

# ΜΕΡΟΣ II: Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

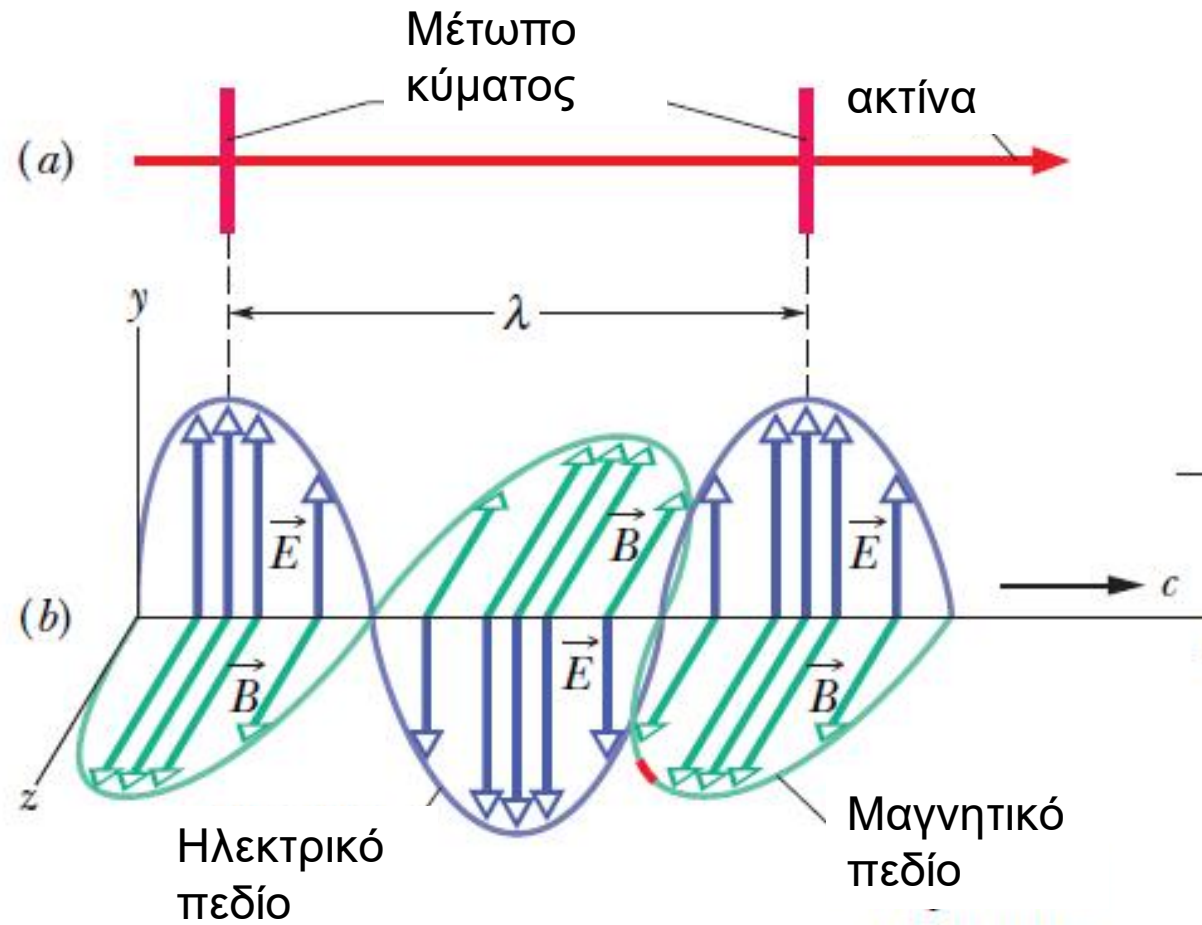
## Εισαγωγικά στοιχεία

# Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

- Στο πρώτο μέρος του μαθήματος μιλήσαμε για μηχανικά κύματα και είδαμε πως μεταφέρουν ενέργεια και ορμή. Μελετήσαμε επίσης διάφορα φαινόμενα που προκύπτουν από την υπέρθεση κυμάτων και από τη διάδοση κυμάτων διαφορετικών συχνοτήτων μέσα στην ύλη
- Στο δεύτερο μέρος θα ασχοληθούμε με τη δεύτερη μεγάλη κατηγορία κυμάτων που ευθύνονται για τη διάδοση ενέργειας στη φύση, τα **ηλεκτρομαγνητικά κύματα**.
- Τα ΗΜ κύματα προκύπτουν από το γεγονός ότι ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο παράγει μαγνητικό πεδίο και αντιστρόφως. Μαθηματικά, προκύπτουν από τις λεγόμενες **εξισώσεις του Maxwell** που θα συναντήσετε του χρόνου στη Φ3.

# Βασικές ιδιότητες ΗΜ κυμάτων

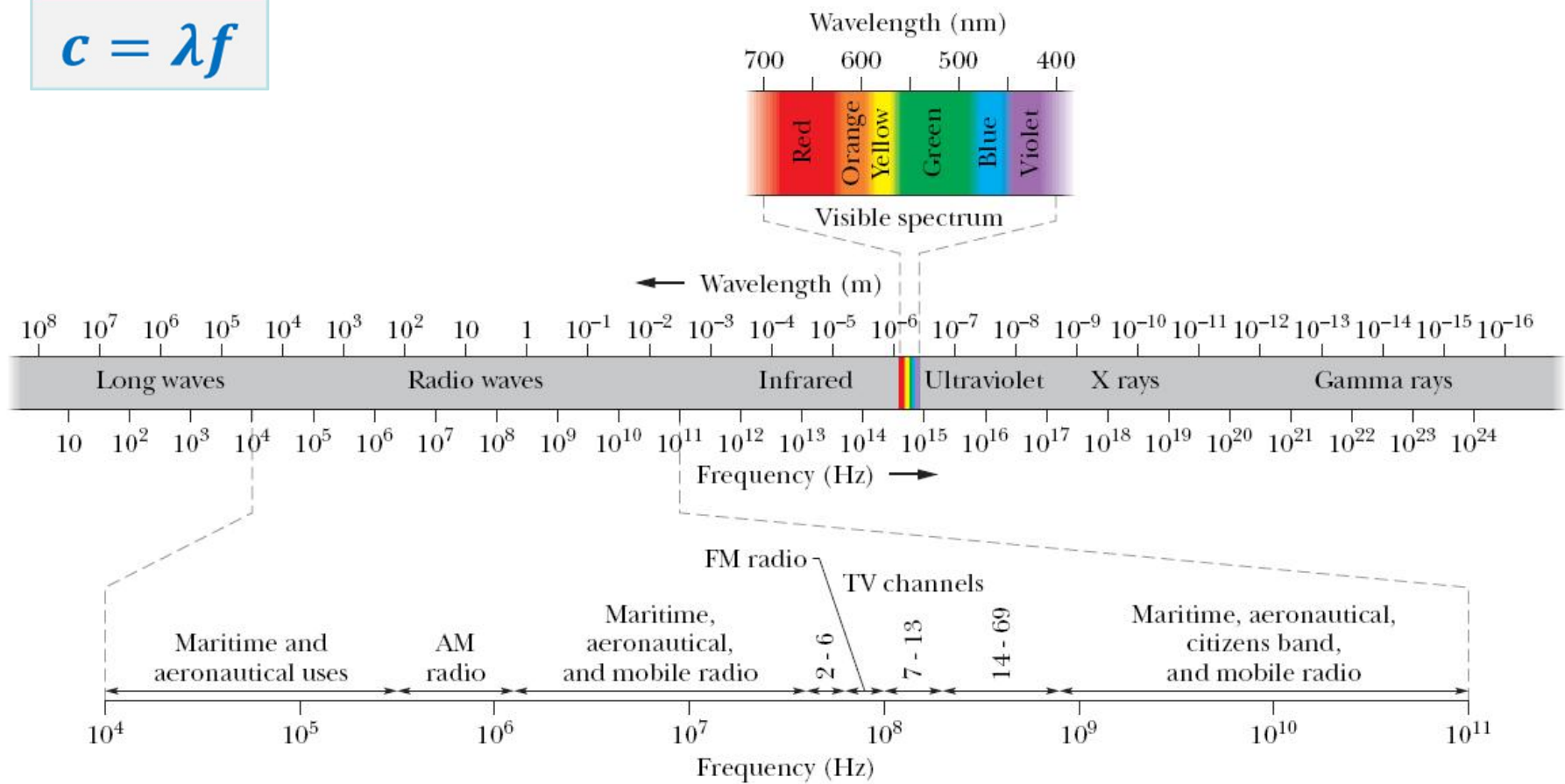
- Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι **εγκάρσια κύματα**.
- Τα φυσικά μεγέθη που μεταβάλλονται είναι η **ένταση του ηλεκτρικού,  $\vec{E}$  και του μαγνητικού πεδίου,  $\vec{B}$** .
- Τα δύο πεδία είναι κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- Ο λόγος των μέτρων των πεδίων  $\vec{E}$  και  $\vec{B}$  είναι σταθερός  $E/B = c$
- τα ΗΜ κύματα διαδίδονται (και) στο κενό με συγκεκριμένη και σταθερή ταχύτητα  $c = 3 \times \frac{10^8 m}{s}$
- Σε αντίθεση με τα μηχανικά κύματα, τα ΗΜ κύματα ΔΕΝ χρειάζονται τα σωματρία ενός μέσου (όπως του αέρα ή της χορδής) για να μεταδώσουν το κύμα



➤ Η ταχύτητα διάδοσης στο κενό είναι η ίδια για όλα τα ΗΜ κύματα, και ίση με  $c=300.000\text{km/s}$

# Οι συχνότητες των ΗΜ κυμάτων καλύπτουν 24 τάξεις μεγέθους

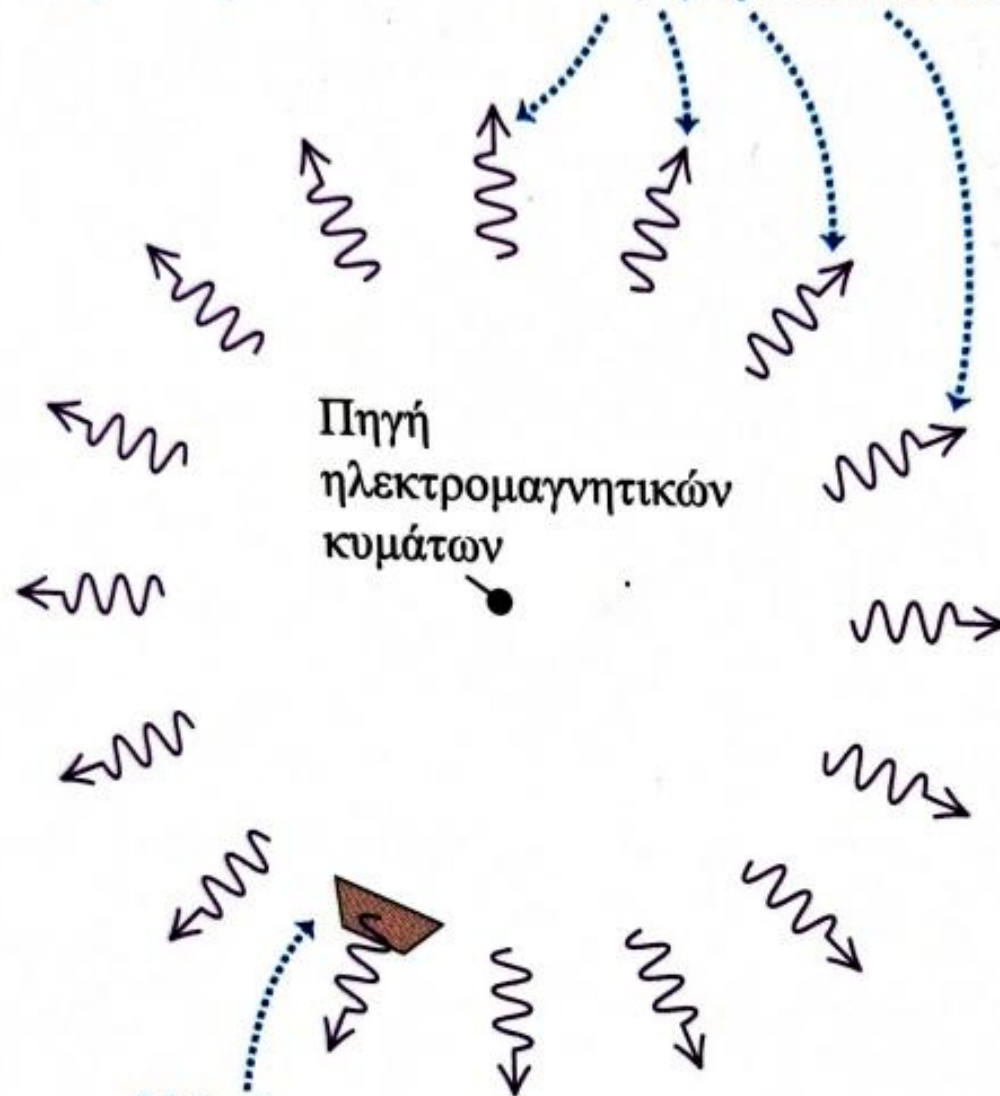
$$c = \lambda f$$



# Ημιτονοειδή ηλεκτρομαγνητικά κύματα

- Τα ημιτονοειδή ΗΜ κύματα είναι εντελώς ανάλογα των ημιτονοειδών εγκάρσιων μηχανικών κυμάτων. Τα πεδία  $\vec{E}$  και  $\vec{B}$  σε κάθε σημείο στο χώρο είναι ημιτονοειδείς συναρτήσεις του χρόνου, και σε κάθε χρονική στιγμή είναι η χωρική μεταβολή είναι επίσης ημιτονοειδής.
- Επίπεδα ΗΜ κύματα έχουν την ιδιότητα ότι σε κάθε χρονική στιγμή τα πεδία είναι ομοιόμορφα σε κάθε πεδίο κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης (δηλ. τα κυματικά μέτωπα είναι επίπεδα).
- Γενικά οι πηγές ΗΜ κυμάτων δεν εκπέμπουν επίπεδα κύματα (συνήθως π.χ. σφαιρικά ή κυλινδρικά). Ωστόσο μπορούμε να υποθέσουμε ότι είναι επίπεδα, αν είμαστε αρκετά μακριά από τη πηγή και κοιτάμε μια μικρή περιοχή στο χώρο.

Κύματα που περνάνε διαμέσου μιας μεγάλης επιφάνειας διαδίδονται σε διάφορες κατευθύνσεις...



... αλλά κύματα που περνάνε διαμέσου μιας μικρής επιφάνειας διαδίδονται σχεδόν στην ίδια κατεύθυνση, οπότε μπορούμε να τα χειριστούμε ως επίπεδα.

# Τα πεδία ενός (συν)ημιτονοειδούς κύματος

Για τις στιγμιαίες τιμές της  $y$  συνιστώσας του ηλεκτρικού και της  $z$  συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου έχουμε

$$E_y(x, t) = E_{max} \cos(kx - \omega t)$$

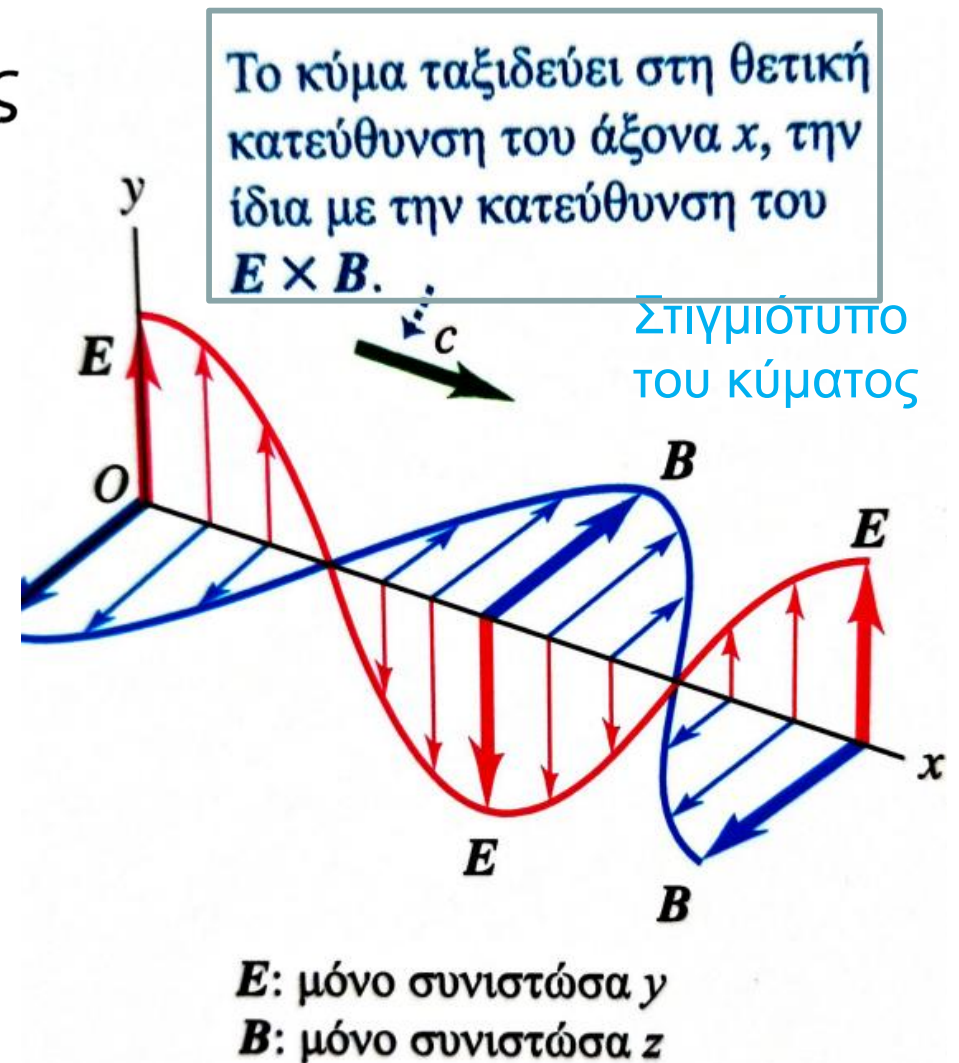
$$B_z(x, t) = B_{max} \cos(kx - \omega t)$$

$$\text{με } c = \omega/k$$

Σε διανυσματική μορφή:

$$\vec{E}(x, t) = \hat{y} E_{max} \cos(kx - \omega t)$$

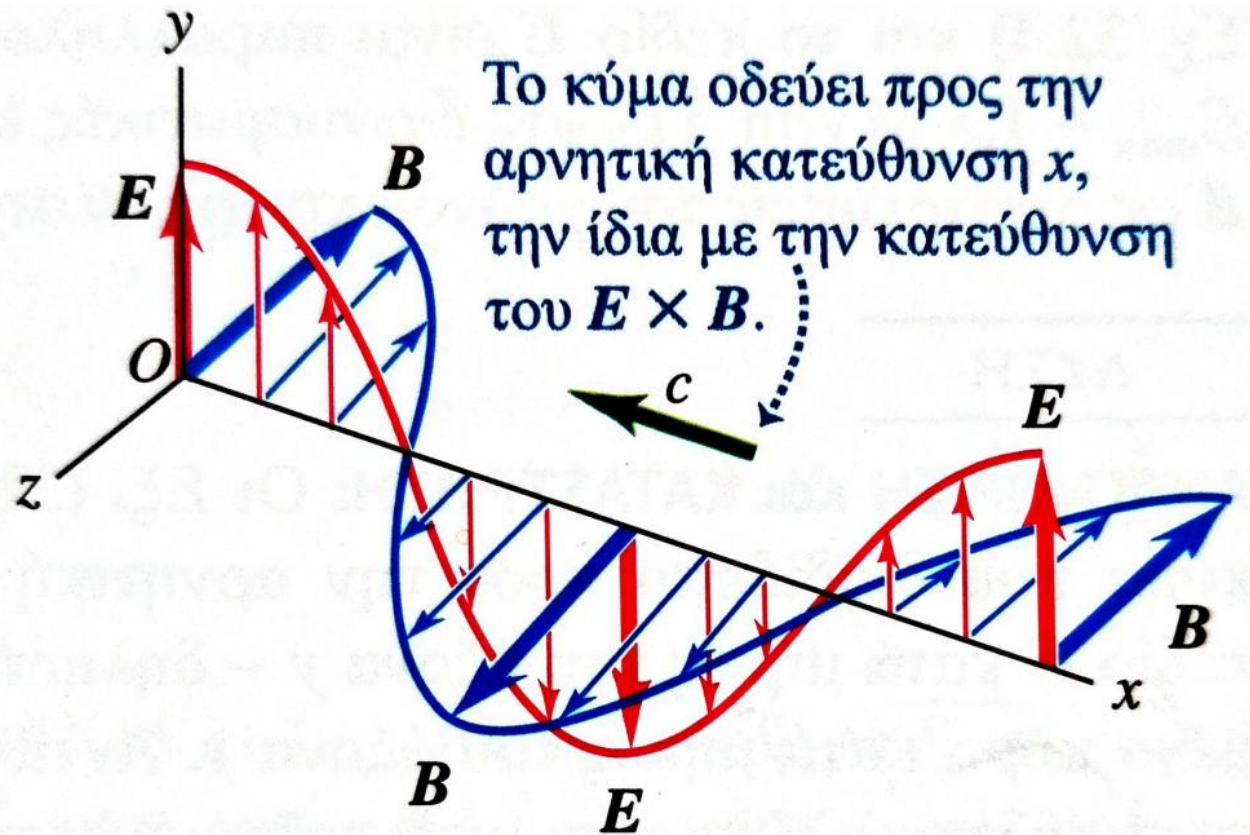
$$\vec{B}(x, t) = \hat{z} B_{max} \cos(kx - \omega t)$$



Προσοχή σε ένα επίπεδο κύμα  $E$  και  $B$  υπάρχουν παντού στο χώρο. Εδώ δείχνουμε τι γίνεται κατά μήκος του άξονα των  $x$ . Σε ένα επίπεδο κάθετο στον άξονα σε κάποιο σημείο  $x$  οι τιμές του  $E$  και  $B$  είναι οι ίδιες σε όλο το επίπεδο. Αλλάζουν από σημείο σε σημείο του άξονα  $x$ .



Αν το ΗΜ κύμα ταξιδεύει προς τα αρνητικά του άξονα των  $x$ , τότε έχουμε:



$E$ : μόνο συνιστώσα  $y$

$B$ : μόνο συνιστώσα  $z$

Και για τις δύο κατευθύνσεις διάδοσης που είδαμε, οι ταλαντώσεις των πεδίων  $\vec{E}$  και  $\vec{B}$  είναι **σε φάση** και το διανυσματικό γινόμενο  $\vec{E} \times \vec{B}$  δείχνει τη **κατεύθυνση διάδοσης** του κύματος.

Αν το  $\vec{E}$  είναι για οποιαδήποτε χρονική στιγμή παράλληλο με τον άξονα  $y$ , τότε λέμε ότι το ΗΜ κύμα είναι γραμμικά πολωμένο κατά τον άξονα αυτό. Το επίπεδο που ορίζεται από τη διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου και τη διεύθυνση διάδοσης ονομάζεται επίπεδο πόλωσης. Θα μιλήσουμε αναλυτικά για την πόλωση αργότερα.

# Παράδειγμα

Ένα λέιζερ CO<sub>2</sub> εκπέμπει ημιτονοειδές ηλεκτρομαγνητικό κύμα που οδεύει στο κενό στην αρνητική κατεύθυνση  $x$ . Το μήκος κύματος είναι 10.6 $\mu\text{m}$  (υπέρυθρο) και το ηλεκτρικό πεδίο είναι παράλληλο προς τον άξονα  $z$  με  $E_{max} = 1.5\text{MV/m}$ . Γράψτε τις διανυσματικές εξισώσεις για τα  $\vec{E}$  και  $\vec{B}$  ως συναρτήσεις του χρόνου και της θέσης.

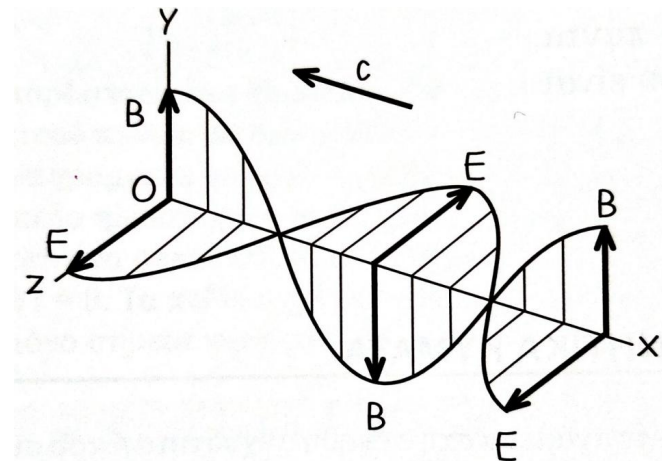
$\vec{E} \times \vec{B} \parallel -\hat{x}$ , με  $\vec{E} \parallel \hat{z}$  και  $\vec{B} \parallel \hat{y}$  (πράγματι  $\hat{z} \times \hat{y} = -\hat{x}$ ).

$$\vec{E}(x, t) = \hat{z}E_{max}\cos(kx + \omega t) \quad (1)$$

$$\vec{B}(x, t) = \hat{y}B_{max}\cos(kx + \omega t) \quad (2)$$

Το πρόσημο + στα ορίσματα των  $\cos$  δείχνει ότι η διάδοση είναι προς την αρνητική διεύθυνση του  $x$ .

$$\text{Επειδή } E_{max}/B_{max} = c \Rightarrow B_{max} = \frac{1.5 \times 10^6 \text{V/m}}{3 \times 10^8 \text{m/s}} = 5 \times 10^{-3} \text{Tesla}$$



E: μόνο σινοτάρα  $z$   
B: μόνο σινοτάρα  $y$

# Παράδειγμα (συνέχεια)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \text{ rad}}{10.6 \times 10^{-6} \text{ m}} = 5.93 \times 10^5 \text{ rad/m} \text{ και } \omega = c k = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \times 5.93 \times 10^5 \text{ rad/m} = 1.78 \times 10^{14} \text{ rad/s}$$

Αντικαθιστώντας στις σχέσεις (1) και (2) προκύπτουν οι:

$$\mathbf{E}(x, t) = \hat{\mathbf{z}} (1.5 \times 10^6 \text{ V/m})$$

$$\times \cos[(5.93 \times 10^5 \text{ rad/m})x + (1.78 \times 10^{14} \text{ rad/s})t]$$

$$\mathbf{B}(x, t) = \hat{\mathbf{y}} (5.0 \times 10^{-3} \text{ T})$$

$$\times \cos[(5.93 \times 10^5 \text{ rad/m})x + (1.78 \times 10^{14} \text{ rad/s})t]$$

(γενικά μπορώ να προσθέσω μία φάση  $\phi$  και στα δύο ορίσματα, που για να τη προσδιορίσω θα έπρεπε να έχω κάποια κατάλληλη αρχική συνθήκη)

# Ηλεκτρομαγνητικά κύματα στην ύλη

- Μέχρι τώρα συζητήσαμε για ΗΜ κύματα που διαδίδονται στο κενό. Τα ΗΜ κύματα όμως διαδίδονται και μέσα στην ύλη (π.χ. στον αέρα, στο νερό, στο γυαλί κλπ).
- Όταν ΗΜ κύμα διαδίδεται σε ένα μη αγώγιμο υλικό (διηλεκτρικό – θα δείτε σχετικές έννοιες στη Φ3 και στον ΗΜ) αλλάζει η ταχύτητα διάδοσής του, και συμβολίζεται με  $v$
- Ο λόγος της ταχύτητας στο κενό προς την ταχύτητα στο μέσο λέγεται **δείκτης διάθλασης**  $n = c/v$
- Όταν ΗΜ συχνότητας  $f$  διαδίδεται σε διηλεκτρικό με δείκτη διάθλασης  $n$ , το μήκος κύματος μεταβάλλεται και δίνεται από τη σχέση  $\lambda = v f = \left(\frac{c}{n}\right) f = \left(\frac{1}{n}\right) \lambda_{\text{κενο}}$

(θα μάθουμε στον ΗΜ ότι ο δείκτης διάθλασης σχετίζεται με την σχετική επιτρεπτότητα και σχετική διαπερατότητα του υλικού)

## 33.5: Energy Transport and the Poynting Vector:



The direction of the Poynting vector  $\vec{S}$  of an electromagnetic wave at any point gives the wave's direction of travel and the direction of energy transport at that point.

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (\text{Poynting vector}).$$

$$S = \left( \frac{\text{energy/time}}{\text{area}} \right)_{\text{inst}} = \left( \frac{\text{power}}{\text{area}} \right)_{\text{inst}}.$$

$$S = \frac{1}{\mu_0} EB, \quad \rightarrow \quad S = \frac{1}{c\mu_0} E^2$$

$$I = S_{\text{avg}} = \left( \frac{\text{energy/time}}{\text{area}} \right)_{\text{avg}} = \left( \frac{\text{power}}{\text{area}} \right)_{\text{avg}} = \frac{1}{c\mu_0} [E^2]_{\text{avg}} = \frac{1}{c\mu_0} [E_m^2 \sin^2(kx - \omega t)]_{\text{avg}}.$$

$$E_{\text{rms}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}}. \quad \rightarrow \quad I = \frac{1}{c\mu_0} E_{\text{rms}}^2.$$

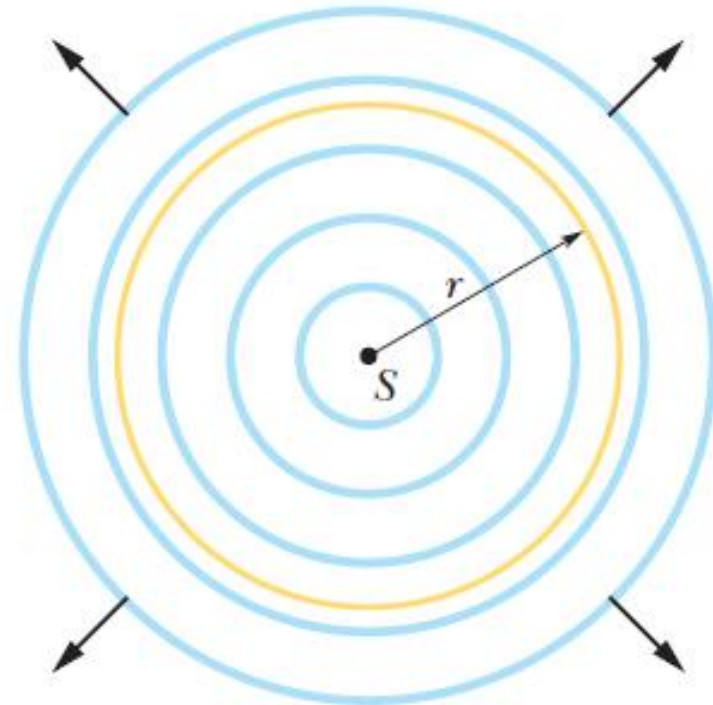
The energy density  $u$  ( $= \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ ) within an electric field, can be written as:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 (cB)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} B^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

### 33.5: Energy Transport and the Poynting Vector:

$$I = \frac{\text{power}}{\text{area}} = \frac{P_s}{4\pi r^2}$$

The energy emitted by light source  $S$  must pass through the sphere of radius  $r$ .



**Fig. 33-8** A point source  $S$  emits electromagnetic waves uniformly in all directions. The spherical wavefronts pass through an imaginary sphere of radius  $r$  that is centered on  $S$ .