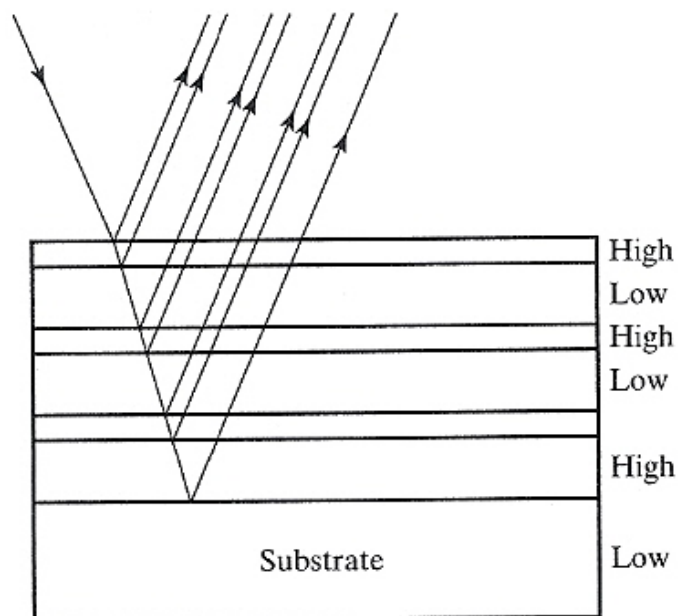


Φυσική Οπτική

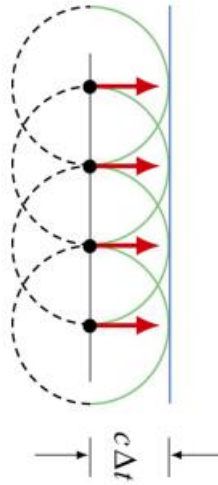
Αρχή Huygens Συμβολή



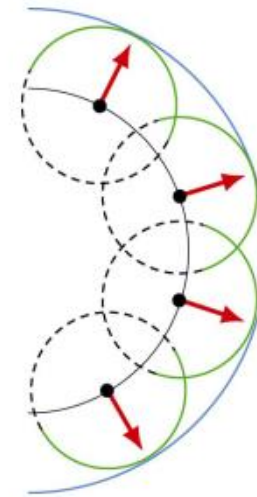
Το φως σαν κύμα

Αρχή του Huygens

Όλα τα σημεία ενός μετώπου κύματος λειτουργούν ως σημειακές πηγές δευτερογενών σφαιρικών κυμάτων. Μετά από χρόνο t η νέα θέση του μετώπου κύματος θα είναι αυτή μιας επιφάνειας εφαπτόμενης σε αυτά τα δευτερογενή κύματα

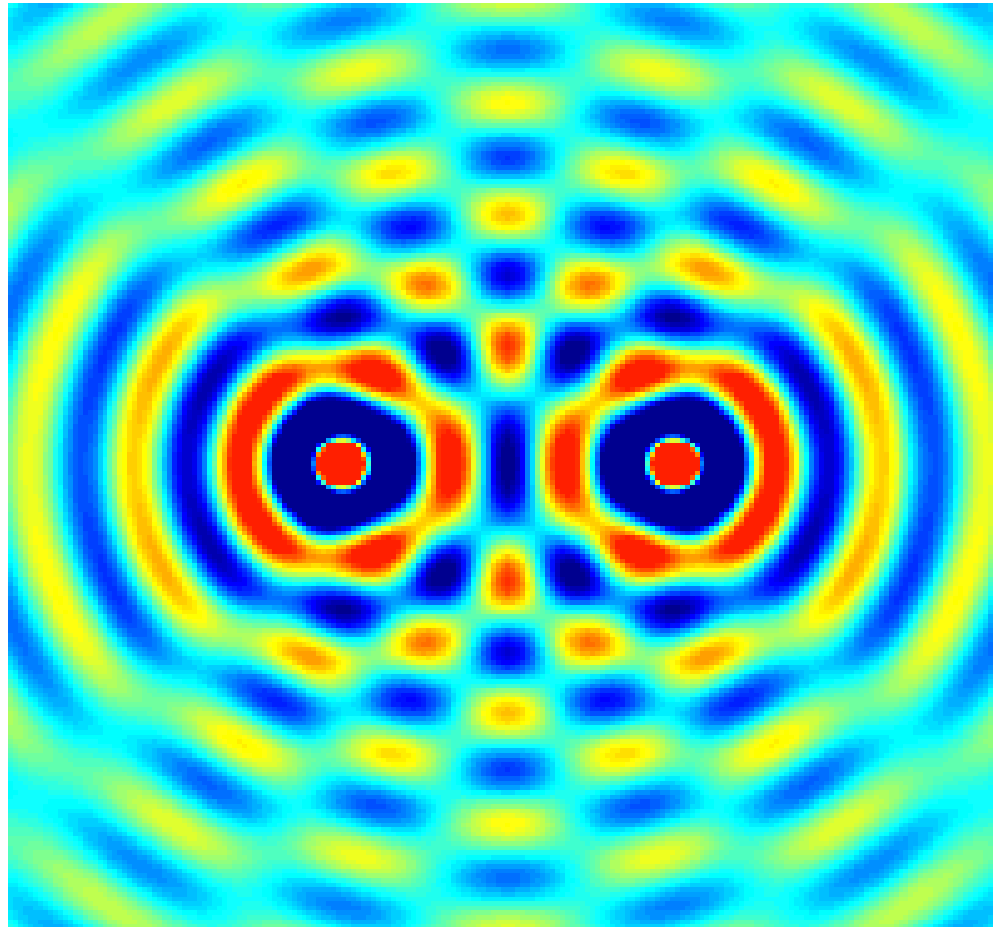


Διάδοση επίπεδου κύματος

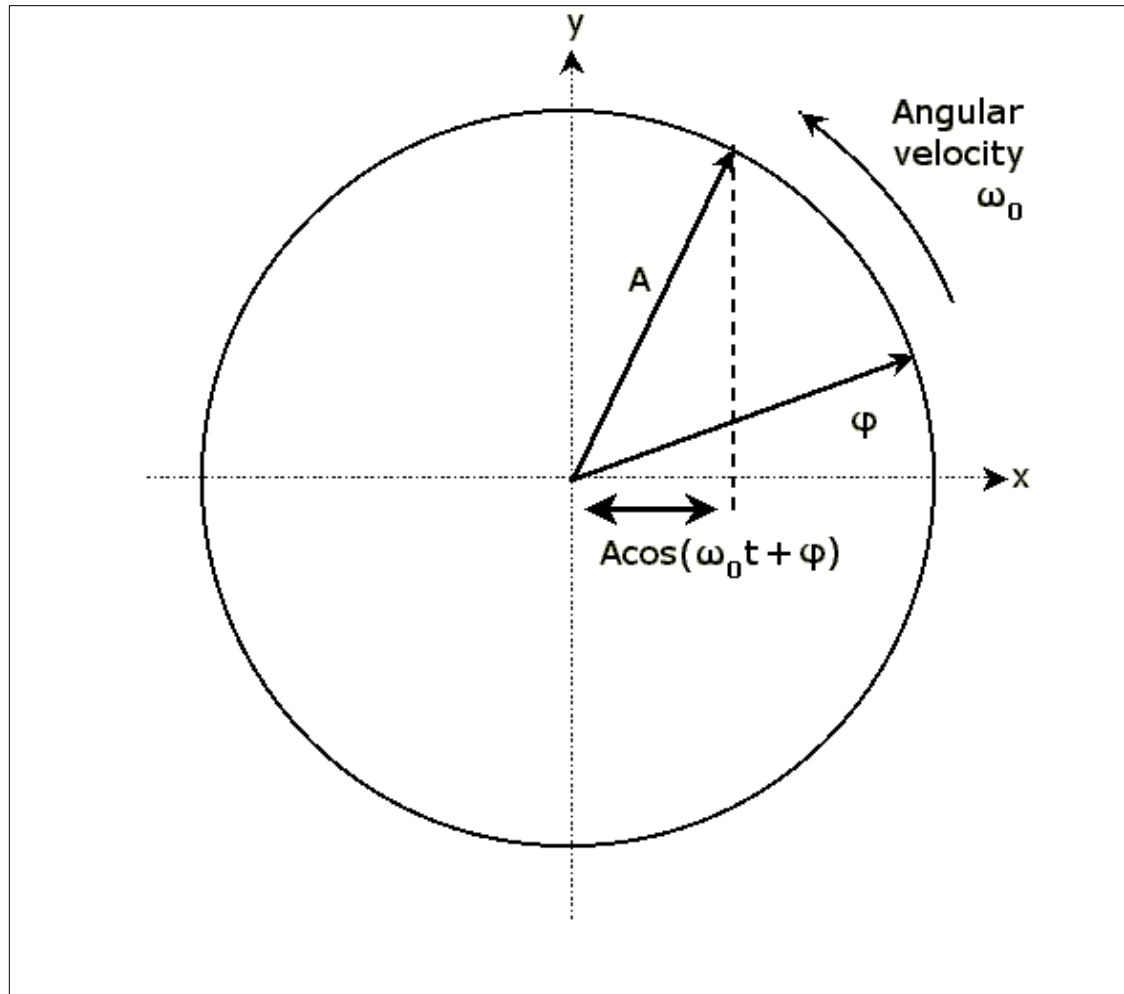


Διάδοση σφαιρικού κύματος

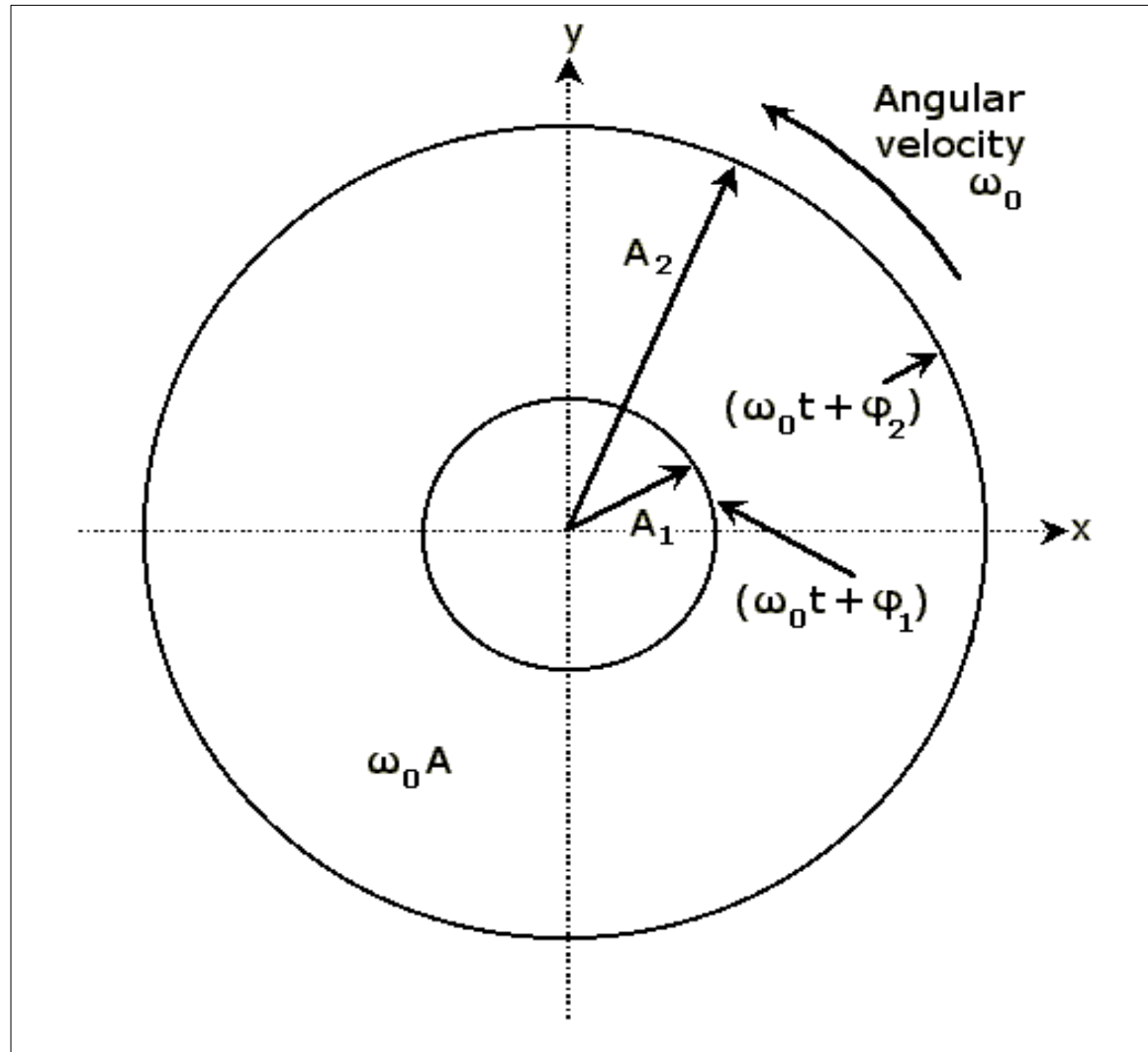
Συμβολή από δύο πηγές

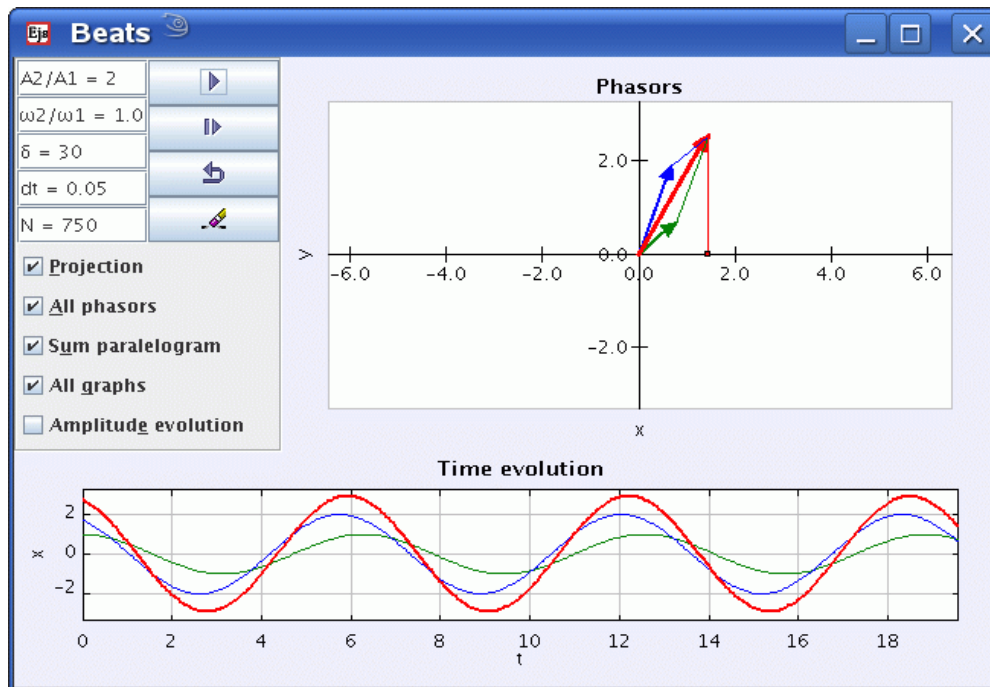


Αναπαράσταση των αρμονικών κυμάτων με στρεφόμενα ανύσματα



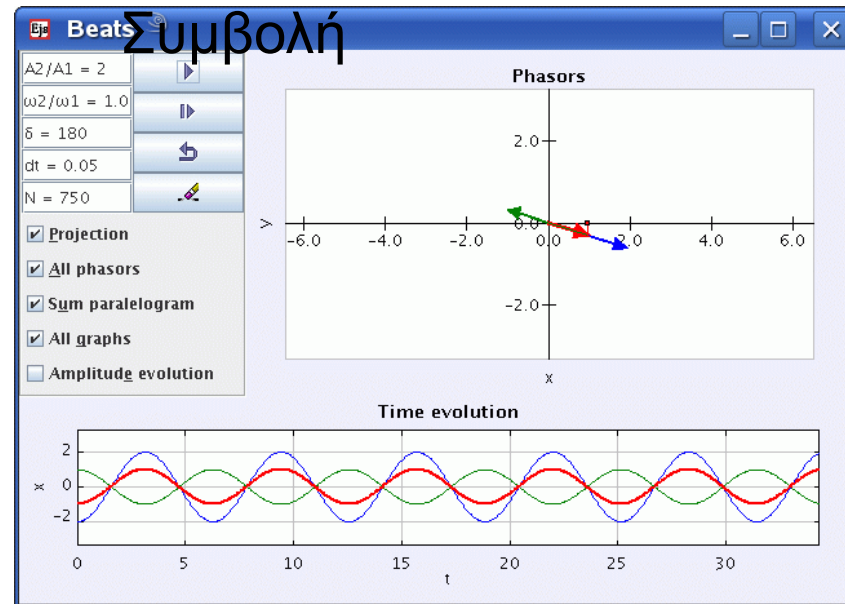
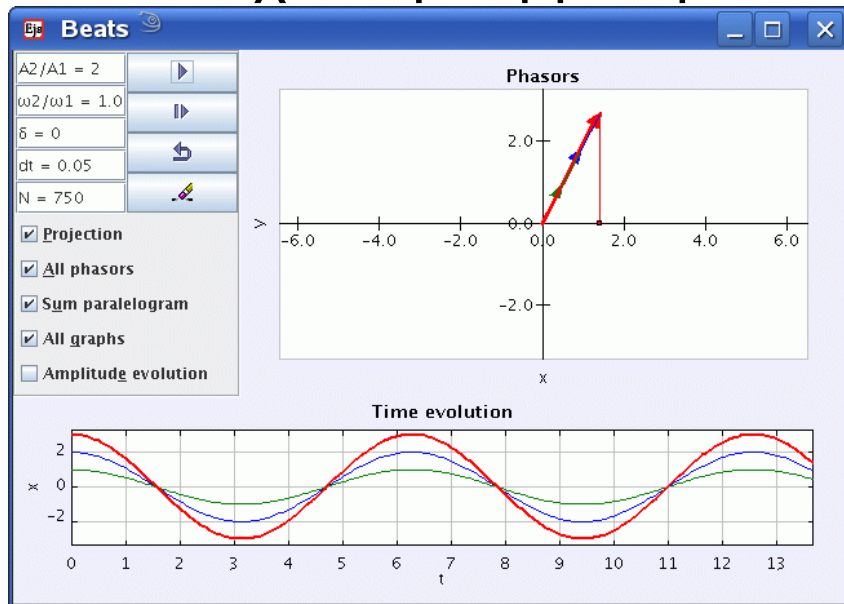
Άθροιση δύο αρμονικών κυμάτων αυθαίρετου πλάτους και φάσης





Ενισχυτική Συμβολή

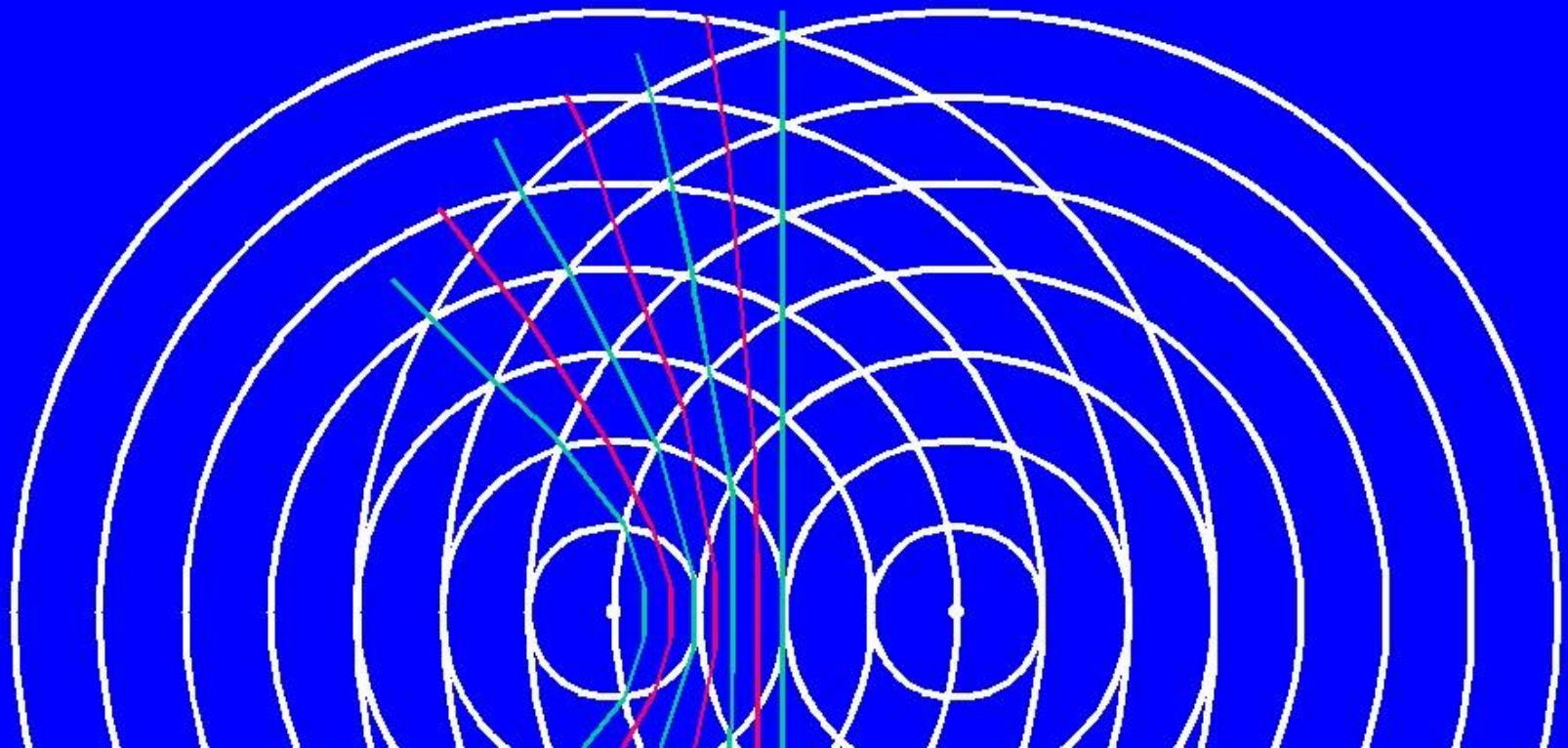
Αποσβεστική



Συμβολή

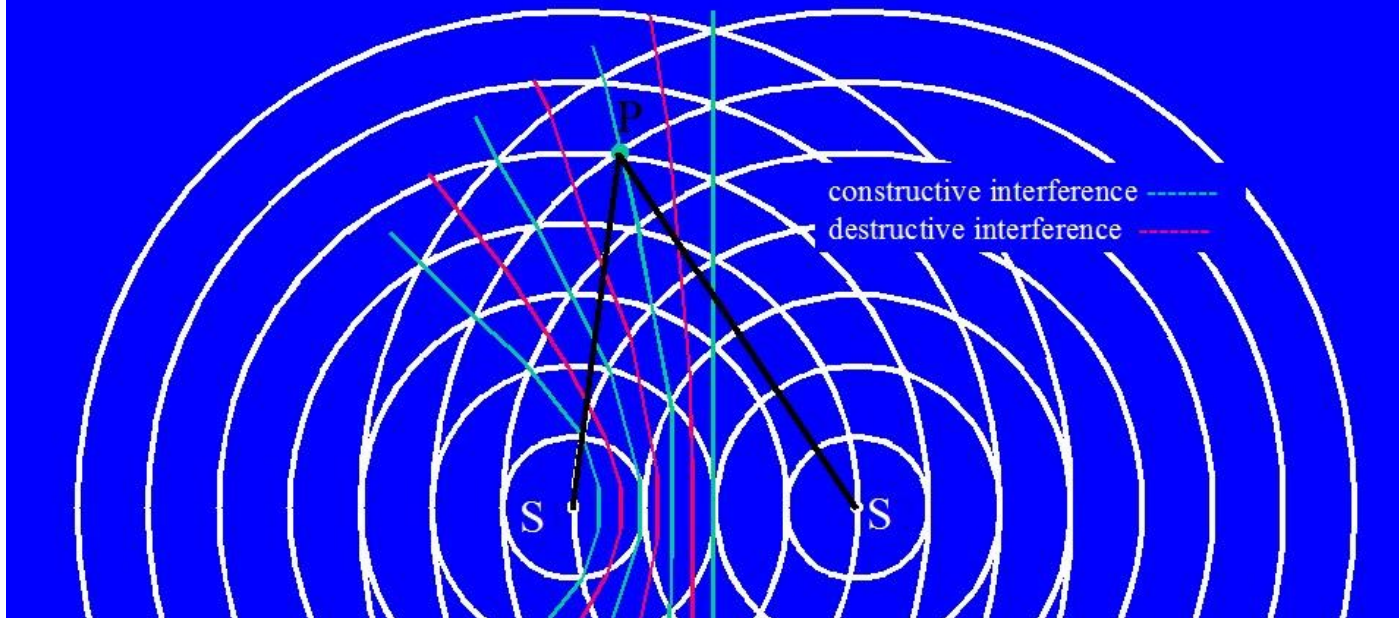
Two source interference

constructive interference -----
destructive interference -----



Two source interference

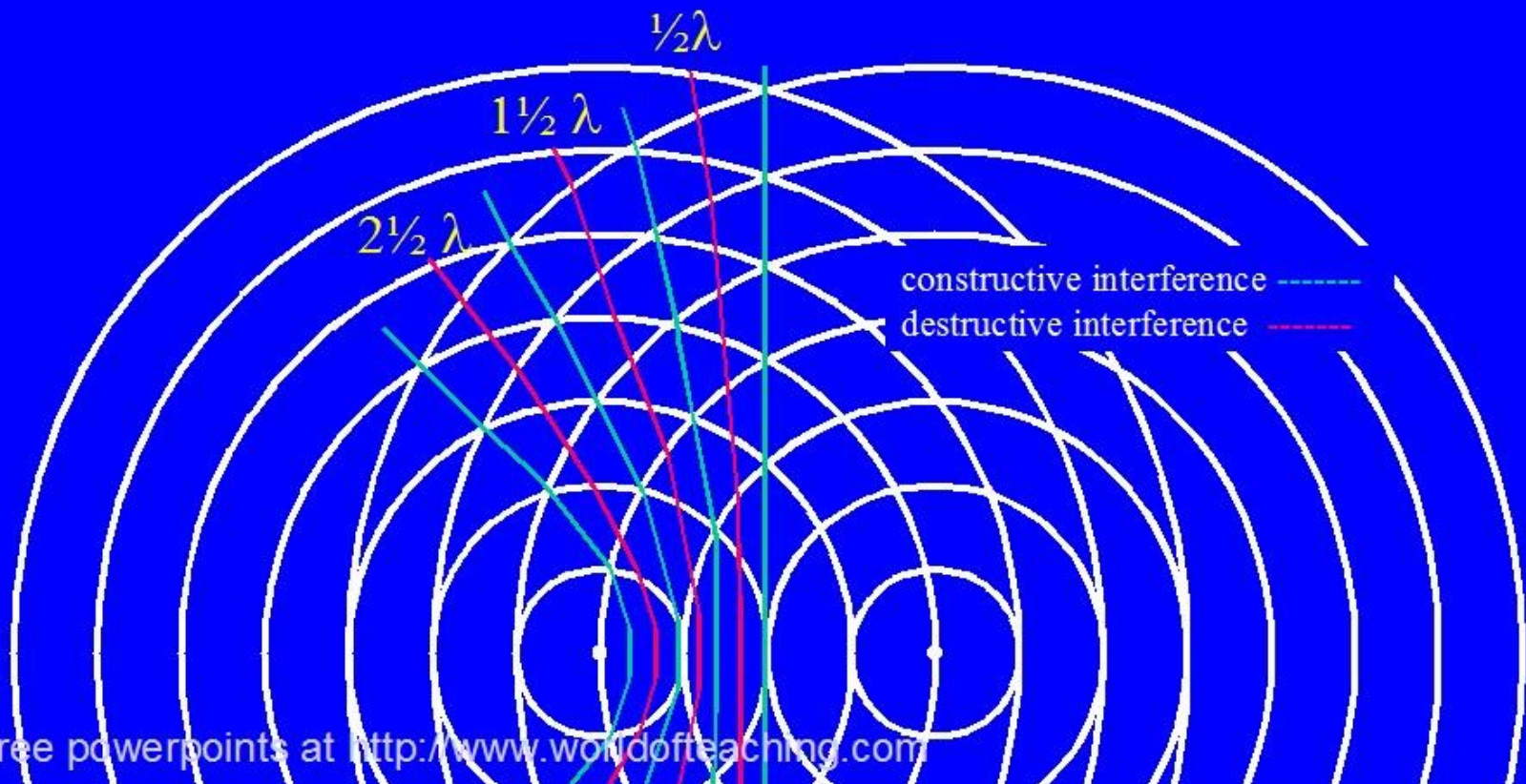
$$\begin{aligned} \text{Path difference} &= S_2P - S_1P \\ &= 1 \text{ wavelength} \\ &= \lambda \end{aligned}$$



Οι **γαλάζιες** & **κόκκινες** καμπύλες της ενισχυτικής & καταστρεπτικής συμβολής είναι υπερβολές διότι είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που έχουν σταθερή διαφορά απόστασης από 2-σημεία.

Two source interference

Path difference for destructive interference = $(n + \frac{1}{2}) \lambda$
(where n is an integer)

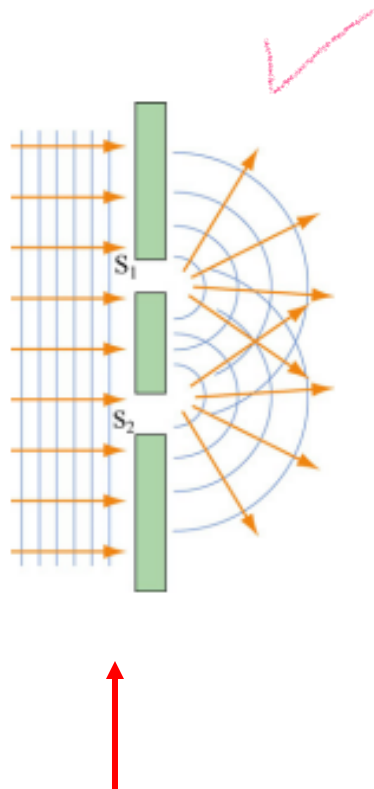


Συμβολή δύο πηγών

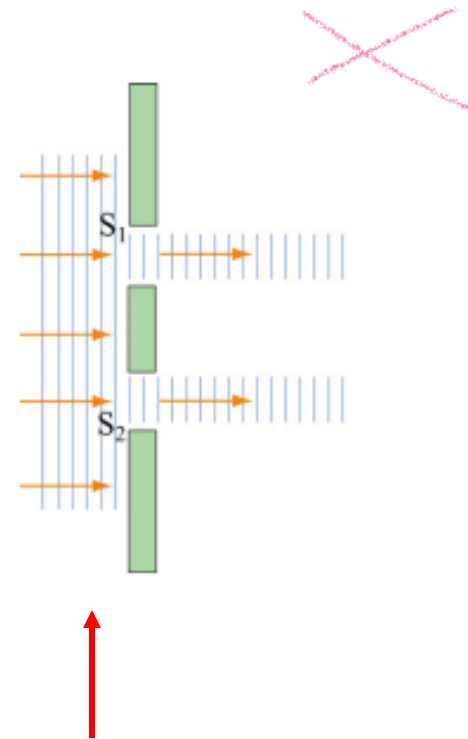
- Η διαφορά του “οπτικού” δρόμου είναι:
- $n\lambda$ για ενισχυτική συμβολή
- $(n + \frac{1}{2})\lambda$ για αποσβεστική συμβολή

Συμβολή από δυο σχισμές – Πείραμα Young

Wavefront-splitting interferometer



Αρχή Huygens – θα παρατηρηθούν κροσσοί συμβολής

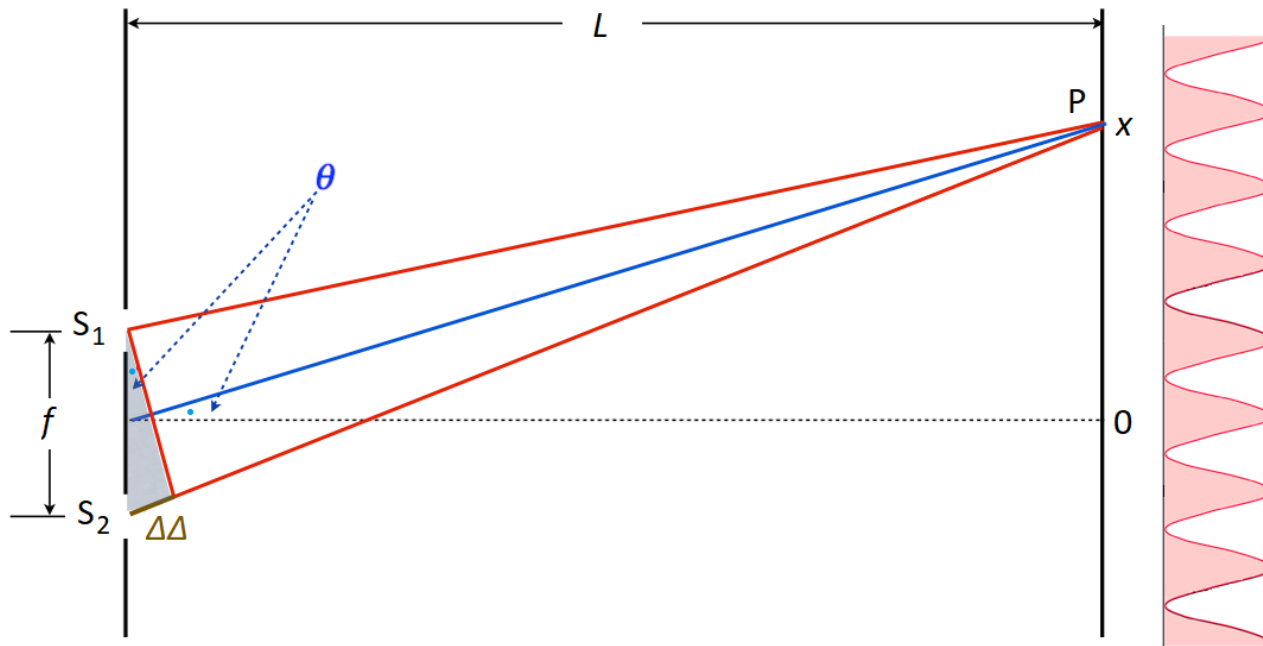


Χωρίς τα δευτερεύοντα κύματα της αρχής Huygens, δεν θα έπρεπε να παρατηρηθούν κροσσοί συμβολής

Συμβολή από δυο σχισμές – Πείραμα Young

Θεωρούμε δύο πανομοιότυπες φωτεινές δέσμες που απέχουν μεταξύ τους απόσταση f . Οι σχισμές θεωρούνται ότι έχουν μικρό εύρος d με τάξη μεγέθους συγκρίσιμο με αυτό του μήκους κύματος της φωτεινής πηγής. Για να παρατηρηθεί **ενισχυτική συμβολή** από τις δύο αυτές σημειακές πηγές σε κάποιο σημείο πάνω στο πέτασμα, πρέπει η διαφορά του οπτικού δρόμου μεταξύ των δύο φωτεινών δεσμών στο σημείο που συμβάλλουν που είναι $\Delta\Delta = f \sin\theta$ να είναι ίση με ακέραιο αριθμό μηκών κύματος

$$f \sin\theta_n = n\lambda, \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1)$$



$$f \sin \theta_n = n\lambda, \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1)$$

Η σχέση (1) λέει πόσα μήκη κύματος χωράνε στη διαφορά $f \sin \theta$ του οπτικού δρόμου. Όταν το πηλίκο $\frac{f \sin \theta}{\lambda}$ είναι ακέραιος τότε έχουμε **ενισχυτική συμβολή**.

Για κάθε μήκος κύματος λ που χωράει στην $f \sin \theta$, η διαφορά γωνίας φάσης θα είναι 2π . Συνεπώς, η γωνία φάσης ανάμεσα στις φωτεινές δέσμες θα είναι:

$$\delta = 2\pi \frac{f \sin \theta}{\lambda}$$

και η συνθήκη για **ενισχυτική συμβολή** βάσει της γωνίας δ είναι:

$$\delta = n2\pi, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Όταν $n = 0$, το σημείο παρατήρησης είναι στη μεσοκάθετο των δύο πηγών απ' όπου οι φωτεινές δέσμες ισαπέχουν.

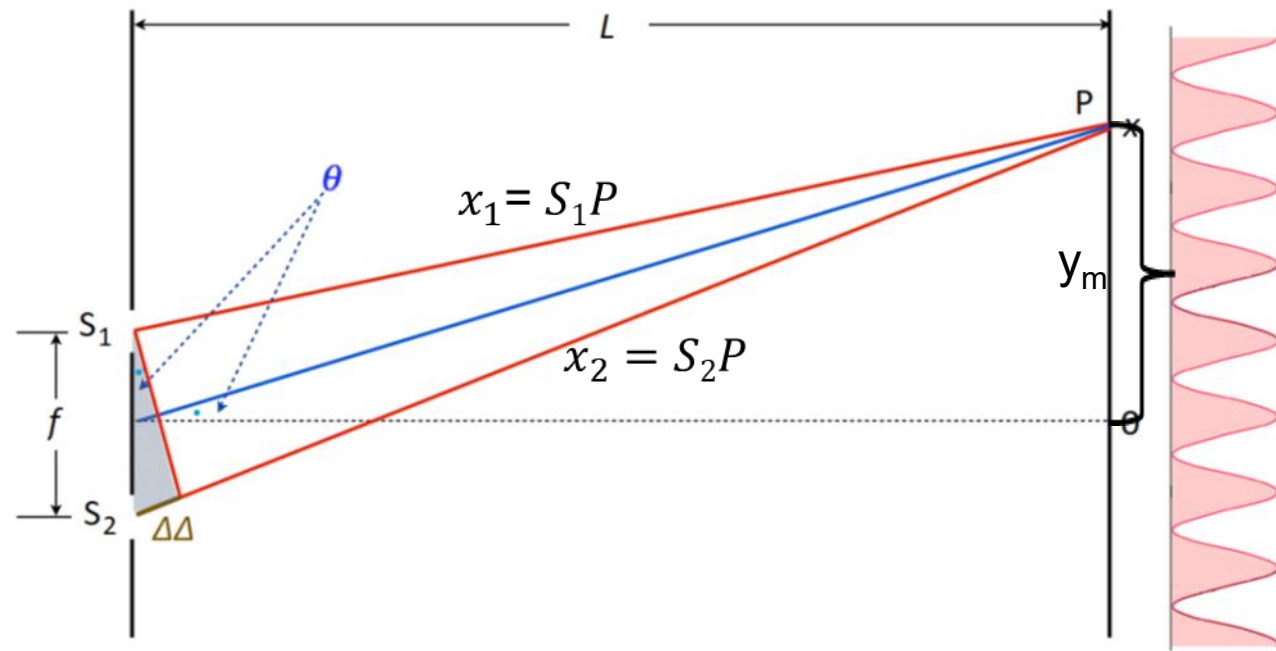
Η συνθήκη για **καταστρεπτική συμβολή** (φως + φως = σκοτάδι) είναι

$$f \sin \theta_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

ή αντίστοιχα για τη γωνία φάσης

$$\delta = \left(n + \frac{1}{2} \right) 2\pi, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Ίδια ένταση, δηλ, ίδια αρχικά πλάτη από S_1 & S_2
- Σύμφωνες πηγές, δηλ., χωρίς διαφορά φάσης



$$E_P = E_1 + E_2 = E_0 \cos(kx_1 - \omega t) + E_0 \cos(kx_2 - \omega t)$$

$$E_P = E_0 [\cos(kx_1 - \omega t) + \cos(kx_2 - \omega t)]$$

$$E_P = 2E_0 \cos\left(k \frac{x_1+x_2}{2} - \omega t\right) \cos\left(k \frac{x_1-x_2}{2}\right)$$

$$\sin\theta = \frac{x_2 - x_1}{f} \rightarrow x_2 - x_1 = f \sin\theta$$

$$E_P = \underbrace{2E_0 \cos\left(k \frac{f \sin\theta}{2}\right)}_{\text{Όρος πλάτους}} \underbrace{\cos\left(k \frac{x_1+x_2}{2} - \omega t\right)}_{\text{Κύματικός όρος}}$$

Προσέγγιση:
Επειδή $L \gg f$, η x_1 μπορεί να θεωρηθεί παράλληλη με την x_2

Ας χρησιμοποιήσουμε την σχέση που βρήκαμε για να υπολογίσουμε την ένταση.

$$E_P = 2E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{2\lambda} f \sin\theta\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_1+x_2}{2} - \omega t\right)$$

$$I = k|E|^2 \rightarrow I = k|E_P|^2$$

Εάν I_1 η ένταση της κάθε πηγής $I_1 = kE_0^2$

$$I_P = k \left| 2E_0 \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} f \sin\theta\right) \right|^2 = 4kE_0^2 \cos^2\left(\frac{\pi f}{\lambda} \sin\theta\right)$$

$$I_P = 4I_1 \cos^2\left(\frac{\pi f}{\lambda} \sin\theta\right) \text{ Και λόγω του ότι } \delta = 2\pi \frac{f \sin\theta}{\lambda}$$

$$I_P = 4I_1 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

$$\delta = k(s_2 - s_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta\Delta$$

$$I = 4 I_1 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \longrightarrow I = 4 I_1 \cos^2\left(\frac{\pi \Delta\Delta}{\lambda}\right) = 4 I_1 \cos^2\left(\frac{\pi f \sin \theta}{\lambda}\right)$$

Για σημεία P κοντά στον οπτικό άξονα $y \ll L$

$$\sin \theta \cong \tan \theta \cong y/L$$

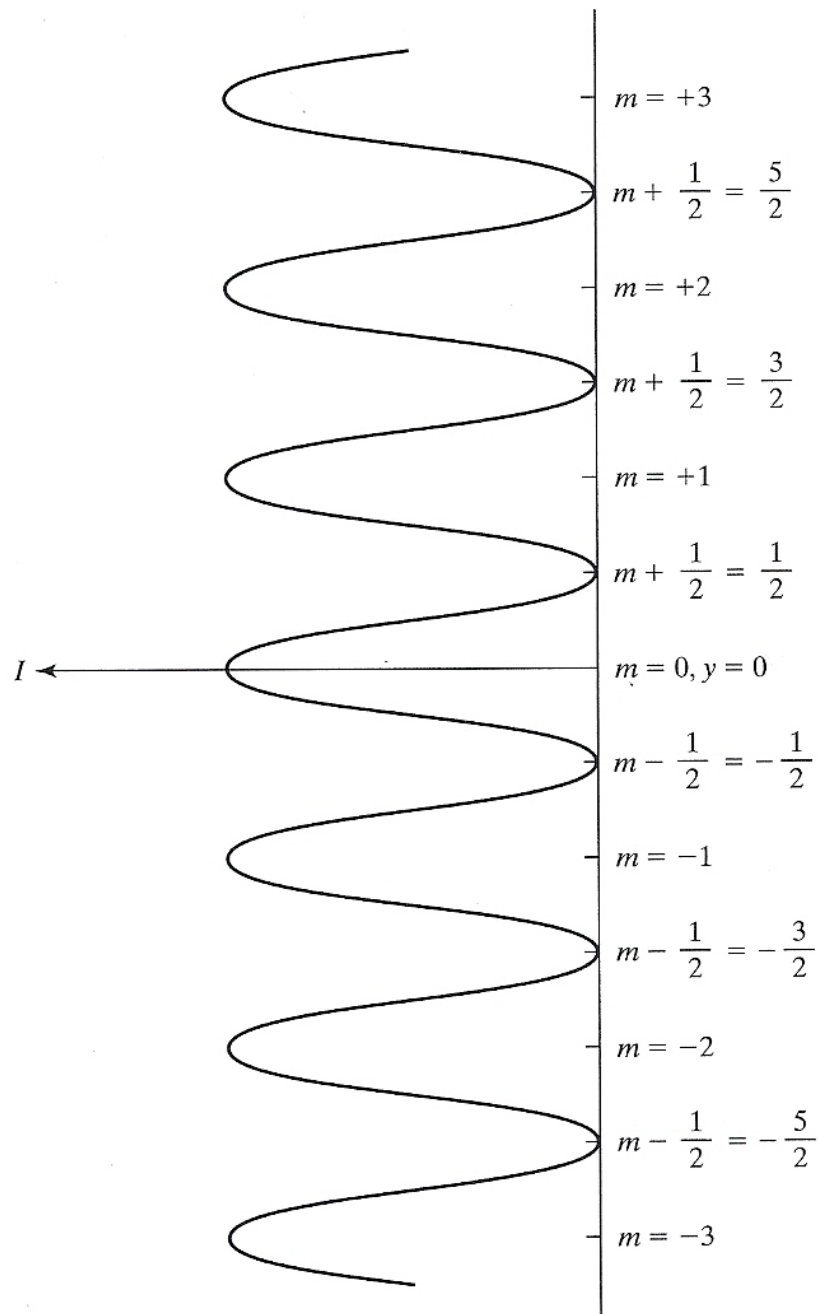
$$\longrightarrow \boxed{I = 4 I_1 \cos^2\left(\frac{\pi f y}{\lambda L}\right)}$$

Φωτεινοί κροσσοί $s_2 - s_1 = \Delta\Delta = m\lambda = f \sin \theta \cong f y/L$

$$\longrightarrow y_m = \frac{m\lambda L}{f}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Μέτρηση του λ

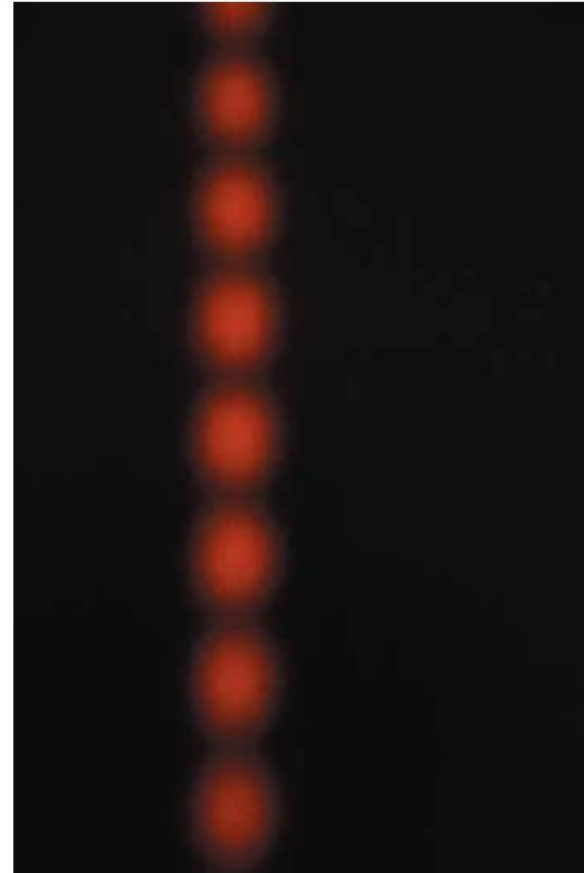
Απόσταση μεταξύ διαδοχικών κροσσών $\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{f}$



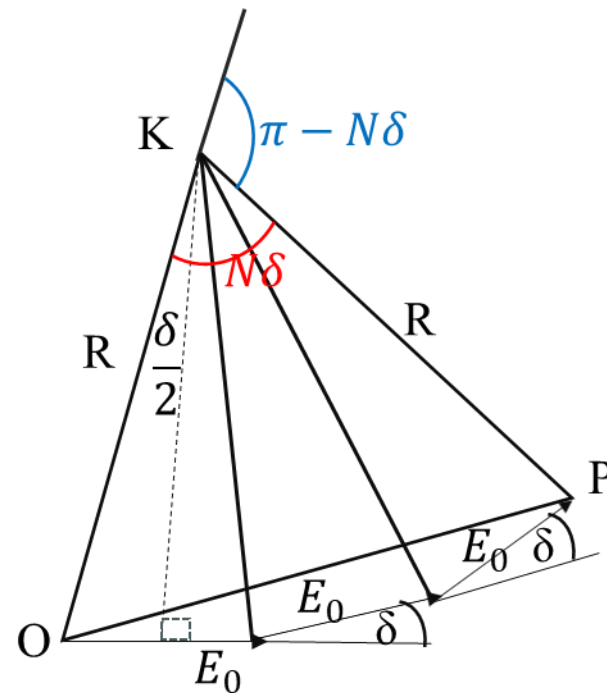
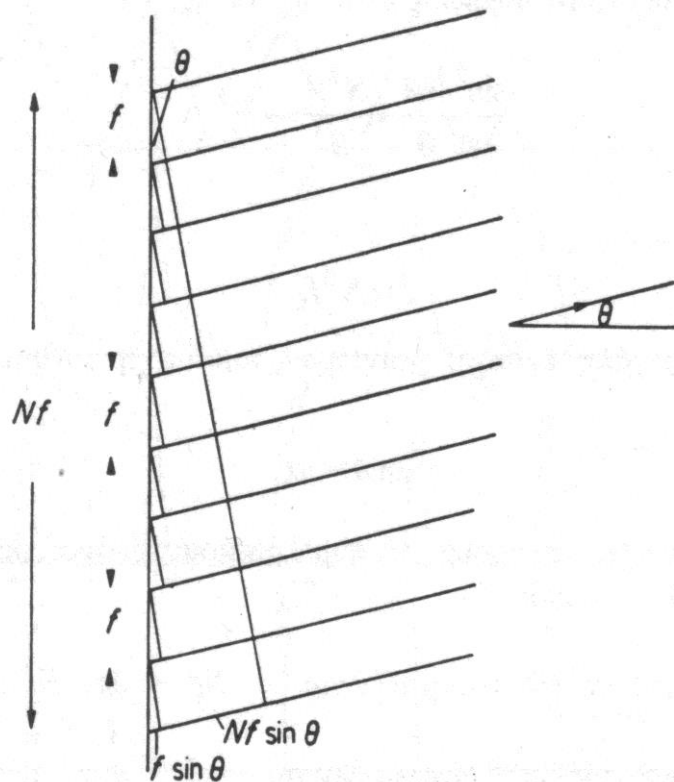
Το Πείραμα Συμβολής Young

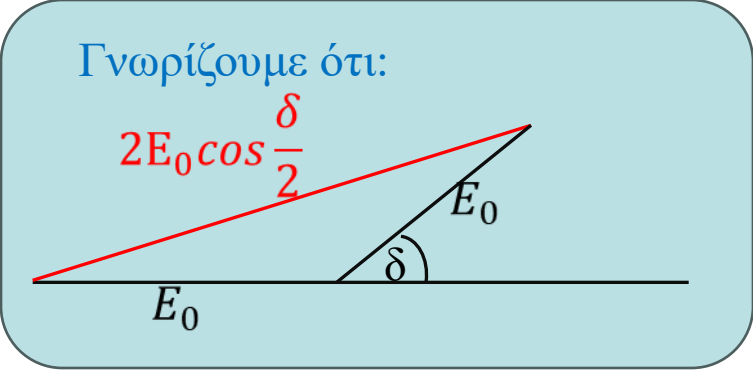
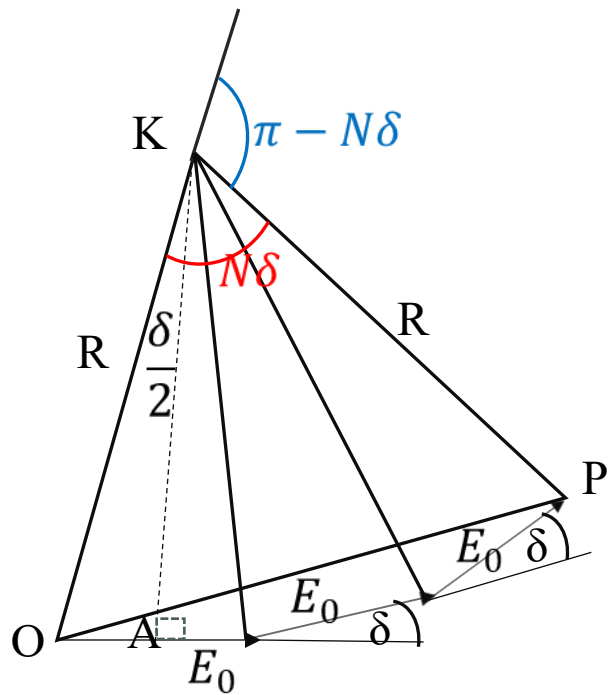
Φωτογραφία κροσσών συμβολής από
πείραμα συμβολής Young από δυο λεπτές
Σχισμές μικρού ύψους

Από Halliday-Resnick-Walker



Συμβολή N πηγών άνευ
 διαφοράς φάσης σε μεγάλη
 απόσταση από τις πηγές.





OP είναι το διανυσματικό άθροισμα N τέτοιων \vec{E} διανυσμάτων που προέρχονται από N-πηγές και η γωνία μεταξύ τους είναι η γωνία φάσης δ . (*)

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΚΑΟ: $\sin \frac{\delta}{2} = \frac{E_0}{R} \rightarrow R = \frac{E_0}{\sin \frac{\delta}{2}}$

Από την γεωμετρία (σχήμα πάνω δεξιά)

$$OP = 2R \cos \left(\frac{\pi - N\delta}{2} \right) = 2R \sin \left(\frac{N\delta}{2} \right)$$

$$OP = 2 \frac{E_0}{\sin \frac{\delta}{2}} \sin \left(\frac{N\delta}{2} \right) = E_0 \frac{\sin \left(\frac{N\delta}{2} \right)}{\sin \frac{\delta}{2}}$$

*Το σχήμα είναι ενδεικτικό. Σχεδιάζει 3-διανύσματα αλλά η ανάλυσή μας λαμβάνει υπ' όψη N διανύσματα.

Η ένταση (λόγω του διανύσματος pointing) θα είναι $(OP)^2$:

$$I(\delta) = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)} \right]^2 \left(\frac{W}{m^2}\right)$$

Το I_0 σημαίνει ότι εάν υπήρχε μόνο μία σχισμή τότε η ένταση θα ήταν I_0 .

Διερεύνηση της εξίσωσης $I(\delta)$

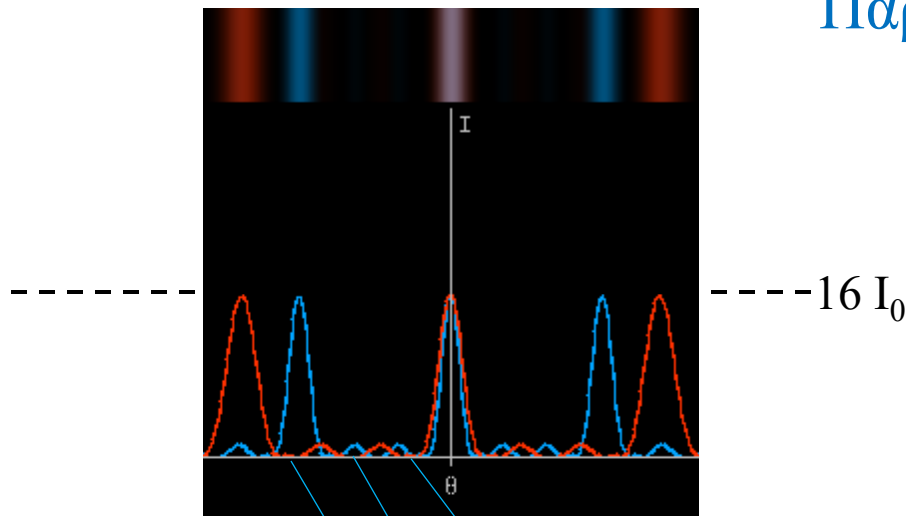
Εάν ο αριθμητής είναι μηδέν, δηλ., $\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)=0$ δεν είναι πάντα η ένταση μηδέν.

Διότι, εάν και ο παρονομαστής είναι μηδέν, δηλ., $\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)=0$, τότε έχουμε

$\frac{0}{0}$ και από de l' Hospital $I_{max} = N^2 I_0$.

Επαληθεύστε για $N=2$ την αντίστοιχη εξίσωση της σελίδας 15.

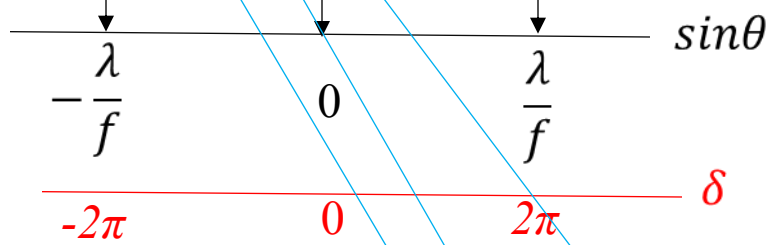
Παράδειγμα για N=4



$$I(\delta) = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)} \right]^2 \left(\frac{W}{m^2}\right) \quad (1)$$

$$\text{Όπου, } \delta = 2\pi \frac{f \sin\theta}{\lambda} \quad (2)$$

Θέσεις των μεγίστων του ερυθρού



Θέσεις μηδενισμών όταν $\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right) = 0$ & $\sin\frac{\delta}{2} \neq 0$ όταν N=4:

1ος μηδενισμός: $N \frac{\delta}{2} = \pi \rightarrow \delta = \frac{2\pi}{N} (= \frac{\pi}{2})$

Λόγω της Εξ. (2) για $\delta = \frac{2\pi}{N} \rightarrow \frac{2\pi}{N} = 2\pi \frac{f \sin\theta}{\lambda} \rightarrow \sin\theta = \frac{\lambda}{Nf}$

2ος μηδενισμός: $N \frac{\delta}{2} = 2\pi \rightarrow \delta = \frac{4\pi}{N} \rightarrow \sin\theta = 2 \frac{\lambda}{Nf}$

3ος μηδενισμός: $N \frac{\delta}{2} = 3\pi \rightarrow \delta = \frac{6\pi}{N} \rightarrow \sin\theta = 3 \frac{\lambda}{Nf}$

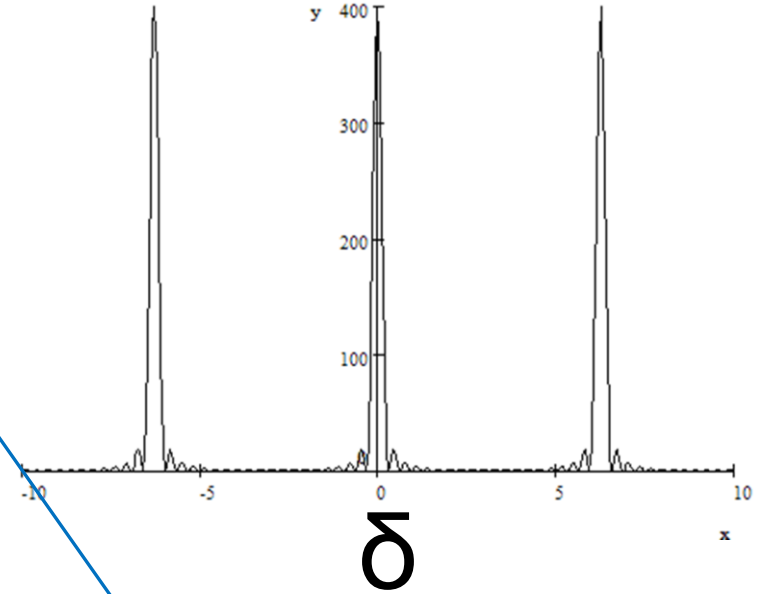
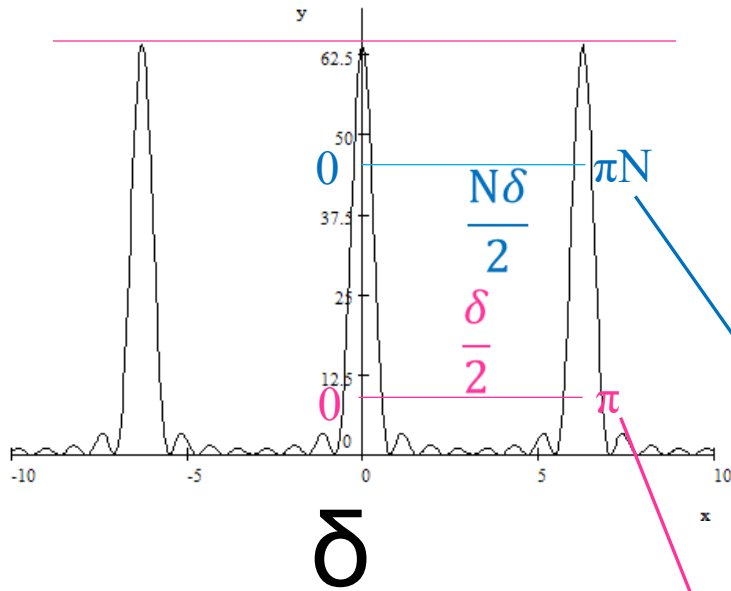
Όταν $N \frac{\delta}{2} = 4\pi$ παίρνουμε μέγιστο διότι έχουμε $\frac{0}{0}$

N-1 μηδενισμούς ανάμεσα στα μέγιστα

N=8

N=20

$64I_0$



$$I(\delta) = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)} \right]^2 \left(\frac{W}{m^2}\right)$$

$$\delta = 2\pi \frac{f \sin\theta}{\lambda}$$

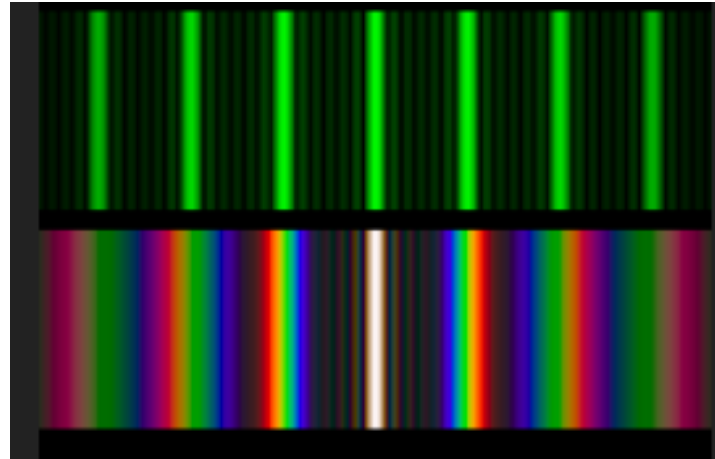
Έως ότου το $N\delta/2$ γίνει πN ο αριθμητής θα έχει μηδενιστεί $N-1$ φορές

Για $\delta/2=0$ & π μηδενίζεται ο παρανομαστής

Συμβολή για πολυχρωματική ακτινοβολία (π.χ. λευκό φως)

Μονοχρωματική
ακτινοβολία

Πολυχρωματική
ακτινοβολία
(λευκό φως εδώ)



Συμβολή από 7 σχισμές

Εικόνα από https://farbeinf.de/static_html/multibeam.html

Παρατηρείστε ότι η θέση των μεγίστων είναι συνάρτηση του μήκους κύματος. Για την ίδια τάξη συμβολής (m) η θέση του μεγίστου είναι ανάλογη του λ , οπότε τα μικρότερα μήκη κύματος (μπλε) έχουν μικρότερη απόσταση από το κέντρο από ότι τα μεγάλα μήκη κύματος (κόκκινο). Ο κεντρικός κροσσός ($m = 0$) είναι λευκός (όλα τα μήκη κύματος στην ίδια θέση).