέτρηση των συχνοτήτων των συνιστωσών της, των σχετικών τους εντάσεων καθώς και των σχετικών τους αποκλίσεων κ.λπ., διαμορφώνεται ένα σύνολο δεδομένων, τα οποία σχετίζονται με τη δομή και την κατάσταση του υλικού που ακτινοβολεί. Στην άσκηση αυτή θα περιοριστούμε στην περίπτωση όπου η προς εξέταση ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία εμπίπτει στην ορατή περιοχή.

Πειραματική διάταξη

Η διάταξη που αναλύει την ακτινοβολία και επιτρέπει την παρατήρηση του φάσματος της ονομάζεται φασματοσκόπιο στο οποίο κεντρικό εξάρτημα είναι αυτό που προκαλεί την ανάλυση του φωτός. Η ανάλυση του φωτός επιτυγχάνεται με τη βοήθεια **φράγματος** ή **πρίσματος** και το φασματοσκόπιο ονομάζεται αντιστοίχως. Περιφερειακά εξαρτήματα είναι ο **κατευθυντήρας**, η **διόπτρα παρατήρησης** και το **γωνιόμετρο** (με βερνιέρο), όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1. Εικόνα φασματοσκοπίου πρίσματος ή φράγματος και ταυτοποίηση των κύριων εξαρτημάτων του. Στη συγκεκριμένη εικόνα την ανάλυση των ΗΜ κυμάτων προκαλεί ένα πρίσμα, οπότε αυτό είναι φασματοσκόπιο πρίσματος. Αν το πρίσμα αντικατασταθεί με φράγμα έχουμε φασματοσκόπιο φράγματος.

Ο **κατευθυντήρας** φέρει στο ένα άκρο του **σχισμή**, η οποία αποτελεί την είσοδο, η οποία υποδέχεται το προς μελέτη φως. Ο κατευθυντήρας φέρει στο άλλο άκρο του **φάκο** (ή σύστημα φακών), του οποίου η εστία ρυθμίζεται να βρίσκεται στη θέση της σχισμής. Έτσι, από τον κατευθυντήρα βγαίνει παράλληλη δέσμη φωτός. Η δέσμη αυτή διέρχεται από το πρίσμα (ή φράγμα), αναλύεται και η αναλυμένη δέσμη οδηγείται στη **διόπτρα**. Στην είσοδο της διόπτρας υπάρχει **φάκος**, ο οποίος σχηματίζει πραγματικό είδωλο της δέσμης μεταξύ της εστίας του και του προσοφθάλμιου φακού, ο οποίος βρίσκεται στο άλλο άκρο της διόπτρας. Στη θέση σχηματισμού του πραγματικού ειδώλου βρίσκεται σύστημα δύο τεμνόμενων νημάτων (**σταυρόνημα**). Τελικά, ο παρατηρητής βλέπει το φανταστικό είδωλο της σχισμής του κατευθυντήρα (ορθό και μεγαλύτερο του πραγματικού) και τα φανταστικά είδωλα των δύο νημάτων. Με την βοήθεια του σημείου τομής των νημάτων

γίνεται η σκόπηση μιας γραμμής του φάσματος. Το πρίσμα/φράγμα βρίσκεται πάνω σε περιστρεφόμενη τράπεζα. Το φως το οποίο θα μελετηθεί προέρχεται από λάμπα Hg.

Στοιχεία θεωρίας

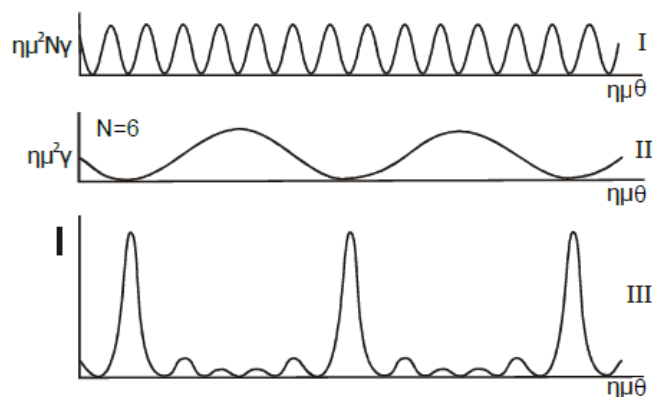
Α. Φασματοσκόπιο Φράγματος

Φράγμα περιθλάσεως είναι μία οποιαδήποτε περιοδική διάταξη περιθλώντων στοιχείων (οπές ή εμπόδια). Χαρακτηριστική περίπτωση φράγματος περιθλάσεως είναι το φράγμα N σχισμών, πάχους $2a$, παράλληλων, με σταθερή την μεταξύ τους απόσταση d . Για την περίπτωση κατά την οποία το φως, μήκους κύματος λ , πέφτει καθέτως στο φράγμα αυτό, η γωνιακή κατανομή της έντασης $I = I(\theta)$ περιγράφεται από τη σχέση

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \right) \left[\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \right] \quad (1)$$

όπου $\beta = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda}$ και $\gamma = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$, ενώ I_0 είναι η ένταση του φωτός στη διεύθυνση $\theta = 0$ στην περίπτωση που στοιχείο περίθλασης είναι μία (μόνο) από τις σχισμές του φράγματος.

Παρατήρηση: Η ποσότητα που περικλείεται στις παρενθέσεις, περιγράφει την κατανομή $\frac{I(\theta)}{I_0}$ του φωτός που περιθλάται από μία σχισμή πάχους $2a$. Η ποσότητα που περικλείεται στις αγκύλες, περιγράφει το συμβολόγραμμα που αντιστοιχεί σε μια γραμμική διάταξη N ομοίων συμφώνων σημειακών πηγών που βρίσκονται σε απόσταση d η μία από την άλλη.



Σχήμα 2.

Συμπέρασμα: Ποιοτικά η (1) περιγράφει τη διαμόρφωση ενός συμβολογράμματος από ένα περιθλασίγραμμα. Συνήθως το φράγμα έχει πολύ λεπτές σχισμές. Άρα $\beta = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda}$, $\beta \rightarrow 0$, οπότε η συνάρτηση $f(\beta) = \frac{\sin \beta}{\beta}$, σύμφωνα με τον Κανόνα l' Hospital είναι $f(0) = 1$. Με την προϋπόθεση αυτή η (1) γράφεται

$$I(\theta) = I_0 \left[\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \right] \quad (2)$$

Η $\sin^2 N\gamma$ είναι γρήγορα εναλλασσόμενη, ενώ η $\sin^2 \gamma$ είναι αργά εναλλασσόμενη. Το πηλίκό τους παρατηρούμε ότι έχει πολύ έντονα κύρια μέγιστα, και μεταξύ τους δευτερεύοντα μέγιστα, από τα οποία είναι αισθητά μόνον αυτά που βρίσκονται κοντά στα κύρια (Σχήμα 3). Δεδομένου ότι στα περισσότερα φράγματα το N είναι πολύ μεγάλο (εκατοντάδες ή χιλιάδες ανά cm) με αποτέλεσμα η $\sin^2 N\gamma$ να μεταβάλλεται πολύ γρήγορα με τη γωνία θ και τα κύρια μέγιστα να είναι πολύ οξεία και να έχουν πρακτικά τη μορφή γραμμών αντί λωρίδων (Σχήμα 3).

Τα κύρια μέγιστα εμφανίζονται στις διευθύνσεις όπου ο παρονομαστής $\sin^2 \gamma$ μηδενίζεται. Είναι τότε

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \left(\frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma} \right) = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \left(\frac{N \cos \gamma}{\cos \gamma} \right) = N \quad (3)$$

Οι κατευθύνσεις θ_m που ικανοποιούν τη συνθήκη $\sin \gamma = 0$ είναι οι

$$\frac{d \sin \theta_m}{\lambda} = m\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

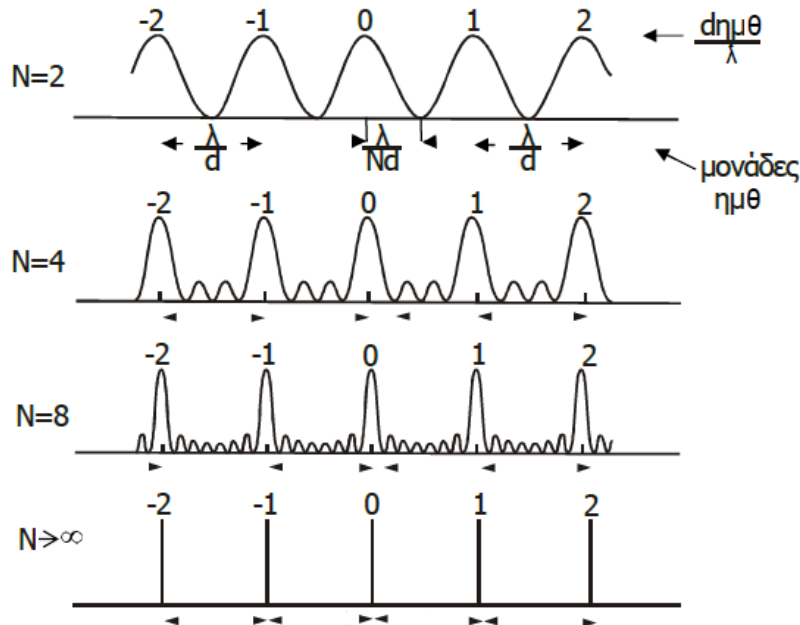
ή

$$d \sin \theta_m = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (4a)$$

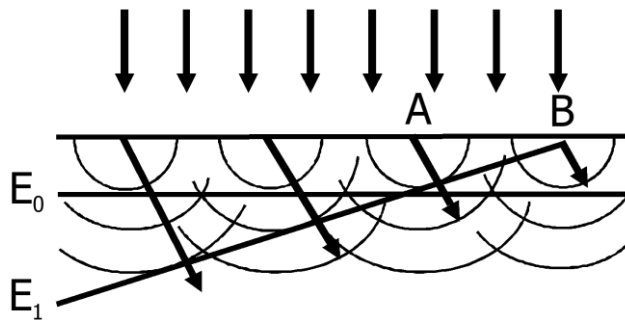
Από τις (2) και (3) η ένταση του φωτός στις διευθύνσεις θ_m προκύπτει ότι είναι

$$I(\theta_m) = N^2 I_0, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

Το φυσικό περιεχόμενο των παραπάνω: Μετά την πρόσπτωση του επίπεδου Η/Μ κύματος κάθετα στο φράγμα, οι σχισμές, που έχουν μεγάλο σχετικά μήκος, παράγουν συμφασικά κυλινδρικά κύματα. Θα έχουμε μέγιστα στη γωνιακή κατανομή της έντασης $I = I(\theta)$ στις διευθύνσεις εκείνες που καθένα από τα κυλινδρικά κύματα συμβάλλει ενισχυτικά με κάθε άλλο. Αυτό συμβαίνει στις διευθύνσεις θ για τις οποίες η διαφορά δρόμου Δ μεταξύ κυμάτων που προέρχονται από δύο γειτονικές σχισμές είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος, δηλαδή $\Delta = d \sin \theta = m\lambda$, $m = 0, 1, 2, \dots$



Σχήμα 3.



Σχήμα 4.

Από την εξίσωση $d \sin \theta = m\lambda$, $m = 0, 1, 2, \dots$, είναι σαφές ότι σε κάθε μήκος κύματος αντιστοιχεί και άλλη σειρά γωνιών θ_m , για τις οποίες η $I(\theta_m) = N^2 I_0$, $m = 0, 1, 2, \dots$ εμφανίζει μέγιστα. Το γεγονός αυτό κάνει κατανοητή τη δυνατότητα του φράγματος να αναλύει μία σύνθετη ακτινοβολία στις συνιστώσες της. Ο ακέραιος

m καθορίζει την τάξη του φωτεινού κροσσού, π.χ. για $m = 2$ έχουμε τον κροσσό δεύτερης τάξης. Η σχέση $\sin \theta_m \leq 1$ περιορίζει τις τιμές m που επαληθεύουν τη σχέση $\sin \theta_m = \frac{m\lambda}{d}$, $m = 0, 1, 2, \dots$ για δεδομένα λ και d . Για παράδειγμα, αν $\lambda = 6000\text{\AA}$ και $d = 2 \cdot 10^{-6}\text{m}$, για $m \geq 4$ δεν παρατηρούνται μέγιστα. Έχουμε μέγιστα μόνο για $\theta = 0^\circ, 17.5^\circ, 36.3^\circ$, και 64.2° . Ο ίδιος περιορισμός διαμορφώνει και τα μήκη κύματος που είναι κατάλληλα να αναπτύξουν τα φαινόμενα που αναφέρθηκαν για ένα δεδομένο φράγμα.

Παρατηρήσεις

α. Μέτρηση του μήκους κύματος: Είναι προφανές ότι, γνωρίζοντας τη σταθερά d του φράγματος και μετρώντας τις γωνίες θ , μπορούμε να προσδιορίσουμε το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που προκάλεσε κάθε φασματική γραμμή.

β. Διακριτική ικανότητα του περιθλαστικού φράγματος: Ένα από τα πλεονεκτήματα του φράγματος περίθλασης είναι η καλή διακριτική του ικανότητα, η ικανότητά του δηλαδή να αναλύει δύο φασματικές γραμμές, που έχουν γειτονικά μήκη κύματος λ και $\lambda + d\lambda$, τόσο ώστε, να διαχωρίζονται με γυμνό μάτι. Η διακριτική ικανότητα για οποιοδήποτε οπτικό όργανο ορίζεται από το λόγο

$$\frac{\lambda}{d\lambda} \quad (6)$$

Σύμφωνα με το κριτήριο του Rayleigh, δύο τέτοιες γραμμές μόλις διακρίνονται, όταν το μέγιστο της μιας πέφτει επάνω στο πρώτο ελάχιστο της άλλης. Αν η απόσταση της γραμμής είναι μικρότερη, οι διαφορετικές εντάσεις δεν μπορούν να διακριθούν. Αποδεικνύεται ότι για την περίπτωση του φράγματος περίθλασης είναι

$$\frac{\lambda}{d\lambda} = Nm \quad (7)$$

Είναι σαφές ότι η διακριτική ικανότητα αυξάνεται με τον αριθμό N των σχισμών του φράγματος που φωτίζονται και την τάξη m του κροσσού συμβολής. Πως θα προσδιορίσετε τον αριθμό N ;

γ. Πλάγια πρόσπτωση φωτός: Αν το επίπεδο Η/Μ κύμα φθάνει στο φράγμα όχι κάθετα αλλά με γωνία πρόσπτωσης φ , οι θ_m είναι αυτές που ικανοποιούν τη σχέση

$$d(\sin \varphi + \sin \theta_m) = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

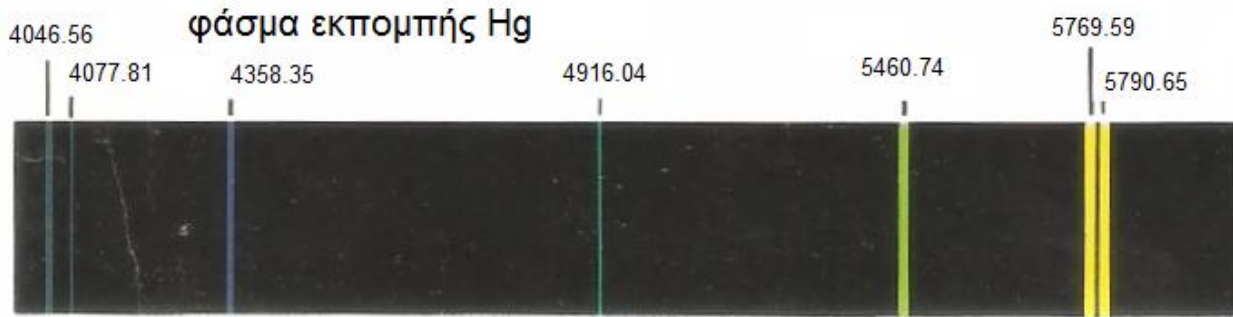
Αν πέφτει κάθετα, είναι $\varphi = 0$, δηλαδή $d \sin \theta_m = m\lambda$, $m = 0, 1, 2, \dots$

Πειραματική διαδικασία

Τοποθετούμε το φράγμα στο φασματοσκόπιο. Διατίθενται για την άσκηση αυτή τρία φράγματα διαφορετικής σταθεράς το καθένα, με «πυκνότητες» 80, 100, και 300 σχισμές/mm, αντίστοιχα.

1. Με βάση τις τιμές αυτές, τα φράγματα αυτά είναι κατάλληλα για ανάλυση της ακτινοβολίας στην ορατή περιοχή του φάσματος; Αν χρησιμοποιηθεί φως με μήκος κύματος 578 nm, ποια η μέγιστη τάξη κροσσού που θα παρατηρήσουμε για το κάθε φράγμα;
2. Χρησιμοποιούμε ως πηγή φωτός λυχνία Hg. Το φως το οποίο εκπέμπει είναι επαλληλία συνιστωσών με διαφορετικά μήκη κύματος όπως δείχνει ο πίνακας:
- 3.

α/α	$\lambda(\text{\AA})$	Χρώμα	Ένταση
1	4046.56	Ιώδης	Μέτρια
2	4077.81	Ιώδης	Μέτρια
3	4358.35	Ιώδης	Ισχυρή
4	4916.04	Κυανή	Ασθενής
5	5460.74	Πράσινη	Ισχυρή
6	5769.59	Κίτρινη	Ισχυρή
7	5790.65	Κίτρινη	Ισχυρή



Εικόνα. Φάσμα εκπομπής Hg.

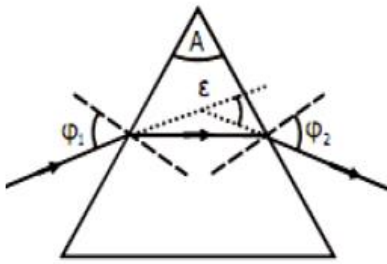
4. Τοποθετούμε πρώτα το φράγμα με 80 γραμμές/mm κάθετα στην προσπίπτουσα δέσμη. Παρατηρούμε τους κροσσούς $m = 0, 1, 2, \dots$ τάξεως που σχηματίζονται προς τα αριστερά και δεξιά του κεντρικού κροσσού $m = 0$.
 - α) διαχωρίζονται οι δύο κίτρινες γειτονικές γραμμές του φάσματος;
 - β) Αυξάνεται η διακριτική ικανότητα με την αύξηση της τάξης m ;
 - γ) Ποιας τάξης μεγέθους είναι η διακριτική ικανότητα του φράγματος αυτού;
 - δ) Σύμφωνα με τη σχέση $I(\theta_m) = N^2 I_0$ η $I(\theta_m)$ είναι η ίδια ανεξάρτητα, από την τάξη m του κροσσού. Συμφωνεί η πρόβλεψη αυτή με το πείραμα; Αν όχι δικαιολογείστε την ασυμφωνία.
5. Χρησιμοποιούμε φράγμα περίθλασης με 100 γραμμές/mm. Επαναλαμβάνουμε την παραπάνω διαδικασία και συγκρίνουμε. Ποιο από τα δύο φράγματα έχει καλύτερη διακριτική ικανότητα; Να δικαιολογηθεί η απάντηση.
6. Μέτρηση μήκους κύματος: Για να μετρήσουμε το μήκος κύματος μιας γραμμής, π.χ. της πράσινης, εργαζόμαστε ως εξής:
 - α) Σκοπεύουμε με τη διόπτρα τον κροσσό m τάξης της πράσινης γραμμής προς τα αριστερά του κεντρικού $m = 0$ σημειώνοντας τη γωνία $\theta_{m\alpha}$ του γωνιομετρικού κύκλου. Στη συνέχεια σκοπεύουμε το "συμμετρικό" κροσσό m τάξεως προς τα δεξιά και έστω $\theta_{m\delta}$ η αντίστοιχη γωνία. Η γωνία θ_m στην εξίσωση $d \sin \theta_m = m\lambda$, $m = 0, 1, 2, \dots$ είναι η γωνία $\theta_m = \frac{|\theta_{m\alpha} - \theta_{m\delta}|}{2}$.
 - β) Η ίδια διαδικασία ακολουθείται για τον προσδιορισμό του μήκους κύματος με βάση τις άλλες τάξεις των κροσσών της ίδιας γραμμής του φάσματος. Θα προκύψει λοιπόν ένας αριθμός τιμών του λ από τις οποίες θα πάρουμε τη μέση τιμή. Συμπληρώνουμε τον πίνακα και συγκρίνουμε με τις θεωρητικά αναμενόμενες. Εξηγήστε τι είδους σφάλματα υπεισέρχονται στη μέτρηση και εκτιμήστε το μέγεθός τους.
7. Στρέφουμε το φράγμα κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Παρατηρούμε την εικόνα του φάσματος. Τι παθαίνουν οι δεξιοί κροσσοί/γραμμές και τι οι αριστεροί; Που οφείλεται το φαινόμενο αυτό;

B. Φασματοσκόπιο Πρίσματος

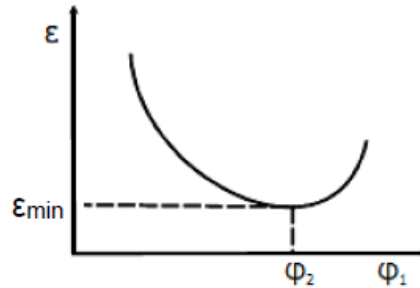
Το φαινόμενο της διασποράς ή διασκεδασμού αναφέρεται στην εξάρτηση της φασικής ταχύτητας διάδοσης ενός κύματος από την συχνότητά του. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα στο κενό έχουν ταχύτητα διάδοσης, $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, ανεξάρτητα από τη συχνότητά τους. Όταν διαδίδονται στην ύλη λόγω της αλληλεπίδρασης τους με αυτή το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης είναι $v < c_0$, όπου η ταχύτητα v εξαρτάται πλέον από τη συχνότητα του κύματος δηλαδή εμφανίζεται το φαινόμενο του διασκεδασμού. Ποσοτική περιγραφή του φαινομένου γίνεται συνήθως με τη σχέση διασκεδασμού: $n = n(\lambda)$, όπου η παράμετρος λ αναφέρεται στο μήκος κύματος του φωτός στο κενό και n ο αντίστοιχος δείκτης διάθλασης του υλικού διάδοσης.

Θα προσδιορίσουμε τη σχέση διασποράς $n = n(\lambda)$ για το υλικό του γυαλιού του πρίσματος και θα ελέγξουμε τη συμβατότητα της σχέσης αυτής με τα πρότυπα Cauchy και Sellmeier.

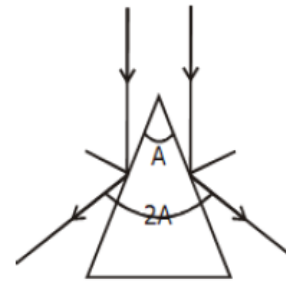
Έστω ότι θέλουμε να μετρήσουμε το δείκτη διάθλασης ενός γυαλιού για τα διάφορα μήκη κύματος. Πρέπει κατ' αρχήν να κατασκευάσουμε πρίσμα από το υλικό με δείκτη διάθλασης n . Έπειτα το φωτίζουμε με φως που αποτελείται από διάφορα μήκη κύματος. Λόγω του φαινομένου της διασποράς η ακτίνα που διαθλάται από το πρίσμα αναλύεται στις συνιστώσες της δεδομένου ότι το κάθε μήκος κύματος εκτρέπεται σε διαφορετική γωνία από το πρίσμα.



Σχήμα 5.



Σχήμα 6.



Σχήμα 7.

Ο τρόπος προσδιορισμού του δείκτη διάθλασης για το κάθε μήκος κύματος είναι ο εξής: Ας είναι το πρίσμα (δείκτη διάθλασης n και θλαστικής γωνίας A όπως στο Σχήμα 5, όπου με τα βέλη σημειώνεται η πορεία της δέσμης μονοχρωματικού φωτός (μίας από τις συνιστώσες του φωτός που θα χρησιμοποιηθεί). Η εκτροπή της δέσμης, ε , δίδεται από την εξίσωση

$$\varepsilon = \varphi_1 + \sin^{-1} \left[\sin A \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_1} - \cos A \sin \varphi_1 \right] - A \quad (9)$$

Από την εξίσωση αυτή φαίνεται, αλλά θα το διαπιστώσετε εύκολα και στο εργαστήριο, ότι η γωνία εκτροπής μεταβάλλεται με τη γωνία πρόσπτωσης, φ_1 , της ακτίνας στο πρίσμα. Είτε με την βοήθεια της εξίσωσης $d\varepsilon/d\varphi_1 = 0$, είτε από τη γραφική παράσταση $\varepsilon(\varphi_1)$, που φαίνεται στο Σχήμα 6 προκύπτει ότι η εκτροπή ελαχιστοποιείται όταν οι γωνίες πρόσπτωσης και ανάδυσης ταυτίζονται, δηλ. $\varphi_1 = \varphi_2$.

Εφαρμόζοντας το νόμο της διαθλάσεως για την θέση ελάχιστης εκτροπής καταλήγουμε στην εξίσωση

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A+\varepsilon_{\min}}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}} \quad (10)$$

Με βάση την εξίσωση αυτή μπορεί να προσδιοριστεί ο δείκτης διάθλασης $n = n(\lambda)$ αν μετρηθεί α) η θλαστική γωνία του πρίσματος και β) η γωνία ελάχιστης εκτροπής που αντιστοιχεί στο μήκος κύματος λ .

Πειραματική διαδικασία

A: Μέτρηση της θλαστικής γωνίας του πρίσματος

- Εξάσκηση στη μέτρηση γωνιών. Εκτρέψτε τουλάχιστον τρεις φορές τη διόπτρα και διαβάστε για κάθε περίπτωση τη γωνιομετρική ένδειξη με τη βοήθεια του βερνιέρου και του μεγεθυντικού φακού. Ποια η ακρίβεια μέτρησης της κάθε ένδειξης του γωνιόμετρου;
- Παρατηρούμε μέσα από τη διόπτρα τη δέσμη απευθείας χωρίς να παρεμβάλλεται τίποτα. Τη στενεύουμε/διευρύνουμε με τη βοήθεια της βίδας μπροστά από τον κατευθυντήρα ώστε να εξοικειωθούμε για μετέπειτα χρήση.
- Τοποθετούμε το πρίσμα πάνω στη στρεφόμενη τράπεζα του φασματοσκοπίου. Για το πρίσμα που έχει τη μία του έδρα θολή, επιλέγουμε ως θλαστική γωνία αυτή που είναι απέναντι από τη θολή έδρα. Το πρίσμα πρέπει να είναι τοποθετημένο λίγο παράκεντρα, με την έδρα, που βρίσκεται έναντι της θλαστικής γωνίας, μετατοπισμένη προς την περιφέρεια.
- Ευθυγραμμίζουμε τη διχοτόμο της θλαστικής γωνίας του πρίσματος με την ευθεία της δέσμης ώστε η δέσμη να φωτίζει και τις δύο προσκείμενες έδρες του πρίσματος (Σχήμα 7). Αναζητούμε το εξ ανακλάσεως είδωλο της δέσμης από τα δεξιά με τη διόπτρα και το στοχεύουμε με το σταυρόνημα. Διαβάζουμε τη γωνιομετρική ένδειξη. Επαναλαμβάνουμε για το εξ ανακλάσεως είδωλο από την αριστερή έδρα. Έστω $\theta_{\delta\epsilon\chi}$ και $\theta_{\alpha\rho}$ οι δύο τιμές (προσέξτε οι τιμές των $\theta_{\delta\epsilon\chi}$ και $\theta_{\alpha\rho}$ να αναφέρονται σε κοινή αρχή).
- Η τιμή της θλαστικής γωνίας είναι ίση με $A = \frac{|\theta_{\alpha\rho} - \theta_{\delta\epsilon\chi}|}{2}$.
- Επαναλάβετε τη διαδικασία μέτρησης της γωνίας A ακόμη μία φορά.
- Ποιο είναι το σφάλμα υπολογισμού της γωνίας A ;
- Μπορεί να μετρηθεί η γωνία A αν η διχοτόμος της δεν είναι ακριβώς παράλληλη με τη δέσμη;

B: Μέτρηση της γωνίας ελάχιστης εκτροπής

- Τοποθετούμε τώρα το πρίσμα περίπου στο κέντρο της τράπεζας.
- Στρέφουμε την τράπεζα ώστε η θλαστική γωνία να είναι από τα αριστερά της δέσμης.

3. Παρατηρούμε το φάσμα και βλέπουμε τις γραμμές του Hg. Φαίνονται όλες οι γραμμές; Υπάρχουν παρασιτικές γραμμές, και που οφείλονται αυτές;
4. Για την κάθε γραμμή, βρίσκουμε τη γωνία ελάχιστης εκτροπής ως εξής:
 - α) Περιστρέφουμε τη τράπεζα και παρατηρούμε ταυτόχρονα τη μετατόπιση μιας γραμμής του φάσματος μέσω της διόπτρας. Βρίσκουμε τη θέση που η παρατηρούμενη φασματική γραμμή ακινητοποιείται και αρχίζει να μετατοπίζεται στην αντίθετη κατεύθυνση. Αυτή είναι η θέση ελάχιστης εκτροπής, δηλ. δεξιά και αριστερά της η εκτροπή μεγαλώνει. Σημειώνουμε την γωνία $\psi_{\alpha\rho}$ αφού τοποθετήσουμε τη γραμμή αυτή στο κέντρο του σταυρονήματος στρέφοντας κατάλληλα τη διόπτρα. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία για κάθε γραμμή του φάσματος.
 - β) Λαμβάνουμε το ανάγνωσμα της απ' ευθείας λευκής δέσμης αφού έχουμε αφαιρέσει το πρίσμα. Έστω ψ_0 . Η γωνία ελάχιστης εκτροπής ε_{min} θα είναι: $\varepsilon_{min} = |\psi_{\alpha\rho} - \psi_0|$.
5. Εναλλακτικά μπορούμε να ακολουθήσουμε την εξής διαδικασία: Στρέφουμε την τράπεζα ώστε το πρίσμα να βρεθεί σε συμμετρική θέση ως προς τη δέσμη και η θλαστική γωνία να είναι από τα δεξιά της. Ξαναμετρούμε τη γωνία ελάχιστης εκτροπής για την ίδια γραμμή έστω $\psi_{\delta\epsilon\chi}$. Μετράμε την $\psi_{\delta\epsilon\chi}$ για όλες τις γραμμές του φάσματος. Η γωνία ελάχιστης εκτροπής θα δίδεται από τον τύπο: $\varepsilon_{min} = \frac{|\psi_{\alpha\rho} - \psi_{\delta\epsilon\chi}|}{2}$.

Επεξεργασία των μετρήσεων

1. Συμπληρώνουμε τον πίνακα: Επιλέγουμε τη μέθοδο που θα χρησιμοποιήσουμε για την εύρεση του ε_{min} και βρίσκουμε το δείκτη διάθλασης για κάθε μήκος κύματος εφαρμόζοντας την εξίσωση (9).

α/α	$\lambda(\text{\AA})$	Χρώμα	Ένταση	$\psi_{\alpha\rho}$	$\psi_{\delta\epsilon\chi}$	ψ_0	ε_{min}	A	$n(\lambda)$
1	4046.56	Ιώδης	Μέτρια						
2	4077.81	Ιώδης	Μέτρια						
3	4358.35	Ιώδης	Ισχυρή						
4	4916.04	Κυανή	Ασθενής						
5	5460.74	Πράσινη	Ισχυρή						
6	5769.59	Κίτρινη	Ισχυρή						
7	5790.65	Κίτρινη	Ισχυρή						

2. Σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση $n = n(\lambda)$. Παρατηρείται διασκεδασμός; Αν ναι είναι ομαλός ή ανώμαλος;
3. Η μελέτη της αλληλεπίδρασης του φωτός με το γυαλί, σύμφωνα με το πρότυπο που έχει θεωρήσει ο Cauchy, οδηγεί στην σχέση διασποράς: $n = B + \frac{\Gamma}{\lambda^2}$, όπου B , Γ σταθερές.
4. Κατασκευάζουμε το διάγραμμα $n = n(1/\lambda^2)$ με βάση τις πειραματικές τιμές του πίνακα και εφαρμόζουμε τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.

Βρίσκουμε τα Γ , $\delta\Gamma$, B , δB (κλίση και τεταγμένη επί την αρχήν) καθώς και το συντελεστή συσχέτισης r (correlation coefficient). Όσο η τιμή του τελευταίου πλησιάζει την μονάδα, τόσο πιο μεγάλη είναι η συμβατότητα των πειραματικών μετρήσεων με τη θεωρία του Cauchy. Με τις τιμές των B και Γ που προσδιορίστηκαν υπολογίζουμε την τιμή $n_{\theta\epsilon\omega\rho}$ που προβλέπει η σχέση του Cauchy για κάθε μήκος κύματος. Σε συνδυασμό με τις αντίστοιχες πειραματικές τιμές n , συμπληρώνουμε τον επόμενο πίνακα του οποίου η μελέτη δίνει σαφή εικόνα του βαθμού της συμβατότητας που εξετάζουμε. Είναι ικανοποιητική η συμβατότητα; Αν όχι γιατί;

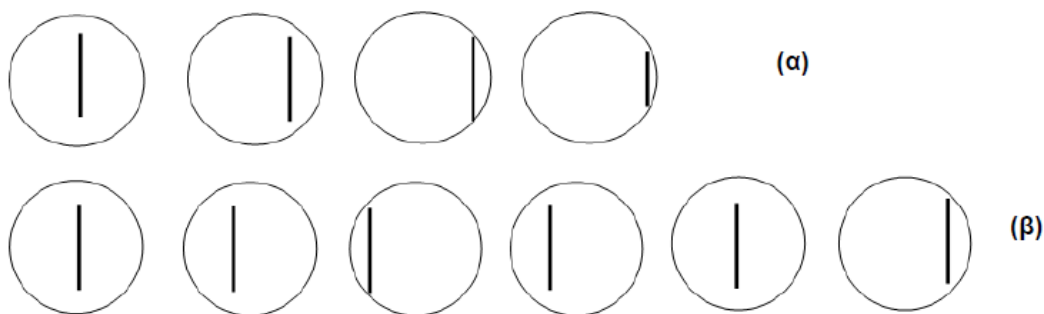
α/α	$\lambda(\text{\AA})$	n	$n_{\theta\epsilon\omega\rho}$	$\frac{n - n_{\theta\epsilon\omega\rho}}{n}$
1	4046.56			
2	4077.81			
3	4358.35			
4	4916.04			
5	5460.74			
6	5769.59			
7	5790.65			

5. Μια γενικότερη προσέγγιση δίδεται από τον τύπο του Sellmeier $n^2 = 1 + \frac{A\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2}$ όπου A και λ_0 σταθερές που εξαρτώνται από το υλικό. Η εξίσωση αυτή παίρνει την μορφή ευθείας $y = B + \Gamma x$, με μεταβλητή $x \equiv 1/\lambda^2$, συντελεστή μεταβλητής $\Gamma \equiv (-\lambda_0^2/A)$, σταθερό όρο $B \equiv (1/A)$ και $y \equiv (1/n^2 - 1)$. Μήπως οι μετρήσεις βρίσκονται σε καλύτερη συσχέτιση με τον τύπο του Sellmeier από ότι με εκείνον του Cauchy; Πώς θα το διαπιστώνατε; Αν και πάλι δεν έχουμε καλή συμβατότητα τι μπορούμε, με ενισχυμένη βεβαιότητα, να συμπεράνουμε;

Παράρτημα

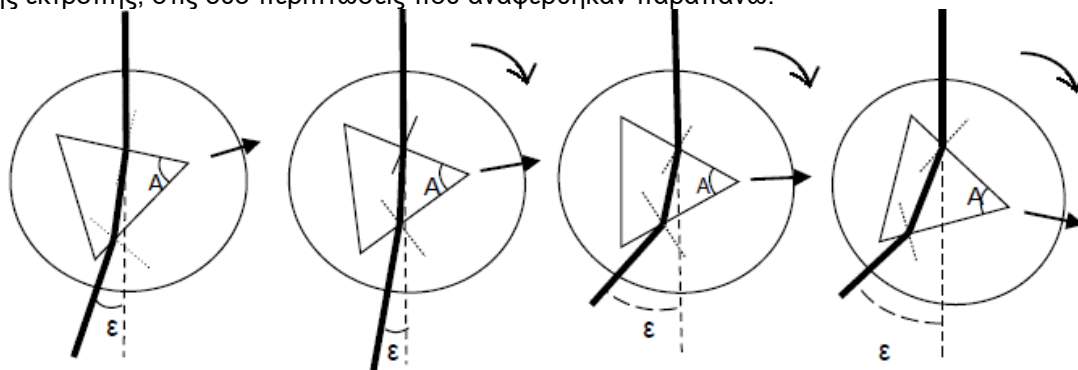
Βοηθητικές οδηγίες για την εύρεση της γωνίας ελάχιστης εκτροπής πρίσματος

Τοποθετούμε το πρίσμα στην τράπεζα ώστε η γωνία πρόσπτωσης της δέσμης να είναι περίπου ίση με τη γωνία ανάδυσσης. Στρέφουμε την τράπεζα επάνω στην οποία βρίσκεται το πρίσμα π.χ. προς τα δεξιά και ταυτόχρονα παρατηρούμε τις γραμμές του φάσματος με τη βοήθεια της διόπτρας. Οι γραμμές μετατοπίζονται προς μία κατεύθυνση (προς τα δεξιά ή αριστερά). α) Αν η μετατόπιση των γραμμών είναι μονότονη σε όλη τη διάρκεια της στροφής του πρίσματος, π.χ. προς τα δεξιά, Σχήμα 8(α), τότε το πρίσμα πρέπει να στραφεί στην αντίθετη κατεύθυνση (π.χ. αριστερά). β) Αν κατά τη διάρκεια της στροφής της τράπεζας αλλάξει η κατεύθυνση της μετατόπισης των γραμμών, η γωνία στην οποία παρατηρείται η μεταβολή αυτή είναι η γωνία ελάχιστης εκτροπής.



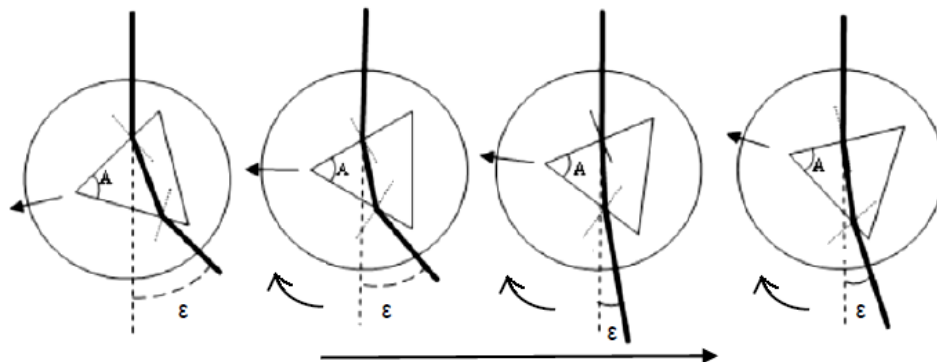
Σχήμα 8. (α) Μετατόπιση φασματικής γραμμής κατά τη στροφή πρίσματος χωρίς διέλευση από τη θέση ελάχιστης εκτροπής (β) η θέση ελάχιστης εκτροπής αντιστοιχεί κατά προσέγγιση στην 3^η εικόνα.

Τα σχήματα που ακολουθούν είναι διευκρινιστικά για την κατανόηση της πειραματικής εύρεσης της γωνίας ελάχιστης εκτροπής, στις δυο περιπτώσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω.



Στροφή πρίσματος κατά τη φορά των δεικτών του ωρολογίου.

Οι παραπάνω περιπτώσεις προκύπτουν από διαδοχικές στροφές του πρίσματος όταν η θλαστική του γωνία βρίσκεται στα δεξιά της δέσμης και στρέφουμε το πρίσμα γύρω από τη γωνία ελάχιστης εκτροπής. Η περίπτωση λοιπόν που παρατηρείται ελάχιστη εκτροπή είναι κάπου γύρω από τη δεύτερη εικόνα. Όταν η θλαστική γωνία του πρίσματος βρίσκεται στα αριστερά της δέσμης, η εικόνα είναι συμμετρική με την προηγούμενη ως προς τον άξονα της δέσμης, και φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Στροφή πρίσματος κατά τη φορά των δεικτών του ωρολογίου.

Γ2: Ισόθερμη μεταβολή ιδανικού αερίου - Κύκλος Otto

Απαραίτητες Γνώσεις: Ανοικτό, κλειστό, απομονωμένο σύστημα, έργο, εσωτερική ενέργεια, θερμότητα, θερμοχωρητικότητα. Διαδικασίες (ισόθερμη, ισόχωρη, αδιαβατική κλπ.), αντιστρεπτή, μη-αντιστρεπτή διαδικασία, κυκλική διαδικασία. Ιδανικό αέριο. Θερμική μηχανή, κύκλος Otto, κύκλος Carnot, συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής. Αντίστροφος κύκλος, αντλία θερμότητας, ψυκτική διάταξη.

Σκοπός της άσκησης

Η άσκηση αυτή έχει σαν κύριο στόχο την εξοικείωση με βασικές έννοιες της Θερμοδυναμικής, αξιοποιώντας τη δυνατότητα αυτόματης λήψης πειραματικών δεδομένων με τη βοήθεια H/Y.

Στοιχεία από τη θεωρία

A. Βασικές έννοιες της Θερμοδυναμικής

Ανοικτό σύστημα: ενέργεια και μάζα μπορεί να μεταβιβαστεί εντός κι εκτός του συστήματος, π.χ. ανοικτή θερμαινόμενη χύτρα με νερό. **Κλειστό** σύστημα: μόνο ενέργεια μπορεί να μεταβιβαστεί εντός κι εκτός του συστήματος, π.χ. κλειστή θερμαινόμενη χύτρα με νερό. **Απομονωμένο** σύστημα: ούτε ενέργεια ούτε μάζα μπορεί να μεταβιβαστεί εντός κι εκτός του συστήματος, π.χ. τέλει θερμομονωτικό κλειστό δοχείο (θερμός).

Η διατήρηση της ενέργειας σε ένα κλειστό σύστημα (π.χ. σταθερή ποσότητα αερίου), δηλαδή σε ένα σύστημα στο οποίο δεν υπάρχει μακροσκοπική ροή ύλης εντός κι εκτός, ονομάζεται **1^{ος} νόμος της θερμοδυναμικής** και εκφράζεται από την εξίσωση

$$\delta Q = dU + \delta W. \quad (1)$$

Ο συμβολισμός $d\Phi$ ($\delta\Phi$) σημαίνει πως το μέγεθος Φ είναι (δεν είναι) συνάρτηση της καταστάσεως του συστήματος. Η ποσότητα θερμότητας δQ , η οποία προσφέρεται στο (ή αφαιρείται από το) σύστημα επιφέρει α') μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος dU και β') παραγωγή ή κατανάλωση έργου δW από το σύστημα.

Η **θερμοχωρητικότητα** του συστήματος, C , ορίζεται ως

$$C := \frac{\delta Q}{dT} \quad (2)$$

δQ είναι η θερμότητα, η οποία ανταλλάσσεται με το περιβάλλον και dT είναι η αντίστοιχη μεταβολή της θερμοκρασίας. Η θερμοχωρητικότητα είναι θετική και εξαρτάται από τις συνθήκες ανταλλαγής θερμότητας. Αν η ανταλλαγή θερμότητας γίνεται υπό σταθερό όγκο, ορίζεται η **θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο**

$$C_V := \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V. \quad (2V)$$

Αν η ανταλλαγή θερμότητας γίνεται υπό σταθερή πίεση, ορίζεται η **θερμοχωρητικότητα υπό σταθερή πίεση**

$$C_P := \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_P. \quad (2P)$$

Το στοιχειώδες έργο δW κατά την μεταβολή της κατάστασης ενός αερίου, η οποία συνεπάγεται μεταβολή του όγκου του κατά dV είναι

$$\delta W = PdV. \quad (3)$$

Υπό σταθερό όγκο, δηλαδή σε ισόχωρη μεταβολή, $\delta W = PdV = 0$ και άρα οι Εξ. (1), (2V), (3) συνεπάγονται $C_V := \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V = \frac{dU}{dT}$.

Κατά σύμβαση, το έργο, το οποίο εκτελεί το σύστημα (π.χ. κατά την εκτόνωση του, $dV > 0$) θεωρείται **θετικό**. Αντιστοίχως, κατά σύμβαση, η θερμότητα, η οποία προσφέρεται στο σύστημα θεωρείται **θετική**.

Αν κατά τη μεταβολή της κατάστασης ενός συστήματος,

α) η **πίεση** διατηρείται σταθερή, η διαδικασία ονομάζεται **ισοβαρής**.

β) ο **όγκος** διατηρείται σταθερός, η διαδικασία ονομάζεται **ισόχωρη**.

γ) η **θερμοκρασία** διατηρείται σταθερή, η διαδικασία ονομάζεται **ισόθερμη**.

δ) **δεν ανταλλάσσεται θερμότητα με το περιβάλλον**, δηλ. $\delta Q = 0$, η διαδικασία ονομάζεται **αδιαβατική**.

ε) **Πολυτροπική** ονομάζεται μια διαδικασία, η οποία υπακούει στην εξίσωση $PV^\alpha = \text{σταθ.}$. Ο εκθέτης α καλείται συντελεστής πολυτροπικής διαδικασίας.

Η καταστατική εξίσωση του ιδανικού αερίου είναι

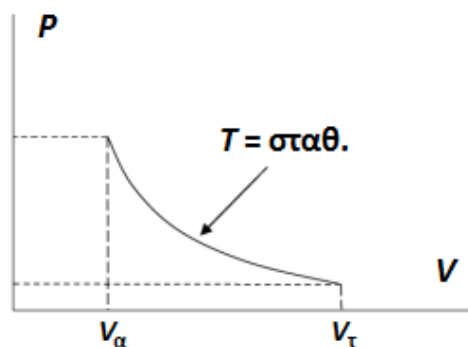
$$PV = nRT, \quad (4)$$

όπου n είναι ο αριθμός των γραμμομορίων (*mole*) και $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ είναι η παγκόσμια σταθερά των αερίων, ίση με το γινόμενο των σταθερών Avogadro και Boltzmann, $R = N_A k_B$. Συνδυάζοντας την Εξ. (4) και την Εξ. (1), προκύπτει ο Πίνακας I, όπου παρουσιάζονται οι μεταβολές των μεγεθών Q , U , W κατά τις διαδικασίες, οι οποίες αναφέρθηκαν προηγουμένως.

Πίνακας I. Σχέσεις μεταξύ βασικών μεγεθών και μεταβολές των μεγεθών Q , U , W για συγκεκριμένη ποσότητα, n , ιδανικού αερίου.						
Διαδικασία	Εξίσωση	Σχέσεις βασικών μεγεθών	Έργο	Θερμότητα	Μεταβολή εσωτερικής ενέργειας	Συντελεστής πολυτροπικής διαδικασίας
Αδιαβατική	$\delta Q = 0$	$PV^\gamma = \text{σταθ.}$	$\delta W = PdV$ $= -dU$ $= -C_V dT$	$\delta Q = 0$	$dU = C_V dT$	$\alpha = \gamma = \frac{C_P}{C_V}$
Ισόθερμη	$T = \text{σταθ.}$	$PV = \text{σταθ.}$	$\delta W = PdV$	$\delta Q = \delta W$	$dU = 0$	$\alpha = 1$
Ισοβαρής	$P = \text{σταθ.}$	$\frac{V}{T} = \text{σταθ.}$	$\delta W = PdV$ $W = P\Delta V$	$\delta Q = C_P dT$	$dU = C_V dT$	$\alpha = 0$
Ισόχωρη	$V = \text{σταθ.}$	$\frac{P}{T} = \text{σταθ.}$	$\delta W = 0$	$\delta Q = C_V dT$	$dU = C_V dT$	$\alpha = \infty$

B. Ισόθερμη μεταβολή ιδανικού αερίου

Η ισόθερμη μεταβολή χαρακτηρίζεται από τη συνθήκη $T = \text{σταθ.}$. Σε αυτή τη διαδικασία το σύστημα πρέπει να βρίσκεται συνεχώς σε επαφή με μια θερμοδεξαμενή ίδιας T , με την οποία να μπορεί να ανταλλάσσει θερμότητα. Προκειμένου για ιδανικό αέριο, η συνθήκη $T = \text{σταθ.}$ ισοδυναμεί με $PV = \text{σταθ.}$. Δηλαδή, σε διάγραμμα $P - V$, η καμπύλη που παριστάνει μια ισόθερμη μεταβολή είναι υπερβολή, Σχήμα 1.



Σχήμα 1. Ισόθερμη μεταβολή ιδανικού αερίου σε διάγραμμα $P - V$.

Η επιφάνεια κάτω από την καμπύλη $T = \text{σταθ.}$ κατά τη μεταβολή της κατάστασης του αερίου από τον αρχικό όγκο V_α στον τελικό όγκο V_τ είναι το έργο

$$W = \int_{V_\alpha}^{V_\tau} P dV. \quad (5)$$

Με την βοήθεια Εξ. (4) θα είναι

$$W = nRT \ln \left(\frac{V_r}{V_a} \right). \quad (6)$$

Γ. Κυκλικές διαδικασίες και κύκλος Otto

Κυκλική διαδικασία ονομάζεται ένα σύνολο διαδικασιών στις οποίες υποβάλλεται το σύστημα διαδοχικά, έτσι ώστε να επανέρχεται τελικά στην αρχική του κατάσταση. Για μια κυκλική διαδικασία αποτελούμενη από i επί μέρους διαδικασίες, ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής επιβάλλει πως η συνολική θερμότητα $\sum_i \delta Q_i$, η οποία απορροφάται ή εκλύεται από το σύστημα είναι ίση με το συνολικό έργο $\sum_i \delta W_i$ το οποίο παράγεται ή καταναλώνεται από το σύστημα, δηλαδή,

$$\sum_i \delta Q_i = \sum_i \delta W_i. \quad (7)$$

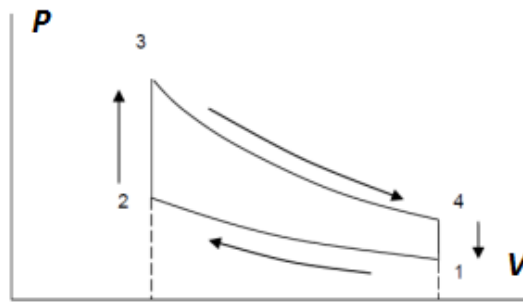
Τυπική εφαρμογή των κυκλικών διαδικασιών αποτελεί η λειτουργία των **θερμικών μηχανών** που αποτελούνται από **δύο δεξαμενές θερμότητας διαφορετικής θερμοκρασίας** και **ένα ρευστό** (σε πολλές περιπτώσεις αέριο) το οποίο υποβάλλεται σε διαδοχικές διαδικασίες, οι οποίες συναποτελούν μια κυκλική διαδικασία. Κατά τη λειτουργία θερμικής μηχανής,

- i) στο σύστημα προσφέρεται θερμότητα Q_{in} από τη δεξαμενή υψηλής T
- ii) μέρος αυτής της θερμότητας μετατρέπεται σε ωφέλιμο έργο $W_{\omega\phi}$, ενώ
- iii) αποβάλλεται θερμότητα Q_{out} στη δεξαμενή χαμηλής T .

Στη θερμική μηχανή ένα σύστημα, εκτελώντας κυκλική μεταβολή, μετατρέπει θερμότητα σε μηχανικό έργο.

Η **απόδοση** της θερμικής μηχανής είναι το πηλίκο του ωφέλιμου έργου, το οποίο παράγεται σε ένα κύκλο προς το ποσό της θερμότητας Q_{in} που προσφέρεται στο σύστημα, δηλαδή

$$\eta = \frac{W_{\omega\phi}}{Q_{in}} \quad (8)$$



Σχήμα 2. Απεικόνιση του κύκλου Otto σε διάγραμμα $P - V$.

Χαρακτηριστική κυκλική διαδικασία είναι ο κύκλος Otto, με βάση τον οποίο μπορεί κατά προσέγγιση να περιγραφεί η λειτουργία των βενζινοκινητήρων. Ο συμβολισμός $i \rightarrow j$ ή ij σημαίνει αρχική κατάσταση i και τελική κατάσταση j . Υποτίθεται επίσης πως η εσωτερική ενέργεια U είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση της θερμοκρασίας T και μάλιστα για ιδανικό αέριο $U = \frac{f}{2} k_B T N$, όπου f είναι το πλήθος των βαθμών ελευθερίας του δομικού λίθου και N είναι το πλήθος των δομικών λίθων. Δηλαδή η εσωτερική ενέργεια U είναι ανάλογη της θερμοκρασίας T , το οποίο ουσιαστικά σημαίνει πως $U = C_V T$ ή $dU = C_V dT$.

Ο κύκλος Otto που απεικονίζεται στο Σχήμα 2 σε διάγραμμα $P - V$, πραγματοποιείται με ιδανικό αέριο και αποτελείται από τις ακόλουθες τέσσερις διαδικασίες:

1→2 Αδιαβατική ($\delta Q = 0$) συμπίεση: Κατά τη διαδικασία αυτή καταναλώνεται από το αέριο έργο δW (το οποίο προσφέρεται από εξωτερικές δυνάμεις). Σύμφωνα με την Εξ. (1), $W_{12} = -\Delta U_{12} = U_1 - U_2 < 0$. Το αέριο **θερμαίνεται**, σε θερμοκρασία T_2 .

2→3 Ισόχωρη ($dV = 0 \Rightarrow W = 0$) απορρόφηση θερμότητας: Στο αέριο προσφέρεται θερμότητα $Q_{in} = Q_{23} = \Delta U_{23} = U_3 - U_2 = C_V(T_3 - T_2) > 0$ από το περιβάλλον. Το αέριο **θερμαίνεται**, σε θερμοκρασία T_3 .

3→4 Αδιαβατική ($\delta Q = 0$) εκτόνωση: Κατά τη διαδικασία αυτή παράγεται από το αέριο έργο $W_{34} = -\Delta U_{34} = U_3 - U_4 > 0$. Το αέριο **ψύχεται**, σε θερμοκρασία T_4 .

4→1 Ισόχωρη ($dV = 0 \Rightarrow W = 0$) αποβολή θερμότητας: Το αέριο αποβάλλει θερμότητα στο περιβάλλον. Δηλαδή, $Q_{41} = \Delta U_{41} = U_1 - U_4 = C_V(T_1 - T_4) < 0$. Ονομάζουμε $Q_{out} = |Q_{41}|$. Το αέριο **ψύχεται** και επανέρχεται στη θερμοκρασία T_1 .

Συνολικά, στην κυκλική μεταβολή, επειδή επιστρέφουμε στην ίδια κατάσταση και η εσωτερική ενέργεια είναι συνάρτηση της καταστάσεως του συστήματος, $\Delta U = 0$, οπότε $W = Q$, δηλαδή $W_{34} + W_{12} = Q_{23} + Q_{41}$. Εδώ $W_{34} > 0$, $W_{12} < 0$, $Q_{23} > 0$, $Q_{41} < 0$.

Άρα, η **απόδοση**, η , του κύκλου, σύμφωνα με την Εξ. (8) και όλα τα παραπάνω, είναι

$$\eta = \frac{W_{\omega p}}{Q_{in}} = \frac{W_{34} + W_{12}}{Q_{23}} = \frac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}} = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}} = 1 + \frac{C_V(T_1 - T_4)}{C_V(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}. \quad (9)$$

Στην αδιαβατική μεταβολή ($PV^\gamma = \text{σταθ.}$) ιδανικού αερίου ($PV = nRT$), ισχύει $TV^{\gamma-1} = \text{σταθ.}$. Οπότε, από την αδιαβατική μεταβολή 1→2 έχουμε $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$, ενώ από την αδιαβατική μεταβολή 3→4 έχουμε $T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$. Αλλά, $V_3 = V_2$ και $V_4 = V_1$. Άρα,

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}. \quad (10)$$

Κι επειδή ισχύει η ιδιότητα των αναλογιών $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha \pm \gamma}{\beta \pm \delta}$,

$$\frac{T_4}{T_3} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}. \quad (11)$$

Επομένως,

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 1 - \left(\frac{1}{\Lambda}\right)^{\gamma-1}. \quad (12)$$

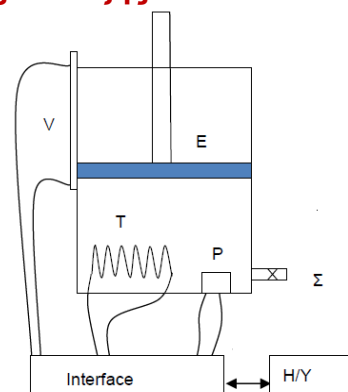
Δηλαδή, η απόδοση αυξάνει με i) τον λόγο συμπίεσεως $\Lambda = \frac{V_1}{V_2}$ και ii) τον συντελεστή γ της αδιαβατικής μεταβολής για το αέριο που διαγράφει τον κύκλο.

Πειραματική διαδικασία

Η λήψη των πειραματικών τιμών για την πίεση, τη θερμοκρασία και τον όγκο του αέρα, ο οποίος θα χρησιμοποιηθεί ως ρευστό εργασίας, θα γίνουν με τη βοήθεια αντίστοιχων **αισθητήρων** με χρήση **H/Y** και του λογισμικού Logger Pro. Οι αισθητήρες είναι βαθμονομημένοι για κάθε συσκευή.

Σύντομη περιγραφή της πειραματικής διάταξης

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από διαφανές κυλινδρικό δοχείο (Σχήμα 3) εφοδιασμένο με πλαστικό **έμβολο (Ε)** που μπορεί να μετακινείται χειροκίνητα μεταξύ δυο ακραίων θέσεων. Στον χώρο μεταξύ εμβόλου και πυθμένα του δοχείου μπορεί να εγκλεισθεί ποσότητα αερίου που μπορεί να διατηρείται σταθερή με τη βοήθεια αεροστεγούς **στρόφιγγας (Σ)**. Στο χώρο που καταλαμβάνει το αέριο είναι τοποθετημένος **αισθητήρας θερμοκρασίας (Τ)** από λεπτό σύρμα Νικελίου. Αντίστοιχα, στον πυθμένα του δοχείου βρίσκεται στερεωμένος **αισθητήρας πίεσης (Ρ)**. Τέλος, στο πλαϊνό τοίχωμα του δοχείου είναι στερεωμένος **ποτενσιομετρικός αισθητήρας (V)** που προσδιορίζει την ακριβή θέση του εμβόλου και έτσι είναι γνωστός ο **όγκος** που καταλαμβάνει το αέριο κάθε στιγμή. Η **διάμετρος** του εμβόλου είναι 4.45 cm. Το **ύψος** του χώρου που καταλαμβάνει το αέριο μπορεί να αναγνωσθεί απ' ευθείας με τη βοήθεια κλίμακας (mm), η οποία είναι προσαρμοσμένη πάνω στον κύλινδρο.



Σχήμα 3. Σχηματική απεικόνιση της πειραματικής διάταξης.

Πείραμα 1: Μελέτη ισόθερμης μεταβολής ιδανικού αερίου

A. Προετοιμασία για την λήψη πειραματικών τιμών

Οι αισθητήρες P, V, T είναι συνδεδεμένοι στα κανάλια Ch1, Ch2, Ch3, αντιστοίχως, της διεπαφής Labpro.

- Ενεργοποιήστε το πρόγραμμα Logger Pro στον Η/Υ.
- Επιλέξτε διαδοχικά File, Open, Desktop, Πείραμα 1.cmbl.
- Στο παράθυρο που εμφανίζεται (sensor confirmation) επιλέξτε από τον καταρράκτη «raw voltage 0-5V» για κάθε κανάλι και με click στο Connect συνεχίστε στην κύρια εφαρμογή.
- Πατώντας το εικονίδιο ρολόι επιλέξτε από το «sampling rate» συχνότητα λήψης τιμών 50 Hz και διάρκεια (length) 20 s.
- Στην οθόνη εμφανίζονται οι άξονες για τα **διαγράμματα** $T(t)$, $V(t)$, $P(t)$ και $\log P - \log V$.

B. Λήψη και επεξεργασία πειραματικών τιμών.

α) Ισόθερμη εκτόνωση

- Με το έμβολο να βρίσκεται στην κατώτατη ακραία θέση του, κλείνουμε τη στρόφιγγα.
- Ενεργοποιούμε την καταγραφή πειραματικών τιμών $P(t)$, $V(t)$, $T(t)$ πατώντας collect, ενώ ταυτόχρονα:
- Κρατώντας το βραχίονα, μετακινούμε το έμβολο προς τα άνω με σταθερό ρυθμό, ώστε να πραγματοποιήσουμε εκτόνωση του αέρα. Η **μετακίνηση** του εμβόλου πρέπει να γίνεται **αργά** ώστε η θερμοκρασία του αέρα, $T(t)$, η οποία απεικονίζεται σε πραγματικό χρόνο στην οθόνη του Η/Υ, να παραμένει **κατά το δυνατό σταθερή**. Συνεχίζουμε τη μετακίνηση του εμβόλου ως το ανώτερο σημείο της διαδρομής του.
- Στο τέλος της διαδρομής απενεργοποιούμε τη λήψη πειραματικών τιμών.
- Ανοίγουμε τη στρόφιγγα.

Αν κρίνετε την προσπάθεια σας όχι ικανοποιητική, μπορείτε να την επαναλάβετε πατώντας «collect» και στο παράθυρο που εμφανίζεται «erase and continue». Αποθηκεύουμε τις τιμές επιλέγοντας File, Save as, στον φάκελο που αντιστοιχεί στο δίκτυο της εξάσκησης σας ως: {...}_p1Ea, όπου {...}= YYYY_MM_DD_HH.

Επεξεργασία πειραματικών τιμών:

- i) Στο διάγραμμα $\log P - \log V$ με την επιλογή linear Fit πραγματοποιήστε **γραμμική προσαρμογή** των πειραματικών τιμών. Καταχωρήστε την κλίση της ευθείας γραμμής, το σφάλμα της, καθώς και τη θερμοκρασία στις αντίστοιχες στήλες του Πίνακα II.
- ii) Με την επιλογή integral **ολοκληρώστε** (αφού απεικονίσετε τα δεδομένα σε διάγραμμα $P - V$) **από την αρχική** (P_a , V_a) **έως την τελική** (P_t , V_t) **κατάσταση** ώστε να προσδιορίσετε το **έργο** $W_{\text{πειρ}}$ που εκτελείται κατά την εκτόνωση.
- iii) Υπολογίστε το **έργο** $W_{\text{θεωρ}}$ αντικαθιστώντας στην εξ. (6). Τον αριθμό των mole, n , μπορείτε να τον προσδιορίσετε από την πυκνότητα του αέρα $\rho_a = 0.00118 \text{ g/cm}^3$ (σε θερμοκρασία $T = 298 \text{ K}$) και τον όγκο V_a . Για τη σχετική μοριακή μάζα M_r του αέρα μπορείτε να θεωρήσετε τον αέρα ως ιδανικό αέριο αποτελούμενο κατά 80% από N_2 και κατά 20% από O_2 ή να θεωρήσετε γνωστή τη «μέση σχετική μοριακή μάζα» του αέρα, 28.97.

Ισόθερμη Εκτόνωση				Ισόθερμη Συμπύεση			
$T(K)$	Κλίση $\log P - \log V$	$W_{\text{πειρ.}}(J)$	$W_{\text{θεωρ.}}(J)$	$T(K)$	Κλίση $\log P - \log V$	$W_{\text{πειρ.}}(J)$	$W_{\text{θεωρ.}}(J)$

Πίνακας II: Πειραματικές και θεωρητικές τιμές για την ισόθερμη μεταβολή ιδανικού αερίου

Επαναλάβετε τα παραπάνω βήματα λήψης και ανάλυσης μετρήσεων 2 ακόμη φορές και αποθηκεύστε τα αντίστοιχα δεδομένα ως {...}_p1Eb, {...}_p1Ec.

β) Ισόθερμη συμπίεση

- Κλείστε τη στρόφιγγα όταν το έμβολο βρίσκεται στην ανώτατη δυνατή θέση.
- Όπως είναι φανερό, θα πραγματοποιήσετε ισόθερμη συμπίεση του αέρα.
- Επαναλάβετε την διαδικασία λήψης πειραματικών τιμών όπως ακριβώς κάνατε για τη διαδικασία της εκτόνωσης.
- Αποθηκεύστε τις πειραματικές τιμές επιλέγοντας File, Save as, {...}_p1Ca.
- Συμπληρώστε τις αντίστοιχες στήλες του Πίνακα 2.

Επαναλάβετε τα παραπάνω βήματα λήψης και ανάλυσης μετρήσεων 2 ακόμη φορές και αποθηκεύστε τα αντίστοιχα δεδομένα ως {...}_p1Cb, {...}_p1Cc.

Πείραμα 2: Μελέτη αντιστροφου κύκλου Otto

Ο αντιστροφος κύκλος Otto προκύπτει αν αντιστρέψουμε την φορά με την οποία πραγματοποιούνται οι διαδικασίες του Σχήματος 2. Ο αντιστροφος κύκλος **δεν είναι θερμική μηχανή: καταναλώνει έργο και αποδίδει θερμότητα στο περιβάλλον**. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως **αντλία θερμότητας** ή ως **ψυκτική μηχανή**. Θα εκμεταλλευτούμε το γεγονός ότι ο αντιστροφος κύκλος Otto μπορεί να πραγματοποιηθεί εύκολα με τη διαθέσιμη πειραματική διάταξη, δεδομένου ότι επιλέγοντας κατάλληλα τον τρόπο διαγραφής του, δεν είναι απαραίτητη η ύπαρξη δύο θερμοδεξαμενών διαφορετικής θερμοκρασίας.

Παράδειγμα: θεωρούμε σαν αρχική κατάσταση την 4 (Σχήμα 2) για την οποία έχουμε: $P_4 = 1 \text{ atm}$, $T_4 =$ θερμοκρασία δωματίου, $V_4 =$ όγκος καθοριζόμενος από την αρχική θέση του εμβόλου. Πραγματοποιούμε διαδοχικά:

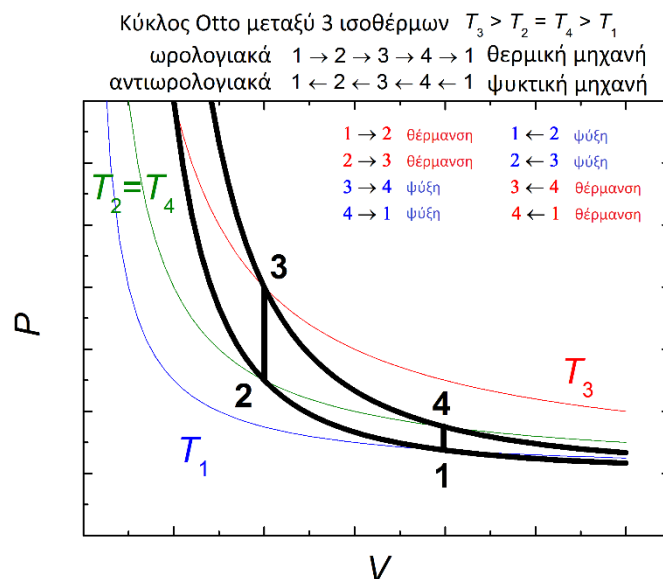
Αδιαβατική συμπίεση (θέρμανση) $4 \rightarrow 3$, μέχρις όγκου V_3 καταναλώνοντας έργο $W_{43} = -\Delta U_{43} = U_4 - U_3 = C_V(T_4 - T_3) < 0$,

Ισόχωρη ψύξη $3 \rightarrow 2$, $V_3 = V_2$, κατά την οποία το αέριο αποβάλλει θερμότητα Q_{out} στο περιβάλλον. $Q_{32} = \Delta U_{32} = U_2 - U_3 = C_V(T_2 - T_3) < 0$. Έτσι, επανέρχεται στην αρχική του θερμοκρασία, δηλαδή $T_2 = T_4$.

Αδιαβατική εκτόνωση (ψύξη) $2 \rightarrow 1$, μέχρις όγκου V_1 παράγοντας έργο $W_{21} = -\Delta U_{21} = U_2 - U_1 = C_V(T_2 - T_1) > 0$.

Ισόχωρη θέρμανση $1 \rightarrow 4$, $V_1 = V_4$, κατά την οποία το αέριο προσλαμβάνει θερμότητα Q_{in} από το περιβάλλον. Δηλαδή $Q_{14} = \Delta U_{14} = C_V(T_4 - T_1) > 0$, και επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση.

Η λειτουργία του κύκλου Otto ως θερμική κι ως ψυκτική μηχανή εξηγείται στο Σχήμα 4. Στο συγκεκριμένο κύκλο θέτουμε $T_2 = T_4$, σύμφωνα με το **Παράδειγμα**, πράγμα όχι απαραίτητο σε ένα κύκλο Otto, γενικώς.



Εκτέλεση πειράματος:

Ανοίξτε από το Desktop το template “Πείραμα 2.cmb1” Επαναλάβετε όλα τα βήματα προετοιμασίας για τη λήψη πειραματικών τιμών όπως κάνατε για το πείραμα 1. Επιλέξτε στα διαγράμματα $T(t)$, $V(t)$, $P(t)$ και $P - V$ που εμφανίζονται στην οθόνη τους άξονες των τεταγμένων σε “Autoscale” από το “Axis Options”.

A. Αντίστροφος κύκλος με μικρό λόγο συμπίεσης

Με τους δύο πύρους της διάταξης στις θέσεις τους και με το έμβολο στην ανώτατη ακραία θέση κλείστε τη στρόφιγγα. Ενεργοποιήστε την λήψη πειραματικών τιμών και στη συνέχεια, αφού περιμένετε 3 δευτερόλεπτα ώστε να καταγραφεί η θερμοκρασία του περιβάλλοντος, η οποία είναι η θερμοκρασία αναφοράς, $T_2 = T_4$,

1) Μετακινείτε το έμβολο «απότομα» μέχρι την κατώτατη ακραία θέση, δηλαδή συμπίεστε τον αέρα γρήγορα. Η διαδικασία προσεγγίζει την αδιαβατική κατά το δυνατό καλύτερα αν η διάρκεια της είναι λιγότερο από 1 δευτερόλεπτο.

2) Κρατήστε το έμβολο ακίνητο (μερικά sec) στην κατώτατη ακραία θέση ώστε να εξισωθεί η θερμοκρασία του αερίου με τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος (ισόχωρη ψύξη). Την μεταβολή της θερμοκρασίας παρακολουθείτε στην οθόνη, διάγραμμα $T(t)$.

3) Μετακινείτε το έμβολο «απότομα» μέχρι την ανώτατη ακραία θέση, πραγματοποιώντας, όπως προηγουμένως, αδιαβατική εκτόνωση του αέρα.

4) Κρατήστε το έμβολο ακίνητο στην τελική θέση για μερικά δευτερόλεπτα ώστε να εξισωθεί η θερμοκρασία του αερίου με τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος (ισόχωρη θέρμανση).

5) Απενεργοποιήστε την λήψη πειραματικών τιμών.

Εποπτικά πρέπει να φαίνεται στο διάγραμμα $P - V$ στην οθόνη ο κύκλος που πραγματοποιήθηκε.

6) Αποθηκεύστε τις πειραματικές τιμές: File, Save as, {...}_p2s.

Επεξεργασία πειραματικών τιμών:

α) Στο διάγραμμα $P - V$, με την επιλογή "Integral", προσδιορίζουμε την απόλυτη τιμή του έργου του κύκλου, $|W_{43} + W_{21}|$.

β) Αντιγράφουμε τα δεδομένα για τη συμπίεση σε αντίστοιχες στήλες «copy P », «copy V ». Σχεδιάζουμε το διάγραμμα $P - V$ και με την επιλογή "Integral" προσδιορίζουμε την επιφάνεια κάτω από την καμπύλη συμπίεσης, δηλαδή το $|W_{43}|$.

γ) Υπολογίζουμε το πηλίκο $\Omega = |W_{43} + W_{21}|/|W_{43}|$

δ) Βρίσκουμε το λόγο συμπίεσεως $\Lambda = V_{\max}/V_{\min}$, π.χ. με τη βοήθεια του διαγράμματος $V(t)$. Εφαρμόζοντας την εξίσωση (12) βρίσκουμε τον συντελεστή απόδοσης η του κύκλου Otto.

ε) Συγκρίνετε τον συντελεστή η με το πηλίκο Ω . Τι παρατηρείτε;

B. Αξιολόγηση της αδιαβατικής διαδικασίας

Απεικονίστε τις πειραματικές τιμές της συμπίεσεως σε log άξονες. Κάντε γραμμική προσαρμογή με την επιλογή "Linear fit". Συγκρίνετε την τιμή του συντελεστή αδιαβατικότητας (κλίση ευθείας) με την αναμενόμενη για το (ιδανικό) αέριο. Μπορείτε να επαναλάβετε την παραπάνω ανάλυση και για τη διαδικασία της εκτόνωσης για να έχετε πληρέστερη εικόνα για το πόσο καλά προσεγγίσατε τις αδιαβατικές στην πράξη.

Γ. Αντίστροφος κύκλος με μεγαλύτερο λόγο συμπίεσης

Αφαιρέστε τον πάνω πύρο της διάταξης. Με τον κατώτερο πύρο στη θέση του και με το έμβολο στην ανώτατη ακραία θέση κλείστε τη στρόφιγγα. Ενεργοποιήστε την λήψη πειραματικών τιμών όπως προηγουμένως, και επαναλάβετε με τον ίδιο τρόπο τόσο την πειραματική διαδικασία όσο και την ανάλυση των πειραματικών δεδομένων. Αποθηκεύστε τις πειραματικές τιμές: File, Save as, {...}_p2l. Προσδιορίστε τη τιμή του πηλίκου $\Omega = |W_{43} + W_{21}|/|W_{43}|$ που αντιστοιχεί στο νέο λόγο συμπίεσης. Βρείτε το νέο λόγο συμπίεσεως και εφαρμόζοντας την εξίσωση (10) βρείτε τον νέο συντελεστή απόδοσης η του κύκλου Otto.

Ακολουθήστε τις οδηγίες και στείλετε τα αρχεία σας στο δικό σας e-mail δηλαδή στον υπολογιστή σας. Εκτυπώστε τα διαγράμματα σας.

Βιβλιογραφία

- Χ. Τρικαλινός: Μοριακή Φυσική Θερμοδυναμική, αυτοέκδοση 1996.
- Κ. Αλεξόπουλος: Γενική Φυσική Τόμος Δ, Θερμότητας, Β έκδοση 1962.
- R. Serway: «Physics for Scientists and Engineers», Μετάφραση Λ. Ρεσβάνη, Τόμος ΙΙΙ, Θερμοδυναμική - Κυματική - Οπτική.
- Εγχειρίδιο του κατασκευαστή.

Γ3. Ταχύτητα διαδόσεως διαμηκών κυμάτων και ελαστικές σταθερές σε στερεά

Απαραίτητες Γνώσεις: Κυματική (διαφορική) εξίσωση, φασική ταχύτητα, στάσιμα κύματα (κανονικοί τρόποι ταλάντωσης, δεσμοί και κοιλίες), ιδιοσυχνότητες (συχνότητες συντονισμού) ενός συστήματος, εικόνες Lissajous, νόμος Hooke, μέτρο ελαστικότητας Young.

Σκοπός της άσκησης

Προσδιορίζεται η συχνότητα από τις εικόνες Lissajous και το μήκος κύματος από τα μήκη των ράβδων. Βάσει του γνωστού τύπου που συνδέει το μήκος κύματος με τη συχνότητα και την ταχύτητα διαδόσεως των κυμάτων (θεμελιώδης νόμος της κυματικής), προσδιορίζεται η ταχύτητα διαδόσεως u των διαμηκών ελαστικών κυμάτων, σε ράβδους διαφόρων υλικών. Ο υπολογισμός της u επιτρέπει τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας Young των υλικών των ράβδων.

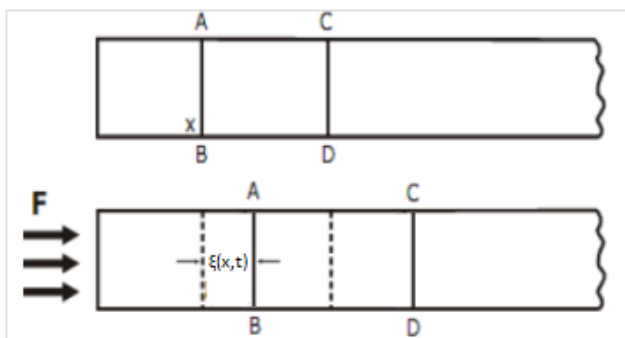
Στοιχεία από τη Θεωρία

A. Διαμήκης κυματική εξίσωση

Έστω ότι μια ράβδος μήκους L και σταθερής διατομής εμβαδού S , δέχεται την επίδραση διαμήκου δύναμης στο ένα άκρο της (Σχήμα 1). Τότε, η διέγερση αυτή θα προκαλέσει διαμήκη απομάκρυνση ξ σε καθένα από τα «σωματίδια» της ράβδου. Αν οι εγκάρσιες διαστάσεις της ράβδου είναι μικρές σχετικά με το μήκος της, κάθε εγκάρσια διατομή μπορεί να θεωρηθεί ότι κινείται σαν «μία μονάδα». Έτσι, η διαταραχή μπορεί να περιγραφεί με το πεδίο $\xi = \xi(x, t)$, όπου ξ η διαμήκης απομάκρυνση της διατομής (AB), από την αρχική θέση ισορροπίας της x , τη χρονική στιγμή t . Για ήπια διαταραχή, αποδεικνύεται ότι το πεδίο $\xi = \xi(x, t)$ ικανοποιεί την κυματική εξίσωση

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{Y}{\rho}}\right)^2} \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

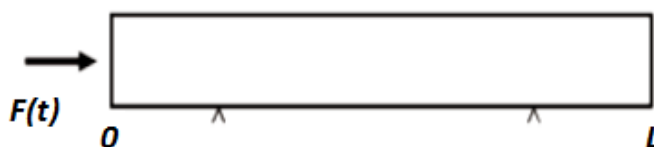
Όπου Y και ρ , το μέτρο ελαστικότητας Young και η πυκνότητα του υλικού της ράβδου αντίστοιχα. Αυτό σημαίνει ότι οι διαμήκεις παλμοί που προκαλεί η διέγερση, οδεύουν στη ράβδο χωρίς παραμόρφωση, με ταχύτητα (φασική) $u = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$. Αυτήν ακριβώς την ταχύτητα γίνεται προσπάθεια να μετρήσουμε στην άσκηση αυτή. Σημείο που πρέπει να σχολιαστεί είναι η μη εξάρτηση της ταχύτητας u από τη συχνότητα. Η θεωρητική προσέγγιση συνεπώς δεν προβλέπει την εμφάνιση φαινομένου διασποράς.



Σχήμα 1. Διαμήκης απομάκρυνση $\xi(x, t)$ των σωματιδίων της ράβδου υπό την επίδραση της δύναμης F

B. Εξαναγκασμένη διαμήκης ταλάντωσης της ράβδου

Στο σχήμα 2 απεικονίζεται η διέγερση μιας λεπτής ράβδου μήκους L που έχει και τα δύο της άκρα ελεύθερα.



Σχήμα 2. Ράβδος με ελεύθερα άκρα υπό περιοδική διέγερση $F(t)$.

Διαμήκης αρμονική δύναμη $F(t) = F_0 \cos \omega t$ επιδρά στο άκρο $x = 0$. Το διάμηκες κύμα που δημιουργείται ανακλάται στο άκρο $x = L$, στην επιστροφή του αλληλεπιδρά με το κύμα που οδεύει προς τα εμπρός, ανακλάται στο υπό διεγέρση άκρο $x = 0$ κοκ. Για την περιγραφή της κατάστασης, που αποκαθίσταται τελικά, αναζητούμε λύση της κυματικής εξίσωσης (1), της μορφής

$$\xi(x, t) = A e^{i(\omega t - kx)} + B e^{i(\omega t + kx)} \quad (2)$$

Που απεικονίζει την επαλληλία δύο αρμονικών κυμάτων που οδεύουν προς αντίθετες κατευθύνσεις. Την (2) θα εξειδικεύσουν οι οριακές (περατωτικές) συνθήκες της ράβδου.

i. Περαιτωτικές (οριακές) συνθήκες

Σύμφωνα με το νόμο Hooke, οι εσωτερικές διαμήκεις δυνάμεις f αποδίδονται από τη σχέση:

$$f = -SY \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (3)$$

Στο υπό διεγέρση άκρο $x = 0$ η οριακή συνθήκη, βάσει της (3), θα είναι η

$$F_0 e^{i\omega t} = -SY \left. \frac{\partial \xi}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (4)$$

Όταν μία ράβδος είναι ελεύθερη να κινηθεί σε ένα άκρο της, δεν είναι δυνατό να αναπτυχθεί εσωτερική ελαστική δύναμη στο άκρο αυτό. Έτσι, θα είναι $f = 0$ για $x = L$. Η συνθήκη αυτή είναι ισοδύναμη της

$$\left. \frac{\partial \xi}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (5)$$

Εάν εισάγουμε την (2) στις (4) και (5) έχουμε αντίστοιχα τις

$$F_0 = iSYkA - iSYkB \quad (6)$$

$$-ikAe^{-ikL} + ikBe^{ikL} = 0 \quad (7)$$

Από τη λύση του συστήματος των δύο προηγούμενων σχέσεων προκύπτουν οι ποσότητες A και B

$$A = -\frac{F_0 e^{ikL}}{2SYk \sin(kL)}, \quad B = -\frac{F_0 e^{-ikL}}{2SYk \sin(kL)}$$

οπότε, η $\xi(x, t)$ γράφεται

$$\xi(x, t) = -\frac{F_0}{2SYk \sin(kL)} (e^{ik(L-x)} + e^{-ik(L-x)}) e^{i\omega t}$$

και τελικά:

$$\xi(x, t) = -\frac{F_0 \cos[k(L-x)]}{SYk \sin(kL)} e^{i\omega t} \quad (8)$$

Στην τελευταία σχέση αναγνωρίζουμε την απεικόνιση ενός στάσιμου κύματος συχνότητας ω με κατανομή πλάτους, μεταξύ των δύο άκρων

$$C(\omega, x) = \frac{F_0 \cos[k(L-x)]}{SYk \sin(kL)} \quad (9)$$

ii. Οι θέσεις των δεσμών

Οι θέσεις των δεσμών, όπου η απομάκρυνση είναι συνεχώς μηδέν, καθορίζονται από τις τιμές του x για τις οποίες είναι

$$\cos\{k(L-x)\} = 0 \text{ ή } k(L-x) = \frac{2a-1}{2}\pi \text{ ή } x = L - (2a-1)\frac{\lambda}{4}, \quad a = 1, 2, 3, \dots \leq \frac{2L}{\lambda} + 1/2 \quad (10)$$

Προφανώς οι θέσεις των δεσμών καθορίζουν και τις θέσεις των αντίστοιχων κοιλιών, δεδομένης της απόστασης $(\lambda/4)$ μεταξύ δεσμού κοιλίας.

iii. «Μετανάστευση» των δεσμών με τη μεταβολή της ω

Είναι σαφές από τη (10) ότι οι θέσεις των δεσμών, ως προς το άκρο $x = 0$ όπου υπάρχει σύζευξη της ράβδου-«δέκτη» με το διεγείροντα ενεργειακό «πομπό», μεταβάλλονται καθώς η συχνότητα ω , επομένως και το μήκος λ , μεταβάλλεται. Αν η ω έχει τιμή ώστε το L να είναι περιττό πολλαπλάσιο του αντίστοιχου $\lambda/4$, θα δημιουργηθεί δεσμός στο άκρο $x=0$. Αν στη συνέχεια έχουμε αύξηση της ω , το λ θα μειώνεται με αποτέλεσμα τη «μετανάστευση» του συστήματος των δεσμών μακριά από το άκρο $x = 0$. Εάν η αύξηση της συχνότητας συνεχιστεί για κάποια τιμή της L θα είναι άρτιο πολλαπλάσιο του $\lambda/4$, οπότε «κοιλία» θα σχηματιστεί στο υπό διέγερση άκρο.

iv. Μεταβολή του πλάτους με την ω . Συχνότητες συντονισμού (ιδιοσυχνότητες). Συχνότητες αντισυντονισμού.

Διαισθάνεται κανείς ότι η μετακίνηση των δεσμών, ως προς το άκρο $x = 0$, με τη μεταβολή της συχνότητας της διεγείρουσας δύναμης θα συνοδεύεται από μεταβολή του πλάτους $C(\omega, x)$. Πράγματι ο παρανομαστής της $C(\omega, x)$ μηδενίζεται εάν $\sin(kL) = 0$, δηλαδή εάν $kL = n\pi$, $n = 1, 2, 3, \dots$ και τελικά εάν

$$L = 2n \frac{\lambda_{\text{συντ}}}{4}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

$$v_{\text{συντ}} = n \frac{u}{2L}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Για τις συχνότητες (12) το αντίστοιχο πλάτος των διαμηκών ταλαντώσεων των διατομών της ράβδου γίνεται μέγιστο (θεωρητικά άπειρο!). Είναι σαφές ότι οι (12) είναι οι συχνότητες συντονισμού του συστήματος ή οι ιδιοσυχνότητες του. Διαμορφώνονται αποκλειστικά από χαρακτηριστικά του συστήματος, από τις περατωτικές συνθήκες και τη φύση του υλικού της ράβδου (Y, ρ).

Σε κάθε ιδιοσυχνότητα v_n αντιστοιχεί η «ιδιοσυνάρτηση»

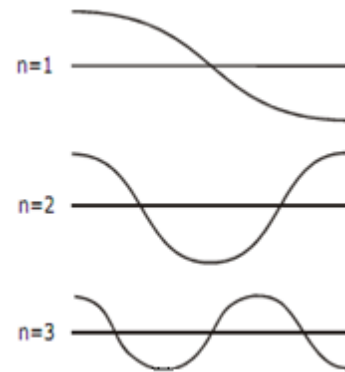
$\xi(x, t) = C_n(\omega_n, x)e^{i\omega t}$ που περιγράφει το αντίστοιχο στάσιμο κύμα (ή κανονικό τρόπο ταλάντωσης). Ο τρόπος κατανομής του πλάτους $C_n(\omega_n, x)$ για τα τρία στάσιμα κύματα ($n = 1, 2, 3$) απεικονίζεται στο Σχήμα 3.

Σημείο που πρέπει να προβληματίσει είναι η θεωρητική πρόβλεψη του απειρισμού του πλάτους των κοιλιών στην περίπτωση που η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης ταυτίζεται με την ιδιοσυχνότητα της ράβδου, απειρισμός που δεν παρατηρείται στην πράξη.

Οι συχνότητες αντι-συντονισμού, οι συχνότητες δηλαδή για τις οποίες το πλάτος στις κοιλίες γίνεται ελάχιστο, είναι σύμφωνα με την (9) αυτές που ικανοποιούν τη συνθήκη $\sin(kL) = 1$, ή ισοδύναμα τις

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda_{\text{αντι-συντ}}}{4}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$v_{\text{αντι-συντ}} = (2n - 1) \frac{u}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



Σχήμα 3. Κατανομή πλάτους $C_n(\omega_n, x)$ για $n = 1, 2, 3$.

Ιδιαίτερη προσοχή χρειάζεται στην περίπτωση που η διέγερση γίνεται με συχνότητα ίση με τη συχνότητα συντονισμού, οπότε στο άκρο $x = 0$, όπου και η σύζευξη «πομπού-δέκτη», αποκαθίσταται κοιλία κίνησης, ενώ εάν η διέγερση γίνεται με συχνότητα αντισυντονισμού αποκαθίσταται δεσμός κίνησης στο άκρο της ράβδου. Αυτό το τελευταίο χρειάζεται περαιτέρω σχολιασμό.

Γ. Μέθοδος μέτρησης της φασικής ταχύτητας u

Γνωρίζουμε ήδη ότι οι συχνότητες συντονισμού της ράβδου είναι οι :

$$v_n = n \frac{u}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Με αντίστοιχα μήκη κύματος που ικανοποιούν την :

$$L = 2n \frac{\lambda_n}{4}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Ο συνδυασμός των δύο προηγούμενων οδηγεί στην :

$$u = v_n \lambda_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

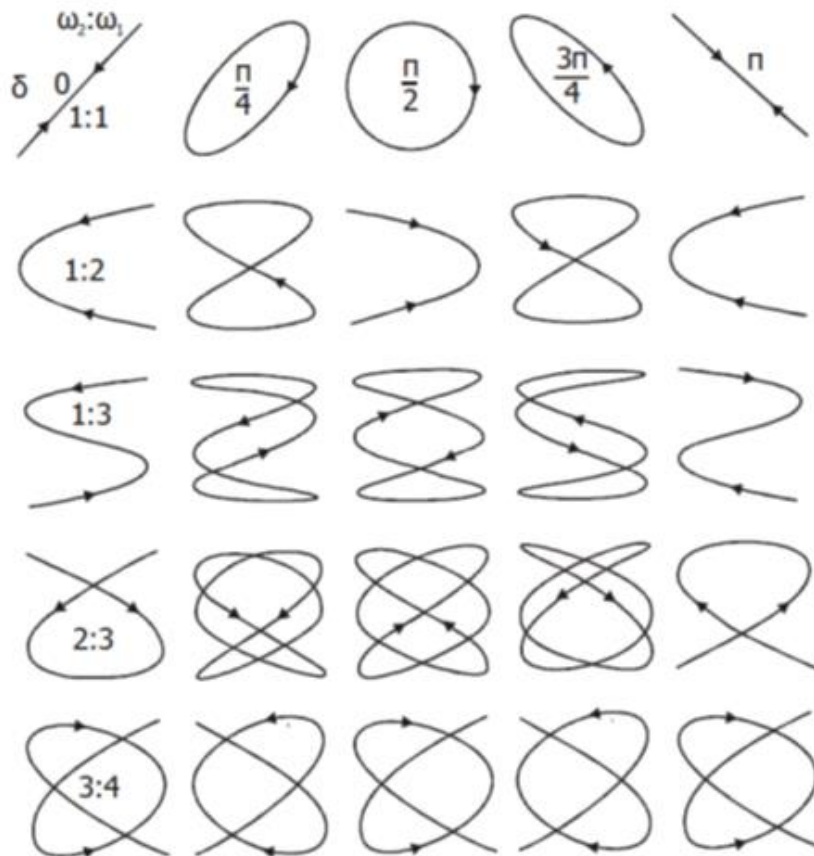
που σημαίνει ότι για να μετρήσουμε την u πρέπει να μετρήσουμε μια ιδιοσυχνότητα v_n και το αντίστοιχο μήκος κύματος λ_n . Η μέτρηση του λ_n ανάγεται προφανώς στη μέτρηση του μήκους της ράβδου, αφού είναι $\lambda_n = 2L/n$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Για τη θεμελιώδη ιδιοσυχνότητα v_1 θα είναι, για παράδειγμα, $\lambda_1 = 2L$ (Σχήμα 3). Πρακτικά, λοιπόν, η μέτρηση της u ανάγεται στη μέτρηση μιας δεδομένης ιδιοσυχνότητας, για παράδειγμα της θεμελιώδους. Το πώς θα γίνει αυτό θα το δούμε στη συνέχεια, αφού παρεμβληθεί η ανάπτυξη μιας μεθόδου μέτρησης της συχνότητας ενός αρμονικού ήχου, μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί στη μέτρηση των ιδιοσυχνοτήτων της ράβδου.

i. Μέτρηση της συχνότητας αρμονικού ήχου με τις εικόνες Lissajous

Η πορεία που ακολουθούμε για τη μέτρηση της συχνότητας ν αρμονικού ήχου είναι η εξής: ο ήχος «συλλαμβάνεται» από μικρόφωνο. Αυτό διεγερόμενο εμφανίζει στην έξοδο του αρμονική τάση της ίδιας συχνότητας ν . Η τάση αυτή οδηγείται στα πλακίδια κατακόρυφης απόκλισης παλμογράφου. Εάν είναι ασθενής ενισχύεται. Στα οριζόντια πλακίδια του παλμογράφου εφαρμόζεται ταυτόχρονα αρμονική τάση γνωστής συχνότητας ν_x , με τη βοήθεια γεννήτριας συχνοτήτων. Η κηλίδα κάνει ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις στον κατακόρυφο και οριζόντιο άξονα με συχνότητες $\nu_y = \nu$ και ν_x αντίστοιχα. Η τροχιά της, που βλέπουμε στην οθόνη, είναι επαλληλία αυτών των δύο κινήσεων. Η τροχιά είναι κλειστή, και λέγεται εικόνα Lissajous, όταν ο λόγος των συχνοτήτων ν_y/ν_x είναι ρητός αριθμός. Η μορφή της εικόνας εξαρτάται από την τιμή του λόγου των συχνοτήτων, από τα πλάτη και τη διαφορά φάσεων των δύο ταλαντώσεων. Χαρακτηριστικές εικόνες Lissajous απεικονίζονται στο Σχήμα 4. Για τον υπολογισμό της άγνωστης συχνότητας $\nu = \nu_y$ εφαρμόζουμε τον εξής εμπειρικό κανόνα: ας φανταστούμε μια οριζόντια και μια κατακόρυφη γραμμή που θα τέμνουν την εικόνα Lissajous σε a_x και a_y στο πλήθος σημεία, αντίστοιχα. Ισχύει τότε η

$$\frac{\nu_y}{\nu_x} = \frac{a_x}{a_y}$$

που δίνει τη δυνατότητα προσδιορισμού $\nu = \nu_y$.



Σχήμα 4. Εικόνες Lissajous.

ii. Ανίχνευση και μέτρηση ιδιοσυχνοτήτων της ράβδου

Γνωρίζουμε από τα προηγούμενα ότι αν μια ράβδος διεγερθεί στο ένα άκρο της $A(x=0)$ με αρμονική διαμήκη δύναμη συχνότητας ω , αποκαθίσταται τελικά ένα στάσιμο κύμα. Αυτό σημαίνει ότι όλες οι εγκάρσιες

διατομές της, επομένως και το απέναντι ελεύθερο άκρο της $B(x = L)$, κάνουν διαμήκη αρμονική ταλάντωση με την ίδια συχνότητα ω .

Ας εστιάσουμε το ενδιαφέρον μας στη συμπεριφορά του άκρου B. Η διατομή αυτή κατά την ταλάντωσή της επέχει θέση πηγής εκπομπής ήχου (αρμονικού της ίδιας συχνότητας ω) προς τον αέρα. Το πλάτος της ταλάντωσης του άκρου B, και επομένως η ένταση του ήχου με τις ιδιοσυχνότητες (συχνότητες συντονισμού) της ράβδου, γίνεται μέγιστο εάν η ω ταυτίζεται με μια ιδιοσυχνότητα.

Ας φανταστούμε τώρα ότι η διέγερση είναι σύνθετη, με την έννοια ότι η διαμήκης δύναμη που διεγείρει τη ράβδο είναι επαλληλία αρμονικών δυνάμεων, των οποίων οι συχνότητες κατανέμονται συνεχώς σε μια περιοχή του φάσματος, π.χ. την $0 - \nu_{max}$ στην οποία εμπίπτει μια μόνο από τις ιδιοσυχνότητες, η θεμελιώδης ν_1 .

Για κάθε μια από τις αρμονικές συνιστώσες (ν) της διέγερσης θα αποκαθίσταται το αντίστοιχο στάσιμο κύμα και το άκρο B θα κάνει αρμονική διαμήκη ταλάντωση εκπέμποντας προς τον αέρα ήχο συχνότητας ν . Έτσι, το άκρο B θα εκπέμψει ήχους, των οποίων η συχνότητα κατανέμεται συνεχώς στην περιοχή από 0 έως ν_{max} , η συνιστώσα όμως ν_1 θα έχει ένταση σαφώς μεγαλύτερη από τις άλλες. Συνεπώς η συνιστώσα αυτή θα «καλύπτει» τις άλλες και θα είναι αυτή που πρακτικά θα διεγείρει ένα μικρόφωνο που τοποθετείται απέναντι από το άκρο B και επομένως αυτή, που θα μετρηθεί με τη μέθοδο των εικόνων Lissajous, που αναπτύχθηκε προηγουμένως.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι στην περιοχή $0 - \nu_{max}$ εμπίπτουν δύο ιδιοσυχνότητες, οι ν_1 και ν_2 . Η ανίχνευση και μέτρηση κάθε ιδιοσυχνότητας χωριστά, εν γένει, γίνεται προβληματική. Και θα δούμε το γιατί. Η κηλίδα του παλμογράφου θα κάνει, στον κατακόρυφο άξονα την επαλληλία δύο ταλαντώσεων συχνότητας ν_1 και $\nu_2 (= 2\nu_1)$. Εάν μεταβάλλοντας τη συχνότητα της τάσης που εφαρμόζουμε στα πλακίδια οριζόντιας απόκλισης φτάσουμε στην συχνότητα $\nu_x = \nu_1$, η τροχιά της κηλίδας θα είναι επαλληλία δύο εικόνων Lissajous που αντιστοιχούν σε τιμές 1 και 2 του λόγου $\nu_y : \nu_x$ (Σχήμα 4). Αν πετύχουμε $\nu_x = \nu_2$ στην οθόνη θα βλέπουμε την επαλληλία των εικόνων που αντιστοιχούν σε τιμές $\frac{1}{2}$ και 1 του λόγου $\nu_y : \nu_x$.

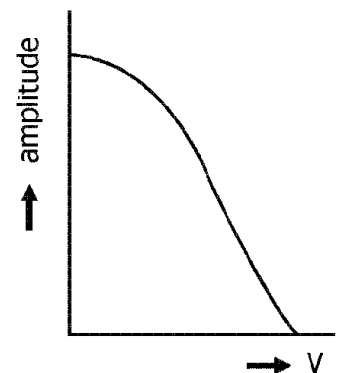
Ο διαχωρισμός των δύο ιδιοσυχνοτήτων μπορεί να γίνει με την παρεμβολή ενός equalizer μεταξύ μικροφώνου και παλμογράφου, οπότε έχουμε τη δυνατότητα της επιλεκτικής ενίσχυσης σημάτων μιας περιοχής συχνοτήτων. Μπορεί, όμως, ο διαχωρισμός να γίνει και απλούστερα. Πράγματι, ας μεταφερθούμε στο Σχήμα 3, όπου απεικονίζονται οι θέσεις των κοιλιών και των δεσμών στους δύο πρώτης τάξης κανονικούς τρόπους ταλάντωσης. Παρατηρούμε ότι στο μέσο της ράβδου ο πρώτος διαμορφώνει δεσμό, ενώ ο δεύτερος κοιλία κίνησης. Εάν «σφίξουμε» με τα δάκτυλα μας το μέσο της ράβδου, ο πρώτος κανονικός τρόπος ταλάντωσης δεν διαταράσσεται, ο δεύτερος οδηγείται σε απόσβεση. Πρακτικά, λοιπόν, ο παλμογράφος θα διεγερθεί από σήμα συχνότητας $\nu_y = \nu_1$ και για τη γνωστή συχνότητα $\nu_x = \nu_1$ θα εμφανισθεί έλλειψη στην οθόνη.

Στα σημεία που απέχουν απόσταση $L/4$ από τα άκρα της ράβδου, μόνο ο κανονικός τύπος δεύτερης τάξης διαμορφώνει δεσμούς. Αν συνεπώς, σφίξουμε τα σημεία αυτά, το στάσιμο κύμα δεύτερης τάξης συχνότητας ν_2 δεν επηρεάζεται, ενώ το πρώτο οδηγείται σε απόσβεση. Έτσι, στον παλμογράφο οδηγείται σήμα συχνότητας $\nu_y = \nu_2$. Για τη συχνότητα $\nu_x = \nu_1$ στον παλμογράφο θα βλέπουμε την εικόνα Lissajous «οριζόντιο οκτώ» ενώ για $\nu_x = \nu_2 = \nu_1$ θα έχουμε εμφάνιση έλλειψης.

Σφίγγοντας τη ράβδο σε κατάλληλα σημεία μπορούμε να διαχωρίσουμε τους κανονικούς τρόπους ταλάντωσης αν έχουν αναπτυχθεί οι τρεις πρώτοι από αυτούς κ.ο.κ..

iii. Τρόπος διέγερσης της ράβδου

Το ερώτημα που διαμορφώνει η προηγούμενη συζήτηση είναι: πώς πρέπει να διεγερθεί η ράβδος ώστε να περιέχονται στο φάσμα διέγερσης οι πρώτες ιδιοσυχνότητες ($n = 1, 2, 3$); Στο Σχήμα 5 απεικονίζεται μια φασματική κατανομή της διέγερσης, που ικανοποιεί τις απαιτήσεις που έχουν τεθεί, με το επί πλέον πλεονέκτημα την μείωση του πλάτους με την αύξηση της ιδιοσυχνότητας. Ένα απεριοδικό «χτύπημα» της ράβδου με ένα σφυρί είναι τέτοιας, ποιοτικά, φασματικής κατανομής. Πράγματι, στην αναπαραγωγή ενός «χτυπήματος» διάρκειας Δt συμμετέχουν πρακτικά αρμονικές συνιστώσες των οποίων το φάσμα κατανέμεται συνεχώς στην περιοχή από 0 έως ν_{max} με $\nu_{max} \approx 1/\Delta t$. Η μόνη αντίρρηση που μπορεί να προβληθεί όσον αφορά την καταλληλότητα του χτυπήματος ως τρόπου διέγερσης, είναι μήπως για τη διάρκεια Δt του χτυπήματος αντιστοιχεί $\nu_{max} < \nu_1$. Ας θυμηθούμε ότι είναι $\nu_1 = u/2L$.

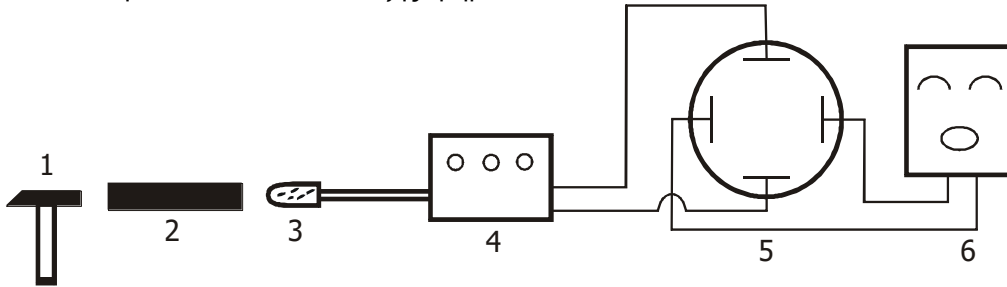


Σχήμα 5.

Βλέπουμε ότι αυξάνοντας το μήκος της ράβδου, η θεμελιώδης συχνότητα (και συνεπώς και οι άλλες αρμονικές) μετατοπίζεται έντονα προς το μηδέν. Συνεπώς, αυτό που έχουμε να κάνουμε είναι να δοκιμάσουμε αν σε λογικές τιμές μήκους L έχουν μετατοπιστεί οι πρώτες ιδιοσυχνότητες στο διάστημα $(0, \nu_{max})$. Στο εργαστήριο θα διαπιστώσουμε ότι το αποτέλεσμα των δοκιμών είναι θετικό και έτσι θετική είναι και η απάντηση για την καταλληλότητα στην πράξη του χτυπήματος ως τρόπου διέγερσης.

Πειραματική διάταξη

Η συσκευή αποτελείται από τα εξής τμήματα:



1. Σφυρί.
2. Ράβδοι διαφόρων υλικών.
3. Μικρόφωνο.
4. Ενισχυτής (προαιρετικά).
5. Παλμογράφος.
6. Γεννήτρια αρμονικών τάσεων γνωστής συχνότητας, με ψηφιακό συχνόμετρο.

Πειραματική Διαδικασία

1. Μέτρηση συχνότητας αρμονικού ήχου

Η γνώση της μεθόδου μέτρησης συχνότητας αρμονικού ήχου, που στηρίζεται στην έννοια των εικόνων Lissajous, είναι προαπαιτούμενη για τη διεξαγωγή της ασκήσεως. Έτσι, απαιτείται εξοικείωση με τη μέθοδο. Προς την κατεύθυνση αυτή:

1. Εξοικείωση μέτρησης συχνότητας

1. προσβάλλουμε το μικρόφωνο με αρμονικό ήχο συχνότητας ν , ο οποίος εκπέμπεται από «ηχητική κοιλότητα» που διεγείρεται από διαπασών με το οποίο βρίσκεται σε σύζευξη. Η αρμονική τάση, από την έξοδο του μικροφώνου, οδηγείται στα πλακίδια κατακόρυφης απόκλισης οπότε η κηλίδα κάνει γραμμική αρμονική ταλάντωση συχνότητας $\nu_y = \nu$. Με την εκλογή κατάλληλης σάρωσης «βλέπουμε» στην οθόνη την απεικόνιση της αρμονικής συνάρτησης $y = y(t)$.
2. με τη σάρωση εκτός και το μικρόφωνο υπό διέγερση, εφαρμόζουμε στα πλακίδια οριζόντιας απόκλισης αρμονική τάση της οποίας τη συχνότητα ν_x διαβάζουμε στο ψηφιακό παράθυρο της γεννήτριας συχνοτήτων. Μεταβάλλουμε τη συχνότητα ν_x έως ότου εμφανιστεί στην οθόνη του παλμογράφου έλλειψη. Τότε, σύμφωνα με την υποενοότητα Γί, είναι :

$$\frac{\nu_y}{\nu_x} = \frac{a_x}{a_y} = \frac{2}{2} = 1$$

δηλαδή ($\nu = \nu_y = \nu_x$), οπότε γνωρίζουμε τη συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η ηχητική κοιλότητα.

3. Εφαρμόζουμε στα οριζόντιας απόκλισης πλακίδια τάσεις συχνότητας $\nu_x = 2\nu, 3\nu, 4\nu$ ή $\nu/2, \nu/3, \nu/4$ και διεγείρουμε το μικρόφωνο με τον ήχο της ηχητικής κοιλότητας (ν). παρατηρούμε τις αντίστοιχες εικόνες Lissajous και επαληθεύουμε τη σχέση

$$\frac{\nu_y}{\nu_x} = \frac{a_x}{a_y}$$

4. Μπροστά από το μικρόφωνο προφέρετε φθόγγους: ντο, ρε, μι κοκ., προσπαθώντας, με τη μεταβολή της συχνότητας ν_x της γεννήτριας, να σχηματιστεί έλλειψη στην οθόνη. Εάν αυτό γίνει, θα έχει προσδιορισθεί η αρμονική που κυριαρχεί στον «φθόγγο».
5. Είναι ευκαιρία να εμφανίσουμε στην οθόνη του παλμογράφου «διακροτήματα»: με τη σάρωση εντός, διεγείρουμε το μικρόφωνο με τους ήχους, που ταυτόχρονα εκπέμπονται από δύο διαπασών των οποίων οι συχνότητες διαφέρουν λίγο.

2. Μέτρηση της ταχύτητας διαμηκών κυμάτων

I. Ξεχωρίζουμε τις ράβδους ανάλογα με τη φύση του υλικού τους (ορείχαλκος, χάλυβας, σίδηρος)

II. Αρχίζουμε με τις ράβδους που διατίθενται σε μεγαλύτερη ποικιλία μήκους. Για κάθε μια από τις ράβδους

α. μετρούμε το μήκος της, L .

β. Υπολογίζουμε τα μήκη κύματος $\lambda_1 = 2L$, $\lambda_2 = L$ και $\lambda_3 = 2/3L$ που αντιστοιχούν στα τρία πρώτα στάσιμα κύματα. Σχεδιάζουμε την κατανομή του πλάτους στις διάφορες θέσεις της ράβδου, για κάθε ένα από αυτά σημειώνοντας τις θέσεις των δεσμών.

γ. Με διαμήκη χτυπήματα στο άκρο της διεγείρουμε τη ράβδο ενώ ταυτόχρονα μεταβάλλουμε τη συχνότητα ν_x της αρμονικής τάσης που εφαρμόζουμε στα πλακίδια οριζόντιας απόκλισης, την οποία διαβάζουμε στο ψηφιακό συχνόμετρο. Προσπαθούμε έως ότου σχηματισθεί έλλειψη στην οθόνη. Τότε είναι $\nu_x = \nu_1$. Σημειώνουμε την τιμή της θεμελιώδους συχνότητας ν_1 .

δ. σφίγγουμε τα σημεία που απέχουν απόσταση $L/4$ από κάθε άκρο και αναζητούμε την εμφάνιση έλλειψης για $\nu_x \approx 2\nu_1$. Αν αυτό γίνει δυνατό η ν_x που διαβάζουμε και σημειώνουμε θα είναι ίση με τη δεύτερη ιδιοσυχνότητα της ράβδου.

ε. Για τη μέτρηση της τρίτης ιδιοσυχνότητας ν_3 σφίγγουμε τα σημεία που απέχουν $L/6$, $L/2$ και $5L/6$ από το άκρο της ράβδου που είναι απέναντι από το μικρόφωνο. Αν σχηματισθεί έλλειψη κατά τη διέγερση της ράβδου για $\nu_x \approx 3\nu_1$, θα είναι $\nu_x = \nu_3$.

στ. Μεταφέρουμε τα αποτελέσματα στον πίνακα. Συνεχίζουμε με τις υπόλοιπες ράβδους του ίδιου υλικού, επαναλαμβάνοντας για κάθε μια τα βήματα α-ε.

ζ. Με τα δεδομένα του πίνακα χαράσσουμε τα διαγράμματα $u = u(k)$ και $\omega = \omega(k)$ με $\omega = 2\pi\nu$ και $k = 2\pi/\lambda$ απεικονίζοντας και τα αντίστοιχα σφάλματα. Τα διαγράμματα δίδουν ένδειξη για φαινόμενο διασποράς; Εάν όχι να υπολογιστεί η ταχύτητα u από την κλίση του $\omega = \omega(k)$.

η. Υπολογίζουμε το μέτρο ελαστικότητας, Y , του Young για κάθε υλικό.

θ. Συγκρίνουμε τις τιμές των μέτρων ελαστικότητας με τις αντίστοιχες τιμές της βιβλιογραφίας. Να σχολιασθεί η απόκλιση που πιθανόν υπάρχει.

3. Επαναλαμβάνουμε τις εργασίες 2α έως 2θ για το σύνολο των ράβδων άλλου υλικού

Συνοπτικές οδηγίες για την εκτέλεση των πειραμάτων :

- Μετρήστε το μήκος κάθε ράβδου (cm) και εκτιμήστε την αβεβαιότητα του. Εισάγετε τις τιμές που βρήκατε στον παρακάτω πίνακα.
- Για να εντοπίσετε ευκολότερα τις συχνότητες συντονισμού:
 - για τη ν_1 κρατήστε τη ράβδο στο $L/2$.
 - για τη $\nu_2 = 2\nu_1$ κρατήστε τη ράβδο σε απόσταση $L/4$ από κάθε άκρο.
 - για τη $\nu_3 = 3\nu_1$ κρατήστε τη ράβδο στα $L/6, L/2$ και $5L/6$.
- Σε κάθε περίπτωση εκτιμήστε την αβεβαιότητα για τη μέτρηση της συχνότητας (Hz).

	Ορείχαλκος 1	Ορείχαλκος 2	Χάλυβας 1	Χάλυβας 2	Σίδηρος 1	Σίδηρος 2
L (cm)						
$L/2$ (cm)						
$L/4$ (cm)						
$L/6$ (cm)						
ν_1 (Hz)						
ν_2 (Hz)						
ν_3 (Hz)						
Y (N/m ²)	10.5 x 10 ¹⁰		20 x 10 ¹⁰		21.1 x 10 ¹⁰	
ρ (g/cm ³)	8.8		7.85		7.87	

Βιβλιογραφία

- L. Kinsler, A. Frey, A. Coppers, and J. Sanders: Fundamentals of acoustics, John Wiley, Chapter 3
- H.J. Pain: Φυσική των ταλαντώσεων και των κυμάτων Εκδ. Συμμετρία, Αθήνα 1991

Γ4: Μέτρηση εστιακής απόστασης συγκλίνοντος φακού και σφάλματα φακών

Απαραίτητες Γνώσεις: Φακός, κύριος άξονας ή οπτικός άξονας, οπτικό κέντρο, παραξονικές ακτίνες, συγκλίνων ή αποκλίνων φακός, εστία, εστιακή απόσταση, ακτίνα καμπυλότητας, πραγματικό ή φανταστικό είδωλο, μεγέθυνση, δείκτης διαθλάσεως, διασπορά, σφάλματα σφαιρικών φακών (σφαιρική εκτροπή, χρωματική εκτροπή).

Σκοπός της άσκησης

Η άσκηση αποβλέπει στον προσδιορισμό της εστιακής απόστασης, f , συγκλίνοντος φακού σε περιβάλλον αέρα και στη μελέτη συστηματικών αποκλίσεων απεικόνισης δηλαδή σφαλμάτων του φακού (όπως π.χ. σφαιρική και χρωματική εκτροπή).

Στοιχεία από τη θεωρία

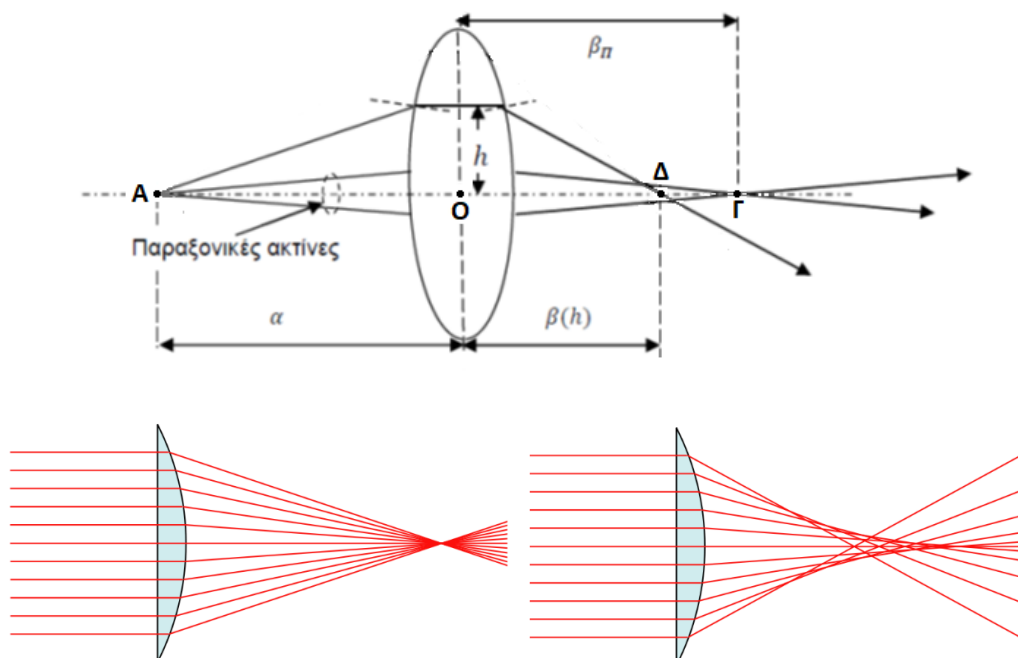
Η εστιακή απόσταση ενός φακού, f , μπορεί να προσδιορισθεί με τη βοήθεια της εξίσωσης

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} \quad (1)$$

a είναι η απόσταση του αντικειμένου (ΑΟ) και β είναι η απόσταση του ειδώλου (ΟΓ) από το οπτικό κέντρο του φακού (Ο), Σχήμα 1. Αν η ακτίνες καμπυλότητας της αριστερής και της δεξιάς επιφάνειας του φακού ιδωθούν, αντιστοίχως, εξ αριστερών και εξ δεξιών, με τη σύμβαση η κυρτή (convex) επιφάνεια να έχει θετική ακτίνα καμπυλότητας και η κοίλη (concave) επιφάνεια να έχει αρνητική ακτίνα καμπυλότητας, τότε η εστιακή απόσταση του φακού συνδέεται με τις ακτίνες καμπυλότητας (R_1, R_2) και το δείκτη διαθλάσεως του υλικού του φακού, n_φ , με την εξίσωση

$$\frac{1}{f} = (n_\varphi - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (2)$$

η οποία ονομάζεται συνήθως «εξίσωση κατασκευαστή των φακών» (lens maker equation). Για αμφίκυρτο φακό με $R_1 = R_2$, από γυαλί με $n_\varphi = 1.5$, προκύπτει $f = R$. Όταν ο φακός δεν περιβάλλεται από αέρα αλλά από μέσο με δείκτη διαθλάσεως n_π , στην παραπάνω εξίσωση αντί του n_φ θα πρέπει να μπει ο λόγος n_φ/n_π .



Σχήμα 1. Επίδραση της σφαιρικής εκτροπής στην εστιακή απόσταση φακού. Άνω: Η πορεία των κοντινών στον κύριο άξονα, παραξονικών, ακτίνων, οι οποίες εστιάζονται κατά προσέγγιση στην εστία, Γ, καθώς και των μακρινότερων ακτίνων, των οποίων η εστίαση εξαρτάται από το ύψος από το Ο, h . Κάτω αριστερά: ένας τέλειος φακός, χωρίς σφαιρική εκτροπή, όπου όλες οι ακτίνες μαζεύονται στην εστία. Κάτω δεξιά: ένας πραγματικός φακός, με σφαιρική εκτροπή: Διαφορετικές ακτίνες τέμνουν τον κύριο άξονα σε διαφορετικό σημείο, μάλιστα, όσο πιο μακριά βρίσκονται οι ακτίνες από τον κύριο άξονα, τόσο πιο κοντά στο φακό τον τέμνουν. (θετική σφαιρική εκτροπή).

Η μεγέθυνση, m , ορίζεται ως το πηλίκο της αλγεβρικής τιμής του ύψους του ειδώλου, h' , προς την αλγεβρική τιμή του ύψους του αντικειμένου, h , δηλαδή, $m = h'/h$. Αποδεικνύεται πως ισούται με $-\beta/\alpha$, δηλαδή:

$$m = \frac{h'}{h} = -\frac{\beta}{\alpha} \quad (3)$$

Η Εξ. (1) για τον προσδιορισμό f είναι ακριβής εάν ικανοποιούνται οι ακόλουθες προϋποθέσεις:

- i) οι ακτίνες που σχηματίζουν το είδωλο είναι παραξονικές, δηλαδή προσπίπτουν πάνω στο φακό σε μικρή απόσταση από το οπτικό του κέντρο και σχηματίζουν μικρή γωνία με τον κύριο άξονα του φακού (Σχήμα 1),
- ii) το φως που διαθλάται μέσα από το φακό είναι μονοχρωματικό και
- iii) ο φακός είναι λεπτός, δηλαδή το πάχος του είναι πολύ μικρό σε σχέση με την ακτίνα του.

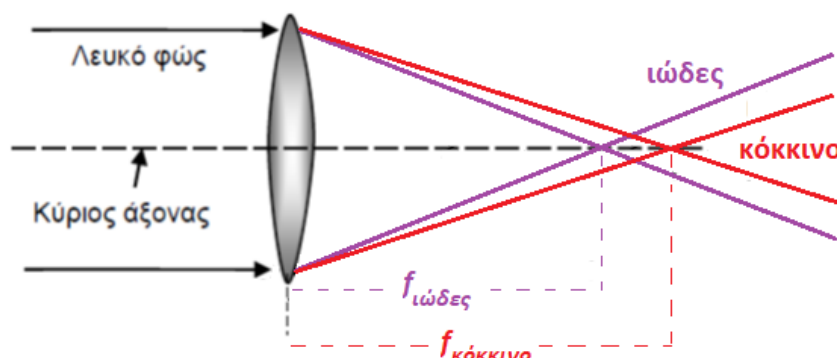
Εάν ικανοποιούνται αυτές οι προϋποθέσεις, το είδωλο σημειακού φωτεινού αντικειμένου που βρίσκεται πάνω στον κύριο άξονα του φακού θα είναι επίσης ένα σημείο πάνω στον κύριο άξονα. Συνεπώς, η απόσταση του ειδώλου, β_π , μπορεί να προσδιοριστεί μονοσήμαντα και με την ίδια ακρίβεια όπως η απόσταση του αντικειμένου, α . Έτσι, ο προσδιορισμός της f με βάση την εξίσωση 1 μπορεί να πραγματοποιηθεί εφαρμόζοντας τις συνήθεις διαδικασίες λήψης και ανάλυσης πειραματικών δεδομένων.

Σφάλματα φακών

Τα σφάλματα των φακών οφείλονται αφ' ενός στη γεωμετρική τους μορφή (σφαιρική εκτροπή και πάχος) και στην γωνία πρόσπτωσης του φωτός ως προς τον κύριο άξονα τους. Αφ' ετέρου στην εξάρτηση του δείκτη διάθλασης $n(\lambda)$ του υλικού του φακού από το μήκος κύματος, λ , του φωτός.

A. Σφαιρική εκτροπή: Η αναίρεση της προϋπόθεσης i), ακόμα και αν ικανοποιούνται οι άλλες δύο, έχει ως συνέπεια την εμφάνιση σφάλματος, το οποίο ονομάζεται «σφαιρική εκτροπή». Η σφαιρική εκτροπή συνίσταται στο ότι, ακτίνες, οι οποίες προσπίπτουν σε μια περιοχή που απέχει ύψος h από το οπτικό κέντρο του φακού (π.χ. στο άκρο του φακού) εστιάζουν μετά την εκτροπή τους σε απόσταση, η οποία εξαρτάται από το ύψος h , δηλαδή υπάρχει $\beta(h)$ και το οποίο είναι διαφορετικό από το β_π όπου εστιάζουν οι παραξονικές ακτίνες (Σχήμα 1). Με άλλα λόγια, το είδωλο φωτεινού σημείου, το οποίο βρίσκεται επάνω στον κύριο άξονα του φακού, δεν θα είναι ένα σημείο αλλά ένα ευθύγραμμο τμήμα. Με άλλα λόγια, η απόσταση β δεν είναι μονοσήμαντα ορισμένη και έτσι η εστιακή απόσταση δεν μπορεί να προσδιορισθεί με ακρίβεια. Για τον περιορισμό της επίδρασης της σφαιρικής εκτροπής μπορούν να χρησιμοποιηθούν μπροστά από το φακό κυκλικά διαφράγματα, ώστε ανάλογα με τη διάμετρο τους να αποκόπτεται μέρος των μη παραξονικών ακτινών των συμμετεχόντων στο σχηματισμό του ειδώλου. Έτσι η εστιακή περιοχή του φακού θα γίνεται προοδευτικά στενότερη και το είδωλο θα απεικονίζεται λιγότερο ξεθωριασμένο. Ευνόητο είναι, όμως, πως η ένταση του φωτός του ειδώλου θα είναι χαμηλότερη, εξ αιτίας της μείωσης του αριθμού των ακτινών, οι οποίες συμμετέχουν στο σχηματισμό του.

B. Χρωματική εκτροπή: Συνήθως το φως, το οποίο διαθλάται μέσα από ένα φακό είναι λευκό. Σύμφωνα με το φαινόμενο της διασποράς, η εκτροπή λόγω διαθλάσεως είναι διαφορετική για κάθε μήκος κύματος, με αποτέλεσμα την εμφάνιση του σφάλματος της «χρωματικής εκτροπής». Η χρωματική εκτροπή οφείλεται στο ότι για κάθε μήκος κύματος λ το οποίο εκπέμπεται από το φωτεινό αντικείμενο και διαθλάται μέσα από το φακό, το σημείο εστίασης θα βρίσκεται σε διαφορετική απόσταση $\beta(\lambda)$ από το οπτικό κέντρο του φακού, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Δηλαδή η εστιακή απόσταση για ένα συγκεκριμένο φακό θα διαφέρει για τα διάφορα μήκη κύματος, $f = f(\lambda)$. Πρακτικά αυτό συνεπάγεται τα όρια του ειδώλου να απεικονίζονται έγχρωμα και λιγότερο ευκρινή. Η χρωματική εκτροπή μπορεί να διορθωθεί συνδυάζοντας φακούς με κατάλληλα επιλεγμένους δείκτες διαθλάσεως και γεωμετρικά χαρακτηριστικά (αχρωματικοί φακοί).



Σχήμα 2. Η επίδραση της χρωματικής εκτροπής στην εστιακή απόσταση.

Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από:

- i) Συγκλίνοντα επιπεδόκυρτο φακό.
- ii) Διάφραγμα εσωτερικής διαμέτρου (inner diameter, ID) 25 mm, δίσκο εξωτερικής διαμέτρου (outer diameter, OD) 55 mm και δακτύλιο με ID = 25 mm και OD = 55 mm, τα οποία στηρίζονται μαγνητικά στην περιφέρεια του φακού.
- iii) Φωτεινές πηγές [λαμπτήρα πυρακτώσεως, συστοιχία LED διαφορετικών χρωμάτων (κόκκινο, πράσινο, μπλε)].
- iv) Πέτασμα για την απεικόνιση του ειδώλου.
- v) Ευθύγραμμο άξονα (ράγα) με υποδιαιρέσεις σε mm, επάνω στον οποίο μπορεί να στηρίζεται ο φακός και το πέτασμα, ενώ έχουν τη δυνατότητα μετακίνησης.

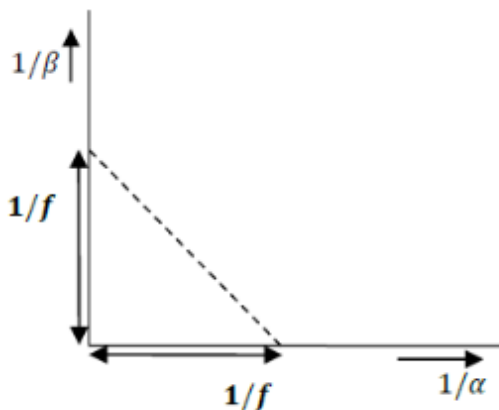
Πείραμα 1: Προσδιορισμός της εστιακής απόστασης

- Χρησιμοποιείτε τον λαμπτήρα πυρακτώσεως ως φωτεινή πηγή. Τοποθετήστε μπροστά από το φακό το διάφραγμα διαμέτρου 25 mm. Έτσι οι ακτίνες, οι οποίες περνούν μέσα από το φακό μπορούν να θεωρηθούν παραξονικές.
- Τοποθετείστε το φακό σε απόσταση α από την πηγή. Μετακινείτε το πέτασμα επάνω στη ράγα ώστε να βρείτε την απόσταση β για την οποία το είδωλο σχηματίζεται επάνω στο πέτασμα. Μεταβάλετε την απόσταση α σε περιοχή τιμών 20-130 cm, με βήμα 5 cm, δηλαδή, $\alpha = 20, 25, 30, \dots, 125, 130$ cm. Για κάθε τιμή του α σχηματίστε είδωλο στο πέτασμα. Σημειώστε τις τιμές των α και β .
- Για κάθε ζευγάρι τιμών (α_i, β_i) το οποίο μετρήσατε, από την Εξ. (1) προκύπτει μια τιμή της εστιακής αποστάσεως f_i . Η επεξεργασία ενός συνόλου τέτοιων πειραματικών τιμών μπορεί να γίνει με διαφορετικούς τρόπους.

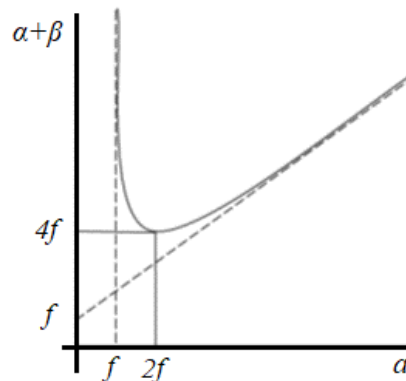
α) Καταχωρήστε τις μετρήσεις $(1/\alpha_i, 1/\beta_i)$, τις οποίες πήρατε σε έναν πίνακα με στήλες όπως φαίνεται στον Πίνακα I και συμπληρώστε τις υπόλοιπες στήλες του, κάνοντας τους απαραίτητους υπολογισμούς. Τελικός στόχος είναι να δώσετε, ως αποτέλεσμα της επεξεργασίας των μετρήσεων, την μέση τιμή της εστιακής αποστάσεως, $\bar{f}$, την οποία προσδιορίσατε και το σφάλμα της μέσης τιμής της, $\delta\bar{f}$.

α (cm)	β (cm)	$1/\alpha$ (cm ⁻¹)	$1/\beta$ (cm ⁻¹)	f (cm)	$\bar{f}$ (cm)	Δf (cm)	$(\Delta f)^2$ (cm ²)	$\bar{f} \pm \delta\bar{f}$ (cm)

Πίνακας I: Καταχώρηση των μετρήσεων και καθοδήγηση της επεξεργασίας τους.



Σχήμα 3. Απεικόνιση της συνάρτησεως $1/\beta = \varphi(1/\alpha)$.



Σχήμα 4. Απεικόνιση της συνάρτησεως $\alpha + \beta = \eta(\alpha)$.

β) Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων ($1/\alpha$, $1/\beta$) τοποθετούνται τα ζευγάρια τιμών ($1/\alpha_i$, $1/\beta_i$) στις στήλες 3 και 4 του Πίνακα I. Η Εξ. (1) δείχνει ότι η συνάρτηση $1/\beta = \varphi(1/\alpha)$ είναι ευθεία με συντεταγμένες επί την αρχή ίσες με $1/f$, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3. Έτσι λοιπόν, μετά την απεικόνιση των πειραματικών τιμών ($1/\alpha_i$, $1/\beta_i$), μπορεί να προσδιοριστεί η καλύτερη ευθεία, η οποία ορίζεται από αυτές, εφαρμόζοντας π.χ. τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Μετά τη χάραξη της ευθείας ο προσδιορισμός της εστιακής απόστασης f είναι προφανής.

γ) Κάνετε τη γραφική παράσταση των πειραματικών τιμών ($\alpha_i + \beta_i$, α_i). Η γραφική απεικόνιση $\alpha + \beta = \eta(\alpha)$, δίδει μια υπερβολή (Σχήμα 4). Το ελάχιστο της υπερβολής έχει συντεταγμένες ($2f$, $4f$). Ακριβής προσδιορισμός της θέσης του με βάση την πειραματική καμπύλη δίνει προφανώς τη δυνατότητα προσδιορισμού της f . Ομοίως, οι ασύμπτωτες της υπερβολής, τέμνουν τους άξονες x , y στα σημεία (f , 0) και (0, f), δίδοντας μια ακόμη δυνατότητα προσδιορισμού της εστιακής απόστασης f .

δ) Αφού $\alpha\beta = g(\alpha + \beta)$, αν ζωγραφίσουμε το $\alpha\beta$ συναρτήσει του $\alpha + \beta$, η κλίση είναι η εστιακή απόσταση f . Με μια τέτοια γραφική παράσταση και τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων μπορούμε να έχουμε τα f και δf .

Πείραμα 2: Μελέτη σφαιρικής εκτροπής

1. Από την διάταξη του πειράματος 1, απομακρύνετε το διάφραγμα και τοποθετήστε στη θέση του το δίσκο διαμέτρου 55 mm. Πάρτε νέα ζευγάρια πειραματικών τιμών (α_i , β_i), ώστε να μπορείτε να προσδιορίσετε εκ νέου την εστιακή απόσταση του φακού. Είναι φανερό ότι το είδωλο τώρα σχηματίζεται από μη παραξονικές ακτίνες.
2. Επεξεργαστείτε τα πειραματικά δεδομένα με μια από τις μεθόδους που περιεγράφηκαν προηγουμένως και προσδιορίστε την εστιακή απόσταση. Συγκρίνετε την τιμή που βρήκατε με την αντίστοιχη από το πείραμα 1.
3. Στερεώστε το δακτύλιο με ID 25 mm και OD 55 mm μπροστά από το φακό με τη βοήθεια των μαγνητών. Για απόσταση $\alpha = 20$ cm βρείτε τις θέσεις που σχηματίζεται είδωλο μετακινώντας το πέτασμα. Είναι μία ή περισσότερες; Εξηγήστε. Επαναλάβετε για μία ακόμη απόσταση α της επιλογής σας.

Πείραμα 3: Μελέτη χρωματικής εκτροπής

1. Αφαιρέστε το λαμπτήρα πυρακτώσεως και χρησιμοποιήστε σαν φωτεινή πηγή τη διαθέσιμη συστοιχία των LED που εκπέμπουν κόκκινο, πράσινο, και μπλε φως.
2. Τοποθετήστε μπροστά από το φακό το διάφραγμα με διάμετρο 25 mm, (όπως στο πείραμα 1) ώστε στο σχηματισμό του ειδώλου να συμμετέχουν μόνο παραξονικές ακτίνες.
3. Τοποθετήστε το φακό σε απόσταση $\alpha = 16.5$ cm. Μετακινήστε το πέτασμα ώστε να βρείτε το είδωλο του κάθε ενός LED ξεχωριστά. Βεβαιωθείτε ότι οι αποστάσεις των ειδώλων β_κ (κόκκινο), β_π (πράσινο), β_μ (μπλε) είναι διαφορετικές. Σημειώστε τις.
4. Πάρτε ζευγάρια (α , β_κ), (α , β_π) και (α , β_μ) για τιμές της απόστασης α στην περιοχή 17-20 cm με βήμα 0.5 cm, δηλαδή, 17.0, 17.5, 18.0, 18.5, 19.0, 19.5 και 20.0 cm, συμπληρώνοντας στήλες όπως αυτές φαίνονται στον Πίνακα II.
5. Προσδιορίστε την εστιακή απόσταση του φακού, για κάθε μήκος κύματος συμπληρώνοντας τις υπόλοιπες στήλες στον Πίνακα II.

α (cm)	β_κ (cm)	β_π (cm)	β_μ (cm)	f_κ (cm)	f_π (cm)	f_μ (cm)	$\bar{f}_\kappa$ (cm)	$\bar{f}_\pi$ (cm)	$\bar{f}_\mu$ (cm)

Πίνακας II: Καταχώρηση τιμών και επεξεργασία για τον προσδιορισμό της εστιακής απόστασης.

Ερώτηση 1: Πώς μπορεί να γίνει μια *πρόχειρη εκτίμηση* της εστιακής αποστάσεως ενός φακού, χωρίς να χρησιμοποιηθεί η Εξ. (2) με τις ακτίνες καμπυλότητας;

Ερώτηση 2: Πόση είναι η πεπερασμένη ακτίνα καμπυλότητας ενός επιπεδόκυρτου φακού κατασκευασμένου από υλικό με δείκτη διαθλάσεως 1.5 και εστιακή απόσταση 14 cm;

Βιβλιογραφία

- R. Serway: Physics for Scientists and Engineers, Μετάφραση Λ. Ρεσβάνη, Τόμος III Θερμοδυναμική-Κυματική-Οπτική
- M. Alonso-E. Finn: Θεμελιώδης Πανεπιστημιακή Φυσική Τόμος II Πεδία και Κύματα (Μέρος 3 Κύματα)
- Jenkins and White: Principles of Optics. Ch. 9. McGraw-Hill, New York (1976).

Γ5: Πολωμένο φως και μέτρηση στροφικής ικανότητας με πολωσίμετρο

Απαραίτητες Γνώσεις: ΗΜ κύμα, πλάτος, διαφορά φάσεως, ένταση, πόλωση, γραμμικά, ελλειπτικά, κυκλικά πολωμένο κύμα, διπλή διάθλαση, τακτική και έκτακτη ακτίνα, οπτικός άξονας, πολωτής, νόμος Malus, γωνία Brewster, οπτική ενεργότητα, στροφική ικανότητα.

Ι. Μελέτη πολωμένου φωτός

Στοιχεία από τη Θεωρία

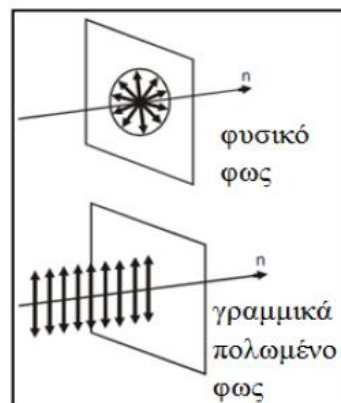
Α. Φυσικό και Πολωμένο Φως

Το φως συμπεριφέρεται άλλοτε ως κύμα και άλλοτε ως "ροή σωματιδίων". Στην περίπτωση του φαινομένου της πόλωσης υπερισχύει η κυματική του φύση (ηλεκτρομαγνητικό κύμα) και σ' αυτή βασίζεται όλη η παρακάτω ανάλυση. Στο εξής μιλώντας για το φως θα αναφερόμαστε στο άνυσμα E του ηλεκτρικού του πεδίου, που θα προβάλλεται σε επίπεδο κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης για την απλοποίηση των αναπαραστάσεων. (Ανάλογα ισχύουν για το άνυσμα B του μαγνητικού πεδίου). Για ένα τέτοιο κύμα διαδιδόμενο κατά τον z -άξονα, η αντίστοιχη εξίσωση είναι

$$E = E_0 \cos(kz - \omega t) \quad (1)$$

όπου k ο κυματαριθμός ($k = 2\pi/\lambda$) και ω η κυκλική συχνότητα.

Όταν το άνυσμα του E πάλλεται με διαρκώς μεταβαλλόμενες φάσεις σε διαρκώς μεταβαλλόμενα επίπεδα, το φως λέγεται φυσικό φως. Στην περίπτωση που το παλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο βρίσκεται συνέχεια στο ίδιο επίπεδο (επίπεδο ταλάντωσης ή χαρακτηριστική διεύθυνση) τότε το φως ονομάζεται γραμμικά πολωμένο. Ο συμβολισμός για το φυσικό και το γραμμικά πολωμένο φως φαίνεται στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1. Συμβολισμός φυσικού και γραμμικά πολωμένου φωτός.

Έστω δύο κύματα διαδιδόμενα στον άξονα z γραμμικά πολωμένα σε διαφορετικό άξονα το καθένα. Το αποτέλεσμα της σύνθεσής τους ανάλογα με τη διαφορά φάσης ϕ είναι:

α. Αν τα κύματα έχουν διαφορά φάσης $\phi = 0^\circ$: Τα επίπεδα πόλωσης σχηματίζουν τυχαία γωνία. Το αποτέλεσμα είναι γραμμικά πολωμένο φως με επίπεδο ταλάντωσης διαφορετικό από τα επίπεδα των δύο κυμάτων. Στο γραμμικά πολωμένο κύμα το άνυσμα E βρίσκεται συνέχεια σε συγκεκριμένο επίπεδο λαμβάνοντας τιμές μεταξύ του μηδενός και ενός μεγίστου του πλάτους του, το δε άκρο της προβολής του διαγράφει ευθεία γραμμή σε επίπεδο κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης.

β. Τα δύο κύματα έχουν διαφορά φάσης $\phi \neq 0$: Τα επίπεδα πόλωσης των δύο κυμάτων είναι κάθετα μεταξύ τους (διεύθυνση πόλωσης του ενός ο άξονας x και του άλλου y), έχουν διαφορετικά πλάτη και τυχαία διαφορά φάσης. Επομένως ισχύει

$$E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \quad (2\alpha),$$

$$E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \phi) \quad (2\beta)$$

Έπειτα από απλή μαθηματική επεξεργασία αποδεικνύεται ότι το άκρο του συνιστάμενου κύματος, σε κάθε επίπεδο με $z = \text{σταθ.}$, διαγράφει έλλειψη με τους δύο άξονές της υπό κλίση ως προς τις διευθύνσεις x και y , και με εξίσωση:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} \cos\phi + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = \sin^2\phi \quad (3)$$

που είναι η γενική έκφραση ελλειπτικά πολωμένου κύματος.

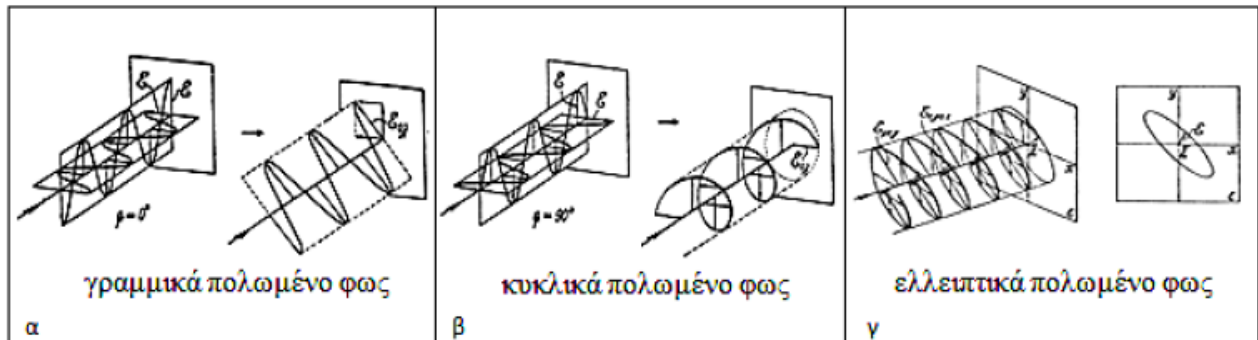
i) Αν τώρα $\phi = 0$ προκύπτει: $\left(\frac{E_x}{E_{0x}} - \frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 0$ ή $\frac{E_{yx}}{E_{0x}} = \frac{E_y}{E_{0y}}$ δηλαδή γραμμικά πολωμένο κύμα, πράγμα που συμβαδίζει όπως περιμέναμε με την περίπτωση α.

ii) Αντίστοιχα, αν $\phi = \pi$ προκύπτει: $\frac{E_{yx}}{E_{0x}} = -\frac{E_y}{E_{0y}}$, δηλαδή πάλι γραμμικά πολωμένο κύμα.

iii) Αν $\phi = \pi/2$ βρίσκουμε $\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 1$, που εκφράζει έλλειψη με το μικρό και το μεγάλο άξονά της κατά μήκος των αξόνων x και y , αντίστοιχα.

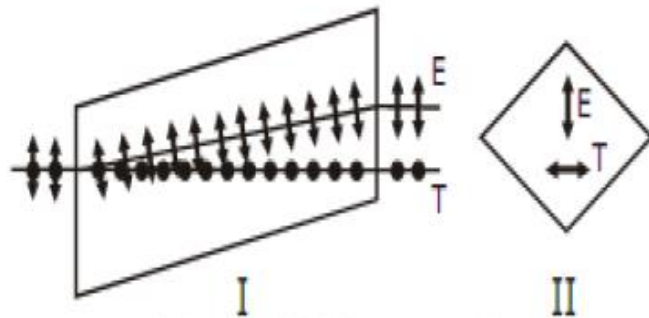
Στην περίπτωση που $E_{0x} = E_{0y} = E_0$, τότε $E_x^2 = E_y^2 = E_0^2$, που εκφράζει κυκλικά πολωμένο κύμα.

Οι παρακάτω εικόνες αποδίδουν το γραμμικά, ελλειπτικά και κυκλικά πολωμένο φως:



Β. Διπλοθλαστικά υλικά

Υπάρχουν στη φύση ορισμένα υλικά, που εμφανίζουν οπτική ανισοτροπία, δηλαδή η ταχύτητα διάδοσης του φωτός μέσα στον κρύσταλλο εξαρτάται εν γένει από την κρυσταλλογραφική διεύθυνση διάδοσης και τον προσανατολισμό του επιπέδου ταλάντωσης του κύματος. Αν ακτίνα φυσικού φωτός προσπέσει πάνω σε μια έδρα ενός τέτοιου φυσικού κρυστάλλου (π.χ. ασβεστίτη, CaCO_3) θα παρατηρήσουμε ότι κατά κανόνα αυτή διαχωρίζεται σε δύο ακτίνες. Το φαινόμενο αυτό λέγεται διπλή διάθλαση τα δε υλικά λέγονται διπλοθλαστικά.



Σχήμα 2. Τακτική (T) και έκτακτη (E) ακτίνα σε διπλοθλαστικό υλικό.

Οι δυο αυτές ακτίνες είναι γραμμικά πολωμένες σε επίπεδα κάθετα μεταξύ τους και διαδίδονται με διαφορετικές ταχύτητες. Η μια απ' αυτές βρίσκεται ότι υπακούει στους γνωστούς νόμους της διάθλασης και ονομάζεται τακτική T, η δε άλλη φαίνεται να μην υπακούει και ονομάζεται έκτακτη E. Υπάρχει, εν τούτοις, μια διεύθυνση για την οποία και οι δύο ακτίνες έχουν την ίδια ταχύτητα διάδοσης. Η διεύθυνση αυτή ονομάζεται οπτικός άξονας του κρυστάλλου.

α. Πλακίδιο καθυστέρησης φάσης (ΠΚΦ)

Θεωρούμε στη συνέχεια ένα διπλοθλαστικό πλακίδιο το οποίο είναι κομμένο έτσι ώστε η επιφάνειά του να περιέχει τον οπτικό άξονα και ακτίνα γραμμικά πολωμένου φωτός να προσπίπτει κάθετα πάνω σε αυτήν. Οι συνιστώσες του κύματος θα διαδίδονται στο υλικό πολωμένες σε επίπεδα παράλληλα και κάθετα στον οπτικό άξονα και θα εξέλθουν με διαφορά φάσης που εξαρτάται από τον διανυθέντα δρόμο, δηλαδή το πάχος d του πλακιδίου.

Κάθε πλακίδιο καθυστέρησης φάσης έχει δύο χαρακτηριστικούς άξονες, κάθετους μεταξύ τους: τον ταχύ και τον βραδύ άξονα. Η φυσική ερμηνεία των όρων "ταχύς" και "βραδύς" είναι η εξής: Ως γνωστό, το γραμμικά πολωμένο φως προκύπτει ως υπέρθεση δύο κυμάτων με κάθετα επίπεδα ταλάντωσης που παρουσιάζουν διαφορά φάσης ίση με 0 ή π . Αν, λοιπόν, γραμμικά πολωμένο φως προσπέσει σε πλακίδιο καθυστέρησης φάσης λ/x , διερχόμενο από αυτό, θα αναλυθεί στα δύο συνιστώσα κύματα, από τα οποία το ένα θα έχει επίπεδο ταλάντωσης παράλληλο στον ένα άξονα και το άλλο παράλληλο στον άλλο άξονα. Λόγω της ειδικής δομής του υλικού (διπλοθλαστικό) οι ταχύτητες στους δύο άξονες είναι διαφορετικές, πράγμα που εξηγεί και τους χαρακτηρισμούς "ταχύς" (T) και "βραδύς" (B) άξονας. Όταν τα δύο συνιστώσα κύματα εξέλθουν από το πλακίδιο, δεν θα παρουσιάζουν, εν γένει, την αρχική διαφορά φάσης 0 ή π , αλλά κάποια άλλη που εξαρτάται από το πάχος d του πλακιδίου. Γενικά, το εξερχόμενο φως θα είναι ελλειπτικά πολωμένο.

Το παραπάνω πλακίδιο ονομάζεται πλακίδιο καθυστέρησης φάσης και εάν το πάχος του εκλεγεί έτσι ώστε να ισχύει η σχέση

$$(n_T - n_E)d = \lambda/x \quad (4)$$

ονομάζεται πλακίδιο λ/x και δημιουργεί διαφορά φάσης $2\pi/x$ μεταξύ των αναδιδόμενων κυμάτων. Για παράδειγμα, πλακίδιο $\lambda/4$ δημιουργεί διαφορά φάσης 90° μεταξύ των αναδιδόμενων κυμάτων. Σημειώνουμε πως ο οπτικός άξονας ενός πλακιδίου καθυστέρησης **ταυτίζεται** είτε με τον ταχύ, είτε με τον βραδύ άξονά του.

β. Πρόσπτωση γραμμικά πολωμένου φωτός σε πλακίδιο καθυστέρησης φάσης $\lambda/4$

- i) Αν το επίπεδο ταλάντωσης του γραμμικά πολωμένου φωτός σχηματίζει τυχαία γωνία με τον οπτικό άξονα του πλακιδίου $\lambda/4$, τότε το γραμμικά πολωμένο φως αναλύεται σε δύο συνιστώσες κύματα, ένα με επίπεδο ταλάντωσης παράλληλο στον οπτικό άξονα και ένα με επίπεδο ταλάντωσης κάθετο στον οπτικό άξονα. Το ένα συνιστών κύμα διαδίδεται μέσα στο πλακίδιο $\lambda/4$ με ταχύτητα μεγαλύτερη εκείνης με την οποία διαδίδεται το δεύτερο συνιστών κύμα. Συνεπώς, από το πλακίδιο $\lambda/4$ αναδύονται δύο κύματα με διαφορετικό πλάτος το καθένα, που παρουσιάζουν διαφορά φάσης 90° , οπότε η σύνθεσή τους δίνει γενικά ελλειπτικά πολωμένο φως.
- ii) Στην περίπτωση που το επίπεδο ταλάντωσης του γραμμικά πολωμένου φωτός σχηματίζει γωνία 45° με τον οπτικό άξονα του πλακιδίου $\lambda/4$, τα δύο κύματα έχουν το ίδιο πλάτος και παρουσιάζουν διαφορά φάσης 90° , οπότε εξερχόμενα του πλακιδίου συνθέτουν κυκλικά πολωμένο φως.
- iii) Αν, τώρα, το επίπεδο ταλάντωσης του γραμμικά πολωμένου φωτός είναι παράλληλο στον οπτικό άξονα του πλακιδίου, είναι προφανές πως το γραμμικά πολωμένο φως θα περάσει ανεπηρέαστα από το πλακίδιο.

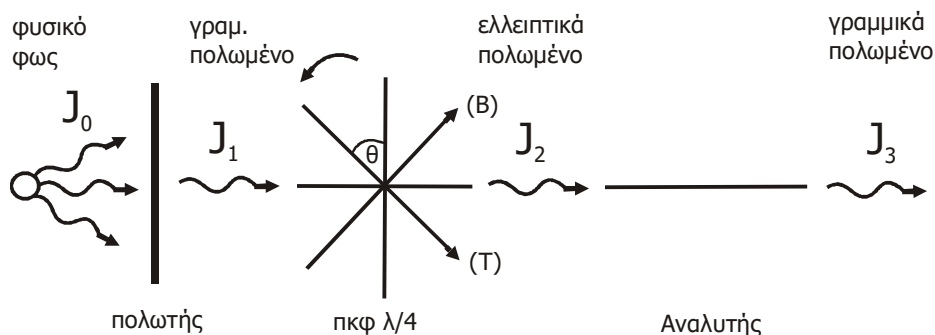
γ) Μελέτη συστήματος Πολωτή- Πλακιδίου καθυστέρησης φάσης $\lambda/4$

Είναι γνωστό ότι όταν γραμμικά πολωμένο φως πλάτους A και έντασης J προσπέσει σε πολωτή του οποίου το χαρακτηριστικό επίπεδο σχηματίζει γωνία ϕ με το επίπεδο ταλάντωσης του φωτός, το πλάτος A' του φωτός που θα περάσει από τον πολωτή θα είναι

$$A' = A \cos\phi \quad \text{και η ένταση} \quad J' = J \cos^2\phi \quad (5)$$

Η παραπάνω σχέση εκφράζει ποσοτικά το **νόμο του Malus**.

Θεωρούμε σύστημα πολωτή-Π.Κ.Φ. $\lambda/4$ -αναλύτη στη διάταξη που φαίνεται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3. Διάταξη πολωτή, ΠΚΦ $\lambda/4$, αναλύτη.

Θα προσπαθήσουμε, με τη βοήθεια του νόμου του Malus να υπολογίσουμε την ένταση J_3 του γραμμικά πολωμένου φωτός που εξέρχεται από τον αναλύτη. Το φυσικό φως με ένταση J_0 διέρχόμενο μέσα από τον πολωτή μετατρέπεται σε γραμμικά πολωμένο με ένταση:

$$J_1 = \frac{J_0}{2} \quad (6)$$

Κατά το σχήμα 3 και με την εφαρμογή του νόμου του Malus η ένταση J_2 του ελλειπτικά πολωμένου φωτός που εξέρχεται από το ΠΚΦ $\lambda/4$ είναι

$$J_2^T = J_1 \cos^2\theta = \frac{J_0}{2} \cos^2\theta \quad (7)$$

$$J_2^B = J_1 \sin^2\theta = \frac{J_0}{2} \sin^2\theta$$

όπου: J_2^T η ένταση του φωτός κατά τη διεύθυνση του ταχύ άξονα

J_2^B η ένταση του φωτός κατά τη διεύθυνση του βραδύ άξονα

Το ελλειπτικά πολωμένο φως προσπίπτει στον αναλύτη. Το φως που εξέρχεται από αυτόν είναι γραμμικά πολωμένο με ένταση J_3 και ισχύει

$$J_3 = J_2^T \sin^2\theta + J_2^B \cos^2\theta \quad (8)$$

όπως εύκολα μπορούμε να διαπιστώσουμε από το σχήμα 3. Από τις σχέσεις (7), η (8) γίνεται

$$J_3 = \frac{J_0}{2} (\cos^2\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta \cos^2\theta) \quad (9)$$

δηλαδή

$$J_3 = \frac{J_0}{4} \sin^2(2\theta) \quad (10)$$

Αναζητούμε τις τιμές της γωνίας θ για τις οποίες $J_3 = 0$ δηλαδή τις θέσεις του ΠΚΦ $\lambda/4$ για τις οποίες η ένταση του φωτός που εξέρχεται από τον αναλύτη μηδενίζεται. Οι ζητούμενες τιμές της γωνίας είναι οι ρίζες της εξίσωσης

$$\frac{J_0}{4} \sin^2(2\theta) = 0 \quad (11)$$

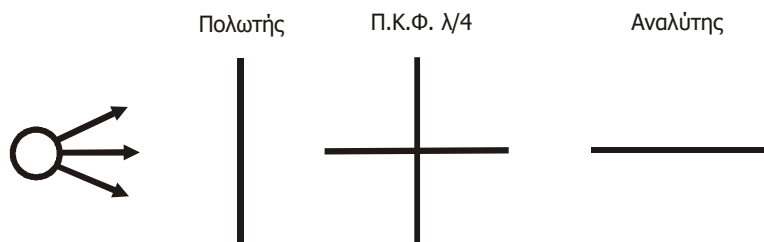
όταν $0 \leq \theta < \pi$. Επειδή $J_0 \neq 0$ η σχέση (11) γράφεται

$$\sin^2(2\theta) = 0 \quad (12)$$

που είναι ισοδύναμη με την $\cos(4\theta) = 1$ η οποία έχει λύσεις

$$\theta = \kappa\pi/2, \kappa = \text{ακέραιος.}$$

Επειδή πρέπει $0 \leq \theta < \pi$ καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι οι αποδεκτές λύσεις είναι $\theta = 0$ και $\theta = \pi/2$. Διαπιστώνουμε δηλαδή ότι η ένταση του εξερχόμενου φωτός μηδενίζεται μόνο όταν οι άξονες του ΠΚΦ $\lambda/4$ είναι παράλληλοι, ο ένας με εκείνο του πολωτή και ο άλλος με εκείνο του αναλύτη, αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.

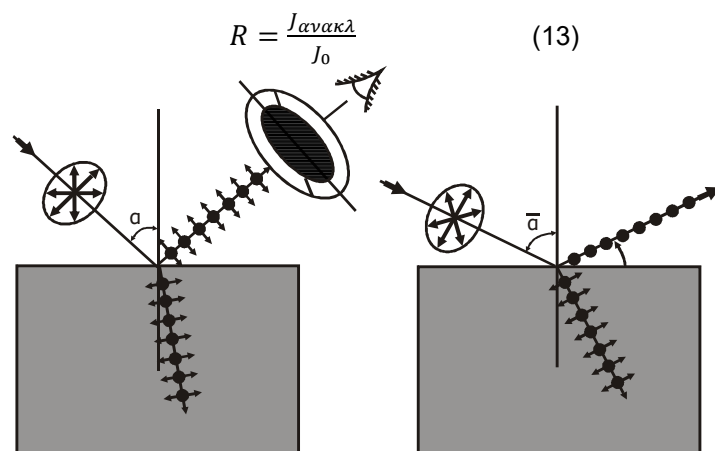


Σχήμα 4. Στρέφοντας το Π.Κ.Φ. $\lambda/4$ η ένταση του φωτός μηδενίζεται για αυτή τη διάταξη.

Γ. Πόλωση κατά την ανάκλαση και διάθλαση

Ας θεωρήσουμε ακτίνα φυσικού φωτός που προσπίπτει στην επιφάνεια διαφανούς μονωτικού υλικού υπό γωνία α . Αυτή ανακλάται και διαθλάται μερικά και αν εξετάσουμε με αναλυτή την ένταση της ανακλώμενης, θα παρατηρήσουμε ότι μεταβάλλεται μεταξύ μιας μέγιστης και μιας ελάχιστης τιμής (μερικά πολωμένο φως). Μεταβάλλοντας τη γωνία πρόσπτωσης του φωτός, άρα και τη γωνία ανάκλασης, βρίσκουμε ότι υπάρχει ορισμένη γωνία α για την οποία μπορούμε να επιτύχουμε πλήρη απόσβεση της ανακλώμενης με τον αναλυτή, δηλαδή η ανακλώμενη είναι γραμμικά πολωμένη σε επίπεδο κάθετο στο επίπεδο ανάκλασης. Την τιμή αυτή της γωνίας πρόσπτωσης, α , ονομάζουμε γωνία ολικής πόλωσης. Πειραματικά βρίσκεται (αλλά και θεωρητικά αποδεικνύεται) ότι η γωνία ολικής πόλωσης είναι ακριβώς εκείνη για την οποία η ανακλώμενη και διαθλώμενη ακτίνα είναι κάθετες μεταξύ τους. Η πρόταση αυτή αποτελεί το νόμο του **Brewster**, ο οποίος μπορεί να εκφραστεί ποσοτικά ως εξής: $n = \tan \alpha$.

Τα φαινόμενα της πόλωσης κατά την ανάκλαση και διάθλαση μπορούμε να παρακολουθήσουμε καλύτερα αν η προσπίπτουσα ακτίνα είναι γραμμικά πολωμένη. Έστω ότι η ένταση της προσπίπτουσας είναι J_0 και της ανακλώμενης $J_{\text{ανακλ}}$, τότε ο συντελεστής ανάκλασης είναι



Σχήμα 5. Πόλωση κατά την ανάκλαση φυσικού φωτός πάνω στην επιφάνεια μονωτικού υλικού

Αν η προσπίπτουσα ακτίνα είναι γραμμικά πολωμένη παράλληλα (R_p) στο επίπεδο ανάκλασης, τότε τόσο η διαθλώμενη όσο και η ανακλώμενη είναι γραμμικά πολωμένες στο ίδιο επίπεδο με την προσπίπτουσα (Σχήμα 6 I). Το ίδιο συμβαίνει αν η προσπίπτουσα είναι κάθετα (R_n) πολωμένη στο επίπεδο ανάκλασης (Σχήμα 6 II). Η μεταβολή του συντελεστή ανάκλασης R σε συνάρτηση της γωνίας πρόσπτωσης και για πόλωση κάθετη, παράλληλη και τυχαία (φυσικό φως) φαίνεται στο Σχήμα 7.

Αν το υλικό στο οποίο προσπίπτει το φως είναι αγωγός τότε ο συντελεστής ανάκλασης δεν μηδενίζεται για καμία διεύθυνση διότι η ανακλώμενη ακτίνα είναι πάντοτε μερικά πολωμένη.

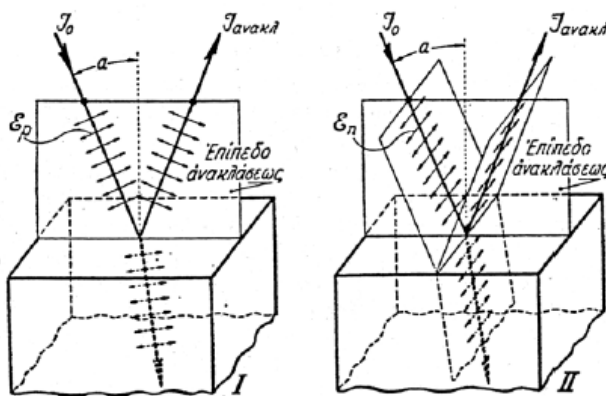
Πειραματικό μέρος

Η άσκηση αυτή πραγματοποιείται με τη βοήθεια δύο μορφολογικά διαφορετικών διατάξεων. Τονίζεται ότι και στις δύο διατάξεις πραγματοποιούνται τα ίδια πειράματα.

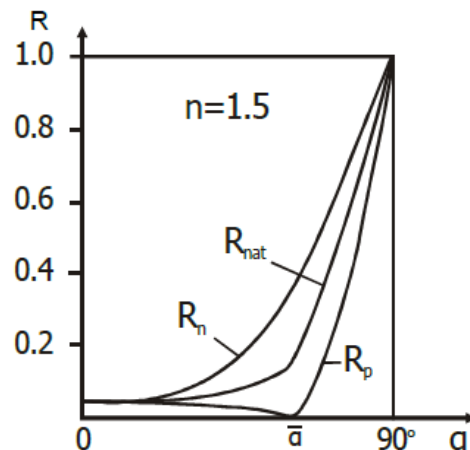
Η **πρώτη διάταξη** χρησιμοποιεί ως πηγή φωτός Laser He-Ne (πηγή πολωμένου φωτός). Τα εξαρτήματα της (πολωτής, αναλύτης, Π.Κ.Φ. $\lambda/4$) τοποθετούνται σε οπτική τροχιά που καταλήγει σε στρεφόμενο βραχίονα. Η ένταση της δέσμης που εξέρχεται από τα οπτικά στοιχεία παρατηρείται με τη βοήθεια πετάσματος.

Σημείωση: Το Laser αν και παράγει πολωμένο φως έχει τοποθετηθεί έτσι ώστε να μπορεί κανείς να πραγματοποιήσει τα πειράματα έχοντας την απαραίτητη ένταση φωτός για τυχαίο προσανατολισμό του πολωτή ($0 \leq \theta \leq 90^\circ$). **ΠΡΟΣΟΧΗ:** Η δέσμη laser (απευθείας ή από ανάκλαση) δεν πρέπει να πέσει στα μάτια οποιουδήποτε (Βλ. οδηγίες ασφαλείας εργαστηρίου σελ. 9).

Στη **δεύτερη διάταξη** το φως παράγεται από λαμπτήρα Na (πηγή μη πολωμένου φωτός). Χρησιμοποιείται γωνιομετρική διάταξη ακριβείας (όπως στο φασματοσκόπιο, δεξ Άσκηση Γ1, σελ. 11), στην οποία φωτίζεται σχισμή μπροστά από κατευθυντήρα. Το φως διέρχεται από πολωτή (στερεωμένο πάνω στον κατευθυντήρα), Π.Κ.Φ. $\lambda/4$, και το είδωλό της σχισμής παρατηρείται με τη βοήθεια διόπτρας (εξοπλισμένης με σταυρόνημα) πάνω στην οποία είναι στερεωμένος ο αναλύτης.



Σχήμα 6. Ανάκλαση και διάθλαση γραμμικά πολωμένου φωτός (παράλληλα (I) και κάθετα (II) στο επίπεδο ανάκλασης) από μονωτικό υλικό.



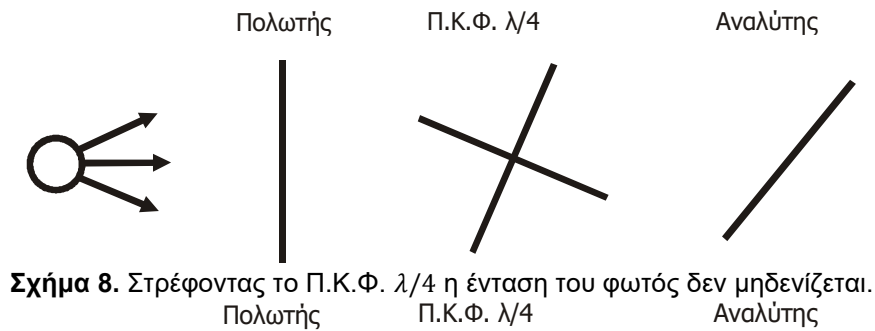
Σχήμα 7. Μεταβολή του συντελεστή ανάκλασης συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης.

Α. Γραμμικά πολωμένο φως

α) Για τυχαίες θέσεις των χαρακτηριστικών επιπέδων (Χ.Ε.) πολωτή και αναλύτη και στρέφοντας το πλακίδιο καθυστέρησης φάσης $\lambda/4$ (σχήμα 8) διαπιστώστε την μεταβολή της έντασης του φωτός μεταξύ ενός μεγίστου και ενός ελαχίστου. Εξηγήστε τη μεταβολή.

β) Τοποθετήστε τον πολωτή (Χ.Ε.) κατακόρυφα και τον αναλύτη (Χ.Ε.) οριζόντια. Στρέφοντας το Π.Κ.Φ. $\lambda/4$, διαπιστώστε τις θέσεις ελάχιστης (σχεδόν μηδενικής) έντασης του εξερχόμενου φωτός από τον αναλύτη (σχήμα 9). Σημειώστε τις αντίστοιχες γωνιομετρικές ενδείξεις του πολωτή, του αναλύτη και του Π.Κ.Φ. $\lambda/4$.

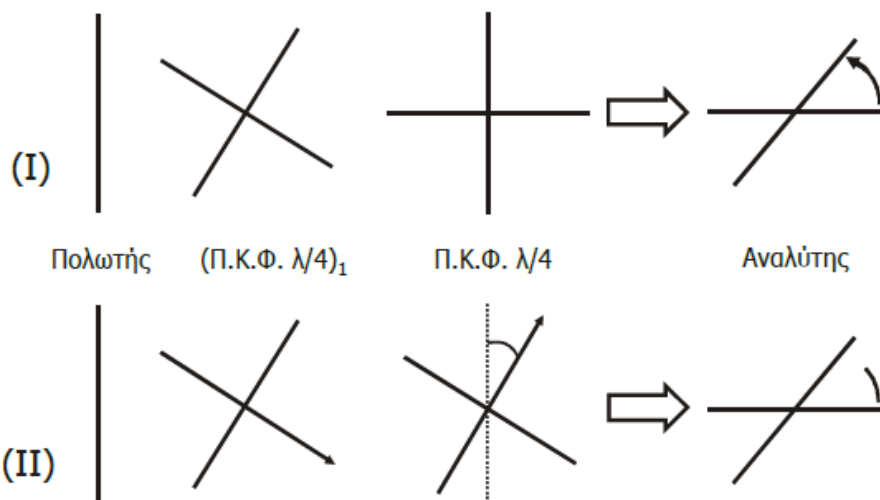
$\theta_{\pi} = \dots\dots$	$\theta_A = \dots\dots$	$\theta_{\lambda/4} = \dots\dots$
-----------------------------	-------------------------	-----------------------------------



Σχήμα 9. Στρέφοντας το Π.Κ.Φ. $\lambda/4$ η ένταση του φωτός μηδενίζεται για τη συγκεκριμένη διάταξη.

Β. Κυκλικά και ελλειπτικά πολωμένο φως.

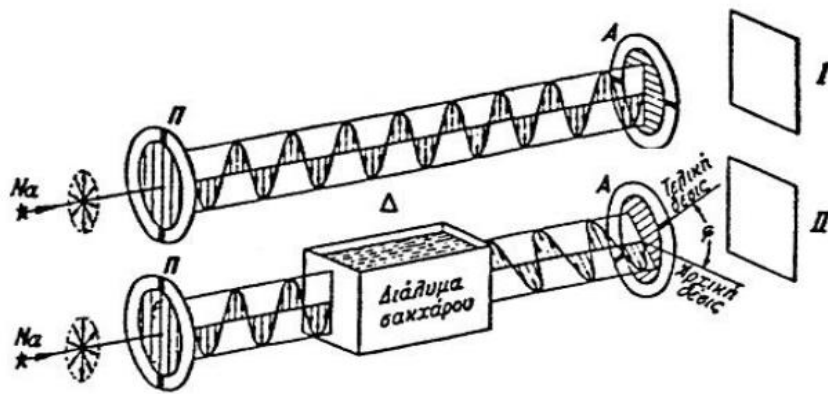
- α) Στρέψτε τον πολωτή κατά γωνία τέτοια ώστε το φως που εξέρχεται από το Π.Κ.Φ. $\lambda/4$ να είναι κυκλικά πολωμένο. Εξηγήστε γιατί η ένταση του εξερχομένου φωτός είναι σταθερή καθώς στρέφετε τον αναλύτη. Υπάρχει ισοδύναμη λύση στρέφοντας το Π.Κ.Φ. $\lambda/4$ και διατηρώντας τον πολωτή κατακόρυφα;
- β) Επαναλάβετε την διαδικασία ώστε να επιτύχετε ελλειπτικά πολωμένο φως. Εξηγήστε.
- γ) Διατηρώντας το Π.Κ.Φ. $\lambda/4$ στη θέση μηδενισμού του Α μέρους (Σχήμα 9), τοποθετήστε δεύτερο πλακίδιο (Π.Κ.Φ. $\lambda/4$)₁ μεταξύ πολωτή και υπάρχοντος πλακιδίου, κάθετο και αυτό στη δέσμη. Διαπιστώστε και εξηγήστε την αύξηση της έντασης του φωτός, όπως επίσης και τη μη ύπαρξη απόσβεσης όταν στρέφεται ο αναλύτης (Σχήμα 10 I).
- δ) Στρέψτε το Π.Κ.Φ. $\lambda/4$ κατά μικρή γωνία ώστε να διαπιστώσετε νέο ελάχιστο έντασης (Σχήμα 10 II). Εξηγήστε.



Σχήμα 10. Σχηματική παράσταση της γενικής περίπτωσης μελέτης ελλειπτικά πολωμένου φωτός μετά από την προσθήκη και του δεύτερου (Π.Κ.Φ. $\lambda/4$)₁.

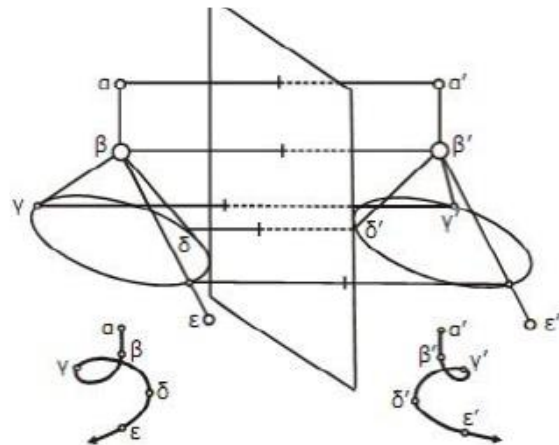
Γ. Μέτρηση του δείκτη διάθλασης-Γωνία Brewster

Χρησιμοποιείτε τη διάταξη με πηγή φωτός το Laser. Η γεωμετρία του πειράματος φαίνεται στο Σχήμα 11. Τοποθετείστε την τράπεζα που φέρει το γυάλινο πλακίδιο στη θέση πάνω από το γωνιόμετρο. Στρέψτε τον πολωτή ώστε το φως που εξέρχεται να είναι πολωμένο σε οριζόντια διεύθυνση.



Σχήμα II.1. Στροφή του επιπέδου πόλωσης γραμμικά πολωμένου φωτός από διάλυμα ζάχαρης.

Μερικές ουσίες παρουσιάζουν οπτική ενεργότητα μόνο όταν βρίσκονται σε στερεά κατάσταση, με χαρακτηριστικό παράδειγμα το χαλαζία. Όταν αυτές οι ουσίες ρευστοποιηθούν, διαλυθούν ή εξαερωθούν παύουν να είναι οπτικά ενεργές. Το γεγονός αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η οπτική ενεργότητα πρέπει να οφείλεται στη διάταξη των ατόμων ή των μορίων στον χώρο δηλαδή στην κρυσταλλική τους διάταξη. Έτσι στον κρύσταλλο του χαλαζία τα μόρια (SiO_2) είναι διαταγμένα ώστε η αλληλουχία τους να σχηματίζει ελικοειδή γραμμή. Άλλοτε η διάταξη αυτή είναι αριστερόστροφη και άλλοτε δεξιόστροφη. Η διαφοροποίηση αυτή διακρίνεται και από την εξωτερική εμφάνιση του κρυστάλλου, με τον δεξιόστροφο δομημένο κρύσταλλο να είναι το κατοπτρικό είδωλο του αριστερόστροφα δομημένου, όπως φαίνεται στο Σχήμα II.2.



Σχήμα II.2. Ελικοειδής διάταξη ατόμων σε μόριο.

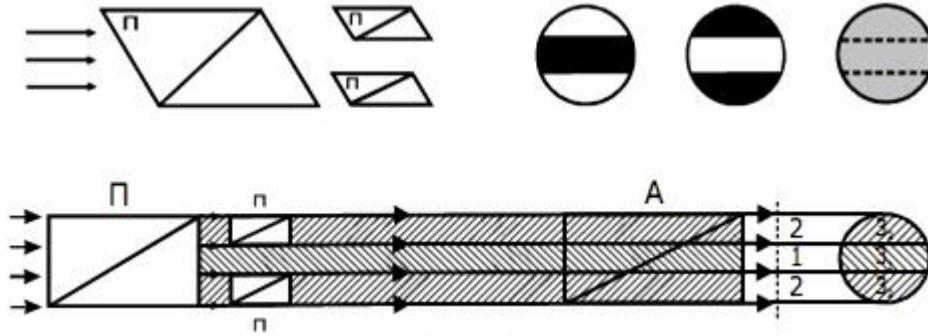
Αντίθετα άλλες ουσίες όπως η ζάχαρη, το ταρταρικό οξύ κλπ παραμένουν οπτικά ενεργές σε όλες τις φυσικές τους καταστάσεις καθώς και σε διάλυμα. Στην περίπτωση αυτή η οπτική ενεργότητα αποδίδεται στην ιδιάζουσα διάταξη των ατόμων στο μόριο δηλαδή είναι ιδιότητα του μορίου της ουσίας. Μια τέτοια διάταξη φαίνεται στο Σχήμα II.2 όπου στο ασύμμετρο μόριο η αλληλουχία των ατόμων σχηματίζει ελικοειδή γραμμή, δεξιόστροφη είτε παρατηρείται προς τα πάνω είτε προς τα κάτω. Εάν τώρα θεωρήσουμε την κατοπτρική εικόνα του μορίου, παρατηρούμε εύκολα ότι η αλληλουχία των ατόμων σχηματίζει ελικοειδή αλλά αριστερόστροφη γραμμή.

Πολωσίμετρο

Το πολωσίμετρο είναι ένα όργανο το οποίο χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της στροφής του επιπέδου πόλωσης (επίπεδο ταλάντωσης του ηλεκτρικού πεδίου) του πολωμένου φωτός. Η αρχή λειτουργίας του οργάνου φαίνεται παριστάνεται σχηματικά στο Σχήμα II.1. Αποτελείται από ένα πολωτή (Π), ένα δοχείο (Δ) για την τοποθέτηση του οπτικά ενεργού διαλύματος ένα αναλύτη (Α) με γωνιομετρικό κύκλο και μια διόπτρα παρατήρησης. Το όργανο ρυθμίζεται αρχικά χωρίς την παρουσία της οπτικά ενεργής ουσίας για να βρεθεί η θέση του αναλύτη που είναι διασταυρωμένος με τον πολωτή, οπότε έχουμε απόσβεση του φωτός. Για τη θέση αυτή σημειώνεται η αντίστοιχη ένδειξη του γωνιομετρικού κύκλου. Κατόπιν παρεμβάλλεται η οπτικά ενεργή ουσία και αναζητείται η νέα θέση απόσβεσης του φωτός. Σημειώνεται η νέα ένδειξη του γωνιομετρικού κύκλου. Η διαφορά των δύο ενδείξεων είναι η γωνία στροφής του επιπέδου ταλάντωσης.

Το σφάλμα στον καθορισμό των θέσεων απόσβεσης ανέρχεται σε μερικά πρώτα λεπτά αν χρησιμοποιηθεί η απλή αυτή διάταξη. Αντί της διάταξης αυτής θα χρησιμοποιηθεί το λεγόμενο «πολωσίμετρο με πολωτή ημισκιάς» που επιτρέπει τον προσδιορισμό των θέσεων απόσβεσης με μεγαλύτερη ακρίβεια. Στο πολωσίμετρο αυτό η στροφή του επιπέδου ταλάντωσης καθορίζεται με στροφή του αναλύτη μέχρι να αντιληφτούμε ισοφωτισμό τριών διαφορετικών περιοχών του οπτικού πεδίου. Ο διαχωρισμός του οπτικού

πεδίου σε τρεις περιοχές επιτυγχάνεται με την παρεμβολή αναλυτών (πολωτών) ημισκιάς (π) μετά τον κύριο πολωτή (Π), όπως φαίνεται στο Σχήμα II.3.



Σχήμα II.3. Διάταξη πολωσιμέτρου ημισκιάς και αντίστοιχο οπτικό πεδίο.

Φαινομενολογική εξήγηση της οπτικής ενεργότητας

Το φαινόμενο της οπτικής ενεργότητας απαιτεί κβαντομηχανική αντιμετώπιση. Μια φαινομενολογική ερμηνεία που προτάθηκε από τον Fresnel, έχει ως εξής: Ας υποθέσουμε ότι κατά μήκος του άξονα z διαδίδονται δύο αντίθετα κυκλικά πολωμένα κύματα το ένα αριστερόστροφο και το άλλο δεξιόστροφο, με φορά προς τον αναγνώστη, πλάτους E_0 και συχνότητας ω , όπως φαίνεται στο Σχήμα II.4.

Οι προβολές των E_L και E_R στη θέση $z = 0$ δίδονται από τις σχέσεις

$$E_{Lx} = E_0 \cos \omega t \quad E_{Rx} = E_0 \cos \omega t \quad (15)$$

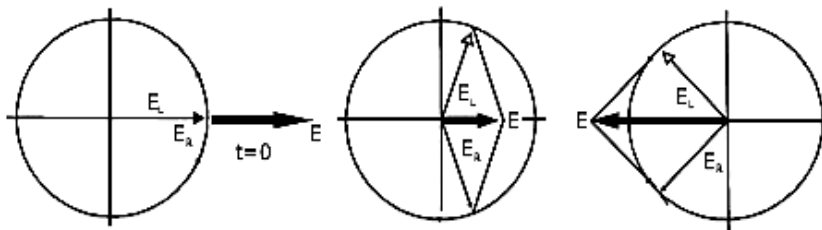
$$E_{Ly} = E_0 \sin \omega t \quad E_{Ry} = E_0 \sin \omega t$$

Η υπέρθεση των κυμάτων αυτών οδηγεί σε H/M κύμα που το ηλεκτρικό πεδίο E έχει προβολές

$$E_x = E_{Rx} + E_{Lx} = 2E_0 \cos \omega t \quad (16)$$

$$E_y = E_{Ry} + E_{Ly} = 0$$

Το H/M που περιγράφει η (16) είναι γραμμικά πολωμένο με το άνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου να ταλαντώνεται κατά μήκος του άξονα x . Στο Σχήμα 4 απεικονίζονται διάφορα στιγμιότυπα των E_L και E_R στη θέση $z = 0$.



Σχήμα II.4. Στιγμιότυπα για το άνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου.

Ας φαντασθούμε τώρα ότι ένα γραμμικά πολωμένο H/M κύμα, που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα z με φορά προς τον αναγνώστη και με διεύθυνση ταλάντωσης του ηλεκτρικού πεδίου κατά μήκος του άξονα x συναντά ένα οπτικά ενεργό υλικό στη θέση $z = 0$. Σύμφωνα με τα προηγούμενα το γραμμικά πολωμένο κύμα είναι δυνατό να θεωρηθεί ως επαλληλία δυο κυκλικά πολωμένων κυμάτων ενός δεξιόστροφου και ενός αριστερόστροφου, των οποίων οι προβολές στη θέση $z = 0$ δίδονται από τις (15) και (16). Η φαινομενολογική εξήγηση της στροφής του επιπέδου πόλωσης από τα οπτικά ενεργά υλικά όπως προτάθηκε από τον Fresnel βασίζεται στην υπόθεση ότι η ταχύτητα διάδοσης, u_l , του αριστερόστροφου κυκλικά πολωμένου κύματος κατά μήκος του άξονα z είναι διαφορετική από εκείνη του δεξιόστροφου, u_r . Κατά συνέπεια οι χρόνοι που χρειάζονται τα δυο κύματα να διασχίσουν το πάχος d του οπτικά ενεργού υλικού θα είναι $t_l = d/u_l$ και $t_r = d/u_r$.

Οι φάσεις των δύο κυμάτων στη θέση $z = d$ θα είναι

$$\omega(t - t_l) = \omega \left(t - d \frac{n_l}{c} \right) = \omega t - kn_l d \quad (17)$$

$$\omega(t - t_r) = \omega \left(t - d \frac{n_r}{c} \right) = \omega t - kn_r d$$

οπότε από το οπτικά ενεργό υλικό θα βγαίνουν τα κύματα

$$E_{Lx} = E_0 \cos(\omega t - kn_l d) \quad E_{Rx} = E_0 \cos(\omega t - kn_r d) \quad (18)$$

$$E_{Ly} = E_0 \sin(\omega t - kn_l d) \quad E_{Ry} = E_0 \sin(\omega t - kn_r d)$$

Από τις (18) είναι φανερό ότι το E_L και το E_R στη θέση $z = d$ παύουν να είναι συμμετρικά ως προς τη γραμμή $y = 0$ όπως ήταν στη θέση $z = 0$. Παύει επομένως το $E = E_L + E_R$ να πάλλεται κατά μήκος του άξονα x , δηλαδή έχουμε στροφή του επιπέδου πόλωσης του φωτός. Ειδικότερα, τα E_L, E_R στη θέση $z = d$ είναι συμμετρικά ως προς μια άλλη γραμμή που προσδιορίζεται ως ακολούθως: Τη χρονική στιγμή $t = knd/\omega$ οι (18) γίνονται:

$$E_{Lx} = E_0 \quad E_{Rx} = E_0 \cos\{kd(n_l - n_r)\} \quad (19)$$

$$E_{Ly} = 0 \quad E_{Ry} = -E_0 \sin\{kd(n_l - n_r)\}$$

Τα ανύσματα (19) απεικονίζονται στο σχήμα II.5 για την περίπτωση όπου $n_l > n_r$.

Η γραμμή ως προς την οποία τα E_L, E_R είναι συμμετρικά είναι η διχοτόμος της γωνίας 2ϕ που σχηματίζουν τα δύο ανύσματα. Συνεπώς το επίπεδο πόλωσης έχει στραφεί κατά γωνία

$$\phi = k(n_l - n_r)d/2 \quad (20)$$

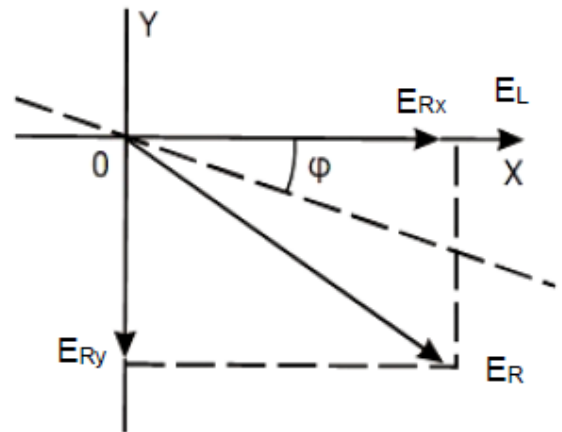
Πρέπει να σημειωθεί η απουσία της παραμέτρου t στην τελευταία εξίσωση. Η εξίσωση (18) είναι συμβατή με την εξίσωση

$$\phi = \beta d \quad (21)$$

που προκύπτει πειραματικά, όπου ο συντελεστής β ονομάζεται **στροφική ικανότητα**. Ο συντελεστής αυτός εξαρτάται από το μήκος κύματος του φωτός και τη θερμοκρασία. Για την περίπτωση που η οπτικά ενεργή ουσία είναι διαλυμένη σε κάποιο διαλύτη ο συντελεστής β είναι ανάλογος της συγκέντρωσης, C , του διαλύματος, δηλαδή είναι

$$\beta = \alpha C \text{ ή τελικά: } \phi = \alpha C d \quad (22)$$

Ο συντελεστής α ονομάζεται **ειδική στροφική ικανότητα** της διαλυμένης οπτικά ενεργής ουσίας και εξαρτάται από το μήκος κύματος ($\alpha \sim 1/\lambda^2$) και την θερμοκρασία.



Σχήμα II.5. Τα ανύσματα που περιγράφει η εξίσωση (19) όταν $n_l > n_r$.

Πειραματική διαδικασία

A: Μέτρηση της γωνίας στροφής του επιπέδου πόλωσης με φως Na ($\lambda_{Na}=589.6 \text{ nm}$).

1. Βρίσκουμε τη σταθερά του βερνιέρου και ασκούμε στην ανάγνωση γωνιών.
2. Φωτίζουμε το πολωσίμετρο κατάλληλα με φως Na και ρυθμίζουμε το προσοφθάλμιο σύστημα για ευκρινή παρατήρηση των ορίων του τριπλού οπτικού πεδίου.
3. Με περιστροφή του αναλύτη αναζητούμε τις θέσεις έντονου και αμυδρού ισοφωτισμού. Εργαζόμαστε στον αμυδρό ισοφωτισμό και προσδιορίζουμε την ακριβή του θέση.
4. Διαβάζουμε την ένδειξη, έστω θ_0 , του βερνιέρου. Για μεγαλύτερη ακρίβεια επαναλαμβάνουμε τη μέτρηση αυτή 5 φορές. (Απορρυθμίζουμε και ξαναβρίσκουμε τη θέση του αμυδρού ισοφωτισμού). Καταχωρούμε τις τιμές σε πίνακα.
5. Τοποθετούμε το σωλήνα που περιέχει το διάλυμα ζάχαρης σε νερό στο πολωσίμετρο. (Η % κ.β. συγκέντρωση του διαλύματος θα υπολογισθεί από στοιχεία που θα σας δοθούν).
6. Ρυθμίζουμε εκ νέου το προσοφθάλμιο σύστημα για σαφή παρατήρηση και επαναλαμβάνουμε τα προηγούμενα προσδιορίζοντας τη νέα θέση αμυδρού ισοφωτισμού, έστω θ . Επαναλαμβάνουμε την μέτρηση της θ πέντε φορές.
7. Υπολογίζουμε τη μέση τιμή ϕ της διαφοράς $\phi = \theta - \theta_0$.
8. Από τη γωνία στροφής ϕ , τη συγκέντρωση του διαλύματος υπολογίζουμε το συντελεστή α της ζάχαρης που χρησιμοποιήθηκε. Συγκρίνοντας τον με την ειδική στροφική ικανότητα της καθαρής ζάχαρης $\alpha = 6.645 \text{ deg}/(g/cm^3) \text{ cm}$ (για φως Na ($\lambda_{Na}=589.6 \text{ nm}$) και $T=300 \text{ K}$), προσδιορίζουμε την καθαρότητα της. Το μήκος του διαλύματος στο σωλήνα είναι $d = 20 \text{ cm}$.

B: Μέτρηση της γωνίας στροφής του επιπέδου πόλωσης με φως Laser ($\lambda_L=633 \text{ nm}$)

1. Διασταυρώστε τα ΧΕ του πολωτή και του αναλύτη (μηδέν ένταση στο πέτασμα).
2. Τοποθετήστε το σωλήνα με το διάλυμα στον κατάλληλο υποδοχέα. Στηρίξτε τον υποδοχέα στην οπτική τροχιά της διάταξης ανάμεσα σε πολωτή και αναλύτη και ευθυγραμμίστε τον ώστε η δέσμη να διαπερνά το διάλυμα.
3. Βλέπετε φώς στο πέτασμα; Εξηγήστε γιατί.

4. Στρέψτε τον αναλύτη ώστε να επιτύχετε μηδενισμό της έντασης στο πέτασμα και σημειώστε τη γωνία στροφής ω του αναλύτη. Επαναλάβετε τη διαδικασία τρεις φορές για καλύτερη ακρίβεια.
5. Χρησιμοποιώντας τις γωνίες στροφής ϕ (για φως Na) και ω (για φως Laser) που μετρήσατε, εξετάστε αν ικανοποιείται η εξίσωση: $\phi/\omega = (\lambda_L/\lambda_{Na})^2$.

Βιβλιογραφία

- R. Serway: Physics for Scientists and Engineers, Μετάφραση Λ. Ρεσβάνη, Τόμος III, Θερμοδυναμική – Κυματική-Οπτική.
- Κ. Αλεξόπουλος: Γενική Φυσική, Τόμος IIII, Οπτική.
- M. Alonso – E. Finn: Θεμελιώδης Πανεπιστημιακή Φυσική, Τόμος II, Πεδία και Κύματα, Μέρος 3 Κύματα.

Γ6: Συμβολόμετρο Michelson

Απαραίτητες Γνώσεις: Η/Μ κύμα, αρχή της επαλληλίας, διαφορά φάσης, συμβολή, προϋποθέσεις συμβολής, σύμφωνες πηγές, ενισχυτική/καταστροφική συμβολή, συμβολόμετρο.

Σκοπός της άσκησης

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι η κατανόηση του φαινομένου της συμβολής του φωτός, η εξοικείωση με τη λειτουργία του συμβολόμετρου του Michelson και η χρήση του για τη μέτρηση α) του μήκους κύματος της ακτινοβολίας β) του δείκτη διάθλασης του αέρα και γ) του δείκτη διάθλασης πλακιδίου από γυαλί.

Στοιχεία από τη θεωρία

Α. Συμβολή

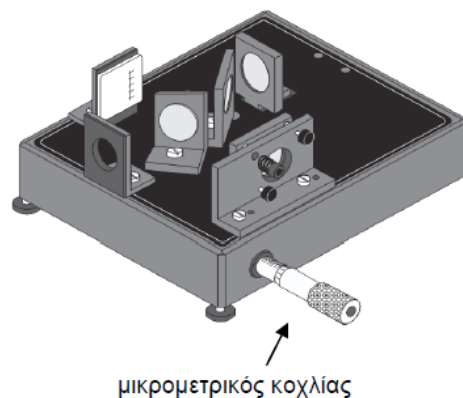
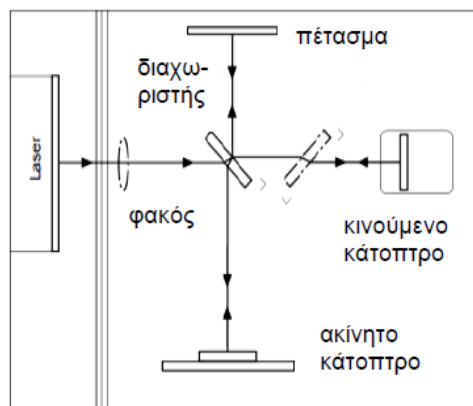
Μία φωτεινή δέσμη μπορεί να θεωρηθεί ως ένα Η/Μ κύμα (ταλαντούμενο ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο). Βάσει της αρχής της υπέρθεσης όταν σε ένα σημείο του χώρου συναντηθούν δύο φωτεινές ακτίνες, το συνισταμένο πεδίο στο σημείο συνάντησης δίδεται από τη διανυσματική άθροιση των πεδίων των αρχικών κυμάτων-φωτεινών δεσμών. Αν οι συμβάλλουσες ακτίνες προέρχονται από την ίδια πηγή, θα έχουν ίδια συχνότητα και φάση που θα μεταβάλλεται με τον ίδιο τρόπο ως προς το χρόνο. Έτσι αν στο σημείο παρατήρησης βρεθούν σε φάση, παρότι διανύουν διαφορετικό οπτικό δρόμο, προκύπτει παρατηρήσιμη εικόνα ενίσχυσης, δηλ. μέγιστης έντασης. Αν οι ακτίνες δεν είναι σε φάση θα έχουμε μικρότερη ένταση και εφόσον είναι σε αντίθεση φάσης τελικά, ακυρωτική συμβολή δηλαδή ελάχιστο ή και μηδενισμό της έντασης (σκοτεινό σημείο). Ένας από τους πρώτους που χρησιμοποίησε τη συμβολή ακτίνων ίδιας πηγής ήταν ο Young με το πείραμα της διπλής σχισμής.

Β. Συμβολόμετρο

Τα συμβολόμετρα είναι όργανα τα οποία στηρίζονται στο φαινόμενο της συμβολής του φωτός και προσφέρονται για οπτικές μετρήσεις μεγάλης ακριβείας. Υπάρχουν διάφορες διατάξεις συμβολομέτρων όπως το συμβολόμετρο Michelson, το συμβολόμετρο Fabry-Perrot και το συμβολόμετρο Twyman-Green. **Στην άσκηση αυτή χρησιμοποιείται η διάταξη Michelson.** Ουσιαστικά είναι η ίδια συσκευή που χρησιμοποιήθηκε από τους Michelson και Morley στο ιστορικό πείραμα το 1881 για την απόδειξη της μη ύπαρξης απόλυτου συστήματος αναφοράς στη φύση, που για τους φυσικούς του προηγούμενου αιώνα, ήταν ο αιθέρας. Η αξία του συμβολόμετρου είναι πολύ μεγαλύτερη καθώς με αυτό μπορεί να μετρηθεί το μήκος κύματος ακτινοβολίας, ή αντίστροφα μικρές αποστάσεις αν είναι γνωστό το μήκος κύματος του φωτός. Επίσης μπορούν να μετρηθούν μεγέθη όπως ο δείκτης διάθλασης των στερεών, υγρών και αερίων, να μελετηθεί πολυχρωματική ακτινοβολία, καθώς και το φαινόμενο Doppler.

Περιγραφή και λειτουργία του συμβολόμετρου Michelson

Στο Σχήμα 1 φαίνεται εικόνα της συσκευής που θα χρησιμοποιηθεί καθώς και σχηματική απεικόνιση της διαδρομής των ακτίνων που παριστάνονται με βέλη.



Σχήμα 1. Σχηματική παράσταση της διάταξης του συμβολομέτρου Michelson και εικόνα της συσκευής.

Η δέσμη μονοχρωματικού φωτός που παράγεται από το Laser, προσπίπτει στο διαχωριστή (beam splitter) που ανακλά στην πίσω του επιφάνεια το 50% του προσπίπτοντος φωτός ενώ το υπόλοιπο 50% διέρχεται. Η

ανακλώμενη ακτίνα (πρώτη ακτίνα), προσπίπτει και ανακλάται στο ακίνητο κάτοπτρο και αφού περάσει από το διαχωριστή προβάλλεται στο πέτασμα. Η ακτίνα που διέρχεται από το διαχωριστή (δεύτερη ακτίνα) ανακλάται στο κινητό κάτοπτρο, στη συνέχεια ανακλάται στην πίσω (επιμεταλλωμένη) επιφάνεια του διαχωριστή και προβάλλεται τελικά και αυτή στο πέτασμα. Για να αντισταθμιστεί η διαφορά δρόμου μεταξύ των δύο ακτίνων (η πρώτη περνά τρεις φορές από το διαχωριστή ενώ η δεύτερη μόνο μία), μπορεί να τοποθετηθεί ένα πλακίδιο όμοιο με το διαχωριστή μεταξύ διαχωριστή και κινητού κατόπτρου. Στην προκειμένη περίπτωση που χρησιμοποιείται πηγή laser (μονοχρωματικό φως που έχει συγκεκριμένη φάση) η χρήση του πλακιδίου αυτού είναι προαιρετική και δεν θα χρησιμοποιηθεί.

Στο σημείο πρόσπτωσης στο πέτασμα οι ακτίνες συμβάλλουν. Το αποτέλεσμα της συμβολής τους εξαρτάται από τη μεταξύ τους διαφορά φάσης. Η φάση της δεύτερης ακτίνας μπορεί να μεταβληθεί αλλάζοντας τον οπτικό δρόμο που έχει να διανύσει α) είτε μετατοπίζοντας κατά μήκος της ακτίνας το κινητό κάτοπτρο, β) είτε παρεμβάλλοντας ένα διαφανές υλικό στην πορεία της ώστε να προκληθεί χρονική καθυστέρηση εξ αιτίας της διάθλασης.

Για να γίνει δυνατή η παρατήρηση των μεταβολών της έντασης εξ αιτίας της συμβολής των ακτίνων στο πέτασμα τοποθετείται πριν το διαχωριστή δέσμης φακός ώστε η δέσμη να μετατραπεί σε αποκλίνουσα (κωνική). Έτσι στο πέτασμα συμβάλλουν δύο σύμφωνες κωνικές δέσμες με αποτέλεσμα οι κροσσοί συμβολής να έχουν κυλινδρική συμμετρία γύρω από τον αρχικό άξονα της δέσμης και απεικονίζονται στο πέτασμα ως ομόκεντροι φωτεινοί και σκοτεινοί δακτύλιοι.

Η μετατόπιση του κινητού κατόπτρου παράλληλα στη δέσμη πραγματοποιείται με τη βοήθεια μικρομέτρου ενσωματωμένου στη βάση του συμβολόμετρου. Περιστροφή του μικρομετρικού κοχλία κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού μετατοπίζει το κάτοπτρο προς τα δεξιά (κοιτώντας από τη μεριά που βρίσκεται το μικρόμετρο). Κάθε στροφή του μικρομετρικού κοχλία κατά μία υποδιαίρεση της κλίμακας του αντιστοιχεί σε μετατόπιση του κατόπτρου κατά 1 μm . Η μετατόπιση είναι γραμμική με ακρίβεια 1,5% σε όλη τη διαδρομή.

Οδηγίες χρήσης του συμβολόμετρου

Βέλτιστη λειτουργία της φωτεινής πηγής (laser), επιτυγχάνεται όταν η συσκευή είναι σε θερμοκρασία λειτουργίας. Για αυτό το λόγο ενδείκνυται να ενεργοποιείται όσο το δυνατόν νωρίτερα. Επίσης είναι σημαντικό να είναι ευθυγραμμισμένο το laser κατά την εκτέλεση της άσκησης.

ΠΡΟΣΟΧΗ: α) Η διάταξη είναι ευαίσθητη σε ότι μπορεί να προκαλέσει σχετικές μετατοπίσεις των εξαρτημάτων της. Αν και η βάση του συμβολόμετρου είναι αρκετά βαριά (~5 kg) ώστε να μειώνει τους κραδασμούς δεν είναι δύσκολο να παρατηρηθούν μετακινήσεις της εικόνας των κροσσών εξ αιτίας μηχανικών δονήσεων, ή ακόμα και ρευμάτων αέρα.

β) Πρέπει να αποφεύγεται κάθε επαφή με τις επιφάνειες των κατόπτρων. Για τον καθαρισμό τους, αν είναι αναγκαίος, ενημερώστε τον υπεύθυνο.

γ) Σε περίπτωση που διαπιστώσετε ότι στρέφοντας τον κοχλία του μικρομέτρου το κάτοπτρο δεν ανταποκρίνεται (δεν μεταβάλλεται η εικόνα των κροσσών) παρακαλείσθε να μην συνεχίσετε την εκτέλεση της όποιας διαδικασίας και να ενημερώσετε τον επιβλέποντά σας για αποφυγή βλάβης στη διάταξη.

Πειραματική διαδικασία

Πείραμα 1. Μέτρηση μήκους κύματος μονοχρωματικής ακτινοβολίας

α) ευθύγραμμη δέσμη: Η ακτινοβολία του laser είναι μονοχρωματική με μήκος κύματος λ και σχεδόν ευθύγραμμη. Δεχόμαστε ότι είναι κατακόρυφα πολωμένη ως προς τη βάση της συσκευής και έχει ένταση I_0 . Οι δέσμες που δημιουργεί ο διαχωριστής ξεκινούν με ίδια φάση και ένταση $I_0/2$ η κάθε μία και συναντώνται στο πέτασμα όπου συμβάλλουν. Αν η μεταξύ τους διαφορά δρόμου είναι δ , η ένταση της ακτινοβολίας στο πέτασμα θα είναι

$$I = \frac{I_0}{4} \left\{ 1 + \cos \left(\frac{2\delta}{\lambda} - 1 \right) \pi \right\} \quad (1)$$

και θα μεγιστοποιείται όταν $\delta = m\lambda/2$, $m = 1, 3, 5, \dots$ ενώ, αντίστοιχα θα ελαχιστοποιείται όταν $\delta = m\lambda/2$, $m = 0, 2, 4, \dots$

β) Κωνική δέσμη: Εάν η δέσμη έχει μετατραπεί σε κωνική, το αποτέλεσμα της συμβολής στο πέτασμα είναι εναλλασσόμενοι φωτεινοί και σκοτεινοί δακτύλιοι. Σε αυτή την περίπτωση η διαφορά φάσης των δύο ακτίνων οφείλεται αφενός στη διαφορά δρόμου των ακτίνων, δηλαδή την απόλυτη διαφορά, x , της απόστασης του κινητού και του ακίνητου κατόπτρου από το πέτασμα και αφετέρου στη γωνιακή απόκλιση φ των ακτίνων από τον αρχικό άξονα συμμετρίας. Ένας κροσσός τάξης m θα είναι μέγιστης έντασης εφόσον:

$$\frac{4x}{\cos\varphi} = n\lambda, n = 0, \pm 2, \dots \quad (2)$$

ενώ θα είναι σκοτεινός ίδιας τάξης εάν:

$$\frac{4x}{\cos\varphi} = m\lambda, m = \pm 1, \pm 3 \dots \quad (3)$$

Στην πράξη για να μετρήσουμε το μήκος κύματος λ εργαζόμαστε με τον κεντρικό κροσσό, δηλ. $\varphi = 0$. Μετατοπίζοντας το κινητό κάτοπτρο κατά γνωστή απόσταση x , μετρούμε τον αριθμό, N , εμφάνισης π.χ. ενισχυτικής συμβολής (φως) (ή καταστροφικής συμβολής (σκοτάδι)) στη θέση του κεντρικού κροσσού. Τότε θα ισχύει η σχέση:

$$N\lambda = 2x \quad (4)$$

όπου λ το ζητούμενο μήκος κύματος, x η μετατόπιση του κατόπτρου και N ο αριθμός εναλλαγών στον κεντρικό κροσσό από σκότος σε σκότος ή από φως σε φως.

Εκτέλεση του πειράματος

1. Ρυθμίζουμε τον μικρομετρικό κοχλία περίπου στη μέση, καθώς στην περιοχή αυτή η μετατόπιση του κατόπτρου είναι περισσότερο γραμμική.
2. Περιστρέφουμε το μικρομετρικό κοχλία κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού κατά μία πλήρη περιστροφή και συνεχίζουμε μέχρι η ένδειξη μηδέν της περιστρεφόμενης λαβής του κοχλία να ταυτίζεται με ακέραια ένδειξη στο άλλο στέλεχος του μικρομέτρου. (εξάλειψη του φαινομένου του «backlash»). Κρατάμε την ένδειξη.
3. Περιστρέφουμε αργά κατά την ίδια φορά το **μικρομετρικό κοχλία** και ταυτόχρονα μετράμε τον αριθμό των κροσσών που περνούν από το σημείο του πετάσματος που έχουμε επιλέξει ως σημείο αναφοράς. Σταματάμε την καταμέτρηση όταν έχουν μετρηθεί τουλάχιστον 20 κροσσοί και η εικόνα των κροσσών είναι ακριβώς ίδια με την αρχική εικόνα αναφοράς. Σημειώνουμε και αυτή την ένδειξη.
4. Υπολογίζουμε τη μετατόπιση x του κινητού κατόπτρου σύμφωνα με τις ενδείξεις της κλίμακας του μικρομέτρου. Κάθε μικρή υποδιαίρεση στη λαβή του μικρομέτρου αντιστοιχεί σε μετατόπιση του κινητού κατόπτρου κατά 1 μm .
5. Καταχωρούμε τον αριθμό των κροσσών, N , και την μετατόπιση του κατόπτρου, x , που μετρήσαμε σε πίνακα και προσδιορίζουμε το μήκος κύματος λ .
6. Περιστρέφουμε με την ίδια φορά το μικρομετρικό κοχλία, ώσπου να συμπίσει το μηδέν της λαβής με την επόμενη ακέραια ένδειξη του μικρομέτρου. Συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο τη μέτρηση των μεγεθών x , και N . Πρέπει να έχουμε τουλάχιστον 5 ζεύγη τιμών.
7. Σχεδιάζουμε το διάγραμμα $x = f(N)$. Εφαρμόζουμε την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων και από την κλίση της ευθείας προσδιορίζουμε το μήκος κύματος και το σφάλμα του.

Πείραμα 2. Μέτρηση του δείκτη διάθλασης του αέρα

Στο πείραμα αυτό θα χρησιμοποιήσουμε το γεγονός ότι φως διαδιδόμενο σε υλικό με δείκτη διάθλασης $n > 1$ καθυστερεί σε σύγκριση με ίδια δέσμη που διαδίδεται στο κενό. Το υλικό αυτό είναι εν προκειμένω αέρας σε $P < P_{\text{atm}}$. Εξετάζουμε τη μεταβολή της εικόνας των κροσσών συμβολής αλλάζοντας την πίεση μέσα σε κυψελίδα αέρα η οποία παρεμβάλλεται στη μία δέσμη του συμβολομέτρου.

Έστω ότι το μήκος της κυψελίδας είναι πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ , π.χ 10 λ . Αφαιρώντας αέρα ο δείκτης διάθλασης μειώνεται (τείνει προς το 1) δηλ. το μήκος κύματος του φωτός αυξάνεται. Δηλαδή, στην κυψελίδα χωράνε λιγότερα μήκη κύματος, έστω 9.5 λ . Συνεπώς το φως περνώντας δύο φορές από την κυψελίδα κάνει μία λιγότερη ταλάντωση συνολικά. Το αποτέλεσμα είναι ισοδύναμο με μετατόπιση του κινητού κατόπτρου του συμβολομέτρου κατά $\lambda/2$, δηλαδή, σύμφωνα με το πείραμα 1, ισοδυναμεί με μετακίνηση ενός κροσσού συμβολής.

Στην αρχική πίεση P_i , που αντιστοιχεί μήκος κύματος λ_i , χωράνε $M_i = 2d/\lambda_i$ μήκη κύματος μέσα στην κυψελίδα (για τις δύο διαδρομές του φωτός μέσα από την κυψελίδα). Σε πίεση P_f , με μήκος κύματος λ_f , θα αντιστοιχούν $M_f = 2d/\lambda_f$ μήκη κύματος στο γεωμετρικό μήκος της κυψελίδας. Η διαφορά $N = M_i - M_f$ είναι η μεταβολή του αριθμού των μηκών κύματος δηλ. ο αριθμός των κροσσών που μετακινούνται κατά τη μεταβολή της πίεσης από P_i σε P_f . Λαμβάνοντας υπόψη ότι $n_i = \lambda_0/\lambda_i$ και $n_f = \lambda_0/\lambda_f$, όπου λ_0 το μήκος κύματος στο κενό μπορεί να δειχθεί ότι

$$\frac{dN}{dP} = -\frac{2d}{\lambda_0} \frac{dn}{dP} \quad (5)$$

Για να υπολογισθεί ο δείκτης διάθλασης σε κανονικές συνθήκες ($P_{\text{KΣ}}, T_{\text{KΣ}}$) θεωρούμε ότι η διαφορά $n - 1$ μεταβάλλεται ανάλογα με την πυκνότητα, ρ , του αέρα, δηλαδή

$$\rho = \rho_{\text{KΣ}} \frac{n-1}{n_{\text{KΣ}}-1} \quad (6)$$

και σε συνδυασμό με την καταστατική εξίσωση ιδανικού αερίου προκύπτει

$$n - 1 = (n_{\text{KΣ}} - 1) \frac{P T_{\text{KΣ}}}{P_{\text{KΣ}} T} \quad (7)$$

ή μετά από παραγωγή:

$$n_{\text{KΣ}} = 1 + \frac{P_{\text{KΣ}} T}{T_{\text{KΣ}}} \frac{dn}{dP} \quad (8)$$

δηλ. τελικά:

$$n_{\text{K}\Sigma} = 1 - \frac{P_{\text{K}\Sigma} T}{T_{\text{K}\Sigma}} \frac{\lambda_0}{2d} \frac{dN}{dP} \quad (9)$$

Με βάση την εξίσωση (9) μπορεί να προσδιορισθεί ο δείκτης διάθλασης, $n_{\text{K}\Sigma}$, του αέρα σε κανονικές συνθήκες ($P_{\text{K}\Sigma} = 101.3 \text{ kPa}$, $T_{\text{K}\Sigma} = 273 \text{ K}$) εάν είναι γνωστή η θερμοκρασία T του αέρα και η κλίση της συνάρτησης $N = f(P)$.

Εκτέλεση του πειράματος

1. Τοποθετούμε τη στρεφόμενη τράπεζα μεταξύ διαχωριστή δέσμης και κινούμενου κατόπτρου αφού έχουμε στερεώσει πάνω της την κυψελίδα αέρα πάχους $d = 3 \text{ cm}$. Ο σωλήνας μεταφοράς αέρα από την κυψελίδα στην αντλία δεν πρέπει να εμποδίζει τη στρεφόμενη τράπεζα.
2. Η κυψελίδα αέρα πρέπει να τοποθετηθεί με τον άξονα της παράλληλο στον άξονα της κεντρικής ακτίνας της κωνικής δέσμης. Η παραλληλία μπορεί να επιτευχθεί περιστρέφοντας την τράπεζα, και παρατηρώντας ταυτόχρονα την κατεύθυνση μετατόπισης των κροσσών. Η κυψελίδα πρέπει να παραμείνει ακίνητη σε όλη τη διάρκεια του πειράματος.
3. Η ένδειξη της πίεσης του αέρα στην κυψελίδα φαίνεται στο μετρητή πάνω στην αντλία σε δύο κλίμακες, σε inHg και σε kPa. Αν η ένδειξη είναι P_{gauge} τότε η πίεση στην κυψελίδα είναι: $P_{\text{cell}} = P_{\text{atm}} - P_{\text{gauge}}$.
4. Κλείνουμε τη βαλβίδα και αντλούμε αέρα μέχρι την ένδειξη P_{gauge} . Ανοίγουμε προσεκτικά τη βαλβίδα ώστε να δημιουργηθεί αργή εισροή αέρα στην κυψελίδα. Ταυτόχρονα παρατηρούμε την εναλλαγή των κροσσών στο πέτασμα και μετράμε τον αριθμό κροσσών N που περνούν π.χ. από τη θέση του κεντρικού κροσσού.
5. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία για ενδείξεις έως 70 KPa ανά περίπου 10 KPa και συμπληρώνουμε τις τιμές N , P_{cell} , στον πίνακα.
6. Σχεδιάζουμε το διάγραμμα $N = f(P_{\text{cell}})$ και με τη βοήθεια της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων βρίσκουμε την κλίση dN/dP .
7. Εφαρμόζουμε την εξίσωση 9. Για να προσδιορίσουμε το $n_{\text{K}\Sigma}$ θα θεωρήσουμε ότι $\lambda_0 = \lambda_{\text{μετρ.}}$, δηλ. το μήκος κύματος που μετρήθηκε στο πείραμα 1. Η θερμοκρασία T προσδιορίζεται από το θερμόμετρο στο χώρο της άσκησης.

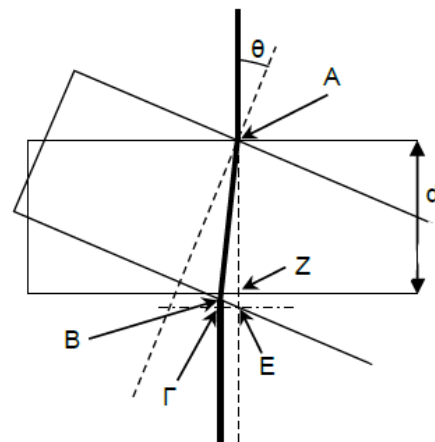
α/α	αρ. κροσσών	ένδειξη αντλίας	πίεση στην κυψελίδα
---	N	P_{gauge} (kPa)	P_{cell} (kPa)
1		0	100
2		10	90
...		...	...
7		60	40
8		70	30

Πείραμα 3: Μέτρηση του δείκτη διάθλασης πλακιδίου από γυαλί

Στο πείραμα αυτό θα μετρηθεί ο δείκτης διάθλασης ενός πλακιδίου από γυαλί, πάχους $d = 6 \text{ mm}$. Ο οπτικός δρόμος που διανύει το φως μέσα στο γυαλί μπορεί να μεταβληθεί μεταβάλλοντας τη γωνία πρόσπτωσης θ της δέσμης που το διαπερνά.

Η μεταβολή του οπτικού δρόμου, σύμφωνα με το Σχήμα 2, είναι $(n_{AB} + B\Gamma) - (n_{AZ} + ZE)$. Έτσι αν το πλακίδιο αυτό διαπερνάται από τη μια δέσμη του συμβολομέτρου η συνθήκη συμβολής θα είναι

$$2(n_{AB} + B\Gamma - nd - ZE) = N\lambda \quad (10)$$



Σχήμα 2. Μεταβολή οπτικού δρόμου για πλακίδιο πάχους d εξ αιτίας της μεταβολής της γωνίας πρόσπτωσης θ .

Με τη βοήθεια του νόμου του Snell η τελευταία εξίσωση μπορεί να γραφεί

$$n\{2d(1 - \cos\theta) - N\lambda\} = (2d - N\lambda)(1 - \cos\theta) + N^2\lambda^2/4d \quad (11)$$

όπου N είναι ο αριθμός των κροσσών που περνούν από το κέντρο του πετάσματος κατά τη μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης της δέσμης από 0 σε θ . Θεωρώντας τον τελευταίο όρο αμελητέο στην εξίσωση 11 ο δείκτης διάθλασης, n , του πλακιδίου θα είναι:

$$n = \frac{(2d - N\lambda)(1 - \cos\theta)}{2d(1 - \cos\theta) - N\lambda} \Leftrightarrow n = 1 + \frac{1}{\left(\frac{2d}{N\lambda} - 1\right)\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right) - 1} \quad (12)$$

Εκτέλεση του πειράματος

1. Αντικαθιστούμε την κυψελίδα αέρα από γυάλινο πλακίδιο διαστάσεων $50 \times 50 \times 6 \text{ mm}^3$ που στηρίζεται στη διάταξη με τη βοήθεια μαγνήτη.
2. Το πλακίδιο πρέπει απαραίτητα να είναι κάθετο στη διαδρομή που ακολουθεί το φως (η κεντρική ακτίνα του κώνου). Αυτό επιτυγχάνεται όπως και στο προηγούμενο πείραμα. (Στροφή της τράπεζας και παρατήρηση της κατεύθυνσης μετατόπισης των κροσσών).
3. Με το βραχίονα στρέφουμε αργά την τράπεζα έως ότου η γωνία στροφής, θ , να είναι $\theta \approx 5^\circ$. Ταυτόχρονα μετράμε τους κροσσούς που διέρχονται από το σημείο αναφοράς στο πέτασμα. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία και καταχωρούμε τα ζεύγη (θ_i, N_i) σε πίνακα.
4. Εφαρμόζουμε την εξίσωση (12) και προσδιορίζουμε τις τιμές n_i του συντελεστή διάθλασης τη μέση τιμή και το σφάλμα της.

Βιβλιογραφία

- G. S. Monk, Light Principles and Experiments, McGraw Hill, New York and London, 1937
- Εγχειρίδιο κατασκευαστή της συσκευής

Γ7: Μικροκύματα

Απαραίτητες Γνώσεις : Εγκάρσια κύματα, σφαιρικά, κυλινδρικά και επίπεδα κύματα, ανάκλαση, στάσιμα κύματα (δεσμοί, κοιλίες), διάθλαση, δείκτης διαθλάσεως, νόμος διαθλάσεως, πρίσμα, πόλωση, συμβολή, περίθλαση, κυματική εξίσωση, ηλεκτρομαγνητικά (ΗΜ) κύματα και ιδιότητές τους [1, 2, 3].

Σκοπός

Σκοπός της ασκήσεως είναι η παρατήρηση βασικών φαινομένων αλληλεπιδράσεως ύλης - ΗΜ κυμάτων, τα οποία είναι γνωστά και από την οπτική (ανάκλαση, διάθλαση, πόλωση, συμβολή, περίθλαση) χρησιμοποιώντας μικροκύματα.

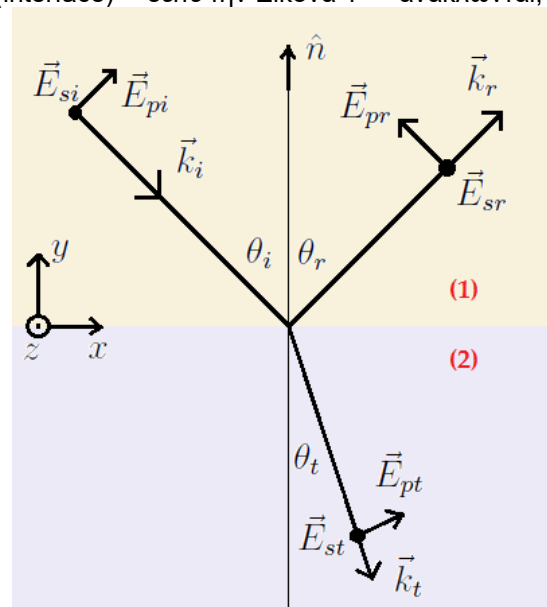
Στοιχεία θεωρίας

Τα μικροκύματα είναι ΗΜ κύματα με μήκος κύματος, λ , περίπου 1 mm έως 1 m, δηλαδή συχνότητα, f , μεταξύ περίπου 300 GHz έως 300 MHz. Και για τα μικροκύματα ισχύει, βεβαίως, η θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής

$$v = \lambda f.$$

Εδώ v είναι η ταχύτητα διαδόσεως και f είναι η συχνότητα του κύματος. Όταν τα μικροκύματα προσπέσουν σε διαχωριστική επιφάνεια δύο υλικών ή αλλιώς διεπιφάνεια (interface) -- δείτε την Εικόνα 1 -- ανακλώνται,

ώστε η γωνία ανακλάσεως (reflection), θ_r , να ισούται με τη γωνία προσπτώσεως (incidence), θ_i , δηλαδή, $\theta_r = \theta_i$. Υπενθυμίζουμε πως γωνία προσπτώσεως (ανακλάσεως) ονομάζεται η σχηματιζόμενη γωνία μεταξύ της διευθύνσεως του προσπίπτοντος (ανακλωμένου) κύματος [δηλαδή, της διευθύνσεως του $\vec{k}_i$ ($\vec{k}_r$)] και της κάθετης στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υλικών, η οποία στην Εικόνα 1 δηλώνεται με το μοναδιαίο άνωσμα, $\hat{n}$. Επίπεδο προσπτώσεως είναι το οριζόμενο από το προσπίπτον κυμαάνυσμα, $\vec{k}_i$, και το $\hat{n}$ επίπεδο. Στην Εικόνα 1 είναι το επίπεδο xy . Κατά την κάθετη πρόσπτωση σε μεταλλική επιφάνεια, το ΗΜ κύμα, ανακλώμενο, υφίσταται μετατόπιση φάσεως της εντάσεως, $\vec{E}$, του ηλεκτρικού πεδίου κατά 180° . Εάν η πρόσπτωση είναι πλάγια και το άνωσμα $\vec{E}$ είναι κάθετο στο επίπεδο προσπτώσεως, δηλαδή όπως το $\vec{E}_{si}$, τότε επίσης συμβαίνει μετατόπιση φάσεως 180° , ενώ όταν το άνωσμα $\vec{E}$ βρίσκεται στο επίπεδο προσπτώσεως, δηλαδή όπως το $\vec{E}_{pi}$, δεν υπάρχει μετατόπιση φάσεως.



Εικόνα 1. Γωνίες, συνιστώσες ηλεκτρικού πεδίου και κυμαανύσματα σε διεπιφάνεια [4].

Διάθλαση σημαίνει *θλάση* (σπάσιμο) της πορείας του κύματος όταν αφήνει κάποιο υλικό για να διαπεράσει κάποιο άλλο υλικό, εξ ου και το *δια*. Τα μικροκύματα διαθλώνται, όταν διαπερνούν τη διαχωριστική επιφάνεια δύο διαφορετικών διηλεκτρικών υλικών, σύμφωνα με το νόμο της διαθλάσεως (refraction) [ή διελεύσεως (transmission)]

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t.$$

Εδώ n_i , n_t είναι οι δείκτες διαθλάσεως (refraction indices) των δύο υλικών και θ_i , θ_t είναι οι γωνίες προσπτώσεως και διαθλάσεως [ή διελεύσεως], αντιστοίχως. Γωνία διαθλάσεως ονομάζεται η σχηματιζόμενη γωνία μεταξύ της διευθύνσεως του διαθλωμένου κύματος [της διευθύνσεως του $\vec{k}_t$] και της κάθετης στη διαχωριστική επιφάνεια $\hat{n}$. **Αναζητήστε** την ιστορία του νόμου της διαθλάσεως.

Η συμβολή (interference) και η περίθλαση (diffraction) αντιδιαστέλλονται στην ευθύγραμμη διάδοση των ΗΜ κυμάτων η οποία χαρακτηρίζει την ανάκλαση και τη διάθλαση. Συμβολή είναι ουσιαστικά το διανυσματικό άθροισμα των συνιστωσών κυμάτων σε μια διανυσματική συνισταμένη. Περίθλαση είναι η εκτροπή από την ευθύγραμμη διάδοση και το μοίρασμα σε όλο το χώρο του κύματος όταν το κύμα συναντά κάποια ασυνέχεια (εμπόδιο ή οπή), δηλαδή το κύμα *θλάται* (σπάει) *πéριξ* (τριγύρω) από την ασυνέχεια.

Η περίθλαση μακρινού πεδίου καλείται εναλλακτικά, για ιστορικούς λόγους, περίθλαση Fraunhofer, σε αντιδιαστολή με την περίθλαση κοντινού πεδίου, η οποία καλείται εναλλακτικά, για ιστορικούς λόγους, περίθλαση Fresnel. Μακρινό πεδίο σημαίνει πως η απόσταση πομπού - φράγματος και φράγματος - δέκτη είναι πολύ μεγαλύτερη από το μήκος κύματος. Για να έχουμε σημαντική περίθλαση, σε αντιδιαστολή με τη γεωμετρική οπτική (ανάκλαση, διάθλαση), θα πρέπει το εύρος των σχισμών να είναι της τάξεως μεγέθους του μήκους κύματος. Στο μακρινό πεδίο, η περίθλαση και συμβολή N ομοίων, ισαπεχουσών σχισμών περιγράφεται από την εξίσωση [8]

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}, \quad \alpha = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}, \quad \beta = \frac{\pi f \sin \theta}{\lambda},$$

όπου d είναι το εύρος της κάθε μίας σχισμής και f είναι η μεταξύ διαδοχικών σχισμών απόσταση. Στην ειδική περίπτωση μίας σχισμής, η προηγούμενη εξίσωση γίνεται

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}, \quad \alpha = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}.$$

Η εξίσωση έχει, για $\theta = 0$ ($\Rightarrow \alpha = 0$), μέγιστο, επειδή $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} = 1$. Το μέγιστο αυτό είναι I_0 , δηλαδή $\lim_{\theta \rightarrow 0} I = I_0$. Η ένταση I μηδενίζεται για $\sin \alpha = 0, \alpha \neq 0$, άρα για $\alpha = n\pi, n \in \mathbb{Z}^*$, δηλαδή για $d \sin \theta = n \lambda$. Διευρύνοντας τη σχισμή, δηλαδή μεγαλώνοντας το d , φέρνουμε πιο κοντά τα μηδενικά αυτά ελάχιστα, άρα και τα μέγιστα αφού αυτά βρίσκονται μεταξύ των ελαχίστων. Τα μέγιστα ικανοποιούν τη σχέση $\tan \alpha = \alpha$. Εξαιτίας του γεγονότος πως για $N = 1$, προκύπτει ο προηγούμενος τύπος, ο όρος $\frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}$ ονομάζεται *όρος περιθλάσεως*. Από την άλλη μεριά, αν κάνουμε τις σχισμές απείρως λεπτές, δηλαδή για $d \rightarrow 0$, προκύπτει

$$I = I_0 \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}, \quad \beta = \frac{\pi f \sin \theta}{\lambda},$$

οπότε, ο όρος $\frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}$ ονομάζεται *όρος συμβολής* αφού περιγράφει τη συμβολή N απείρως λεπτών σχισμών. Συνήθως θεωρούμε αμελητέο το εύρος των σχισμών σε σχέση με τη μεταξύ τους απόσταση f . Για δύο λεπτές σχισμές απέχουσες απόσταση f , θα βρεθούν μέγιστα σε γωνίες θ τέτοιες ώστε $\beta = n\pi$, πράγμα συνεπαγόμενο $f \sin \theta = n \lambda$, και ελάχιστα σε γωνίες θ τέτοιες ώστε $\beta = (n + 1/2)\pi$, πράγμα συνεπαγόμενο $f \sin \theta = (n + 1/2)\lambda$, όπου n ακέραιος. Διευρύνοντας την απόσταση των σχισμών, δηλαδή μεγαλώνοντας το f , φέρνουμε πιο κοντά τα ελάχιστα και τα μέγιστα.

Σκεφτείτε γιατί ονομάζουμε τη διάθλαση «διάθλαση» και την περίθλαση «περίθλαση» δηλαδή γιατί δώσαμε αυτά τα ονόματα; Περιγράψουν σωστά την ουσία των αντιστοίχων φαινομένων;

Στην εργαστηριακή διάταξη υπάρχει ένας πομπός μικροκυμάτων (Π) και ένας δέκτης (Δ). Ο πομπός είναι εφοδιασμένος με μια δίοδο, όπως και ο δέκτης. Ως επίπεδο πολώσεως του μικροκύματος ορίζεται το επίπεδο πολώσεως του ηλεκτρικού του πεδίου, το οποίο με τη σειρά του έχει τη διεύθυνση της διόδου του πομπού. Ο δέκτης αντιλαμβάνεται εκείνη τη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου του πομπού, η οποία βρίσκεται παράλληλα στη διεύθυνσή του. Δηλαδή, το ηλεκτρικό πεδίο, το οποίο αντιλαμβάνεται ο δέκτης είναι $E = E_0 \cos \theta$, όπου θ είναι η γωνία μεταξύ των διόδων πομπού και δέκτη. E_0 είναι η ένδειξη για $\theta = 0^\circ$. Η ένταση ακτινοβολίας, I , του γραμμικώς πολωμένου ΗΜ κύματος είναι ευθέως ανάλογη του τετραγώνου της εντάσεως E του ηλεκτρικού πεδίου, δηλαδή $I \propto E^2$. Υποθέτοντας πως η ένδειξη M του δέκτη είναι ανάλογη της εντάσεως I του μικροκύματος την οποία αντιλαμβάνεται, ισχύει

$$M = M_0 \cos^2 \theta.$$

Αυτή η σχέση, ισχύουσα για γραμμικώς πολωμένα κύματα στον ελεύθερο χώρο, ονομάζεται νόμος του Malus.

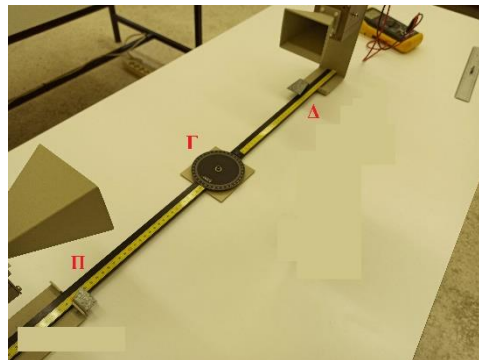
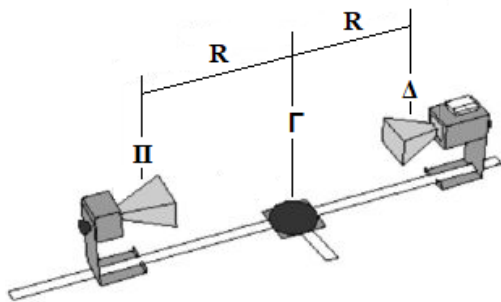
Η ένδειξη του Δ μπορεί να διαβάζεται αναλογικά επάνω στον Δ ως ένταση ρεύματος ή εναλλακτικά ψηφιακά με σύνδεση πολυμέτρου ως διαφορά δυναμικού. Θα τη σημειώνουμε εδώ με το σύμβολο M . Συνήθως στο εργαστήριο θα μετράτε διαφορά δυναμικού, V , σε πολύμετρο. Υποτίθεται πως η ένδειξη του Δ είναι ανάλογη της εντάσεως των προσπιπτόντων στο χωνί του δέκτη ΗΜ κυμάτων.

Όταν δύο κύματα ίδιου πλάτους διαδίδονται σε αντίθετη κατεύθυνση και έχουν την ίδια συχνότητα, σχηματίζεται ένα στάσιμο κύμα χαρακτηριζόμενο από «δεσμούς» (θέσεις μέγιστης ακυρωτικής συμβολής) και «κοιλίες» (θέσεις μέγιστης ενισχυτικής συμβολής). Το διπλάσιο της αποστάσεως μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ή κοιλιών του στασίμου κύματος, ισούται με το μήκος κύματος. Όταν τα πλάτη των δύο συμβαλλομένων κυμάτων δεν είναι ίσα η εικόνα είναι περιπλοκότερη.

Πειραματική Διαδικασία

Στήσιμο εξοπλισμού

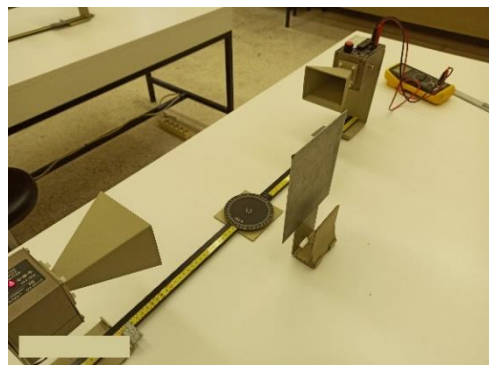
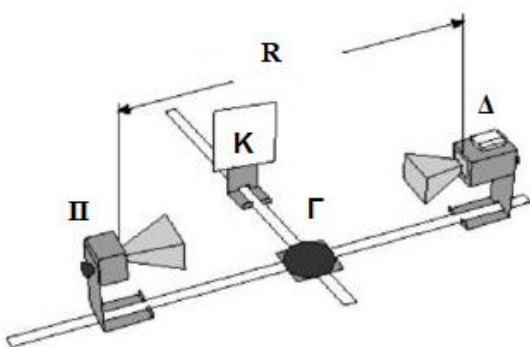
Η χρησιμοποιούμενη δίοδος-πομπός των μικροκυμάτων δημιουργεί συνεκτικά, γραμμικά πολωμένα ΗΜ κύματα συχνότητας $f = 10.5 \text{ GHz}$ και ισχύος 15 mW . Ο δέκτης ανιχνεύει το σήμα με την βοήθεια διόδου (10.5 GHz) και οργάνου μετρήσεως, του οποίου η ένδειξη είναι περίπου ανάλογη με την ένταση του προσπίπτοντος μικροκυματικού σήματος. Η εκπομπή και λήψη μικροκυμάτων γίνεται μέσω ενός χωνιού με το οποίο είναι εφοδιασμένος τόσο ο πομπός όσο και ο δέκτης (Εικόνα 2). Για να έχουν την ίδια πόλωση θα πρέπει τα χωνιά να έχουν ίδιο προσανατολισμό. Από τα παραπάνω στοιχεία **υπολογίστε** το μήκος κύματος των μικροκυμάτων, το οποίο **υπονοεί ο κατασκευαστής** του πομπού. Ονομάστε το λ_k . Προσοχή: Οι ανακλάσεις από γειτονικά αντικείμενα συμπεριλαμβανομένης και της άνω επιφανείας του τραπεζιού επηρεάζουν τα αποτελέσματα των πειραμάτων. Για να μειώσετε τις συνέπειες των παρασιτικών ανακλάσεων, δεν πρέπει να υπάρχουν άλλα αντικείμενα (ειδικά μεταλλικά), εκτός από αυτά που είναι απολύτως απαραίτητα για το κάθε πείραμα.



Εικόνα 2. Στήσιμο του εξοπλισμού. Ίδια πόλωση Π, Δ σημαίνει χωνιά ίδιου προσανατολισμού.

Κάτοπτρο Lloyd

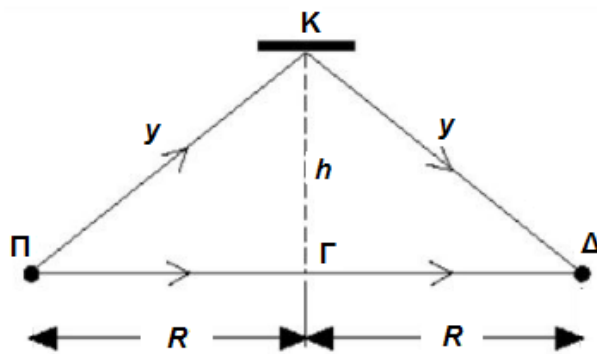
1. Τοποθετήστε τον πομπό στο σταθερό στέλεχος του γωνιομέτρου και τον δέκτη στο περιστρεφόμενο (Εικόνα 2). Για την ακρίβεια, τα σημεία Π και Δ αντιστοιχούν στις κορυφές μικρών μεταλλικών κομματιών τοποθετημένων στη βάση του πομπού και του δέκτη, αντιστοίχως (δείτε τη φωτογραφία), ανυψώνοντας έως τα κέντρα των χωνιών. Καλούμε Γ το κέντρο του γωνιομετρικού δίσκου ανυψωμένο κατά το ίδιο ύψος. Φροντίστε η ΠΓΔ να είναι ευθεία και οι Π, Δ να έχουν ίδια πόλωση. Θέστε $ΠΓ = ΓΔ = R = 30 \text{ cm}$.



Εικόνα 3. Ανάκλαση από μεταλλική επιφάνεια, δηλαδή γενική άποψη του κατόπτρου Lloyd. Π = πομπός, Δ = δέκτης, Γ = κέντρο του γωνιομετρικού δίσκου, Κ = κάτοπτρο.

2. Βάλτε σε λειτουργία τον πομπό (απευθείας με την τροφοδοσία) και τον δέκτη (με το διακόπτη επιλογής από το OFF στο 10X). Τα LED και των δύο συσκευών πρέπει να είναι αναμμένα.

3. Τοποθετήστε ένα κάτοπτρο με το επίπεδό του παράλληλο στη διεύθυνση ΠΔ δίπλα στο γωνιόμετρο. Για την ακρίβεια, ονομάζουμε Κ το κέντρο του κατόπτρου. Δείτε τις Εικόνες 3, 4. Μετακινήστε το κάτοπτρο αργά, κάθετα στην ΠΓΔ, επάνω στην ευθεία ΓΚ, ενώ συγχρόνως παρατηρείτε τις μεταβολές της ενδείξεως του οργάνου του δέκτη. Μπορείτε να ερμηνεύσετε τις μεταβολές; Μπορείτε επεξεργαζόμενοι τις παρατηρήσεις αυτές να υπολογίσετε το μήκος κύματος των μικροκυμάτων; Το εκπεμπόμενο από τον Π κύμα ακολουθεί δύο κύριες διαδρομές για να φτάσει στον Δ, την ΠΓΔ και την ΠΚΔ. Αυτές οι δύο κύριες συνιστώσες συμβάλουν στο Δ, έχοντας όμως διανύσει διαφορετικούς δρόμους. Το μήκος της διαδρομής ΠΓΔ είναι $2R$, ενώ το μήκος της



Εικόνα 4. Σχετικά μήκη στο κάτοπτρο Lloyd.

διαδρομής ΠΚΔ είναι $2y > 2R$. Άρα, η διαφορά δρόμου είναι $\Delta = 2y - 2R$. Αφού εντοπίσετε, μετακινώντας το κάτοπτρο στη διεύθυνση ΓΚ δύο διαδοχικά μέγιστα και δύο διαδοχικά ελάχιστα των ενδείξεων του δέκτη, λογίζοντας τις αντίστοιχες διαφορές δρόμου, υπολογίστε το μήκος κύματος από το ζεύγος των δύο μεγίστων, $\lambda_{\pi, \mu\epsilon\gamma}$, αλλά και από το ζεύγος των δύο ελαχίστων, $\lambda_{\pi, \epsilon\lambda}$. Από τη μέση τους τιμή, υπολογίστε το πειραματικώς μετρημένο μήκος κύματος, λ_{π} . Στη συνέχεια, συγκρίνετέ το με το λ_{κ} , βρείτε δηλαδή την % απόκλιση. Η διάταξη αυτή λέγεται κάτοπτρο του Lloyd.

4. Αποδείξτε πως το μήκος κύματος είναι $\lambda = 2\sqrt{R^2 + h_{i+1}^2} - 2\sqrt{R^2 + h_i^2}$, όπου h_{i+1} και h_i είναι δύο διαδοχικές θέσεις μεγίστων ή ελαχίστων.

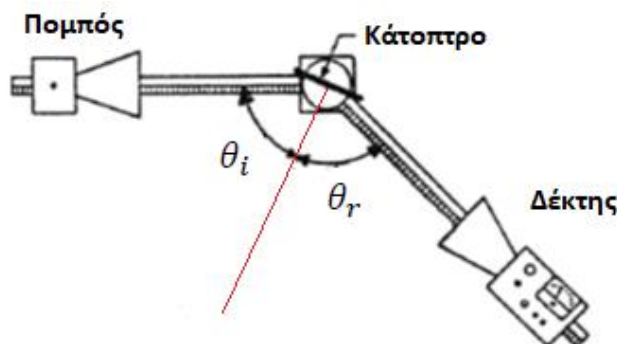
*5. Θεωρώντας πως υπάρχει σφάλμα μετρήσεως στα R , h_{i+1} , h_i , βρείτε το σφάλμα στη μέτρηση του λ , δλ.

Γωνία εκπομπής

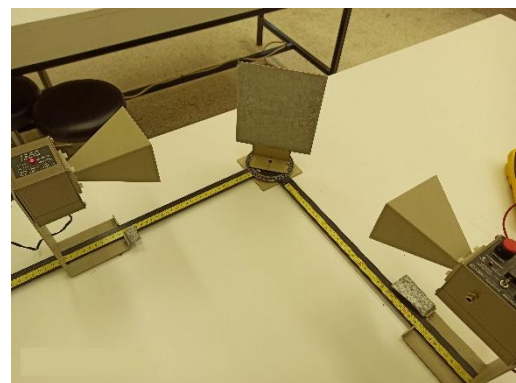
Αφαιρέστε το Κ. Χωρίς να πειράξετε τις αποστάσεις ΠΓ και ΓΔ, μετακινείτε τον Δ δεξιόστροφα έως ότου μηδενιστεί η ένδειξή του (θέση Δ_1) και μετρήστε τη γωνία στην οποία συμβαίνει ο μηδενισμός, ω_1 . Μετακινείτε τον Δ αριστερόστροφα έως ότου μηδενιστεί η ένδειξή του (θέση Δ_2) και μετρήστε τη γωνία στην οποία συμβαίνει ο μηδενισμός, ω_2 . Μπορείτε να υπολογίσετε την γωνία εκπομπής του πομπού, ω ; Υποθέστε, χάριν απλότητας, πως το σφάλμα στη μέτρηση των γωνιών ω_1 , ω_2 είναι 2 μοίρες. Υπολογίστε το σφάλμα από διάδοση στη μέτρηση του ω , δω. Αν και το γωνιόμετρο έχει εγκοπές κάθε μία μοίρα, βάλαμε το σφάλμα μετρήσεως των γωνιών δύο μοίρες. Γιατί;

Ανάκλαση

1. Με τον Π στο σταθερό στέλεχος του γωνιομέτρου και τον Δ στο περιστρεφόμενο, όπως και πριν, τοποθετήστε επάνω στο γωνιομετρικό δίσκο το κάτοπτρο Κ με τη βοήθεια κατάλληλου εξαρτήματος στηρίξεως (Εικόνες 6 και 7). Βεβαιωθείτε ότι ο πομπός και ο δέκτης έχουν την ίδια πόλωση.



Εικόνα 6. Γωνίες προσπτώσεως, θ_i , και ανακλάσεως, θ_r .

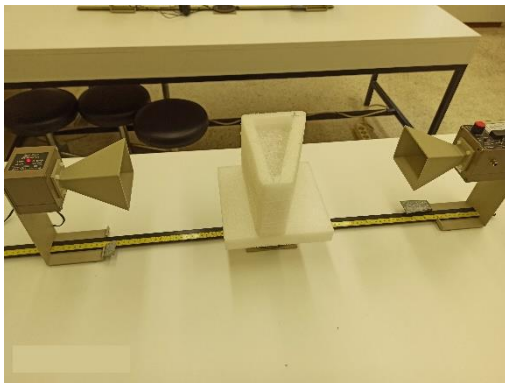


Εικόνα 7. Παράδειγμα, $\theta_r = \theta_i \approx 45^\circ$.

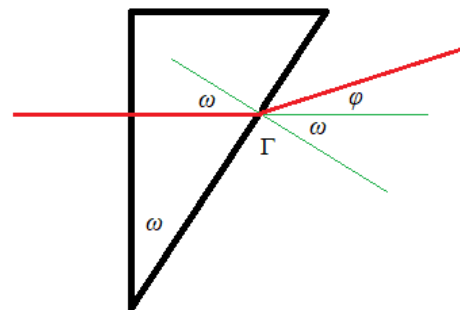
2. Ρυθμίστε το περιστρεφόμενο εξάρτημα του ανακλαστήρα, ώστε $\theta_i = 45^\circ$.
3. Περιστρέψτε το κινητό στέλεχος του γωνιομέτρου με τον Δ. Σημειώστε τη γωνία και την ένδειξη του Δ όταν αυτή γίνεται μέγιστη. Η γωνία μεταξύ της καθέτου στο Κ και του βραχίονα του Δ είναι η θ_r .
4. Μεταβάλλετε τώρα τη θέση του Δ ανά 5° προς τα δεξιά έως να σβήσει η ένδειξή του και στη συνέχεια ανά 5° προς τα αριστερά έως να σβήσει η ένδειξή του. Κάντε τη γραφική παράσταση $V(\theta)$.
5. Προσπαθήστε να ταιριάξετε τις μετρήσεις $V(\theta)$ σε μία Γκαουσιανή συνάρτηση (Gaussian function) της μορφής $V(\theta) = a \exp\left(-\frac{(\theta-b)^2}{2c^2}\right) + d$ και να ερμηνεύσετε την τιμή των παραμέτρων a, b, c, d του ταιριάσματος. Αποδείξτε πως το Πλήρες Εύρος εις το Ήμισυ του Μεγίστου (Full Width at Half Maximum, FWHM) της Γκαουσιανής είναι $\text{FWHM} = 2\sqrt{2 \ln 2} c$.
6. Μεταβάλλετε την θ_i από 20 ως 60° με βήμα 10° και σημειώστε κάθε φορά την αντίστοιχη θ_r .
7. Συγκρίνετε τις τιμές θ_i και αντίστοιχης θ_r . Επαληθεύεται ο νόμος της ανακλάσεως;
8. Μπορούμε να θεωρήσουμε το μικροκύμα του πειράματος ένα απόλυτα επίπεδο κύμα;
9. Ανακλάται όλη η προσπίπτουσα στο Κ ενέργεια; Η θ_i επηρεάζει την ένταση του ανακλώμενου κύματος;
10. Αν υπάρχει χρόνος, δοκιμάστε αντί του μεταλλικού κατόπτρου να βάλετε μία διηλεκτρική πλάκα. Η ένδειξη του Δ είναι ίδια με τη διηλεκτρική πλάκα και το μεταλλικό κάτοπτρο;

Διάθλαση

Για τη διάθλαση θα χρησιμοποιήσουμε ένα χονδροειδές ορθογώνιο τριγωνικό πρίσμα από υλικό παρόμοιο με φελιζόλ (διογκωμένη πολυστερίνη) μέσα στο οποίο τοποθετούνται κόκκοι πολυστυρενίου ακτίνας της τάξεως του mm. Θα μετρήσουμε το δείκτη διαθλάσεως αυτού του συστήματος. Η συχνότητα των μικροκυμάτων την οποία δίνει ο κατασκευαστής είναι 10.5 GHz. Το τριδιάστατο πολυστυρένιο έχει δείκτη διαθλάσεως, $n \approx 1.6$, στην περιοχή 200 GHz έως 1 THz [5]. Σε τεχνικές πηγές φαίνεται πως η σχετική διηλεκτρική σταθερά του πολυστυρενίου είναι $\varepsilon \approx 2.4$ με 2.8. Εάν η σχετική μαγνητική διαπερατότητα του είναι $\mu \approx 1$, ο δείκτης διαθλάσεως θα είναι $n = \sqrt{\varepsilon\mu} \approx 1.6$. Στην περιοχή των THz, $n \approx 1.6$ [6,7]. Άρα, με μια κάποια σχετική ασφάλεια μπορούμε να έχουμε μια καλή προσεγγιστική πειραματική τιμή, $n_K \approx 1.6$.



Εικόνα 9. Προσεγγιστικό στήσιμο του εξοπλισμού για διάθλαση.



Εικόνα 10. Γεωμετρική οπτική για κάθετη πρόσπτωσηση στη μακρά κάθετη πλευρά του πρίσματος.

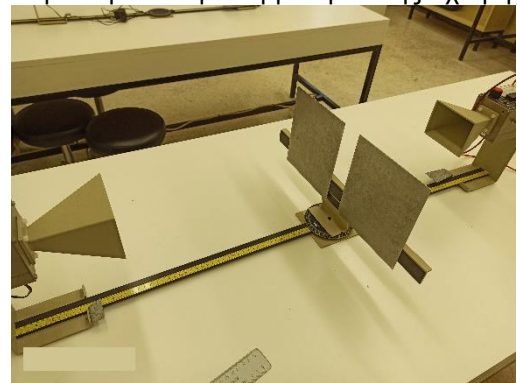
1. Τοποθετούμε το πρίσμα, γεμάτο κόκκους πολυστυρενίου, όπως φαίνεται στην Εικόνα 9. Κανονικά πρέπει το σημείο Γ της Εικόνας 10 να βρίσκεται ακριβώς στο σημείο Γ του γωνιομέτρου. Προσέξτε, όμως, μην πέσει το πρίσμα και χυθούν τα σωματίδια πολυστυρενίου! Τοποθετούμε την πλησιέστερη στον πομπό επιφάνεια του πρίσματος κάθετα στην προσπίπτουσα ακτινοβολία. Η Εικόνα 10 περιγράφει τη γεωμετρική οπτική για κάθετη πρόσπτωσηση στη μακρά κάθετη πλευρά του πρίσματος. Συζητήστε την πορεία των ακτινών.
2. Περιστρέφουμε το κινητό στέλεχος του γωνιομέτρου με τον δέκτη ώστε να βρούμε τη γωνία φ , στην οποία το διαθλώμενο σήμα είναι μέγιστο.
3. Τώρα μετακινούμε τον Π και τον Δ όσο πιο μακριά μας επιτρέπουν οι μεταλλικοί οδηγοί επάνω στους οποίους κινούνται. Ξαναμετράμε τη γωνία φ . Έχει την ίδια τιμή; Αν ναι, γιατί; Αν όχι, ποια από τις δύο θα εμπιστευτούμε; Πώς αλλιώς θα μπορούσαμε να κάνουμε πιο αξιόπιστη τη μέτρηση της γωνίας φ ;
4. Προσδιορίζουμε τη γωνία ω του πρίσματος, δείτε την Εικόνα 10.

5. Με δεδομένο ότι ο δείκτης διαθλάσεως του αέρα είναι $n_{\alpha} \approx 1$, προσδιορίζουμε το δείκτη διαθλάσεως του πρίσματος, n_{π} .
6. Θεωρώντας πως το σφάλμα μετρήσεως των γωνιών ω και φ είναι 2° , προσδιορίζουμε το σφάλμα από διάδοση στη μέτρηση του δείκτη διαθλάσεως, δn_{π} . Βρίσκουμε και τη σχετική απόκλιση από την τιμή $n_K \approx 1.6$.

Περίθλαση σε απλή σχισμή ή περίθλαση - συμβολή σε διπλή σχισμή

Μπορείτε να πειραματιστείτε είτε με περίθλαση απλής σχισμής είτε με περίθλαση - συμβολή διπλής σχισμής.

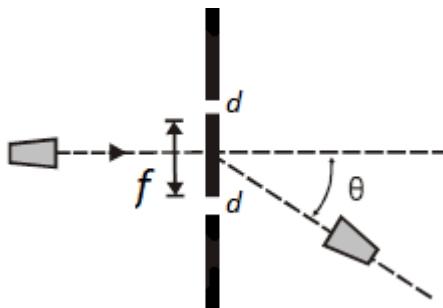
Σχισμές φτιάχνετε χρησιμοποιώντας κατάλληλα μεταλλικά κάτοπτρα και βοηθητικά εξαρτήματα. Δείτε, π.χ. την Εικόνα 11, όπου φαίνεται το στήσιμο του εξοπλισμού για περίθλαση απλής σχισμής. Το οριζόμενο από τα εξαρτήματα της σχισμής - των σχισμών επίπεδο πρέπει να είναι κάθετο στην κατεύθυνση της δέσμης. Για την περίθλαση απλής σχισμής σημειώστε την ένδειξη του δέκτη μεταβάλλοντας τη γωνία θ ανά 5° , περιστρέφοντας το κινητό στέλεχος με τον δέκτη προς τα δεξιά αλλά και προς τα αριστερά, ας πούμε, για θετικές και αρνητικές γωνίες θ , αντιστοίχως, και για $\theta = 0$. Κάντε τη γραφική παράσταση $V(\theta)$ των μετρημένων πειραματικών τιμών μαζί με την θεωρητικώς αναμενόμενη καμπύλη για το μακρινό πεδίο. Συμπίπτουν; Για τη θεωρητικώς αναμενόμενη καμπύλη χρησιμοποιήστε το μήκος κύματος λ_K και σαν I_0 τη μέγιστη πειραματική τιμή.



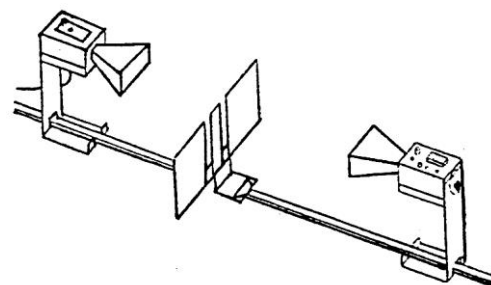
Εικόνα 11. Στήσιμο εξοπλισμού απλής σχισμής.

Πού παρουσιάζει ελάχιστα η θεωρητική καμπύλη και γιατί; Μπορείτε να επαναλάβετε με άλλο εύρος σχισμής.

Για την περίθλαση διπλής σχισμής, τοποθετήστε τον εξοπλισμό όπως φαίνεται στις Εικόνες 12-13, ευθυγραμμίζοντας τις σχισμές εύρους $d \approx 3$ cm περίπου κατά το δυνατόν συμμετρικά και σε μικρή απόσταση f μεταξύ τους. Το οριζόμενο από τα εξαρτήματα των σχισμών επίπεδο πρέπει να είναι κάθετο στην κατεύθυνση της δέσμης. Περιστρέψτε το κινητό στέλεχος με τον δέκτη και εντοπίστε τις γωνίες θ όπου παρατηρούνται ελάχιστες και μέγιστες μετρήσεις. Περιστρέψτε το κινητό στέλεχος από 0° έως 85° με βήμα 5° και σημειώστε την ένδειξη του δέκτη. Πιθανόν να χρειαστεί αύξηση της ευαισθησίας του οργάνου. Σχεδιάστε την γραφική παράσταση $V(\theta)$. Προσδιορίστε τις γωνίες στις οποίες υπάρχουν μέγιστα και ελάχιστα. Είναι οι γωνίες αυτές σε συμφωνία με αυτές που περιμένατε από περίθλαση σε διπλή σχισμή κατά Fraunhofer; Εξηγήστε. Αποδώστε στο ίδιο διάγραμμα και την θεωρητικώς αναμενόμενη καμπύλη μακρινού πεδίου, χρησιμοποιώντας το μήκος κύματος λ_K και σαν I_0 τη μέγιστη πειραματική τιμή. Αλλάξτε την απόσταση f μεταξύ των σχισμών κρατώντας σταθερό το εύρος κάθε σχισμής και απομακρύνετε πιο πολύ (περίπου 50%) τον πομπό από τις σχισμές κι επαναλάβετε τις μετρήσεις και τη γραφική παράσταση.



Εικόνα 12. Συμβολή - περίθλαση διπλής σχισμής.



Εικόνα 13. Στήσιμο εξοπλισμού διπλής σχισμής.

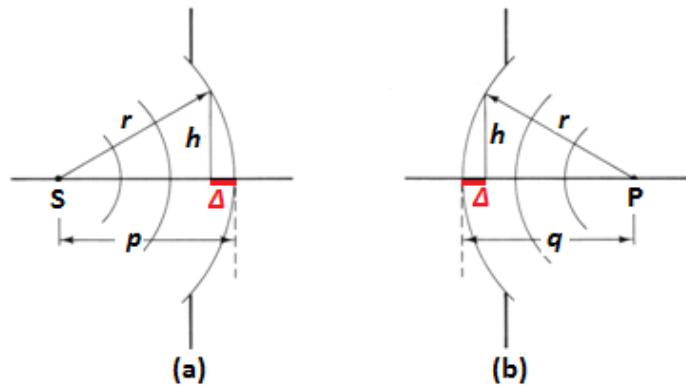
• Περίθλαση μακρινού πεδίου (Fraunhofer) - περίθλαση κοντινού πεδίου (Fresnel)

Σε πολλές περιπτώσεις μπορούμε να υποθέσουμε πως τα προσπίπτοντα στην «ασυνέχεια» (φράγμα, οπή, σχισμή, αιχμή) κυματικά μέτωπα αλλά και τα καταγραφόμενα από τον μετρητή μας κυματικά μέτωπα ή τα απεικονιζόμενα σε μία οθόνη κυματικά μέτωπα είναι επίπεδα. Αυτή είναι η *περίθλαση Fraunhofer* ή *περίθλαση μακρινού πεδίου*. Η προσέγγιση αυτή δεν είναι επαρκής, όταν η πηγή (ο πομπός) ή και η οθόνη παρατηρήσεως (ο ανιχνευτής, ο δέκτης) είναι αρκετά κοντά στην «ασυνέχεια» και επομένως πρέπει να ληφθεί υπόψη η καμπυλότητα του κυματικού μετώπου. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε *περίθλαση Fresnel* ή *περίθλαση κοντινού πεδίου*. Ο μαθηματικός υπολογισμός της κατανομής της εντάσεως ακτινοβολίας μετά την ασυνέχεια, είναι αρκετά πιο περίπλοκος από την περίπτωση της περίθλασης Fraunhofer.

Οι προκύπτουσες «εικόνες» στην περίθλαση Fresnel σχηματίζουν μια συνεχή ακολουθία μεταξύ των χαρακτηριζουσών τη γεωμετρική οπτική «εικόνων» στο ένα άκρο και των «εικόνων» περιθλάσεως Fraunhofer στο άλλο άκρο. Στη γεωμετρική οπτική, όπου τα φωτεινά κύματα μπορούν να θεωρηθούν σαν ακτίνες διαδιδόμενες ευθύγραμμα, περιμένουμε να δούμε μια σαφή εικόνα της ασυνέχειας με ακριβή όρια. Στην πράξη τέτοιες εικόνες σχηματίζονται όταν η οθόνη βρίσκεται πολύ κοντά στην ασυνέχεια. Στην περίπτωση μακρινού πεδίου, όπου η θέση της οθόνης είναι μακριά από την ασυνέχεια, η προκύπτουσα εικόνα είναι μια ακολουθία κροσσών ελάχιστα ομοιάζουσα με το σχήμα της ασυνέχειας.

Κριτήριο για την περίθλαση Fresnel

Θα διατυπώσουμε ένα πρακτικό κριτήριο ώστε να καθορίζουμε πότε έχουμε περίθλαση κοντινού πεδίου αντί περιθλάσεως μακρινού πεδίου. Ας θεωρήσουμε την Εικόνα 14, όπου η πηγή (S) και ο παρατηρητής (P) κείνται επάνω στον διαπερνώντα το κέντρο του φράγματος άξονα. Παρατηρήστε ότι η διάσταση που σημειώνεται με Δ στην Εικόνα 14 είναι ίση με μηδέν στην περίπτωση όπου το κυματικό μέτωπο είναι επίπεδο. Οι μέθοδοι της περιθλάσεως Fraunhofer επαρκούν εφόσον το Δ είναι μικρό, μικρότερο του μήκους κύματος. Σύμφωνα με την Εικόνα 14 μπορούμε να εκφράσουμε το Δ σαν $\Delta = p - \sqrt{r^2 - h^2}$ ή ισοδύναμα



Εικόνα 14. Περίθλαση απλής σχισμής. Η καμπυλότητα (a) του προσπίπτοντος και (b) του περιθλωμένου κυματικού μετώπου είναι μικρή, όταν το Δ είναι μικρό.

$$\Delta = p - r \left(1 - \left(\frac{h}{r} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \simeq p - r \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{r} \right)^2 \right), \quad \text{για } \frac{h}{r} \ll 1,$$

όπου έχουμε προσεγγίσει την παράσταση στην παρένθεση με τους δύο πρώτους όρους του διωνυμικού αναπτύγματος, $(1 - x)^{1/2} = 1 - x/2 + \dots$. Άρα, $\Delta \simeq p - r + \frac{h^2}{2r}$. Κι εφόσον $p \simeq r$, αποκτούμε $\Delta \simeq \frac{h^2}{2p}$. Επομένως, σημαντική καμπυλότητα του κυματικού μετώπου έχουμε όταν

$$\Delta = \frac{h^2}{2p} > \lambda.$$

Αντιστοίχως, σημαντική καμπυλότητα του περιθλωμένου κυματικού μετώπου (Εικόνα 14b) έχουμε όταν

$$\Delta = \frac{h^2}{2q} > \lambda.$$

Από τον συνδυασμό των προηγούμενων εξισώσεων προκύπτει πως περίθλαση Fresnel έχουμε όταν

$$\frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) > 2\lambda.$$

Προφανώς, η ίδια συνθήκη ισχύει και για την άλλη διάσταση (καθέτως προς το h) της σχισμής ή οπής, πράγμα που δεν φαίνεται στην Εικόνα 14. Όταν το h ισούται με τη μέγιστη διάσταση της σχισμής ή οπής σε οποιαδήποτε κατεύθυνση (ή προς την ακτίνα κυκλικής οπής), η παραπάνω σχέση μπορεί να προσεγγισθεί ως

$$\frac{h^2}{r} > 2\lambda \Rightarrow r < \frac{h^2}{2\lambda}$$

όπου το r είναι είτε το p είτε το q . Πέρα από τις λεπτομέρειες του απαιτούμενου τύπου για τον προσδιορισμό του εμβαδού της οπής ή σχισμής, θα πρέπει, σε αδρές γραμμές, να ισχύει

$$r < A/\lambda.$$

όπου A είναι το εμβαδόν της σχισμής ή οπής.

Πόλωση

Χαλαρώνοντας τη βίδα του πομπού τον περιστρέφουμε συνεχώς μέχρι τις 360° , παρατηρώντας την ένδειξη M του οργάνου του δέκτη. Σημειώστε τις γωνίες, όπου ανιχνεύετε α) μέγιστο και β) μηδενικό σήμα. Τι θα περιμένατε αν στρέφατε το δέκτη; Επαναφέρετε τη διάταξη ώστε πομπός και δέκτης να έχουν την ίδια πόλωση.

1. Τοποθετήστε τον εξοπλισμό όπως στην Εικόνα 15. Ρυθμίστε το όργανο μέτρησης του δέκτη στη μέγιστη ένδειξη, ας πούμε, $M_0 = 1.0$. Υπενθυμίζεται πως το M είναι συνήθως διαφορά δυναμικού V την οποία μετράμε με ένα πολύμετρο.

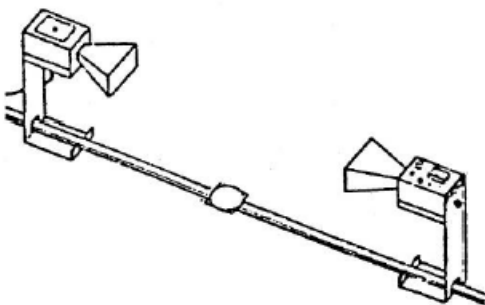
2. Χαλαρώστε τη βίδα του δέκτη και περιστρέφοντας τον με βήματα 10° , σημειώστε την ένδειξη του M . Κάντε το ίδιο για περιστροφή του Δ προς τα δεξιά ($\Delta\Delta$), του Δ προς τα αριστερά ($\Delta\Lambda$), αλλά και του Π προς τα δεξιά ($\Pi\Delta$) και του Π προς τα αριστερά ($\Pi\Lambda$). Κάντε τη γραφική παράσταση $M(\theta)$. M_0 είναι η τιμή του M για μηδενική στροφή. Στο ίδιο διάγραμμα σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις $M = M_0 \cos\theta$ (θεωρούμε ότι το M είναι ανάλογο του E) και $M = M_0 \cos^2\theta$ (θεωρούμε το M ανάλογο της εντάσεως των ΗΜ κυμάτων, $I \sim E^2$).

3. Προσπαθήστε να ταιριάξετε τα πειραματικά δεδομένα σε εξίσωση της μορφής $M = M_0 \cos^k\theta$ και να προσδιορίσετε τον εκθέτη k . Αυτό μπορεί να γίνει σε οιοδήποτε σχετικό λογισμικό. Επαληθεύεται ο νόμος του Malus; Αν όχι, γιατί;

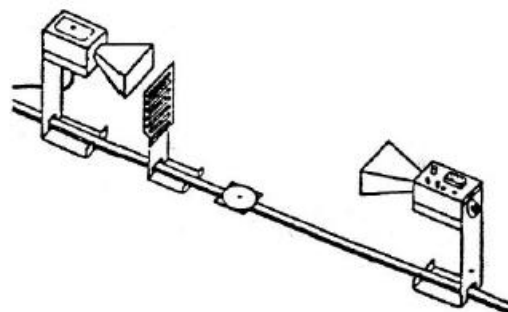
4. Τοποθετείστε τους πομπό και δέκτη σε κατακόρυφη πόλωση και παρεμβάλλετε μεταξύ τους έναν πολωτή όπως φαίνεται στην Εικόνα 16. Με τις σχισμές του πολωτή τοποθετημένες οριζόντια, σε ποια γωνία ο δέκτης δείχνει ελάχιστη ένδειξη; Να επαναλάβετε την μέτρηση με τις σχισμές σε γωνία 22.5° , 45° , 67.5° και 90° σε σχέση με τον ορίζοντα. Με βάση τα δεδομένα αυτά, πως επηρεάζεται το προσπίπτον μικρόκύμα από τον πολωτή;

5. Αφού απομακρύνετε τον πολωτή, περιστρέψτε το δέκτη κατά 90° ώστε να είναι κάθετα πολωμένος σχετικά με τον πομπό. Σημειώστε την ένδειξη του δέκτη. Τοποθετήστε τον πολωτή με τις σχισμές του οριζόντιες, κατακόρυφες και σε γωνία 45° και σημειώστε τις ενδείξεις. Εξηγήστε.

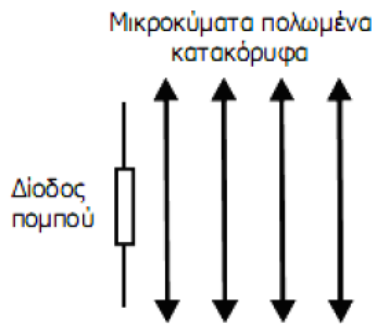
6. Πώς μπορεί να μεταβληθεί το σήμα στο δέκτη με την παρεμβολή ενός επιπρόσθετου πολωτή; Φτιάξτε ένα διάγραμμα δείχνοντας: i) το κύμα από τον πομπό, ii) το κύμα αφού περάσει από τον πολωτή και iii) τη συνιστώσα του κύματος που ανιχνεύεται στη δίοδο του δέκτη. Δείτε τις Εικόνες 17-18.



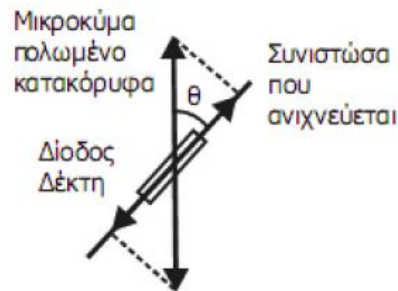
Εικόνα 15. Στήσιμο εξοπλισμού για πόλωση.



Εικόνα 16. Στήσιμο εξοπλισμού για πόλωση, παρεμβάλλοντας πολωτή.



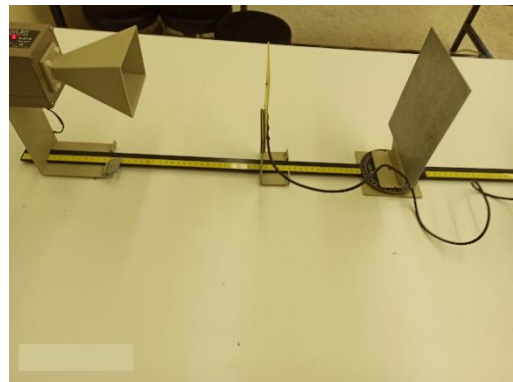
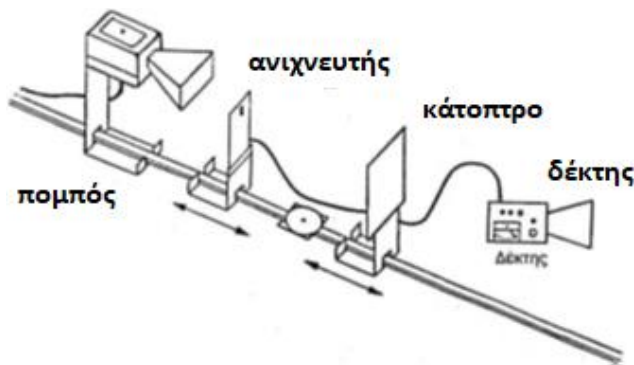
Εικόνα 17. Κατακόρυφη πόλωση.



Εικόνα 18. Ανίχνευση πολωμένων ΗΜ κυμάτων.

Στάσιμα Κύματα

1. Τοποθετείστε τον εξοπλισμό όπως δείχνει η Εικόνα 19. Σε αυτό το πείραμα θα χρησιμοποιήσετε έναν λεπτό ανιχνευτή (Α) μικροκυμάτων. Τα στάσιμα κύματα δημιουργούνται στο χώρο μεταξύ πομπού και κατόπτρου όπου παρεμβάλλεται ο ανιχνευτής και είναι ασθενικά. Ο δέκτης (Δ) πρέπει να τεθεί όσο πιο ευαίσθητος γίνεται.



Εικόνα 19. Στήσιμο εξοπλισμού για στάσιμα κύματα.

2. Συνδέστε το καλώδιο του Α στην κατάλληλη υποδοχή του Δ. Στρέψτε το χωνί του Δ ώστε να κατευθύνεται μακριά από τον Π και φροντίστε να είναι καλυμμένο με μεταλλική επιφάνεια. Δεν θέλουμε ο Δ να λαμβάνει σήμα άλλο από το παρεχόμενο από τον ανιχνευτή. Ρυθμίστε τον διακόπτη επιλογής του Δ τέρμα δεξιά (στο 1X), ώστε το όργανο να δείχνει μεγάλη ένδειξη αλλά και τον ρυθμιστή λεπτομερούς ευαισθησίας όσο πιο ευαίσθητο γίνεται.
3. Με προσεκτικές μετακινήσεις (mm έως cm) του Α προσπαθήστε να γίνει μέγιστη η ένδειξη του Δ, δηλαδή εντοπίστε προσεγγιστικά μία κοιλιά.
4. Μετακινώντας τον Α, βρείτε και σημειώστε μια θέση του, όπου η ένδειξη του Δ γίνεται ελάχιστη, εντοπίστε δηλαδή προσεγγιστικά ένα δεσμό. Σημειώστε την αρχική αυτή θέση, x_i
5. Παρακολουθώντας τις ενδείξεις του Δ, μετακινήστε τον Α κατά μήκος του άξονα ΠΚ, έως ότου ο Α περάσει από 5 ή 10 διαδοχικά μέγιστα και επιστρέψει σε ελάχιστο. Σημειώστε τον αριθμό των μεγίστων, N , από τα οποία πέρασε ο Α καθώς και την τελική θέση του Α σε ελάχιστο, x_f . Χρησιμοποιώντας αυτές τις τιμές βρείτε το μήκος κύματος, λ_π . Συγκρίνετέ το λ_π με το μήκος κύματος το οποίο υπονοεί ο κατασκευαστής, λ_κ , βρείτε δηλαδή την % απόκλιση.
6. Επαναλάβετε τη μέτρηση δύο ακόμη φορές συμπληρώνοντας τον ακόλουθο πίνακα.

	αρχική θέση	τελική θέση	αριθμός κοιλιών	λ_π	$(\lambda_\pi - \lambda_\kappa) / \lambda_\kappa$
1					
2					
3					

Γενική ερώτηση: Είναι τα μικροκύματα που έχουμε στο εργαστήριο επικίνδυνα;

Ο πομπός έχει συχνότητα $f = 10.5 \text{ GHz}$ και ισχύ 15 mW . Οι ενέργειες ιονισμού και διεγέρσεως των βάσεων του DNA και άλλων σημαντικών βιολογικά μορίων είναι της τάξεως των eV. Επί παραδείγματι, για τις βάσεις Αδενίνη, Θυμίνη, Γουανίνη, Κυτοσίνη, οι ενέργειες ιονισμού, σε eV, είναι 8.4-8.5, 9.0-9.2, 8.2-8.3, 8.9,

αντιστοίχως, ενώ οι π-π* ενέργειες διεγέρσεως, σε eV, είναι 4.5-4.8, 4.6-4.7, 4.3-4.5, 4.5-4.7, αντιστοίχως [9]. Μπορούν τα μικροκύματά μας να προκαλέσουν ιονισμό ή διέγερση στο γενετικό μας υλικό; Βρείτε την ενέργεια ενός φωτονίου των μικροκυμάτων μας και συγκρίνετέ την με το eV για να πάρετε μια πρώτη ιδέα για την επικινδυνότητα τους από αυτή την άποψη. Δίνεται η σταθερά Planck, $h \approx 6.626 \times 10^{-34}$ Js, το στοιχειώδες φορτίο, $e \approx 1.602 \times 10^{-19}$ C. Αφού τα μικροκύματα έχουν μήκος κύματος λ από 1 cm έως 3 cm, θα έχουν συχνότητα f από 30 GHz έως 10 GHz. Σωστά; Ένας φούρνος μικροκυμάτων έχει, φέρ' είπειν, τυπικά ισχύ 500 W με 1500 W για να θερμαίνει το φαγητό. Ας υποθέσουμε πως η συσκευή του εργαστηρίου είναι ανοικτή συνολικά 3 ώρες. Με πόσο χρόνο λειτουργίας ενός φούρνου μικροκυμάτων των 1500 W ισοδυναμεί από αυτή την άποψη;

Βιβλιογραφία

- [1] R. Serway: Physics for Scientists and Engineers, Μετάφραση Λ. Ρεσβάνη, Τόμος III, Θερμοδυναμική – Κυματική - Οπτική
- [2] Κ. Αλεξόπουλος: Γενική Φυσική, Τόμος III, Οπτική
- [3] M. Alonso, E. Finn: Θεμελιώδης Πανεπιστημιακή Φυσική, Τόμος II, Πεδία και Κύματα Μέρος 3 Κύματα
- [4] Κ. Σιμσερίδης, Κβαντική Οπτική, 2023, Κάλλιπος, Αθήνα.
- [5] R. Piesiewicz, C. Jansen, S. Wietzke, D. Mittleman, M. Koch, T. Kurner, Properties of building and plastic materials in the THz range, International Journal of Infrared and Millimeter Waves **28** (2007) 363-371
- [6] J. R. Birch, The far-infrared optical constants of polypropylene, ptfe and polystyrene, Infrared Physics **33** (1992) 33-38
- [7] G. Zhao, M. Mors, T. Wenckebach, P.C. Planken, Terahertz dielectric properties of polystyrene foam, Journal of the Optical Society of America B **19** (2002) 1476-1479
- [8] I. V. Savelyev, Physics. A general course. Volume II. Electricity and Magnetism. Waves. Optics. 1979. MIR Publishers, Moscow
- [9] L.G.D. Hawke, G. Kalosakas and C. Simserides, European Physical Journal E **32** (2010) 291-305

Γ8. Συμβολή και περίθλαση του φωτός

Απαραίτητες Γνώσεις: Κυματική φύση του φωτός, φως λέιζερ (LASER), αρχή επαλληλίας, κατασκευή Huygens, φαινόμενο συμβολής, περίθλαση Fresnel, περίθλαση Fraunhofer, φράγμα περίθλασης.

Σκοπός της άσκησης

Σκοπός της άσκησης είναι αφ' ενός η παρατήρηση των φαινομένων της συμβολής και της περίθλασης του φωτός και αφ' ετέρου η επαλήθευση των νόμων, οι οποίοι διέπουν τα φαινόμενα παίρνοντας πειραματικές μετρήσεις της κατανομής της έντασης του φωτός επάνω σε πέτασμα. Μέσω των μετρήσεων θα υπολογιστεί το μήκος κύματος φωτός προερχομένου από λέιζερ, χρησιμοποιώντας γνωστό φράγμα περιθλάσεως. Επίσης, για γνωστό μήκος κύματος φωτός, θα υπολογιστεί το εύρος της σχισμής.

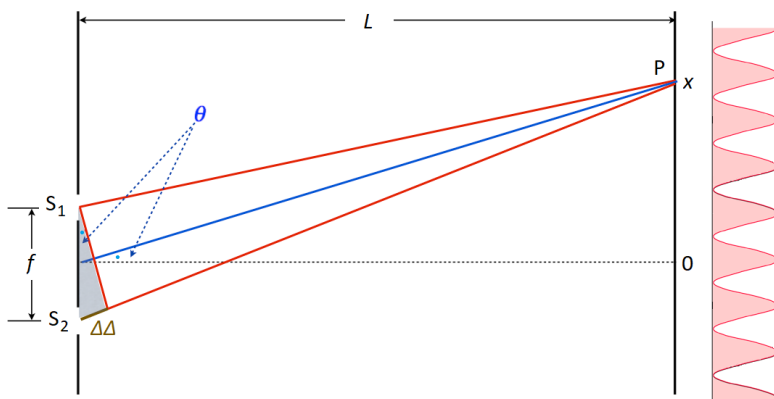
Στοιχεία από τη Θεωρία

Το φως έχει διττή υπόσταση: είναι ηλεκτρομαγνητικό κύμα (όπως περιγράφηκε για πρώτη φορά από τον J. C. Maxwell το 1864) αλλά και αποτελείται από σωματίδια, τα κβάντα φωτός, τα οποία ακολουθούν τη στατιστική Bose-Einstein [εξήγηση φωτοηλεκτρικού φαινομένου από A. Einstein (1905), ο οποίος επένδυσε στην ιδέα κβάντωσης της ενέργειας μέλανος σώματος του M. Planck (1900), η λέξη φωτόνιο άρχισε να γίνεται δημοφιλής μετά το 1926]. Φαινόμενα, όπως η συμβολή και η περίθλαση, τα οποία θα μελετήσουμε εδώ, έχουν να κάνουν με την κυματική φύση του φωτός. **Συμβολή** είναι το φαινόμενο, το οποίο παρατηρείται όταν συναντώνται στο χώρο διαφορετικές φωτεινές δέσμες (κύματα) και δημιουργούν μία νέα φωτεινή κατανομή (αλληλουχία από φωτεινές και σκοτεινές περιοχές) ως αποτέλεσμα της υπέρθεσής τους. **Περίθλαση** είναι το φαινόμενο, το οποίο παρατηρείται όταν το φως διαδίδεται πέρα από προβλεπόμενα από τη γεωμετρική οπτική όρια π.χ. ένα σώμα φωτίζεται από τη μία πλευρά του αλλά το φως διαδίδεται και στην πίσω του πλευρά. Εάν το φαινόμενο της περίθλασης παρατηρείται σε κοντινή απόσταση από το εμπόδιο χαρακτηρίζεται ως **Περίθλαση Fresnel**, ενώ εάν η παρατήρηση γίνεται σε μακρινή απόσταση χαρακτηρίζεται ως **Περίθλαση Fraunhofer**.

Υπέρθεση (συμβολή) κυμάτων από δύο πηγές (πείραμα Young)

Θεωρούμε δύο πανομοιότυπες φωτεινές δέσμες προερχόμενες από την ίδια φωτεινή πηγή δημιουργούμενες με την παρεμβολή φράγματος δύο σχισμών, ή απλώς δύο πηγές S_1 και S_2 χωρίς διαφορά φάσεως μεταξύ τους, απέχουσες απόσταση f (Σχήμα 1). Οι σχισμές θεωρούνται σημειακές, εύρους, d , μικρού, συγκρινόμενου με την τάξη μεγέθους του μήκους κύματος, λ . Η απόσταση μεταξύ τους, f , θεωρείται τάξεως μεγέθους συγκρίσιμης με το λ . Για να παρατηρηθεί **ενισχυτική συμβολή** από τις δύο σημειακές πηγές σε κάποιο σημείο επάνω στο πέτασμα, πρέπει η διαφορά του οπτικού δρόμου $\Delta\Delta$ των δύο φωτεινών δεσμών S_1P και S_2P στο σημείο όπου συμβάλλουν P , η οποία είναι $f \sin\theta$, να είναι ίση με ακέραιο αριθμό μηκών κύματος, δηλαδή

$$f \sin\theta_n = n\lambda, n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1)$$



Σχήμα 1. Συμβολή δύο πηγών S_1 και S_2 χωρίς διαφορά φάσεως, σε σημείο P , το οποίο βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση από τις πηγές. $\Delta\Delta$ είναι η διαφορά οπτικού δρόμου $S_2P - S_1P$. Αφού το ισοσκελές τρίγωνο S_1PS_2 έχει πολύ μακρά σκέλη, οι σημειούμενες με θ γωνίες είναι ίσες.

f είναι η απόσταση μεταξύ των σχισμών, λ το μήκος κύματος, n η τάξη του κροσσοῦ η αντιστοιχούσα στη γωνία θ_n . Η σχέση (1) λέει πόσα μήκη κύματος χωράνε στη διαφορά $f \sin\theta$ του οπτικού δρόμου. Όταν το πηλίκο $\frac{f \sin\theta}{\lambda}$ είναι ακέραιος τότε έχουμε ενισχυτική συμβολή. Για κάθε μήκος κύματος λ που χωράει στην $f \sin\theta$, η διαφορά γωνίας φάσης θα είναι 2π . Συνεπώς, η γωνία φάσης ανάμεσα στις φωτεινές δέσμες θα είναι $\delta = 2\pi \frac{f \sin\theta}{\lambda}$ και η συνθήκη για ενισχυτική συμβολή βάσει της γωνίας δ είναι $\delta = n2\pi, n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ Όταν $n = 0$, το σημείο παρατήρησης είναι στη μεσοκάθετο των δύο πηγών απ' όπου οι φωτεινές δέσμες ισαπέχουν. Η συνθήκη για **καταστρεπτική συμβολή** (φως + φως = σκοτάδι) είναι $f \sin\theta_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda, n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ή αντίστοιχα για τη γωνία φάσης $\delta = \left(n + \frac{1}{2}\right)2\pi, n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Υπέρθεση (συμβολή) κυμάτων από N πανομοιότυπες σημειακές πηγές

Στο Σχήμα 2 φαίνεται γραμμική διάταξη N πανομοιότυπων σημειακών πηγών. Το σύστημα ακτινοβολεί σε κατεύθυνση θ . Η παρατήρηση γίνεται σε απομακρυσμένο σημείο P. Για το πλάτος R του συνιστάμενου κύματος στο P (δηλαδή, το διανυσματικό άθροισμα ίσου πλάτους διανυσμάτων με διαφορά φάσης δ μεταξύ τους) ο υπολογισμός της υπέρθεσης δίνει

$$R = A \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \quad (2)$$

όπου είναι A το πλάτος από κάθε πηγή και

$$\delta = 2\pi \frac{f \sin \theta}{\lambda} \quad (3)$$

Είναι η διαφορά φάσης μεταξύ δύο διαδοχικών πηγών. Η ένταση της ακτινοβολίας, η προκύπτουσα από τις σχέσεις (2) και (3), μετά από πράξεις είναι

$$I(\theta) = R^2 = I_s \frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)} \quad (4)$$

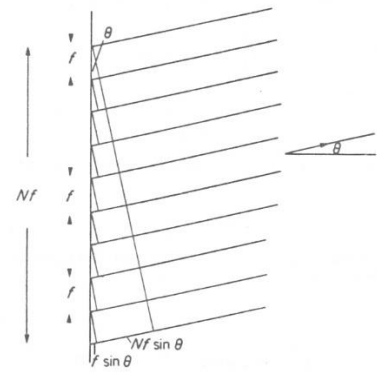
όπου I_s είναι η ένταση από μια πηγή και

$$\beta = \frac{\delta}{2} = \frac{f}{\lambda} \pi \sin \theta. \quad (5)$$

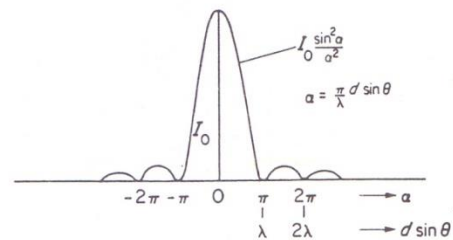
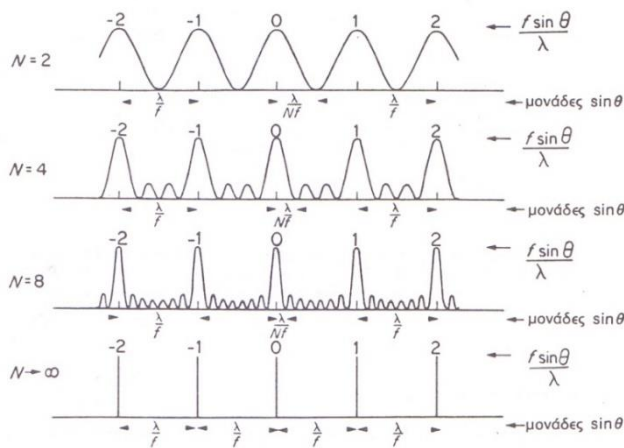
Στην περίπτωση $N = 2$, από τη σχέση (4) προκύπτει (πείραμα Young)

$$I(\theta) = 4I_s \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (6)$$

Η συνθήκη για κύρια μέγιστα δίδεται από την Εξ. (1), όπως είπαμε, όποτε η ένταση προκύπτει $I_{\max} = N^2 I_s$.



Σχήμα 2. Γραμμική διάταξη N όμοιων σημειακών πηγών. Το σύστημα ακτινοβολεί σε κατεύθυνση θ σε ένα απομακρυσμένο σημείο παρατήρησης P.



Σχήμα 3 (Αριστερά). Ένταση εικόνων συμβολής από γραμμικές διατάξεις N πανομοιότυπων πηγών με μεταξύ τους απόσταση f . Ο οριζόντιος άξονας σε μονάδες $(f \sin \theta)/\lambda$ δίνει την τάξη συμβολής n . Ο άξονας σε μονάδες $\sin \theta$ δείχνει ότι η απόσταση μεταξύ των μεγίστων δίνεται από $\sin \theta = \lambda/f$.

Σχήμα 4 (Δεξιά). Κατανομή της έντασης στην εικόνα περίθλασης μιας σχισμής εύρους d .

Περίθλαση Fraunhofer από λεπτή σχισμή εύρους $d \approx \lambda$

Καθώς ένα μέτωπο του επιπέδου κύματος (πολύ μακριά από τις πηγές το μέτωπο του κύματος μπορεί να θεωρηθεί επίπεδο) προσπίπτει επί σχισμής εύρους d , θεωρείται ότι η σχισμή ως πηγή δευτερευόντων κυμάτων αποτελείται από N πανομοιότυπες σημειακές πηγές σύμφωνα με την κατασκευή του Huygens. Οι νέες αυτές σημειακές πηγές εκπέμπουν ώστε επί του σημείου P της οθόνης έχουμε υπέρθεση των κυμάτων και η λαμβανόμενη φωτεινή εικόνα λέγεται εικόνα περίθλασης. Εδώ, σύμφωνα με τον μηχανισμό που περιγράψαμε, η περίθλαση δεν είναι τίποτα άλλο από ειδική περίπτωση υπέρθεσης κυμάτων. Συνεπώς, η διαφορά μεταξύ των όρων συμβολή και περίθλαση είναι απλώς διαφορά κλίμακας. Ανατρέχουμε λοιπόν στην

προηγούμενη περίπτωση συμβολής συστοιχίας N πανομοιότυπων σημειακών πηγών και φανταζόμαστε το όριο όπου το μέν $f \rightarrow 0$ το δε $Nf \rightarrow d$. Για να βρούμε τη σχέση που διέπει την εικόνα περίθλασης παίρνουμε από τις σχέσεις (4) και (5)

$$I(\theta) = I_s \frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)}, \quad N\beta = N \frac{\pi}{\lambda} f \sin\theta. \quad (7)$$

Επειδή $Nf = d$ θα έχουμε τη νέα ποσότητα $\alpha = \frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta$. Επειδή $N\beta = \alpha \Rightarrow \beta = \frac{\alpha}{N}$, η σχέση (7) μπορεί να γραφεί ως

$$I(\theta) = I_s \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \frac{\alpha}{N}} \quad (8)$$

Για μεγάλα N , $\sin \frac{\alpha}{N} \approx \frac{\alpha}{N}$ και η σχέση (6) γίνεται

$$I(\theta) = I_s N^2 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \quad (9)$$

και

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}, \quad \alpha = \frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta \quad (10)$$

Η Εξ. (10) εκφράζει την κατανομή της έντασης στην εικόνα περίθλασης μιας σχισμής εύρους d . Η γραφική παράσταση της Εξ. (10) δίδεται στο Σχήμα 4. Τα ελάχιστα της Εξ. (10) διέπονται από τη συνθήκη

$$d \sin\theta_m = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (11)$$

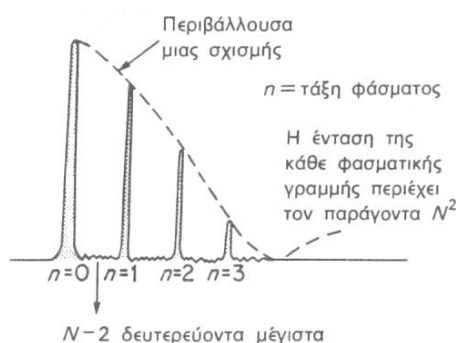
Παρατηρούμε ότι η συνθήκη μεγίστων στη συμβολή, Εξ.(1), είναι της ίδιας μορφής με τη συνθήκη ελαχίστων στην περίθλαση. Προσοχή χρειάζεται όμως διότι για $m = 0$, η παραπάνω σχέση δίνει το κύριο μέγιστο περίθλασης μέσω της Εξ.(10). Χρησιμοποιώντας τη συνθήκη ελαχίστων (11) μπορείτε να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ των πρώτων ελαχίστων περίθλασης και να έχετε έτσι μια εικόνα από τι εξαρτάται η εξάπλωση της εικόνας περίθλασης στο πέτασμα καθώς και τι συμβαίνει στην οριακή περίπτωση $d = \lambda$.

Κατανομή της έντασης από συμβολή και περίθλαση N πανομοιότυπων σχισμών

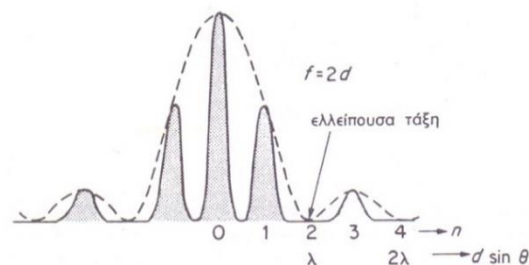
Σ' αυτή την περίπτωση το φαινόμενο της περίθλασης από κάθε σχισμή εύρους d διαμορφώνει το αποτέλεσμα της συμβολής από N πηγές. Εάν f είναι η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών σχισμών, η κατανομή της έντασης στο πέτασμα δίδεται από τη σχέση

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)}, \quad \alpha = \frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta, \quad \beta = \frac{\pi}{\lambda} f \sin\theta \quad (12)$$

Παρατηρούμε ότι ο παράγοντας συμβολής N πηγών $\frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)}$ διαμορφώνεται από τον παράγοντα περίθλασης μιας σχισμής $\frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}$. Για $N = 2$, δείτε το Σχήμα 6. Εφαρμογή της περίπτωσης αυτής αποτελεί το φράγμα περίθλασης, το οποίο αποτελείται από μεγάλο αριθμό λεπτών σχισμών με αποτέλεσμα να έχουμε μια εικόνα συμβολής διαμορφωμένη από την εικόνα περίθλασης (Σχήμα 5). Για την κατανόηση του Σχήματος 5 συμβουλευτείτε και το Σχήμα 3.



Σχήμα 5. Εικόνα συμβολής N πηγών διαμορφωμένη από την εικόνα περίθλασης. Ανάμεσα στα μέγιστα συμβολής υπάρχουν $N - 1$ μηδενισμοί.



Σχήμα 6. Εικόνα περίθλασης και συμβολής δύο όμοιων σχισμών που δείχνει τους κροσσούς συμβολής κάτω από την περιβάλλουσα εικόνα της περίθλασης να διαμορφώνονται από αυτή.

Συμβολή και περίθλαση από $N = 2$ πανομοιότυπες σχισμές

Η σχέση (12) ανωτέρω, για $N = 2$, γίνεται

$$I(\theta) = 4I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \cos^2 \beta, \quad \alpha = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta, \quad \beta = \frac{f}{\lambda} \pi \sin \theta. \quad (13)$$

Όπως αναφέρεται παραπάνω, για κάποια τιμή της θ ένα μέγιστο συμβολής δημιουργείται για $f \sin \theta_n = n\lambda$ στην ίδια θέση με ένα ελάχιστο περίθλασης $d \sin \theta_m = m\lambda$. Στην περίπτωση αυτή το ελάχιστο περίθλασης εξαφανίζει το μέγιστο συμβολής και η τάξη συμβολής ονομάζεται ελλείπουσα τάξη (λείπει ο αντίστοιχος κροσσός συμβολής), όπως φαίνεται και στο Σχήμα 6.

Προσδιορισμός μεγίστων συμβολής που λείπουν από το συμβολόγραμμα

Έστω d το εύρος μιας σχισμής και f η απόσταση μεταξύ των σχισμών.

Συνθήκη **μεγίστων** για κροσσούς **συμβολής**: $f \sin \theta_n = n\lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ (14)

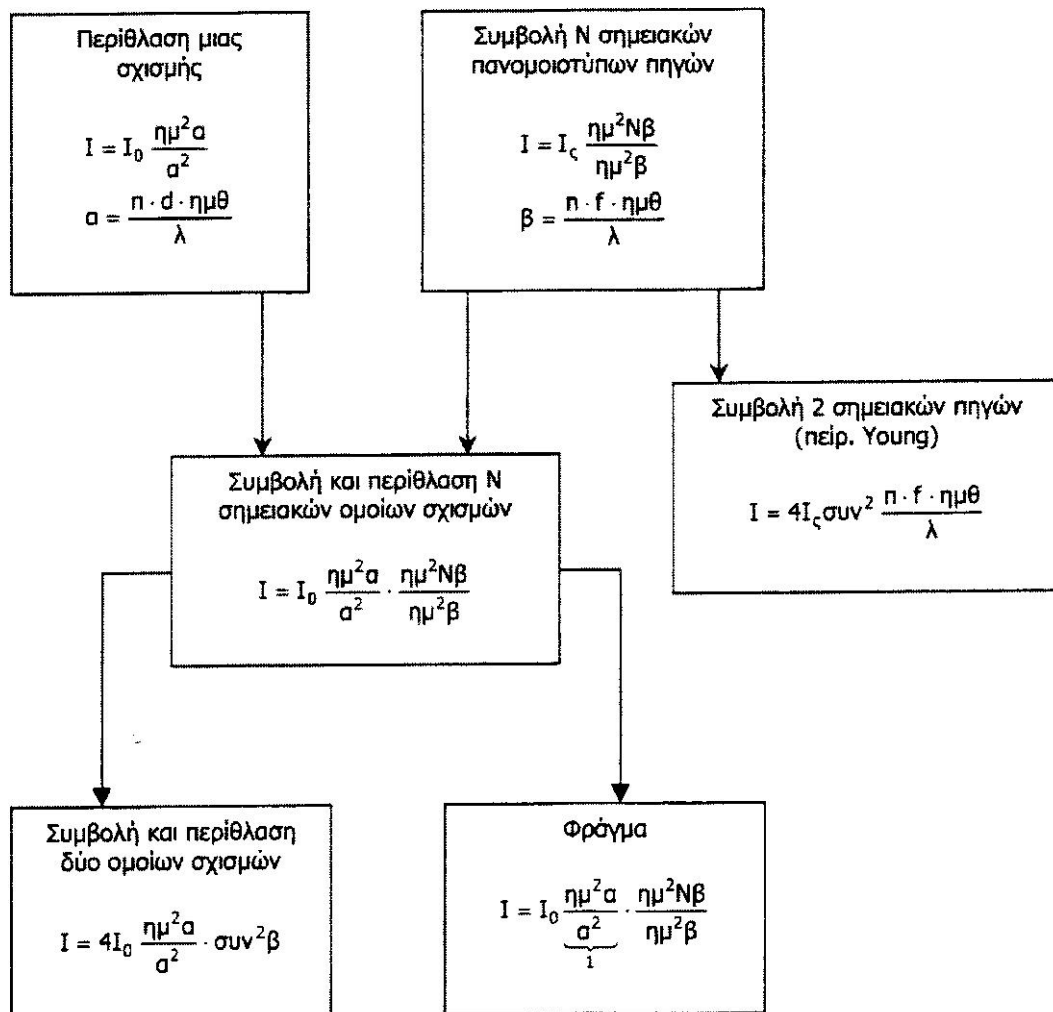
Συνθήκη **ελαχίστων περίθλασης**: $d \sin \theta_m = m\lambda \quad (m = \pm 1, \pm 2, \dots)$ (15)

Όταν για την ίδια τιμή του θ οι τιμές των d και f ικανοποιούν ταυτόχρονα τις σχέσεις (14 και (15), η θέση των μεγίστων συμβολής και των ελαχίστων περίθλασης είναι η ίδια. Διαιρώντας κατά μέλη:

$$\frac{f}{d} = \frac{n}{m} \quad (16)$$

Η τάξη του κροσσού συμβολής που εξαφανίζεται για πρώτη φορά, και συνεπώς ο αριθμός των κροσσών συμβολής κάτω από το πρώτο μέγιστο της περιβάλλουσας εξαρτάται από το λόγο f/d .

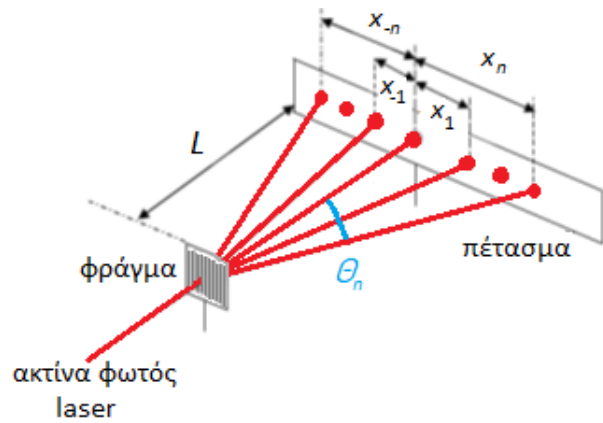
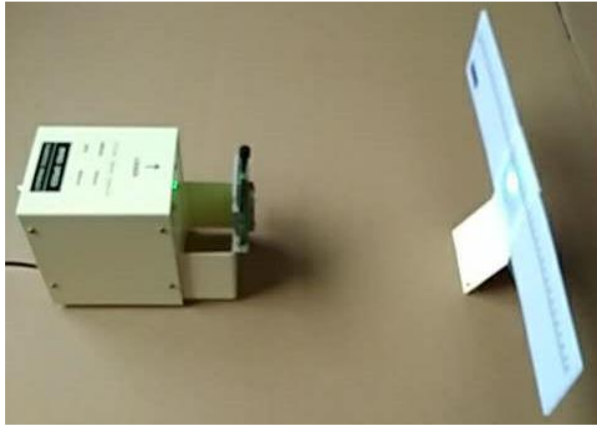
Συνοπτικό λογικό διάγραμμα των σχέσεων που διέπουν τη συμβολή – περίθλαση



Πειραματική διάταξη

Πειραματική διάταξη. Η πειραματική διάταξη φαίνεται στο Σχήμα 7 και περιλαμβάνει:

1. Φωτεινή πηγή λείζερ στα 532 nm (πράσινο) και στα 650 nm (ερυθρό).
2. Φράγματα μονής σχισμής και πολλαπλών σχισμών.
3. Πέτασμα για την απεικόνιση των φωτεινών κροσσών.



Σχήμα 7 (Αριστερά). Συσκευή συμβολής και περίθλασης με πηγή φωτός laser στα 532 nm (πράσινο) και στα 650 nm (ερυθρό) με υποδοχή για φράγματα περιθλάσεως και πέτασμα απεικόνισης. **Σχήμα 8 (Δεξιά).** Η γεωμετρία της διατάξεως.

Πειραματική διαδικασία

1. Εύρεση του μήκους κύματος λ

Από τη γεωμετρία του παραπλεύρου σχήματος προκύπτει

$$\sin \theta_n = x_n / (L^2 + x_n^2)^{1/2}. \quad (17)$$

Και σε συνδυασμό με την εξίσωση (1) προκύπτει

$$\lambda = \frac{f}{n} \frac{x_n}{\sqrt{L^2 + x_n^2}} \quad (18)$$

1. Τοποθετήστε το φράγμα γνωστής «πυκνότητας» γραμμών μπροστά από το laser, ώστε η επιφάνεια του να είναι κάθετη στην προσπίπτουσα δέσμη, με τις σχισμές κατακόρυφες.
2. Τοποθετήστε το πέτασμα σε απόσταση L από το φράγμα. Θα μετρήσετε για τρεις διαφορετικές τιμές του L όπως φαίνεται στον πίνακα, δηλαδή για $L = 100$ cm, 150 cm και 200 cm.
3. Ενεργοποιήστε το laser και παρατηρήστε τους κροσσούς συμβολής. Η επιφάνεια του πετάσματος πρέπει, επίσης, να είναι κάθετη στην κατεύθυνση της αρχικής δέσμης.
4. Τοποθετήστε χιλιοστομετρικό χαρτί πάνω στο πέτασμα. Σημειώστε τις θέσεις του κεντρικού κροσσού (φωτεινότερος όλων) και τις θέσεις όλων των άλλων φωτεινών κηλίδων δεξιά και αριστερά του κεντρικού κροσσού.
5. Αφαιρέστε το χιλιοστομετρικό χαρτί από το πέτασμα και μετρήστε πάνω σ' αυτό τις αποστάσεις x_n και x_{-n} . Καταχωρήστε τα αποτελέσματά σας στον Πίνακα 1.
6. Για κάθε τιμή του $x_{\pm n}$ που βρήκατε υπολογίστε με τη βοήθεια της Εξ. (18) το μήκος κύματος λ . Υπολογίστε τη μέση τιμή $\bar{\lambda}$ και το σφάλμα της $\delta\bar{\lambda}$. Συγκρίνετε τη μέση τιμή που βρήκατε με την τιμή που δίδει ο κατασκευαστής.

Πίνακας 1. Αποτελέσματα μετρήσεων για τον υπολογισμό του μήκους κύματος λ .

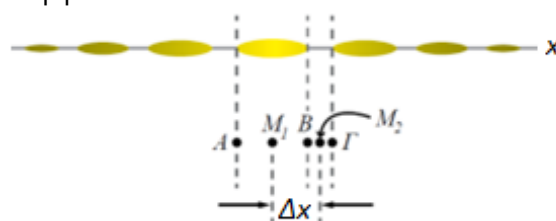
Τέτοιος πίνακας πρέπει να συμπληρωθεί και για τα δύο χρώματα.

f (mm)	L (mm)	n	x (mm)			λ (nm)
			x_{-n}	x_n	$ \overline{x_{\pm n}} $	
	1000	1				
		2				
		3				
	1500	1				
		2				
		3				
	2000	1				
		2				
		3				
$\overline{\lambda} \pm \delta \overline{\lambda} =$						

2. Πείραμα περίθλασης μονής σχισμής. Εύρεση εύρους της σχισμής.

1. Τοποθετήστε το φράγμα μονής σχισμής και το πέτασμα σε απόσταση $L = 100$ cm, 150 cm και 200 cm.
2. Βρείτε για κάθε τιμή του L την απόσταση Δx ανάμεσα στο μέσον του κεντρικού κροσσού και στο μέσον της πρώτης σκοτεινής περιοχής. Για την εύρεση του Δx με ακρίβεια:

Τοποθετήστε χιλιοστομετρικό χαρτί επάνω στο πέτασμα έτσι ώστε να φαίνεται η εικόνα της περίθλασης. Σημειώστε πάνω στο χιλιοστομετρικό χαρτί τα δύο άκρα A και B του κεντρικού κροσσού καθώς και την αρχή του δεύτερου φωτεινού κροσσού Γ (Σχήμα 9). Αφαιρέστε το χιλιοστομετρικό χαρτί και βρείτε το μέσον M_1 της απόστασης AB καθώς και το μέσον M_2 της απόστασης BΓ. Η απόσταση M_1M_2 ισούται με την απόσταση Δx .



Σχήμα 9. Για την εύρεση του Δx με ακρίβεια.

3. Από την Εξ. (11), για $m = 1$, θεωρώντας $\sin \theta_1 \approx \tan \theta_1 = \frac{x_1}{L}$, προκύπτει $d = \frac{\lambda L}{x_1} = \frac{\lambda L}{\Delta x}$.

Με βάση αυτόν τον τύπο, προσδιορίστε το εύρος της σχισμής d χρησιμοποιώντας την πράσινη και την ερυθρή ακτίνα φωτός.

4. Υπολογίστε τη μέση τιμή $\bar{d}$ και το σφάλμα της $\delta\bar{d}$. Συγκρίνετε τη μέση τιμή που βρήκατε με την τιμή που δίνει ο κατασκευαστής και αναγράφεται στο φράγμα.

Πίνακας 2. Αποτελέσματα μετρήσεων για τον υπολογισμό εύρους σχισμής d με $\lambda = 532$ nm (πράσινο).

L (mm)	Δx (mm)	d (mm)
1000		
1500		
2000		
$\bar{d} \pm \delta\bar{d} =$		

Πίνακας 3. Αποτελέσματα μετρήσεων για τον υπολογισμό εύρους σχισμής d με $\lambda = 650 \text{ nm}$ (ερυθρό).

L (mm)	Δx (mm)	d (mm)
1000		
1500		
2000		
$\bar{d} \pm \delta \bar{d} =$		

5. Επαναλάβετε για διαφορετικό d και διατυπώστε τη σχέση μεταξύ εύρους κεντρικού κροσσού και d .

3. Πείραμα περίθλασης διπλής σχισμής.

Εύρεση του εύρους των σχισμών d λόγω συμβολής και περίθλασης.

1. Τοποθετήστε το φράγμα διπλής σχισμής και το πέτασμα σε απόσταση $L = 200 \text{ cm}$.
2. Από την τάξη του κροσσού συμβολής που εξαφανίζεται για πρώτη φορά, ως αποτέλεσμα της συμβολής και της περίθλασης, με τη βοήθεια δηλαδή της σχέσεως (16), $\frac{f}{d} = \frac{n}{m}$, υπολογίστε το εύρος της σχισμής d .
3. Θεωρώντας πως για μικρές γωνίες, $\sin \theta \approx \tan \theta$, ο λόγος $\frac{2\lambda L}{d}$ δίνει την απόσταση μεταξύ των δύο πρώτων ελαχίστων περιθλάσεως (δεξιά, αριστερά), ενώ ο λόγος $\frac{\lambda L}{f}$ δίνει την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών μεγίστων συμβολής. Συνεπώς, το πηλίκο $\left(\frac{2\lambda L}{d} / \frac{\lambda L}{f}\right) = \frac{2f}{d}$ μας βοηθά να προσδιορίσουμε το πλήθος των μεγίστων συμβολής, τα οποία βρίσκονται μέσα στον κεντρικό κροσσό περιθλάσεως. Δηλαδή, το πλήθος των μεγίστων συμβολής εντός του κεντρικού κροσσού περιθλάσεως ισούται με το ακέραιο μέρος του πηλίκου, $\left[\frac{2f}{d}\right]$, εάν είναι περιττό ή με τον αμέσως μικρότερο ακέραιο, εάν είναι άρτιο. Επαληθεύστε από την εικόνα που παίρνετε στο πέτασμα.

Ερωτήσεις κατανόησης

Ποιες οι επιπτώσεις στο συμβολόγραμμα από την αύξηση της απόστασης f μεταξύ των σχισμών;

Που οφείλεται η εξαφάνιση συγκεκριμένων μεγίστων συμβολής; Ποια είναι η σχέση μεταξύ της απόστασης f και του εύρους d της σχισμής εάν λείπει ο 5^{ος} τάξης κροσσός συμβολής;

Πώς διαμορφώνεται το συμβολόγραμμα μειώνοντας το εύρος d των σχισμών;

Βιβλιογραφία

- D.Halliday, R. Resnick, J. Walker: Φυσική, Τόμος II, Ηλεκτρομαγνητισμός - Οπτική - Σύγχρονη Φυσική
- Κ. Αλεξόπουλος, Γενική Φυσική, Τόμος III, Οπτική
- M. Alonso - E. Finn, Θεμελιώδης Πανεπιστημιακή Φυσική, Τόμος II, Πεδία και Κύματα, Μέρος 3 Κύματα

Διδάσκων-ουσα και στοιχεία επικοινωνίας (π.χ. ονοματεπώνυμο, αρ. τηλ., e-mail)

Γ1 - Γ2	
Γ3 - Γ4	
Γ5 - Γ6	
Γ7 - Γ8	

Στοιχεία κατόχου του φυλλαδίου

Ονοματεπώνυμο:	
Αριθμός Μητρώου:	
e-mail:	