Φυσική Οπτική

Φυλλάδιο Ασκήσεων 7 Αρχή Huygens

Συμβολή ΗΜ κυμάτων

Άσκηση 1

Δύο δέσμες με παράλληλα ηλεκτρικά πεδία περιγράφονται από τις σχεσεις:

$$E_1 = 3\sin\left(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \frac{\pi}{5}\right)$$
$$E_2 = 4\sin\left(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Με πλάτη σε kV/m. Οι δέσμες συμβάλλουν σε ένα σημείο όπου η διαφορά φάσης εξαιτίας της διαφοράς δρόμου είναι π/3 (με την πρώτη δέσμη να ακολουθεί τον μακρύτερο δρόμο). Στο σημείο υπέρθεσης, υπολογίστε

(α) τις εντάσεις I_1 και I_2 της κάθε δέσμης χωριστά και (β) την ένταση I_{12} που προκύπτει λόγω συμβολής (γ) την συνολική ένταση I, (δ) την ορατότητα (visibility) των κροσσών συμβολής.

(α) $I_1 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_{01}^2$ και $I_2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_{02}^2$

όπου $E_{01} = 3 \times 10^3 \mathrm{V/m}$, $E_{02} = 4 \times 10^3 \mathrm{V/m}$, $\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12} \mathrm{C^2/Nm^2}$, $c = 2{,}998 \times 10^8 \mathrm{m/s}$

Άρα,

$I_1 = \frac{1}{2} \times 8{,}854 \times 10^{-12} \times 2{,}998 \times 10^8 \times 9 \times 10^6 W/m^2 = 11950 \mathrm{W/m^2}$

$I_2 = \frac{1}{2} \times 8{,}854 \times 10^{-1} \quad \times 2{,}998 \times 10^8 \times 16 \times 10^6 W/m^2 = 21240 \mathrm{W/m^2}$

(β) $I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\delta$

$\sqrt{I_1 I_2} = \sqrt{11950 \times 21240}\, W/m^2 = 15932\, W/m^2$

$\delta = k(s_2 - s_1) + \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{5} = -\frac{11\pi}{30}$

($-\frac{\pi}{3}$ διότι η πρώτη δέσμη ακολουθεί τον μεγαλύτερο δρόμο)

οπότε $cos\delta = \cos\left(-\frac{11\pi}{30}\right) = 0.4067$ και

$I_{12} = 2 \times 15932 \times 0.4067\, W/m^2 = 12960\, W/m^2$

(γ) $I = I_1 + I_2 + I_{12} = 46150 \mathrm{W/m^2}$

(δ) ορατότητα κροσσών (fringe visibility)

$$\frac{I_{\max} - I_{min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

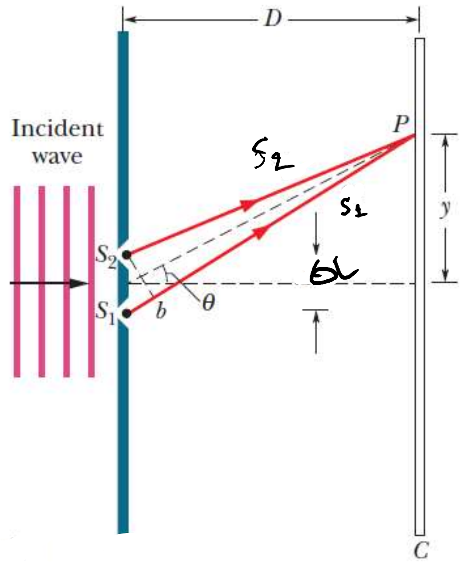
αλλά
$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$
$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

και η ορατότητα των κροσσών θα είναι

$$\frac{I_{\max} - I_{min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{4\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)} = 0.96$$

Άσκηση 2

Ποια είναι η απόσταση πάνω στο πέτασμα μεταξύ δύο διαδοχικών φωτεινών κροσσών, αν το μήκος κύματος του φωτός είναι 546nm, η απόσταση μεταξύ των σχισμών είναι 0.12mm και η απόσταση μεταξύ σχισμής και πετάσματος είναι 55cm. Υποθέστε ότι $\sin\theta \sim \tan\theta$



$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{a}$$
$$= \frac{546 \times 10^{-9} m \times 55 \times 10^{-2} m}{0.12 \times 10^{-3} m}$$
$$= 2.5 \times 10^{-3} m = 2.5 mm$$

Άσκηση 3

Φως που προέρχεται από μία στενή σχισμή περνά από δύο ίδιες παράλληλες σχισμές, που απέχουν μεταξύ τους 2mm. Σε μία οθόνη που απέχει 1m από τις σχισμές, παρατηρούμε κροσσούς συμβολής. Οι (ανά δύο) κροσσοί απέχουν 3.29mm μεταξύ τους. Ποιο είναι το μήκος κύματος του φωτός; Πως μεταβάλλεται η ένταση του φωτός πάνω στην οθόνη, αν η συμβολή από τη μία σχισμή μόνο είναι I_o;

$$\boxed{\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{a}} \quad (1) \qquad \boxed{I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a y}{\lambda L}\right)} \quad (2)$$

(1) $\rightarrow \lambda = a\Delta y/L = (0.0002)(3.29 \times 10^{-3})/1 = 658\text{nm}$

(2) $\rightarrow I = 4I_0 \cos^2[\pi(0.0002)y/(658 \times 10^{-9})(1)] = 4I_0 \cos^2(955y)$

Άσκηση 4

Έστω ότι παρατηρούμε κροσσούς συμβολής που προκύπτουν από τη συμβολή ΗΜ κυμάτων μήκους κύματος λ προερχομένων από δύο σύμφωνες σημειακές πηγές, που απέχουν 30μm μεταξύ τους. Αν ο δεύτερος κροσσός συμβολής απέχει απόσταση $y = 4.5cm$ από τον κεντρικό κροσσό, και η παρατήρηση γίνεται σε απόσταση L=1.2m από τις πηγές, ποιο είναι το μήκος κύματος λ; Πόσο απέχουν δυο διαδοχικοί κροσσοί μεταξύ τους;

$$L = 1.2\text{m}$$

$$a = 30\ \mu\text{m} = 30 \times 10^{-6}\text{m}$$

$$y = 4.5 \times 10^{-2}\text{m}$$

$$y_m = m\frac{L}{a}\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

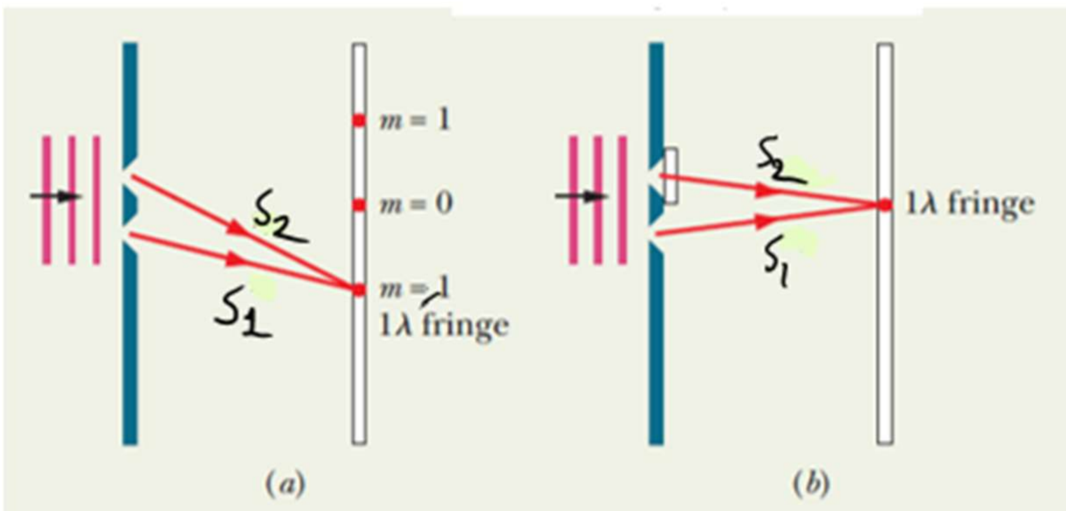
$$\Rightarrow \lambda = \frac{a y_m}{mL} = \frac{30\times10^{-6}\text{m}\times4.5\times10^{-2}\text{m}}{2\times1{,}2\text{m}} = 562{,}5\text{nm}$$

$$y_{m+1} - y_m = (m+1)\frac{L}{a}\lambda - m\frac{L}{a}\lambda = \frac{L}{a}\lambda$$

$$\Rightarrow \Delta y = \frac{1{,}2\text{m}}{30 \times 10^{-6}\text{m}} \times 562{,}5 \times 10^{-9}\text{m}$$
$$= 0{,}0225\text{m} = 2{,}25\text{cm}$$

Άσκηση 5

Παρατηρούμε πάνω σε πέτασμα τους κροσσούς συμβολής που προκύπτουν από μονοχρωματικό φως μήκους κύματος $\lambda = 600nm$ που πέφτει σε διπλή σχισμή. Αν τοποθετήσουμε ένα κομμάτι διαφανούς πλαστικού, πάχους d, μπροστά από τη μία από τις δυο σχισμές, αλλάζουν οι θέσεις των κροσσών συμβολής. Συγκεκριμένα, ο κροσσός m=1 (σχήμα α) μετατοπίζεται στη θέση του κεντρικού κροσσού (m=0). Ο δείκτης διάθλασης του πλαστικού είναι $n = 1.50$ για το συγκεκριμένο μήκος κύματος. Που πρέπει να τοποθετηθεί το πλαστικό, στην πάνω ή στην κάτω σχισμή; Ποιο είναι το πάχος d του πλαστικού;



Εικόνα a):

Στο σημείο του φωτεινού κροσσού $m = -1$ η διαφορά οπτικού δρόμου ανάμεσα στις δύο δέσμες θα είναι ίση με $\Delta = s_2 - s_1 = m\lambda = -\lambda$ (1)

Εικόνα b):

Έστω ότι το πλαστικό είναι μπροστά από τη σχισμή S_2. Τότε ο οπτικός δρόμος που θα ακολουθήσει η φωτεινή δέσμη από τη σχισμή αυτή μέχρι το σημείο στο οποίο παρατηρείται ο κεντρικός κροσσός $(m = 1)$ πάνω στο πέτασμα θα είναι $nd + n_{αερ}(s_2 - d) \cong (n-1)d + s_2$

$(n_{αερ} \cong 1)$

Η διαφορά οπτικού δρόμου ανάμεσα στις δύο δέσμες θα είναι ίση με $\Delta' = (n-1)d + s_2 - s_1 = 0.\lambda = 0$ (2)

Από (1) και (2) προκύπτει ότι $(n-1)d - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = (n-1)d \Rightarrow$

$$d = \frac{600nm}{1.5-1.0} = 1200nm$$

Σημ. Αν υποθέσουμε ότι το πλαστικό είναι μπροστά από τη πρώτη σχισμή καταλήγουμε σε άτοπο.

Διευκρίνιση: οπτικός δρόμος = γεωμετρικός δρόμος επί τον δείκτη διάθλασης – θα το συζητήσουμε περισσότερο στο κεφάλαιο της Γεωμετρικής Οπτικής