

# ΚΥΜΑΤΙΚΗ

## I. Μηχανικά κύματα

### ➤ Φαινόμενο Doppler

(σημ. το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται και στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που θα μελετήσουμε στη 2<sup>η</sup> ενότητα του μαθήματος)

# Φαινόμενο Doppler

(για κύματα όλων των ειδών, όχι μόνο για ηχητικά κύματα)

Τί συμβαίνει όταν η πηγή ή ο ανιχνευτής κινούνται

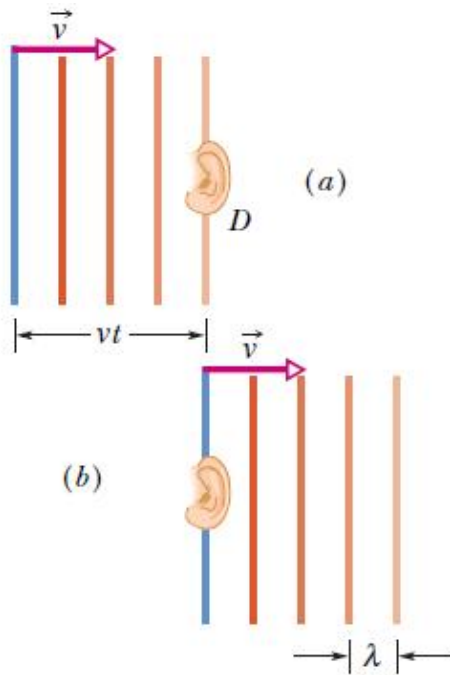
Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο ανιχνευτής/παρατηρητής δεν είναι ίδια με αυτήν που εκπέμπει η πηγή, όταν ο ανιχνευτής/παρατηρητής και η πηγή βρίσκονται σε σχετική κίνηση μεταξύ τους. Το φαινόμενο αυτό λέγεται **φαινόμενο Doppler**.

Αν  $f$  είναι η συχνότητα με την οποία εκπέμπει η πηγή, και  $f'$  η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής,  $v_s$  είναι το μέτρο της ταχύτητας της πηγής και  $v_D$  το μέτρο της ταχύτητας του ανιχνευτή, τότε αποδεικνύεται ότι:

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v \pm v_s}$$

**Για τα πρόσημα που εμφανίζονται στον παραπάνω τύπο, ακολουθούμε τον ακόλουθο κανόνα:** Όταν η κίνηση του ανιχνευτή (της πηγής) είναι προς τη κατεύθυνση της πηγής (του ανιχνευτή), τότε το πρόσημο που θα χρησιμοποιήσουμε στη ταχύτητα θα πρέπει είναι τέτοιο ώστε να αυξάνεται η συχνότητα  $f'$ . Αντίθετα, όταν η πηγή (ο ανιχνευτής) απομακρύνεται από τον ανιχνευτή (την πηγή), το πρόσημο πρέπει να είναι τέτοιο ώστε να μειώνεται η συχνότητα που ανιχνεύεται.

**Όταν ο ανιχνευτής και η πηγή είναι ακίνητοι, η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής ταυτίζεται με τη συχνότητα της πηγής**



**Τα επίπεδα κυματικά μέτωπα (α) φτάνουν και (β) ξεπερνάνε τον ακίνητο ανιχνευτή D.**

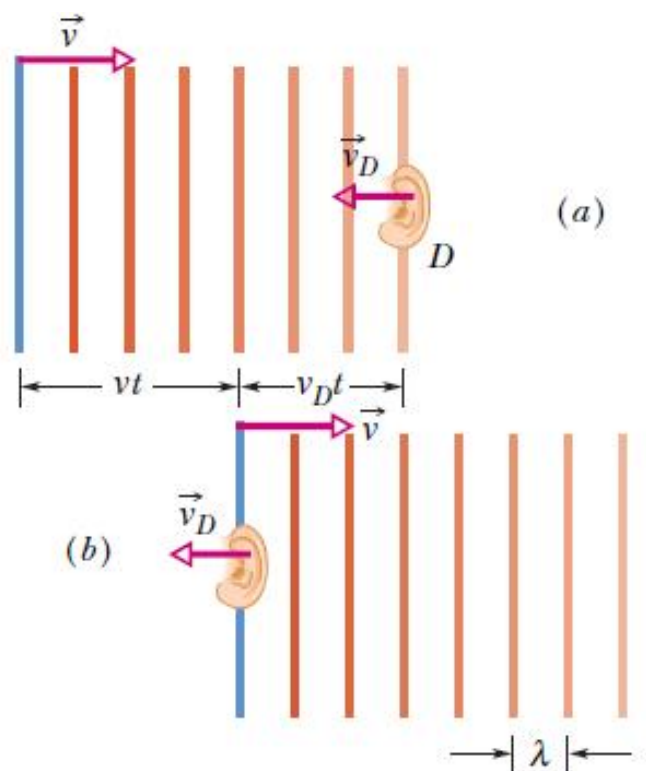
Σε χρόνο  $t$ , τα κυματικά μέτωπα (εδώ τα θεωρούμε επίπεδα, για ευκολία) «διανύουν» απόσταση  $vt$  προς τα δεξιά, όπου  $v$  η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

Ο αριθμός των μηκών κύματος σε αυτή την απόσταση, είναι ο αριθμός των κυματικών μετώπων που φτάνουν στον D μέσα σε χρόνο  $t$ , δηλ.  $vt/\lambda$ . Ο ρυθμός με τον οποίο συμβαίνει αυτό, που είναι ακριβώς η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής, θα είναι

$$f' = \frac{vt}{\lambda} = \frac{v}{\lambda} = f$$

Δηλ. ίδια με τη συχνότητα της πηγής.

## Κινούμενος ανιχνευτής, ακίνητη πηγή



Αν ο ανιχνευτής D κινείται προς τη πηγή, αντίθετα προς τη ταχύτητα των κυματομετώπων, σε χρόνο  $t$  τα κυματομέτωπα κινούνται προς τα δεξιά κατά  $vt$  (όπως στη προηγούμενη διαφάνεια), αλλά τώρα και ο D κινείται προς τα αριστερά κατά  $v_D t$ .

Έτσι, μέσα στο χρόνο  $t$ , τα κυματομέτωπα που θα φτάσουν στο D θα είναι  $(vt + v_D t)/\lambda$

και η αντίστοιχη συχνότητα:

$$f' = \frac{\frac{vt + v_D t}{\lambda}}{t} = \frac{v + v_D}{\lambda} = \frac{v + v_D}{v/f} = \frac{v + v_D}{v} f$$

Παρόμοια, αν το D απομακρύνεται από το S, τότε η σχετική απόσταση που διανύουν τα κυματομέτωπα είναι  $vt - v_D t$ , οπότε

$$f' = \frac{v - v_D}{v} f$$

## Κινούμενη πηγή, ακίνητος ανιχνευτής

Έστω ότι ο ανιχνευτής D είναι ακίνητος (ως προς τον αέρα μέσα στον οποίο διαδίδεται το κύμα που εκπέμπει η πηγή). Έστω ότι η πηγή κινείται προς το D με ταχύτητα  $v_S$ .

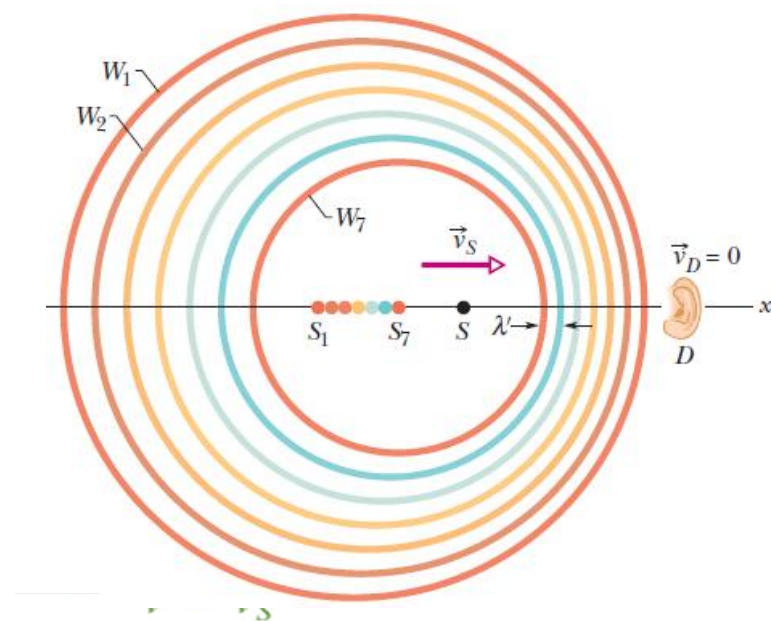
Αν  $T$  ( $=1/f$ ) είναι ο χρόνος μεταξύ της εκπομπής οποιουδήποτε ζεύγους από διαδοχικά κυματοπακέτα  $W_1$  και  $W_2$ , μέσα στο χρόνο  $T$ , το  $W_1$  κινείται κατά απόσταση  $vT$  ενώ η πηγή μετακινείται κατά  $v_S T$ . Με το πέρας του χρονικού διαστήματος  $T$ , εκπέμπεται το κυματομέτωπο  $W_2$ .

Στη κατεύθυνση στην οποία κινείται η πηγή, η απόσταση μεταξύ  $W_1$  και  $W_2$ , που είναι το μήκος κύματος  $\lambda'$  των κυμάτων που διαδίδονται σε αυτή τη κατεύθυνση, είναι  $(vT - v_S T)$ .


Η συχνότητα που θα ανιχνεύσει ο D θα είναι :

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{vT - v_S T} = \frac{v}{v/f - v_S/f} = \frac{v}{v - v_S} f$$

Αν η πηγή κινείται προς την αντίθετη διεύθυνση, τότε, με παρόμοιο σκεπτικό βρίσκουμε:  $f' = \frac{v}{v + v_S} f$



## Παράδειγμα:

Bats navigate and search out prey by emitting, and then detecting reflections of, ultrasonic waves, which are sound waves with frequencies greater than can be heard by a human. Suppose a bat emits ultrasound at frequency  $f_{be} = 82.52$  kHz while flying with velocity  $\vec{v}_b = (9.00 \text{ m/s})\hat{i}$  as it chases a moth that flies with velocity  $\vec{v}_m = (8.00 \text{ m/s})\hat{i}$ . What frequency  $f_{md}$  does the moth detect? What frequency  $f_{bd}$  does the bat detect in the returning echo from the moth? 

**Detection by moth:** The general Doppler equation is

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v \pm v_S}. \quad (17-56)$$

Here, the detected frequency  $f'$  that we want to find is the frequency  $f_{md}$  detected by the moth. On the right side of the equation, the emitted frequency  $f$  is the bat's emission frequency  $f_{be} = 82.52$  kHz, the speed of sound is  $v = 343$  m/s, the speed  $v_D$  of the detector is the moth's speed  $v_m = 8.00$  m/s, and the speed  $v_S$  of the source is the bat's speed  $v_b = 9.00$  m/s.

We have the speed of the bat in the denominator of Eq. 17-56. The bat moves *toward* the moth, which tends to increase the detected frequency. Because the speed is in the denominator, we choose the minus sign to meet that tendency (the denominator becomes smaller).

With these substitutions and decisions, we have

$$\begin{aligned} f_{md} &= f_{be} \frac{v - v_m}{v - v_b} \\ &= (82.52 \text{ kHz}) \frac{343 \text{ m/s} - 8.00 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} - 9.00 \text{ m/s}} \\ &= 82.767 \text{ kHz} \approx 82.8 \text{ kHz}. \end{aligned} \quad (\text{Answer})$$

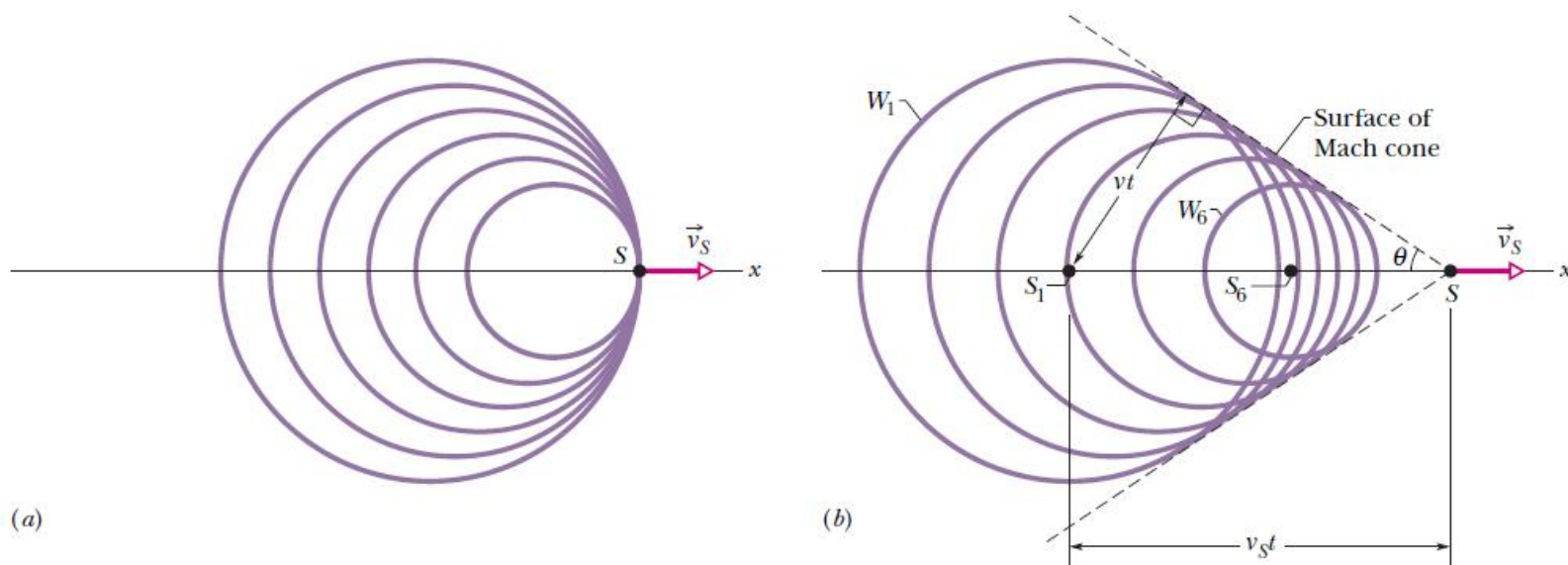
**Detection of echo by bat:** In the echo back to the bat, the moth acts as a source of sound, emitting at the frequency  $f_{md}$  we just calculated. So now the moth is the source (moving *away*) and the bat is the detector (moving *toward*). The reasoning steps are shown in Table 17-3. To find the frequency  $f_{bd}$  detected by the bat, we write Eq. 17-56 as

$$\begin{aligned} f_{bd} &= f_{md} \frac{v + v_b}{v + v_m} \\ &= (82.767 \text{ kHz}) \frac{343 \text{ m/s} + 9.00 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} + 8.00 \text{ m/s}} \\ &= 83.00 \text{ kHz} \approx 83.0 \text{ kHz}. \end{aligned} \quad (\text{Answer})$$

Some moths evade bats by “jamming” the detection system with ultrasonic clicks.



## 17.9: Supersonic Speeds, Shock Waves



**Fig. 17-22** (a) A source of sound  $S$  moves at speed  $v_S$  equal to the speed of sound and thus as fast as the wavefronts it generates. (b) A source  $S$  moves at speed  $v_S$  faster than the speed of sound and thus faster than the wavefronts. When the source was at position  $S_1$  it generated wavefront  $W_1$ , and at position  $S_6$  it generated  $W_6$ . All the spherical wavefronts expand at the speed of sound  $v$  and bunch along the surface of a cone called the Mach cone, forming a shock wave. The surface of the cone has half-angle  $\theta$  and is tangent to all the wavefronts.

$$\sin \theta = \frac{vt}{v_S t} = \frac{v}{v_S} \quad (\text{Mach cone angle}).$$

The ratio  $v_S/v$  is called the *Mach number*.

## Διαφάνεια 7

---

DH1

Despina Hatzidimitriou, 4/26/2024