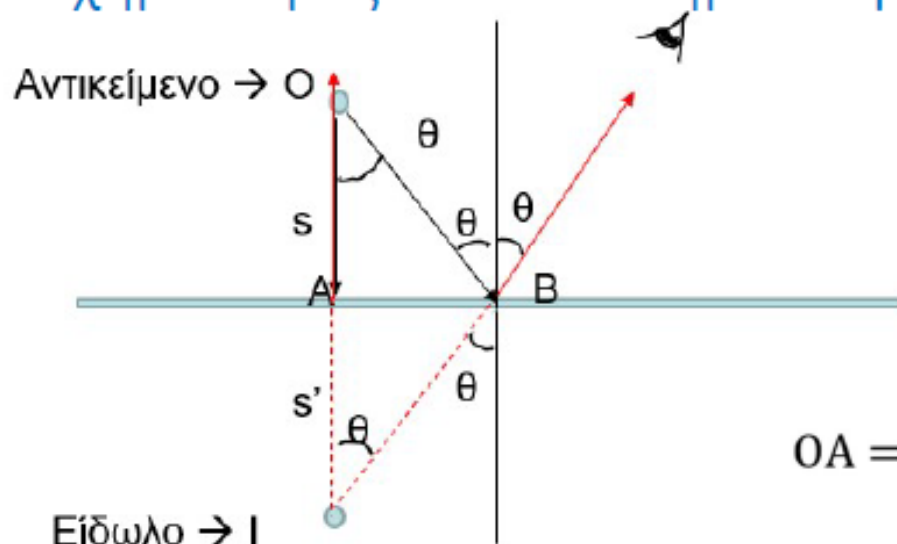


Γεωμετρική Οπτική

Δημιουργία ειδώλων από ανάκλαση και από διάθλαση

Απεικόνιση από οπτικό σύστημα

Σχηματισμός ειδώλου σημειακής πηγής από επίπεδο κάτοπτρο



Το μάτι βλέπει το φανταστικό είδωλο
(Δεν μπορεί να προβληθεί π.χ. σε μία οθόνη)

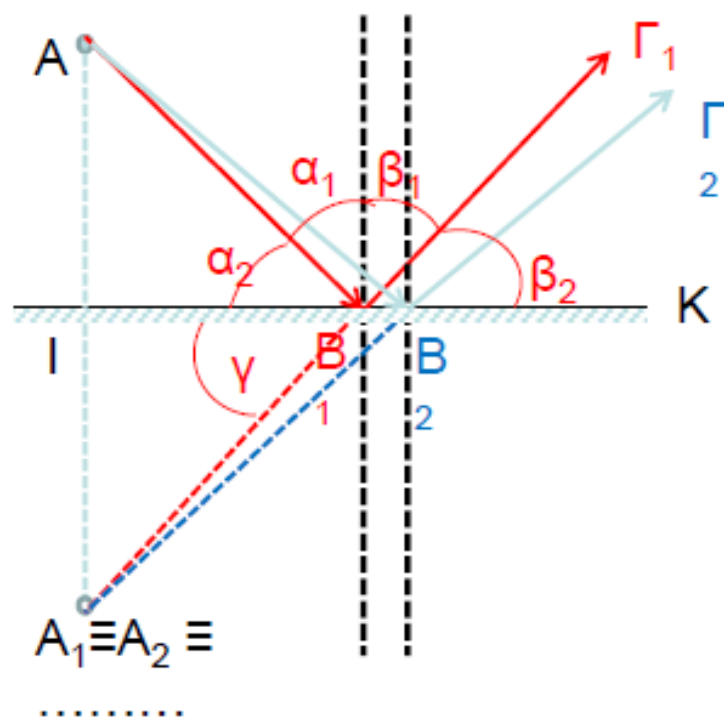
$$OA = s = s' = AI \text{ από ισότητα τριγώνων}$$

Το αντικείμενο βρίσκεται σε κάθετη απόσταση s από το κάτοπτρο.

Θεωρώ δύο ακτίνες από το O .

Η **πρώτη ακτίνα** πέφτει κάθετα στο κάτοπτρο (στο σημείο A), οπότε ανακλάται στην ίδια κάθετη διεύθυνση, απομακρυνόμενη από το κάτοπτρο (συμβ. με κόκκινο).
(γωνία πρόσπτωσης=γωνία ανάκλασης=0)

Η **δεύτερη ακτίνα** σχηματίζει γωνία θ με την κάθετο από το O προς τη επιφάνεια. Προσπίπτει στην επιφάνεια στο σημείο B , και ανακλάται υπό γωνία θ ίση με την γωνία πρόσπτωσης (η ανακλώμενη συμβ. με κόκκινο). Το **είδωλο, I** , βρίσκεται στο σημείο όπου συναντώνται οι δυο ανακλώμενες ακτίνες, εδώ, οι προεκτάσεις τους. Το είδωλο είναι **φανταστικό** (βρίσκεται πίσω από το κάτοπτρο), σε κάθετη απόσταση s' . Από τη γεωμετρία του σχήματος προκύπτει $s = s'$. Οποιαδήποτε άλλη ακτίνα από το O θα καταλήξει στο I μετά από ανάκλαση. Βλ. επόμενη διαφάνεια.

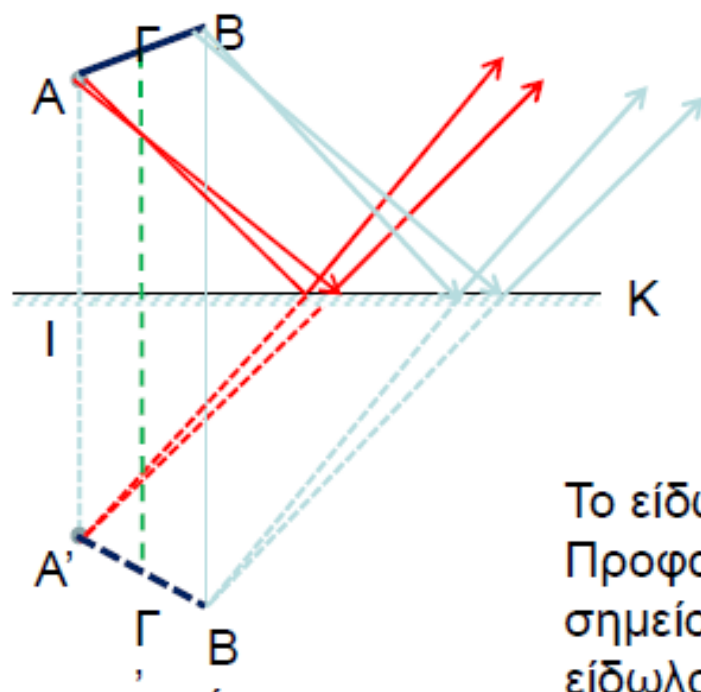


Ακτίνα $AB_1\Gamma_1$
 $\alpha_1 = \beta_1 \longrightarrow \alpha_2 = \beta_2$
 Αλλά $\beta_2 = \gamma$
 οπότε $AI = IA_1$

Ακτίνα $AB_2\Gamma_2$
 ομοίως
 οπότε $AI = IA_2$, ο.κ.ε.

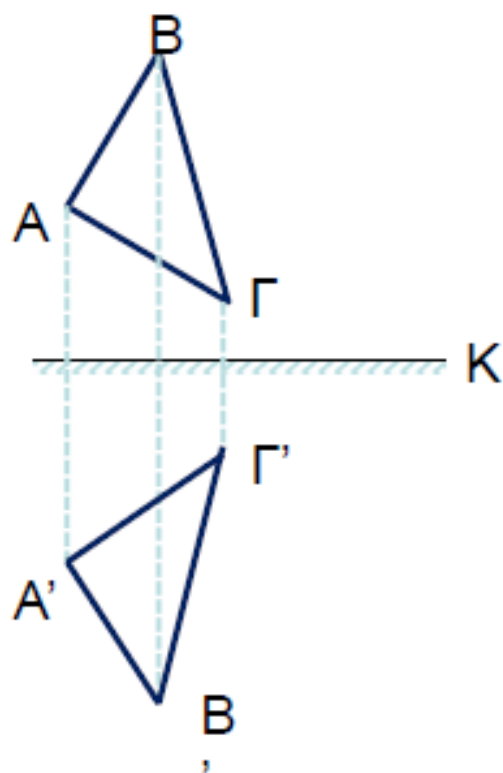
Οποιαδήποτε ακτίνα από το Α (αντικείμενο), επίσης καταλήγει στο ίδιο σημείο $\rightarrow$ είδωλο

Σχηματισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου από επίπεδο κάτοπτρο



Το είδωλο των AB είναι το $A'B'$.
Προφανώς και κάθε ενδιαμέσο
σημείο της AB δίνει αντίστοιχο
είδωλο στο $A'B'$

Σχηματισμός ειδώλου εκτεταμένου αντικειμένου από επίπεδο κάτοπτρο



Οποιοδήποτε σχήμα μέσω επιπέδου
κατόπτρου απεικονίζεται:

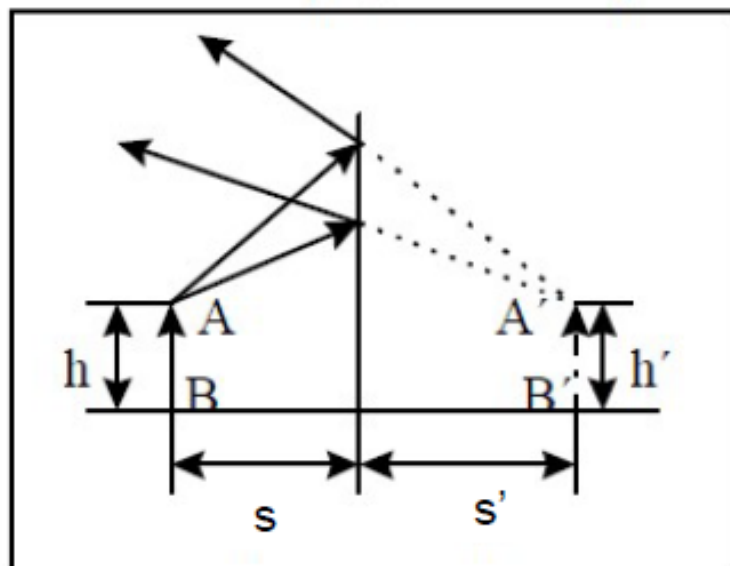
1^ον σε συμμετρική θέση

2^ον πίσω από το κάτοπτρο

(φανταστικό)

3^ον διατηρώντας τις διαστάσεις του

Γενικές ιδιότητες ειδώλου γραμμικού αντικειμένου μέσω επιπέδου κατόπτρου.



1^ο **E** (είδωλο) φανταστικό (στην αντίθετη πλευρά του κατόπτρου σε σχέση με το αντικείμενο)

2^ο **E** ορθό

3^ο **E** ίσο με το Αντικείμενο.

$$\text{Μεγέθυνση } m = \frac{h'}{h} = 1$$

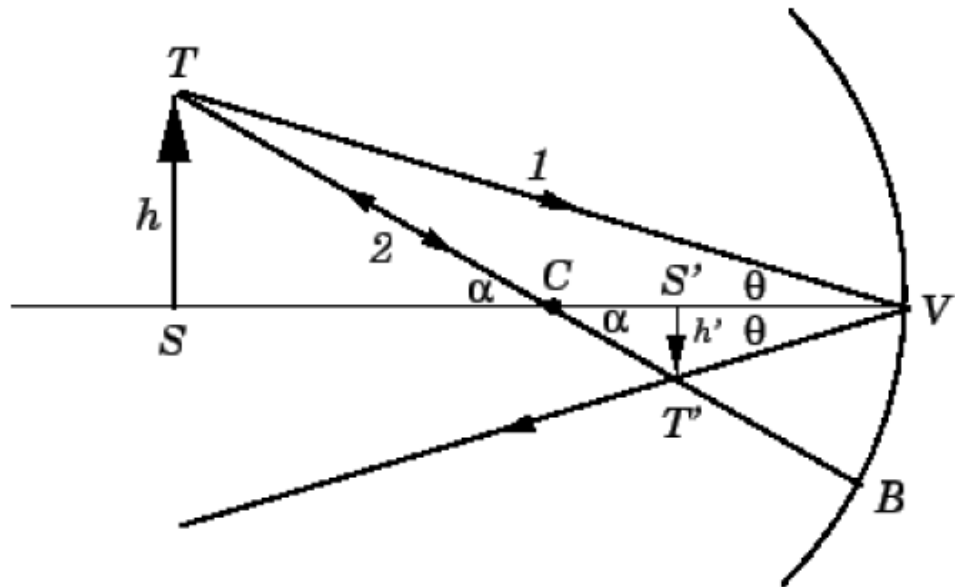
Για να υποδείξουμε αν το είδωλο είναι ορθό ή αντεστραμμένο, χρησιμοποιούμε αντίστοιχα θετικό ή αρνητικό πρόσημο για το m . Εδώ, $m = +1$)

ΤΥΠΟΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΚΑΤΟΠΤΡΩΝ

$$m = \frac{h'}{h} = -\frac{s'}{s}$$

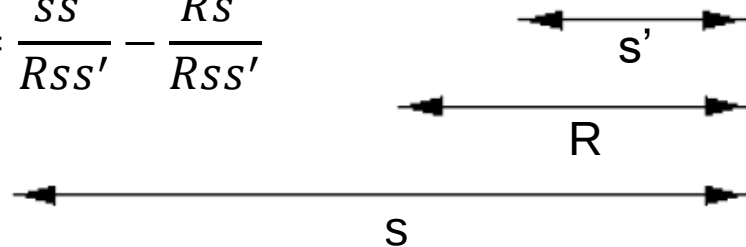
$$\tan \alpha = \frac{h}{s-R} = -\frac{h'}{R-s'}$$

$$\frac{-h'}{h} = \frac{R-s'}{s-R} = \frac{s'}{s}$$



$$Rs - ss' = ss' - Rs' \rightarrow \frac{Rs}{Rss'} - \frac{ss'}{Rss'} = \frac{ss'}{Rss'} - \frac{Rs'}{Rss'}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$



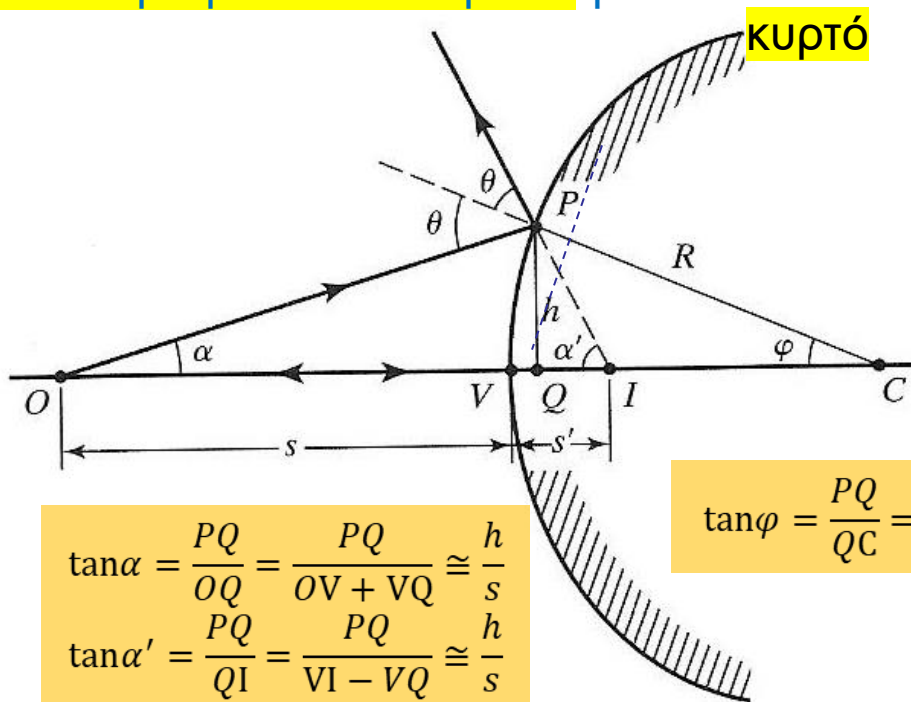
Ανάκλαση από σφαιρική επιφάνεια

Τα σφαιρικά κάτοπτρα μπορεί να είναι είτε **κοίλα** είτε κυρτά ως προς το αντικείμενο O , ανάλογα με το **αν το κέντρο καμπυλότητας, C , είναι στην ίδια πλευρά με το αντικείμενο ή όχι**.

Αντικείμενο $\rightarrow O$

Είδωλο $\rightarrow I$

Για ακτίνες με μικρή γωνία με τον οπτικό άξονα (παραξονικές ακτίνες)
 $\cos\varphi \sim 1$
 $\sin\varphi \sim \tan\varphi \sim \varphi$
 $VQ \sim 0$



$$\tan\alpha = \frac{PQ}{OQ} = \frac{PQ}{OV + VQ} \cong \frac{h}{s}$$

$$\tan\alpha' = \frac{PQ}{QI} = \frac{PQ}{VI - VQ} \cong \frac{h}{s'}$$

$$\tan\varphi = \frac{PQ}{QC} = \frac{PQ}{VC - VQ} \cong \frac{h}{R}$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta = \alpha + \varphi \text{ (ως εξωτερική γωνία του τριγώνου OPC),} \\ 2\theta = \alpha + \alpha' \text{ (ως εξωτερική γωνία του τριγώνου OPI).} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \alpha - \alpha' = -2\varphi$. Αντικαθιστώντας τις γωνίες με τις εφαπτομένες τους, $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{h}{s} - \frac{h}{s'} = -2\frac{h}{R} \Rightarrow \frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{2}{R}$$

Οι συνθήκες προσήμων για είδωλα από ανάκλαση από σφαιρικά κάτοπτρα

- Πραγματικά είδωλα εμφανίζονται από τη πλευρά του κατόπτρου που είναι το αντικείμενο. Σε αυτή τη περίπτωση το s' είναι θετικό. Αν το είδωλο είναι από την άλλη πλευρά του κατόπτρου, είναι φανταστικό και το s' είναι αρνητικό.
- Η ακτίνα καμπυλότητας R είναι θετική για κοίλο κάτοπτρο, και αρνητική για κυρτό κάτοπτρο.

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = +\frac{2}{R}$$

Παρατηρούμε ότι αν θεωρήσουμε $R \rightarrow \infty$ (επίπεδο κάτοπτρο), βρίσκουμε $s = -s'$, όπου το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι το είδωλο είναι φανταστικό.

Εστία σφαιρικού κατόπτρου

Αν το αντικείμενο είναι στο άπειρο, τότε οι ακτίνες που προσπίπτουν στο κάτοπτρο είναι παράλληλες μεταξύ τους. Θεωρούμε ακτίνες κοντά στον οπτικό άξονα και παράλληλες προς αυτό .

Τότε από τη σχέση

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad \text{και } s \rightarrow \infty$$

προκύπτει ότι $\frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$.

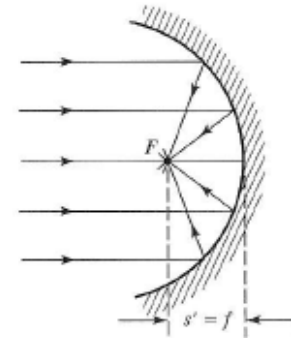
Η θέση του ειδώλου, που σχηματίζεται από την παραξονική παράλληλη δέσμη που θεωρήσαμε, ονομάζεται **εστία του κατόπτρου** και η απόσταση s' ονομάζεται **εστιακή απόσταση** του κατόπτρου, f .

Οπότε για σφαιρικά κάτοπτρα, η εστιακή απόσταση είναι

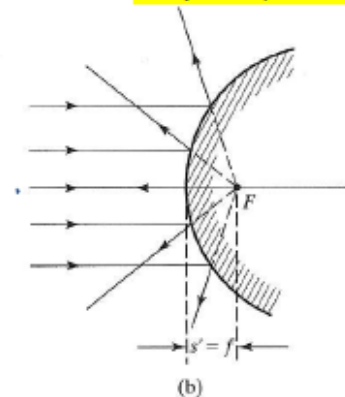
$$f = R/2$$

και είναι **θετική για κοίλα ($R > 0$)** και **αρνητική για κυρτά κάτοπτρα ($R < 0$)**.

Κοίλο (concave)



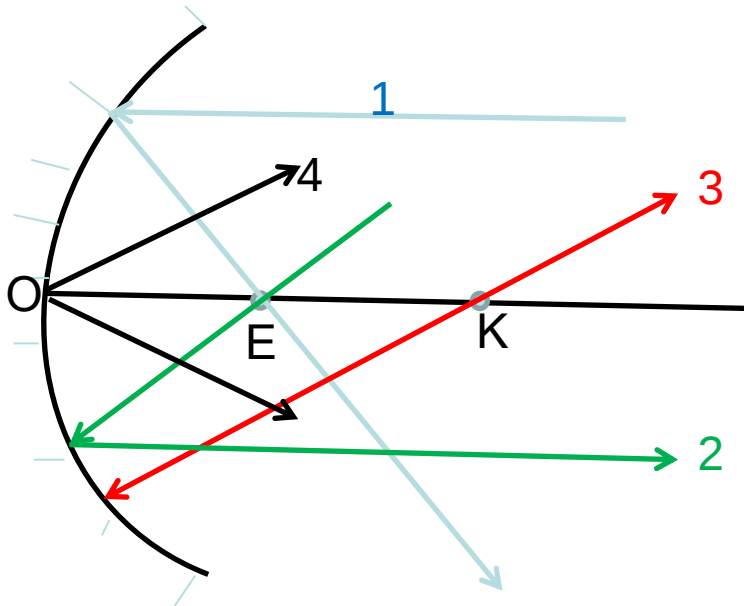
Κυρτό (convex)



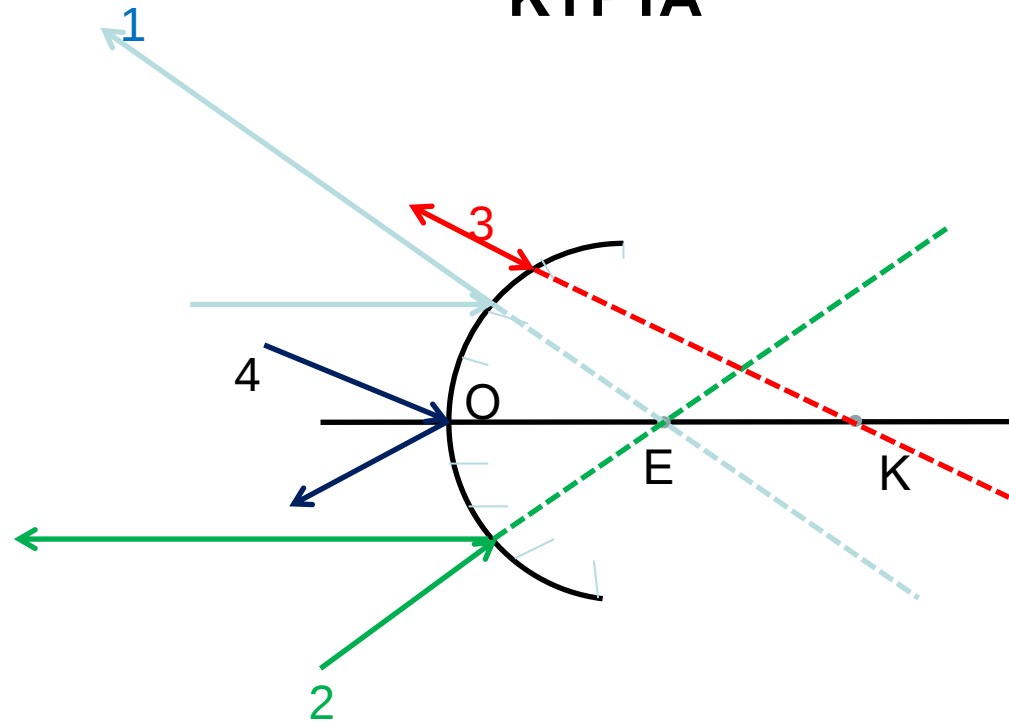
Γενικά περί σχηματισμού ειδώλου σε σφαιρικά κάτοπτρα

1: Πορεία χαρακτηριστικών ακτίνων σε σφαιρικά κάτοπτρα (ΣΚ)

ΚΟΙΛΑ

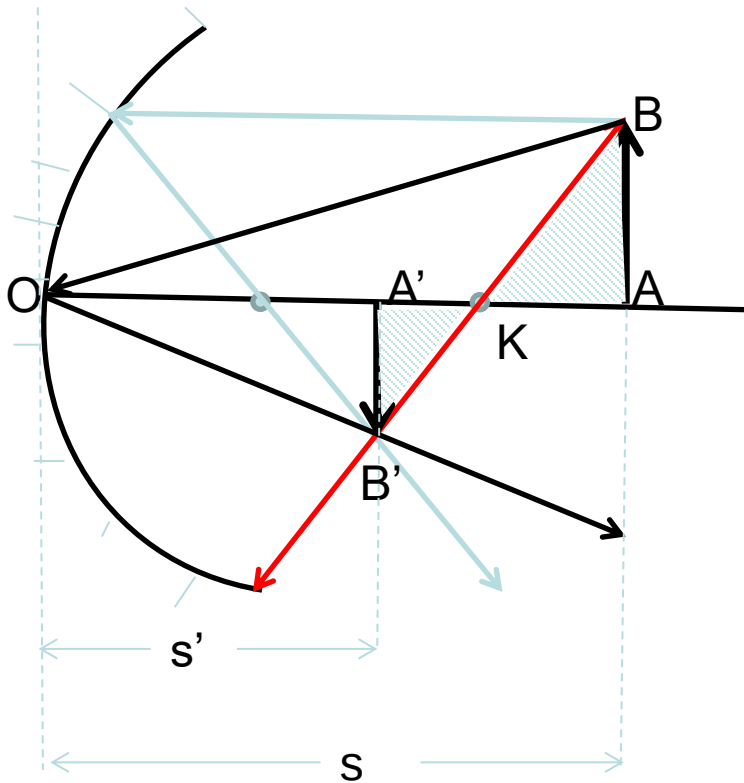


ΚΥΡΤΑ



2. Σχηματισμός ειδώλου E γραμμικού αντικειμένου A μέσω σφαιρικού κατόπτρου

ΚΟΙΛΑ



Τα τρίγωνα ABK & $A'B'K$ είναι
όμοια:

$$A'B'/AB = A'K/AK \quad (1)$$

Τα τρίγωνα ABO & $A'B'O$ είναι
όμοια:

$$A'B'/AB = OA'/OA \quad (2)$$

Από τις (1) & (2) προκύπτει
 $OA'/OA = A'K/AK$ ή $s'/s = (R-s')/(s-R)$
απ' όπου:

$$\mathbf{1/s + 1/s' = 2/R = 1/f}$$

Εγκάρσια γραμμική μεγέθυνση

$$\mathbf{m \equiv A'B/AB = -s'/s}$$

ΚΥΡΤΑ

Τα τρίγωνα ABO & $A'B'O$ είναι
όμοια:

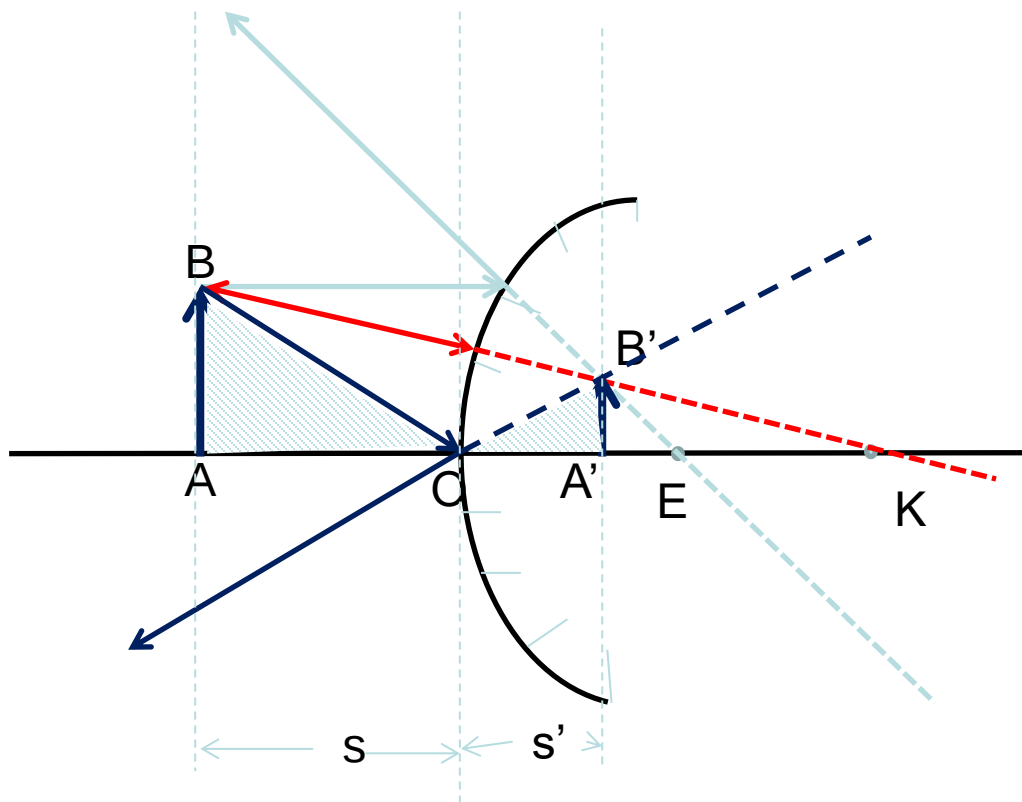
$$A'B'/AB = OA'/OA \quad (1)$$

Τα τρίγωνα ABK & $A'B'K$ είναι
όμοια:

$$A'B'/AB = A'K/AK \quad (2)$$

Από τις (1) & (2) προκύπτει
 $OA'/OA = A'K/AK$ ή $s'/s = (R-s')/(s+R)$
απ' όπου:

$$1/s - 1/s' = -2/R = -1/f$$

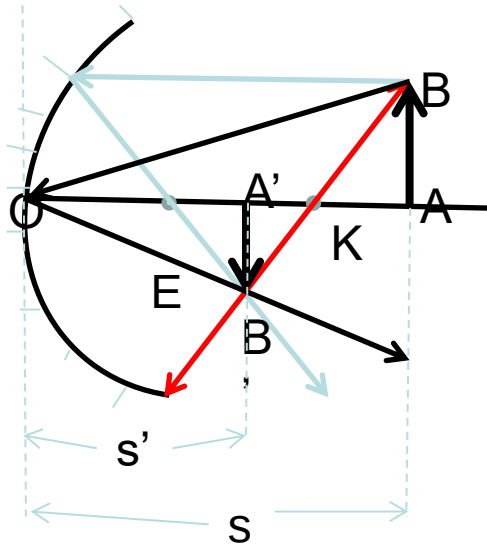


Εγκάρσια γραμμική μεγέθυνση

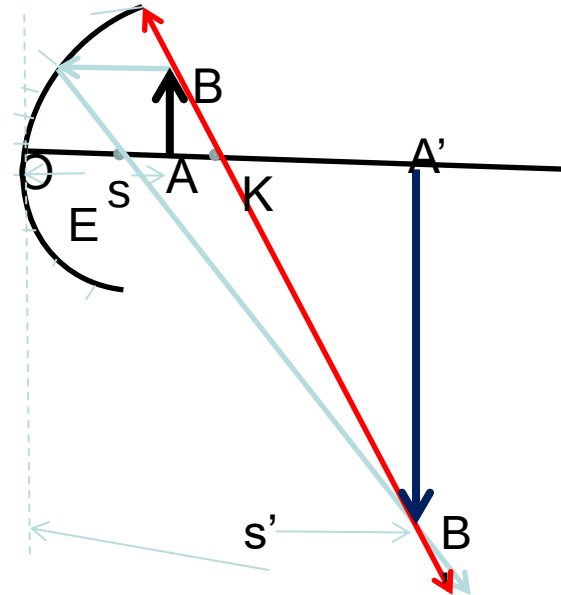
$$m \equiv A'B'/AB = -s'/s$$

Διερεύνηση του τύπου των κατόπτρων

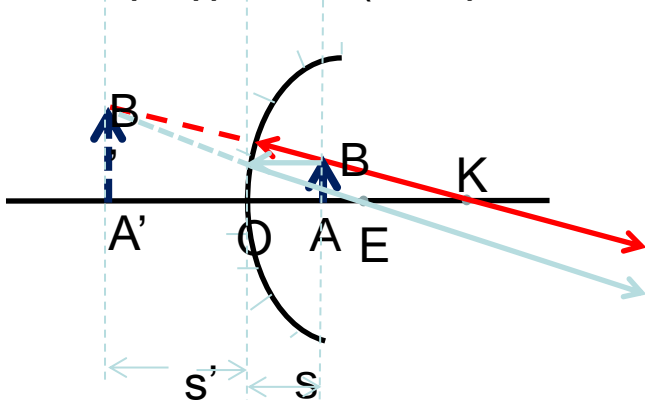
1) Α πραγματικό ($s > R$)
Ε πραγματικό ($s' > 0$)



2) Α πραγματικό ($f < s < R$)
Ε πραγματικό ($s' > 0$) →



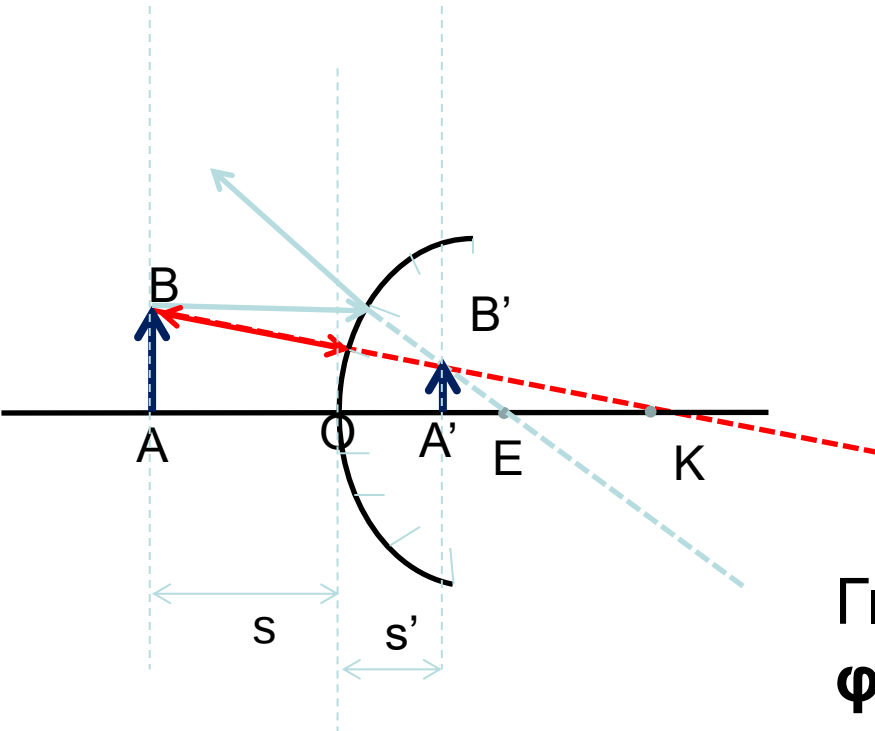
3) Α πραγματικό ($s < f$)
Ε πραγματικό ($s' < 0$)



Παρατηρήσεις:

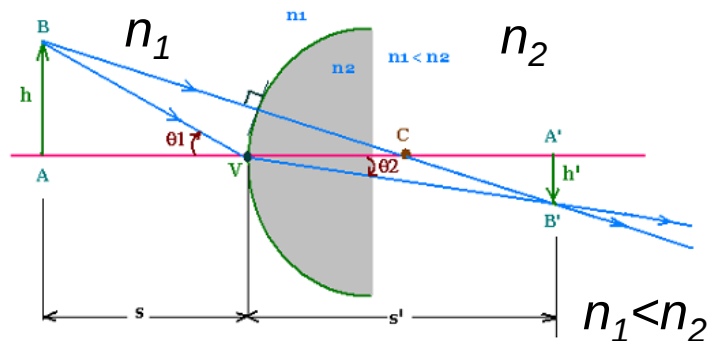
- 1) Για $s > R$ το Ε είναι πραγματικό, ανεστραμμένο, μικρότερο του Α και σχηματίζεται μεταξύ Ε και Κ
- 2) Για $f < s < R$ το Ε είναι πραγματικό, ανεστραμμένο, μεγαλύτερο του Α και σχηματίζεται πέραν του Κ
- 3) Για $s < f$ το Ε είναι φανταστικό, ορθό, μεγαλύτερο του Α και σχηματίζεται πίσω από το Κ ($1/s - 1/s' = 1/f$)

ΚΥΡΤΑ



Για κάθε $s > 0$ το Είδωλο είναι φανταστικό, ορθό, μικρότερο του **A** και σχηματίζεται πίσω από το Κάτοπτρο: $(1/s - 1/s' = -1/f)$

Διάθλαση από σφαιρική επιφάνεια



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Type equation here.

ΠΑΡΑΞΟΝΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

$$\theta_1, \theta_2 \ll 1$$

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

$$m = \frac{h'}{h} = \frac{-s' \tan \theta_2}{s \tan \theta_1} = -\frac{s' n_1}{s n_2}$$

$$ABC, A'B'C \rightarrow \frac{|h|}{(R+s)} = \frac{|h'|}{(s'-R)} \quad (1)$$

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{(n_2 - n_1)}{R} \quad (2)$$

Απόδειξη:

$$\frac{|h'|}{|h|} = \frac{s' - R}{R + s} \rightarrow \frac{s' n_1}{s n_2} = \frac{s' - R}{R + s} \rightarrow s' n_1 (R + s) = s n_2 (s' - R)$$

$$s' n_1 (R + s) = s n_2 (s' - R) \rightarrow s' n_1 R + s' s n_1 = s' s n_2 - s n_2 R \quad (3)$$

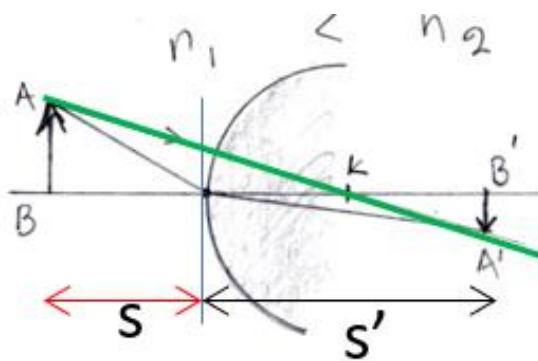
Διαιρώντας την (3) με $s s' R$ παίρνουμε την (2)

Κοινός τύπος για κοίλες και κυρτές διαθλαστικές επιφάνειες – συνθήκες προσήμων

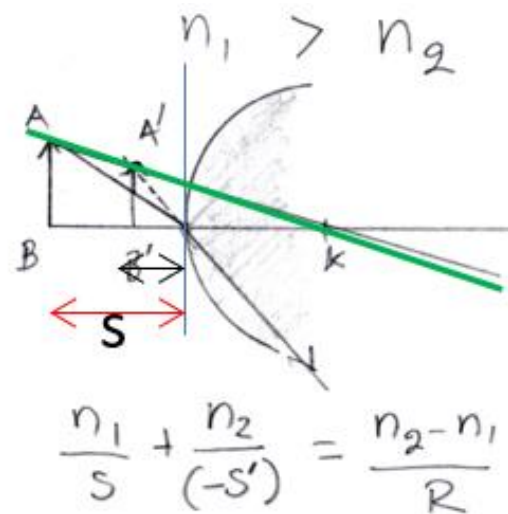
- Κοινός τύπος για διάθλαση από κοίλες ή κυρτές σφαιρικές επιφάνειες, για παραξονικές ακτίνες

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

- Προσοχή, πραγματικά ($s' > 0$) είναι τα είδωλα που σχηματίζονται στην αντίθετη πλευρά της διαθλαστικής επιφάνειας από αυτή που βρίσκεται το αντικείμενο
- Προσοχή! Για να ισχύει ο παραπάνω τύπος, η ακτίνα καμπυλότητας είναι θετική όταν ένα αντικείμενο αντικρίζει μία κυρτή διαθλαστική επιφάνεια. Το αντίθετο ισχύει για μία κοίλη επιφάνεια.

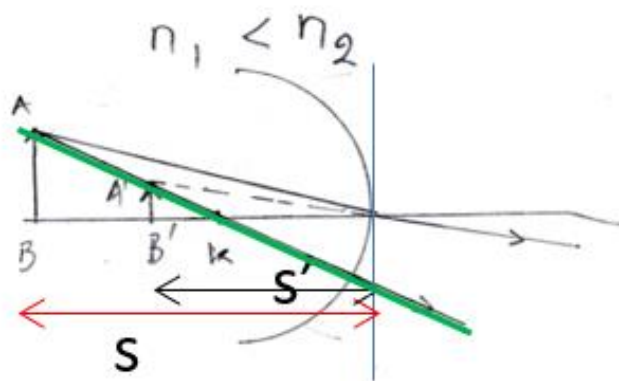


$$\frac{n_1}{S} + \frac{n_2}{S'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

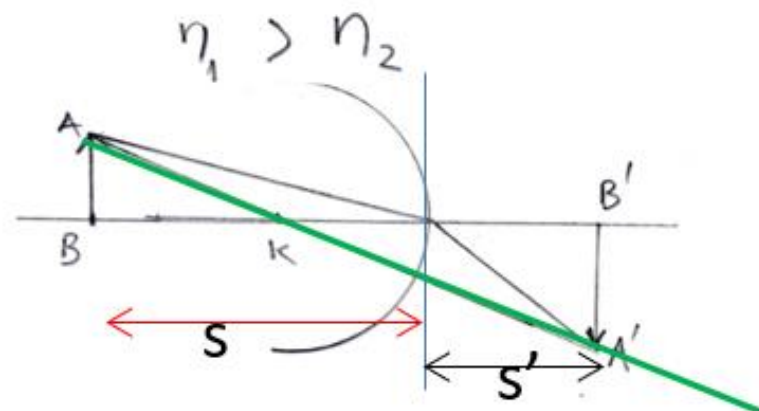


$$\frac{n_1}{S} + \frac{n_2}{(-S')} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

ΚΟΙΛΟ ΔΙΟΠΤΡΟ

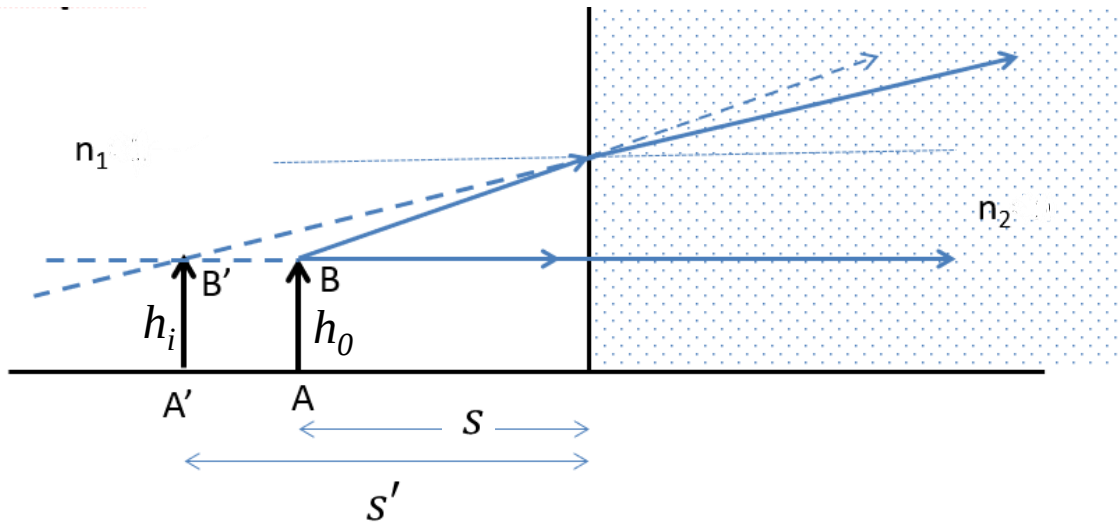


$$\frac{n_1}{S} + \frac{n_2}{(-S')} = \frac{n_2 - n_1}{(-R)}$$



$$\frac{n_1}{S} + \frac{n_2}{S'} = \frac{n_2 - n_1}{(-R)}$$

Για διάθλαση από επίπεδη επιφάνεια, θέτουμε
 $R \rightarrow \infty$



$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \rightarrow 0 \Rightarrow$$

$$\frac{n_1}{s} = -\frac{n_2}{s'}$$

και

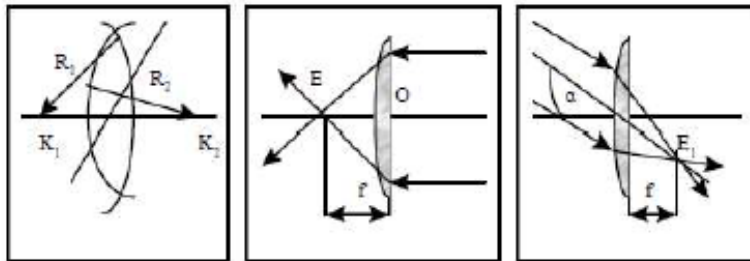
$$m = \frac{h_i}{h_0} = -\frac{n_1 s'}{n_2 s} = 1$$

ΦΑΚΟΙ

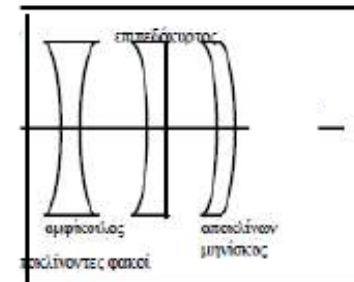
Φακός είναι ένα διαφανές μέσον που περιορίζεται από δύο εν γένει καμπύλες επιφάνειες (η μία εξ αυτών μπορεί να είναι και επίπεδη)

Είδη Φακών

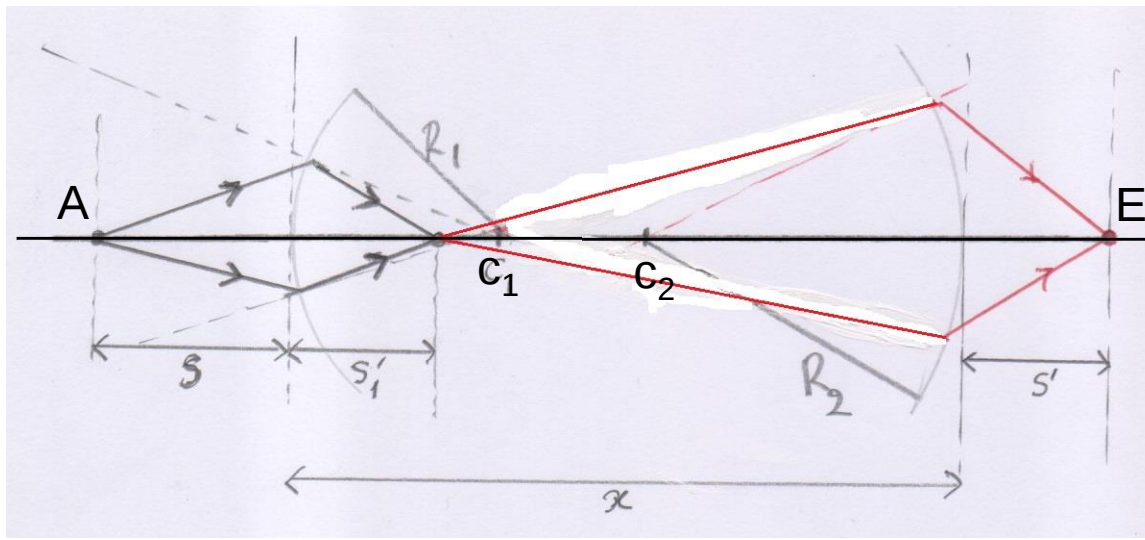
Συγκλίνοντες



Αποκλίνοντες



Αυτά ισχύουν όταν ο εξωτερικός δείκτης διάθλασης είναι μικρότερος από αυτόν του υλικού του φακού. Εάν δεν συμβαίνει αυτό τότε οι συγκλίνοντες γίνονται αποκλίνοντες και αντίστροφα.



Από την διάθλαση στη αριστερή
κυρτή διαθλαστική επιφάνεια

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \quad (1)$$

Από την διάθλαση στην δεξιά
κοίλη διαθλαστική επιφάνεια

$$\frac{n_2}{x - s'_1} + \frac{n_1}{s'} = \frac{n_1 - n_2}{-R_2} \quad (2)$$

Για $x \rightarrow 0$ η (2) γίνεται:

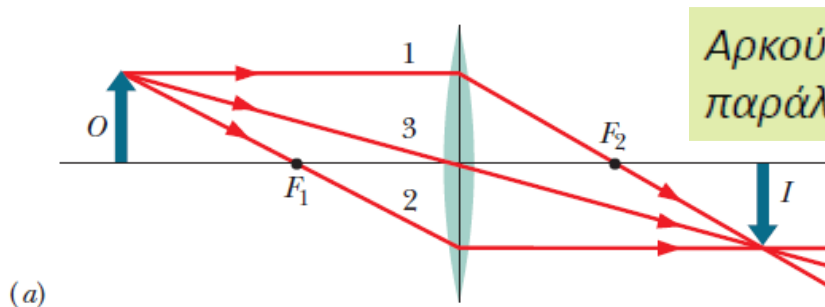
$$\frac{n_2}{-s'_1} + \frac{n_1}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R_2} \quad (3)$$

Προσθέτοντας τις (1) & (3) προκύπτει:

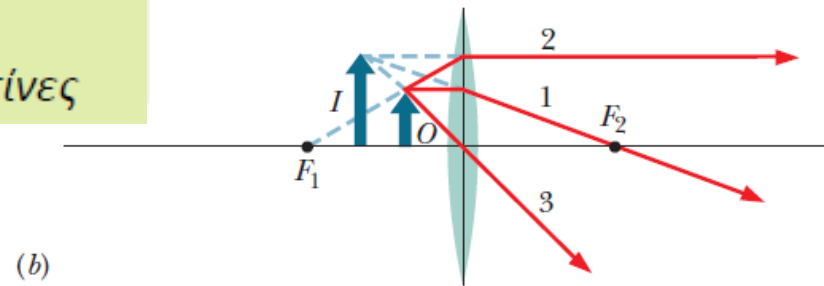
$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'_1} + \frac{n_2}{-s'_1} + \frac{n_1}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} + \frac{n_2 - n_1}{R_2}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f}$$

Εύρεση ειδώλων από λεπτούς φακούς

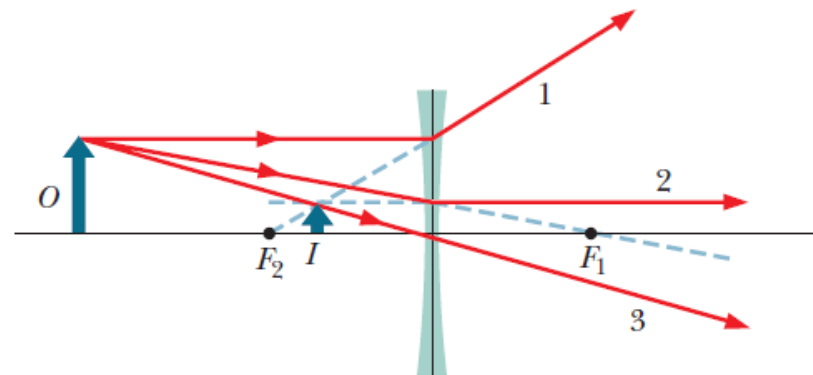


(a)



(b)

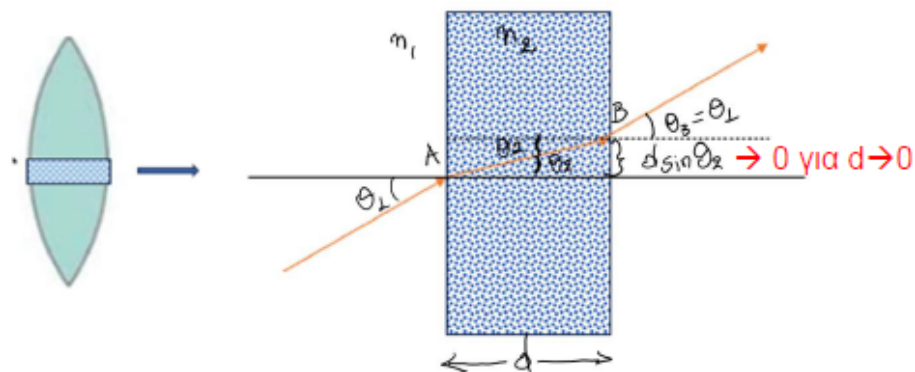
- Μια ακτίνα αρχικά παράλληλη προς τον οπτικό άξονα, θα περάσει από τη εστία F_2 (ακτίνα 1)
- Μία ακτίνα που αρχικά περνά από την εστία F_1 , θα βγει από τον φακό παράλληλα προς τον οπτικό άξονα. (ακτίνα 2)
- Μία ακτίνα που αρχικά περνά από το κέντρο του φακού, θα βγει από το φακό χωρίς να αλλάξει διεύθυνση (θα το δείξουμε σε λίγο). (ακτίνα 3)



(c)

Παράρτημα- εξήγηση για τη διαδρομή της ακτίνας 3

- Στα διαγράμματα ακτινών, χρησιμοποιήσαμε το ότι μία (παραξονική) ακτίνα που περνά από το κέντρο του φακού συνεχίζει τη διαδρομή της χωρίς αλλαγή διεύθυνσης.
- Όταν έχουμε διάθλαση από μία ορθογώνια πλάκα, η δέσμη βγαίνει παράλληλη προς τη προσπίπτουσα αλλά μετατοπισμένη. Εδώ θεωρούμε ότι το μέσο του φακού μπορεί να θεωρηθεί σαν ορθογώνια πλάκα. Αν επιπλέον θεωρήσουμε ότι το πάχος του φακού είναι αμελητέο, τότε δεν υπάρχει μετατόπιση της αναδυόμενης δέσμης.



Δηλ. Η αναδυόμενη ακτίνα είναι μετατοπισμένη ως προς τη προσπίπτουσα κατά $d \sin \theta_2$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Σημείο A: } n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \\ \text{Σημείο B: } n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_3 \end{array} \right\} \theta_3 = \theta_1$$

Δηλ. Η αναδυόμενη ακτίνα είναι παράλληλη με τη προσπίπτουσα

Για $d \rightarrow 0$ η ακτίνα βγαίνει από τη πλάκα ως προέκταση της προσπίπτουσας.

Σχηματισμός ειδώλων από οπτικό σύστημα – Πώς δουλεύουμε

- Μας δίνεται ένα οπτικό σύστημα που περιλαμβάνει συνήθως μία σειρά από φακούς ή/και κάτοπτρα
- Μας δίνεται συνήθως ένα εκτεταμένο (μικρό) ευθύγραμμο αντικείμενο συγκεκριμένου ύψους, που είναι τοποθετημένο σε συγκεκριμένη απόσταση από το πρώτο (συνήθως) οπτικό στοιχείο.
- Μας ζητείται (συνήθως) να βρούμε τη θέση και το μέγεθος του τελικού ειδώλου.
- Η επίλυση των προβλημάτων αυτών γίνεται με συνδυασμό
 - γραφικής επίλυσης, ακολουθώντας τη διαδρομή των ακτίνων και
 - χρήσης των νόμων δημιουργίας ειδώλων από ανάκλαση και διάθλαση που έχουμε συζητήσει.
- Αν το οπτικό μας σύστημα περιλαμβάνει περισσότερα από ένα στοιχεία, εργαζόμαστε ως εξής:
- Βρίσκουμε το είδωλο από το **πρώτο στοιχείο** που συναντούν οι οπτικές ακτίνες που φεύγουν από το δεδομένο αντικείμενο, ξεχνώντας όλα τα υπόλοιπα οπτικά στοιχεία.

- Το είδωλο αυτό αποτελεί το αντικείμενο για το επόμενο οπτικό στοιχείο. Βρίσκουμε λοιπόν πρώτα την απόστασή του από το δεύτερο οπτικό στοιχείο, και υπολογίζουμε τη θέση του νέου ειδώλου από το δεύτερο στοιχείο, ξεχνώντας όλα τα υπόλοιπα στοιχεία. Αν έχουμε μόνο δύο στοιχεία στο σύστημα, αυτό θα είναι και το τελικό είδωλο. Η μεγέθυνση του τελικού ειδώλου προκύπτει από το γινόμενο των επιμέρους μεγεθύνσεων. Αν υπάρχει και άλλο οπτικό στοιχείο, τότε το δεύτερο είδωλο αποτελεί αντικείμενο για το τρίτο οπτικό στοιχείο κ.ο.κ.
- Η τελική μεγέθυνση συστήματος φακών, συστήματος κατόπτρων, ή συστήματος φακών/κατόπτρων είναι ίση με το γινόμενο των επιμέρους μεγεθύνσεων.

Οι βασικοί κανόνες γραφικής επίλυσης για λεπτούς φακούς

- Τοποθετούμε τα οπτικά στοιχεία και το αντικείμενο υπό περίπου σωστή κλίμακα κατά μήκος του οπτικού άξονα.
- Συνήθως συμβολίζουμε
 - τον συγκεντρωτικό (συγκλίνοντα) λεπτό φακό με 
 - τον αποκεντρωτικό (αποκλίνοντα) λεπτό φακό με 
- Τοποθετούμε υπό κλίμακα τις θέσεις των εστιών συμμετρικά εκατέρωθεν του κάθε (λεπού) φακού
- Από το άκρο του αντικειμένου που είναι εκτός του οπτικού άξονα, παίρνω δύο ακτίνες:
 - Μία που περνάει από το κέντρο του φακού και βγαίνει χωρίς αλλαγή διεύθυνσης (βλ. εξήγηση στο παράρτημα)
 - Μία που είναι παράλληλη προς τον οπτικό άξονα και βγαίνοντας από τον φακό αλλάζει διεύθυνση έτσι ώστε να περνά από την εστία του φακού.
 - Εκεί που συναντώνται οι δύο ακτίνες (ή οι προεκτάσεις τους) είναι το είδωλο του άκρου του αντικειμένου. Φέρνω κάθετο προς τον οπτικό άξονα και σχηματίζω το είδωλο