ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Ξέρουμε από τη Φυσική Ι (Δυναμική Συστήματος Σωματιδίων) ότι η εσωτερική ενέργεια ενός συστήματος σωματιδίων είναι η κινητική ενέργεια των σωματιδίων στο σύστημα του ΚΜ και η ενέργεια αλληλεπίδρασης των σωματιδίων.

Στο ιδανικό αέριο δεν έχουμε αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μορίων. Επομένως στην περίπτωση αυτή θα έχουμε να κάνουμε μόνο με κινητική ενέργεια στο σύστημα του ΚΜ

Αυτό βέβαια στην περίπτωση των σχετικά απλών σωματιδίων (μονοατομικό αέριο)

Τι γίνεται όμως στην περίπτωση που τα μόρια ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΠΛΑ (μονοατομικά;)

ΜΗΠΩΣ ΥΠΑΡΧΕΙ ΚΑΠΟΙΟΣ ΓΕΝΙΚΟΣ ΚΑΝΟΝΑΣ;

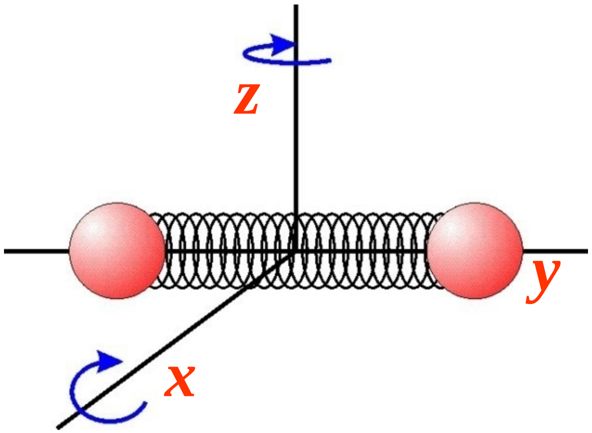
ΙΣΟΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΟΥΣ ΒΑΘΜΟΥΣ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ

ΑΡΙΘΜΟΣ ΒΑΘΜΩΝ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ: Είναι ο αριθμός των ανεξάρτητων μεταβλητών που μας δίνουν τη δυνατότητα να προσδιορίσουμε πλήρως την κατάσταση ενός συστήματος

1 σημειακό σωματίδιο	2 σημειακά σωματίδια	*N* σημειακά σωματίδια
x, y, z $\upsilon_x, \upsilon_y, \upsilon_z$	$x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$ $\upsilon_{x1}, \upsilon_{y1}, \upsilon_{z1},$ $\upsilon_{x2}, \upsilon_{y2}, \upsilon_{z2}$	$x_1, y_1, z_1, \ldots$ x_N, y_N, z_N $\upsilon_{x1}, \upsilon_{y1}, \upsilon_{z1}, \ldots$ $\upsilon_{xN}, \upsilon_{yN}, \upsilon_{zN}$
6	12=2· 6	*N*· 6

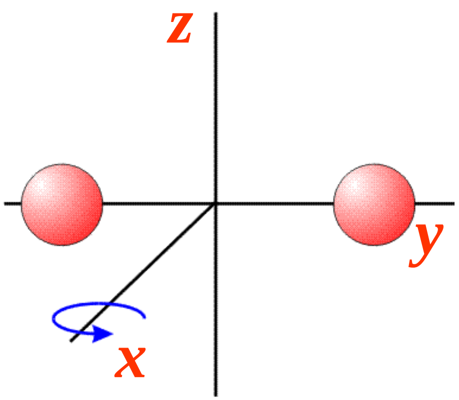
Βαθμοί ελευθερίας

Από τη Κλασσική Στατιστική Φυσική αποδεικνύεται ότι σε κάθε βαθμό ελευθερίας που περιλαμβάνεται στην ενέργεια του μορίου με όρο που είναι παραβολικός ως προς τον συγκεκριμμένο βαθμό ελευθερίας αντιστοιχεί μέση ενέργεια $k_B T/2$



Ας εξετάσουμε τώρα την περίπτωση ενός διατομικού μορίου.

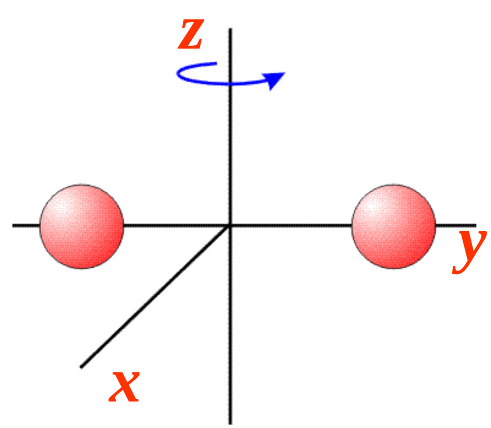
Μπορούμε να υποθέσουμε ότι αποτελείται από 2 άτομα τα οποία αλληλεπιδρούν (εδώ δεν μπορούμε να αγνοήσουμε τις δυνάμεις).



Ενέργεια περιστροφής

Περιστροφή γύρω από τον άξονα x

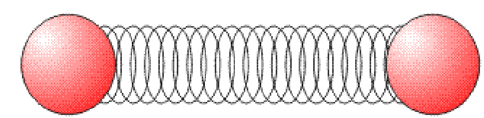
$$\frac{1}{2}\frac{L_x^2}{I_x}$$



Ενέργεια περιστροφής

Περιστροφή γύρω από τον άξονα z

$$\frac{1}{2}\frac{L_z^2}{I_z}$$



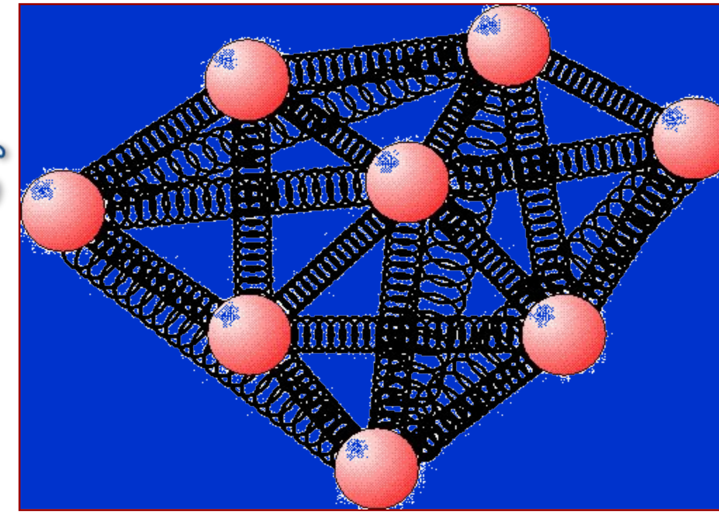
Κινητική ενέργεια

$$\frac{1}{2}mv^2$$

Δυναμική ενέργεια

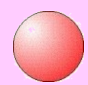
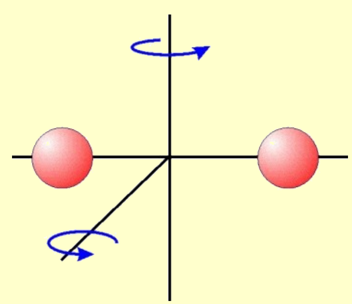
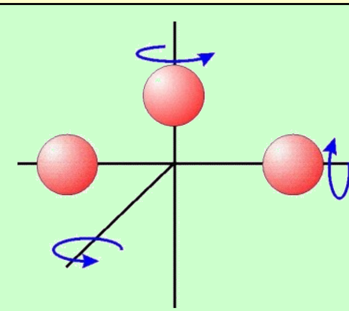
$$\frac{1}{2}kx^2$$

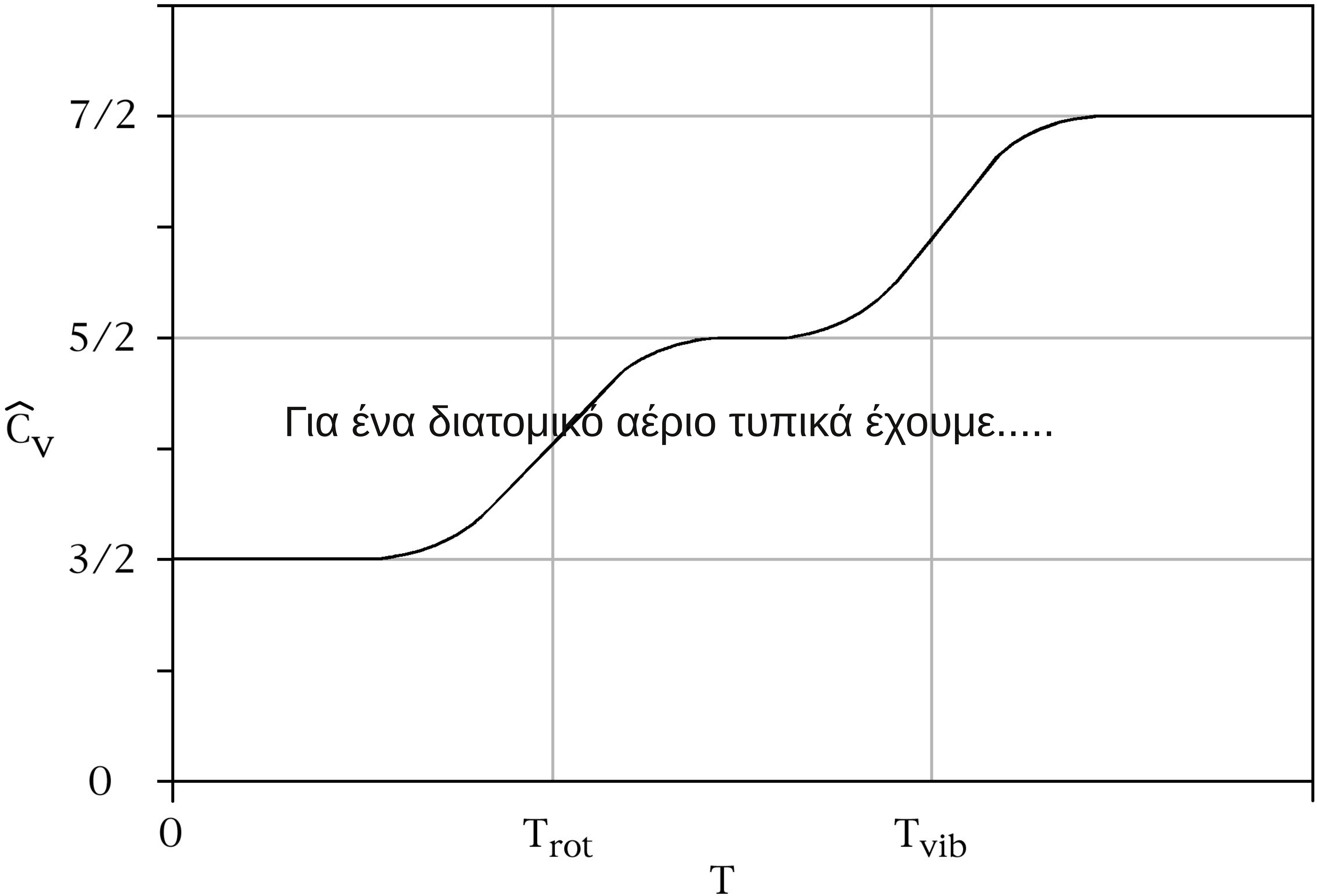
*Στην περίπτωση ενός σύνθετου μορίου πρέπει να πάρουμε υπόψη τους βαθμούς ελευθερίας που σχετίζονται με την **περιστροφή** του μορίου και την **ταλάντωση** των ατόμων*



Από τη Κλασσική Στατιστική Φυσική αποδεικνύεται ότι σε κάθε βαθμό ελευθερίας που περιλαμβάνεται στην ενέργεια του μορίου με όρο που είναι παραβολικός ως προς τον συγκεκριμμένο βαθμό ελευθερίας αντιστοιχεί μέση ενέργεια $k_B T/2$

ΜΕΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΕΝΟΣ ΜΟΡΙΟΥ

Μόριο	Μετα-φορικοί	Περιστροφικοί	Ταλαντω-τικοί.	ΜΕΓΙΣΤΗ ΜΕΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ
Μονοα-τομικό	3	 0	0	3kT/2
Δια-τομικό	3	 2	2	7kT/2
Τρια-τομικό	3	 3	6	12kT/2

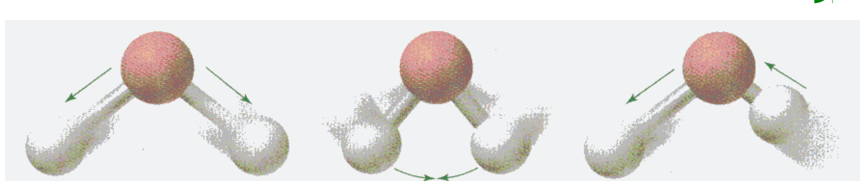


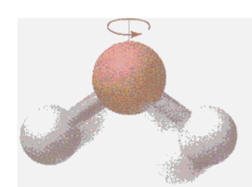
7/2
5/2
3/2
0
$\widehat{C}_V$
Για ένα διατομικό αέριο τυπικά έχουμε.....
0
T_{rot}
T_{vib}
T

Θεωρία ⟷ Πείραμα

(Σε θερμοκρασία δωματίου)

	C_V/R	$(C_P-C_V)/R=1$	
He:	1.519	1.001	Μονατομικά $\left(\frac{3}{2}\right)$ (Καλή συμφωνία)
A:	1.5	1.008	
N_2:	2.45	1.005	Διατομικά $\left(\frac{5}{2}\right)$
O_2:	2.50	1.004	
Cl_2:	3.02	1.009	
CO_2:	3.4	1.02	0=C=O Πολυατομικά (>2)
NH_3:	3.42	1.06	





Αδιαβατικές μεταβολές

$$PV = Nk_B T\,, \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\beta B - p = 0, \quad \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = V\left(1 - T\beta\right) = 0$$

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V, dU = C_v\, dT\,, \quad C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p, dH = C_p\, dT$$

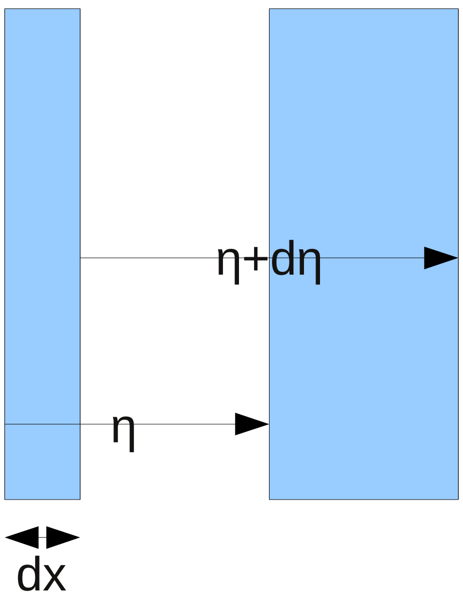
$$\delta Q = dU + pdV = 0, \quad \delta Q = dH - Vdp = 0$$

$$C_v dT + pdV = 0, \quad C_p dT - V\, dp = 0$$

$$\frac{dp}{p} + \frac{C_p}{C_v}\frac{dV}{V} = 0, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{Nk_B}{C_v}, \quad d\log\left(pV^{\gamma}\right) = 0.$$

$$pV^{\gamma} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}\ \mu\varepsilon\ \gamma\ \acute{o}\tau\iota\ \beta\rho\acute{\iota}\sigma\kappa o\upsilon\mu\varepsilon\ \pi\varepsilon\iota\rho\alpha\mu\alpha\tau\iota\kappa\acute{\alpha}$$

ΗΧΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ



$$PV = Nk_B T$$

$$V = V_0 + v, \quad P = P_o + p, \quad \rho = m\frac{N}{V} = \rho_0 + \rho_d$$

$$\delta\iota\alpha\sigma\tau o\lambda\acute{\eta}\,\delta = \frac{v}{V_0} = \frac{S\,d\eta}{S\,dx} = \frac{\partial\eta}{\partial x}$$

$$P(x) - P(x+dx) = P(x) - \left[P(x) + \frac{\partial P}{\partial x}dx\right]$$

$$P(x) - P(x+dx) = -\frac{\partial P}{\partial x}dx = -\frac{\partial p}{\partial x}dx$$

$$F_x = -S\frac{\partial p}{\partial x}dx = m\,a_x = S\rho_0\,dx\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}$$

$$\text{Όμως } B = -V\frac{\partial P}{\partial V} \simeq -V_0\frac{p}{v}, \quad p = -B\frac{v}{V_0} = -B\frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$-S\frac{\partial p}{\partial x}dx = S\rho_0 dx\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$$

$$B\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \rho_0\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}, \qquad c_{\acute{\eta}\chi o\upsilon}^2 = \frac{B}{\rho_0}.$$

Υποθέτωντας τη μεταβολή αδιαβατική

$$B = -V\frac{\partial P}{\partial V} = \gamma P \text{ εάν } PV^{\gamma} = \text{σταθερό}, \quad c_{\acute{\eta}\chi o\upsilon}^2 = \frac{\gamma P}{\rho_0}$$

$$PV = N k_B T, P = \frac{\rho_0 k_B T}{m} \quad \text{άρα}$$

$$c_{\acute{\eta}\chi o\upsilon} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{\gamma}{2}}v_p = \sqrt{\frac{\gamma}{3}}v_{rms}$$