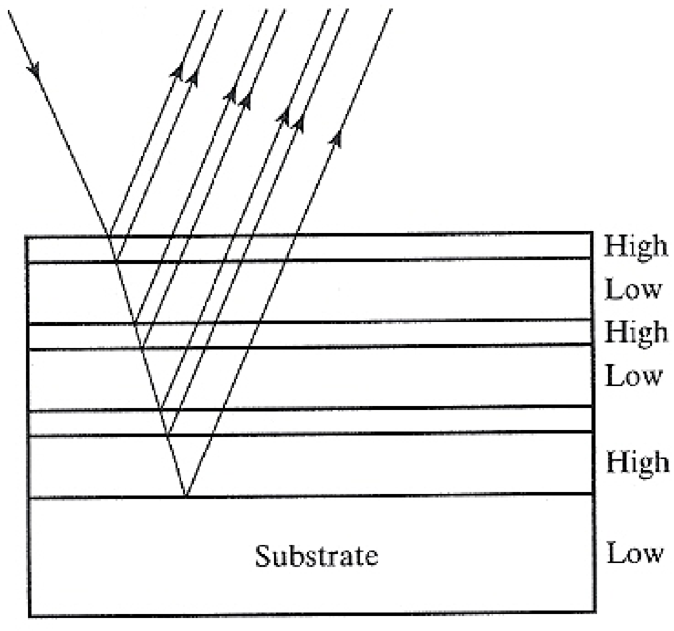
Εφαρμοσμένη Οπτική

Συμβολή του φωτός

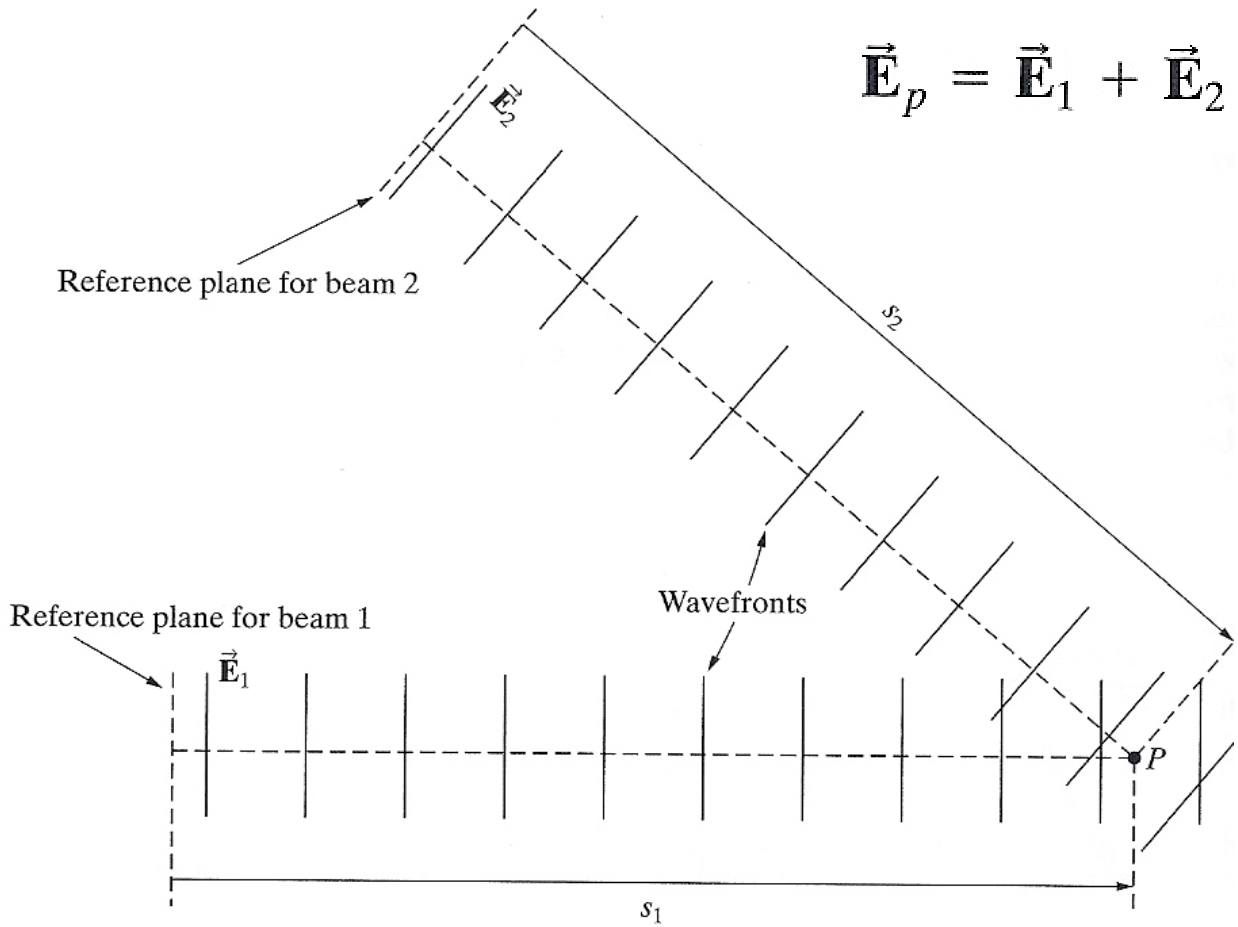


Συμβολή δυο επίπεδων κυμάτων

$$\vec{\mathbf{E}}_1 = \vec{\mathbf{E}}_{01} \cos(ks_1 - \omega t + \phi_1)$$

$$\vec{\mathbf{E}}_2 = \vec{\mathbf{E}}_{02} \cos(ks_2 - \omega t + \phi_2)$$

$$\vec{\mathbf{E}}_p = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2$$



Ένταση ακτινοβολίας: $$I = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{E}} \rangle$$

Στο σημείο P: $$I = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_p^2 \rangle = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_p \cdot \vec{\mathbf{E}}_p \rangle$$

$$= \varepsilon_0 c \langle (\vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2) \cdot (\vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2) \rangle$$

$$\longrightarrow \quad I = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 + 2\vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle$$

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}$$

Προκύπτει ότι: $$I_{12} = \varepsilon_0 c \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \langle \cos \delta \rangle \quad \rightarrow \quad \boxed{I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos \delta \rangle}$$

Συμβολή ασύμφωνων μεταξύ τους δεσμών φωτός

Στην πράξη, τα ηλεκτρικά πεδία $\vec{\mathbf{E}}_1$ και $\vec{\mathbf{E}}_2$ προέρχονται από διαφορετικές πηγές, ο χρονικός μέσος όρος $\langle \cos \delta \rangle$ είναι 0, διότι καμιά πηγή δεν είναι τελείως μονοχρωματική. Ένας τρόπος για να το εξετάσουμε αυτό είναι να θεωρήσουμε ότι οι φάσεις ϕ_1 και ϕ_2 είναι συναρτήσεις του χρόνου.

$$\boxed{I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2}\langle \cos \delta \rangle}$$

<cosδ>=0 για τις περισσότερες πηγές, οπότε λέμε ότι είναι μεταξύ τους ασύμφωνες

$$I = I_1 + I_2$$

Αμοιβαία ασύμφωνες δέσμες φωτός

Συμβολή σύμφωνων μεταξύ τους δεσμών φωτός

Αν φως από το ίδιο laser διαχωριστεί σε δυο δέσμες οι οποίες εν συνεχεία επανασυντεθεί, ο χρονικός μέσος όρος ***cos(δ)*** μπορεί να μην είναι 0.
Αυτό συμβαίνει διότι ενώ υπάρχουν κι εδώ αποκλίσεις από την μονοχρωματικότητα, είναι **συσχετισμένες** στις δυο δέσμες. Αν λοιπόν οι δυο δέσμες διανύσουν αυστηρά ίσους οπτικούς δρόμους το ***δ*** παραμένει σταθερό.

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

Αμοιβαία σύμφωνες δέσμες φωτός

Χρόνος συμφωνίας (coherence time): το χρονικό διάστημα τ_0 μέσα στο οποίο οι αποκλίσεις από τη μονοχρωματικότητα είναι μικρές

Μήκος συμφωνίας (coherence length): η αντίστοιχη απόσταση που διανύει το κύμα στον χρόνο συμφωνίας: $l_t = c\tau_0$

Καταστρεπτική και ενισχυτική συμβολή

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

Ενισχυτική συμβολή

$$\left.\begin{aligned} &\cos\delta = +1 \\ &\delta = 2m\pi \\ &m \in Z_o \end{aligned}\right\}$$

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

αν $I_1 = I_2 = I_0 \longrightarrow I_{\max} = 4I_0$

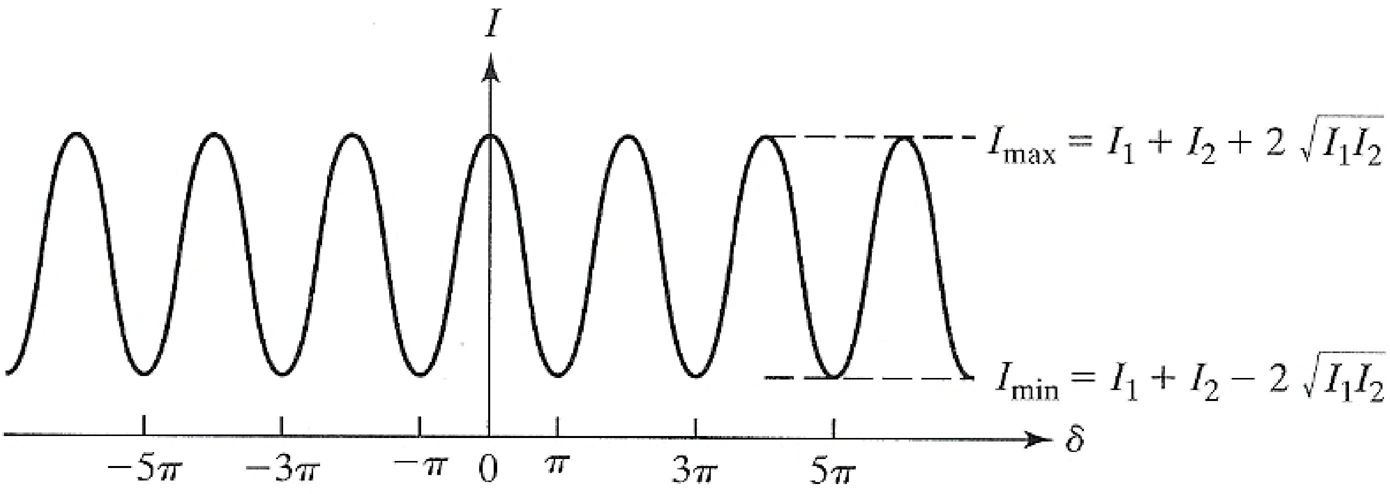
Καταστρεπτική συμβολή

$$\left.\begin{aligned} &\cos\delta = -1 \\ &\delta = (2m + 1)\pi \\ &m \in Z_o \end{aligned}\right\}$$

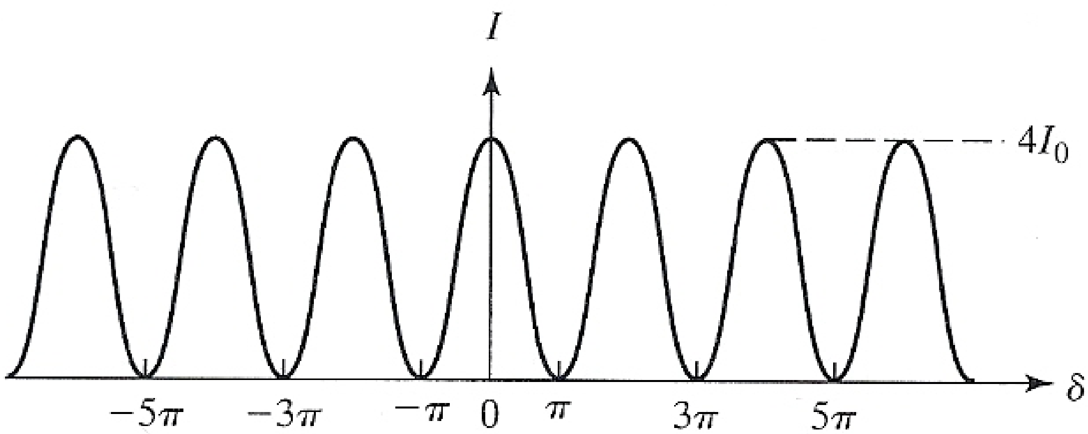
$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

αν $I_1 = I_2 = I_0 \longrightarrow I_{\min} = 0$

Κροσσοί συμβολής



(a)



(b)

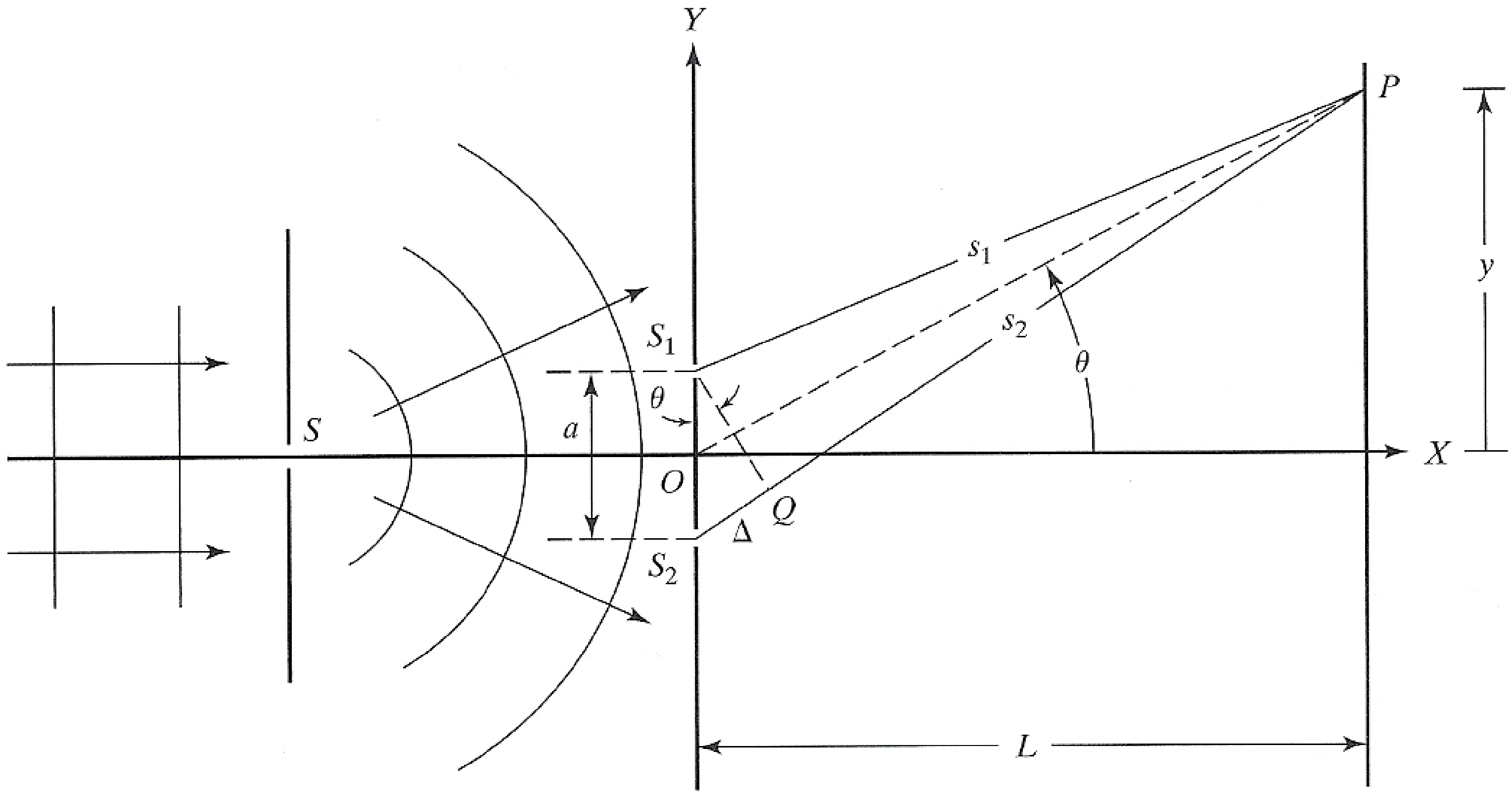
«ευκρίνεια» κροσσών

$$\text{visibility} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Γενικά, όταν: $I_1 = I_2 = I_0$

$$\left.\begin{aligned} I &= I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0^2}\cos\delta = 2I_0(1+\cos\delta) \\ & 1+\cos\delta \equiv 2\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \end{aligned}\right\} \quad I = 4I_0\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

Συμβολή από δυο σχισμές – Πείραμα Young



Ενισχυτική συμβολή $$s_2 - s_1 = \Delta = m\lambda \cong a\sin\theta$$

Καταστρεπτική συμβολή $$\Delta = \left(m + \tfrac{1}{2}\right)\lambda \cong a\sin\theta$$

$$\delta = k(s_2 - s_1) = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta$$

$$\longrightarrow \quad I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi\Delta}{\lambda}\right) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right)$$

Για σημεία P κοντά στον οπτικό άξονα $y \ll L$

$$\sin\theta \cong \tan\theta \cong y/L$$

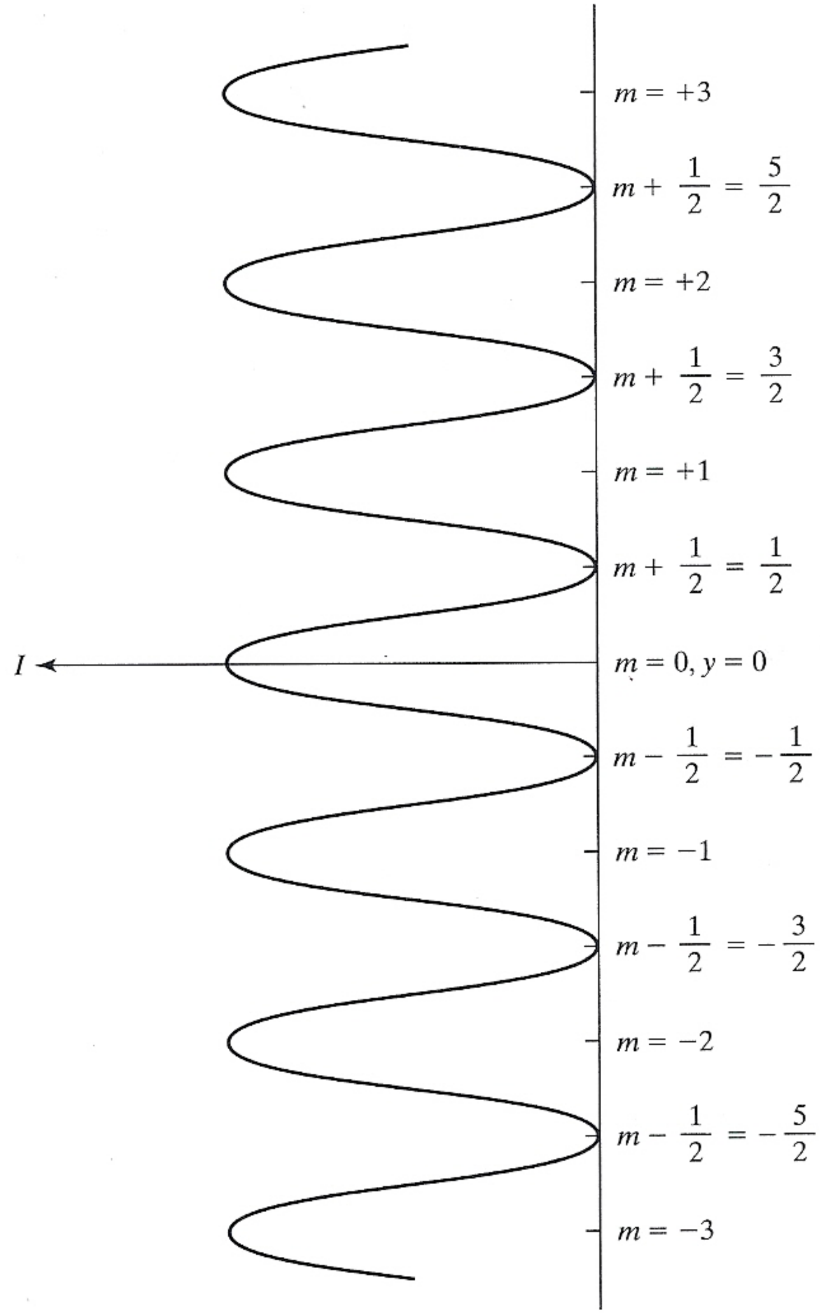
$$\longrightarrow \quad \boxed{I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a y}{\lambda L}\right)}$$

Φωτεινοί κροσσοί $s_2 - s_1 = \Delta = m\lambda = a\sin\theta \cong$ α y/L

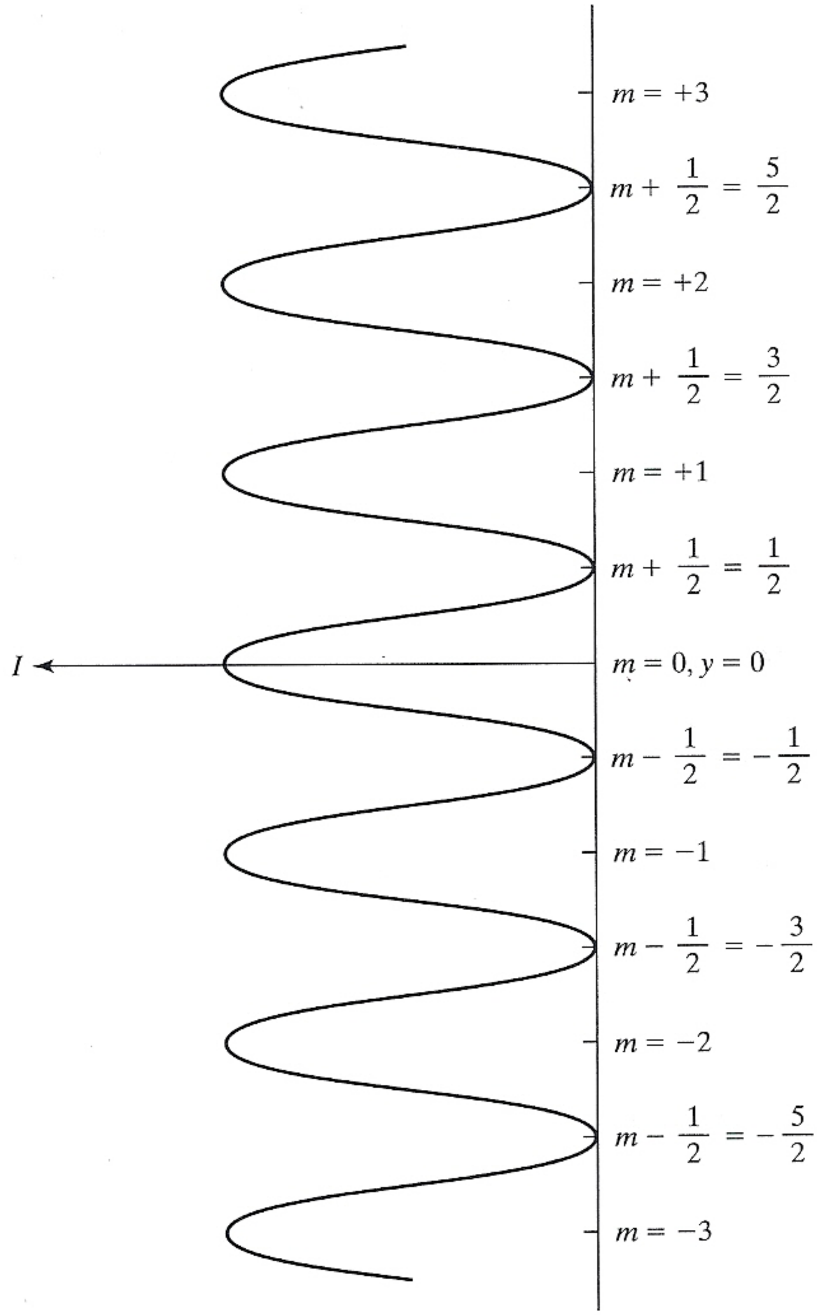
$$\longrightarrow \quad y_m = \frac{m\lambda L}{a}, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Μέτρηση του λ

Απόσταση μεταξύ διαδοχικών κροσσών $\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{a}$



$m = +3$
$m + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$
$m = +2$
$m + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
$m = +1$
$m + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
I
$m = 0, y = 0$
$m - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$
$m = -1$
$m - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$
$m = -2$
$m - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$
$m = -3$

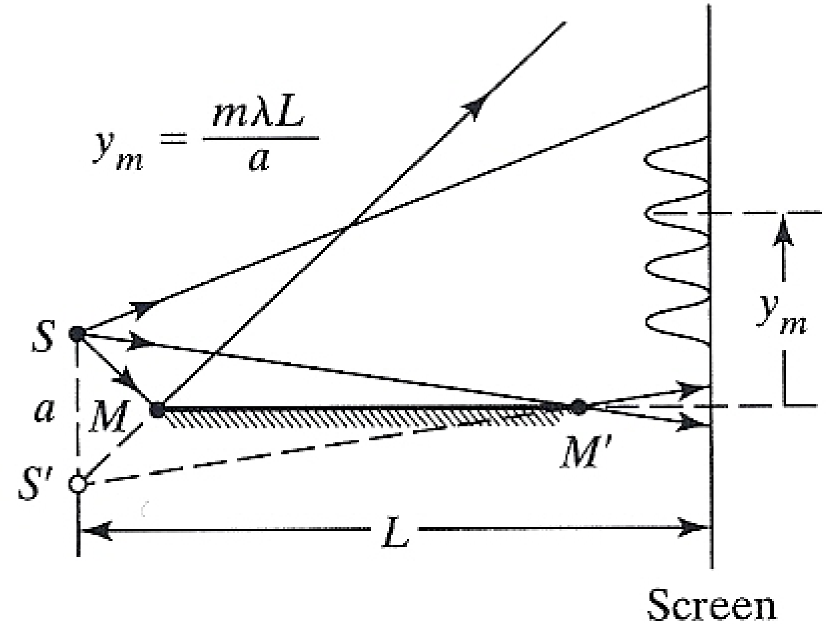


m = +3
m + 1/2 = 5/2
m = +2
m + 1/2 = 3/2
m = +1
m + 1/2 = 1/2
I
m = 0, y = 0
m − 1/2 = −1/2
m = −1
m − 1/2 = −3/2
m = −2
m − 1/2 = −5/2
m = −3

Συμβολή με φανταστικές πηγές

Κάτοπτρο Lloyd

S΄: είδωλο από ανάκλαση →

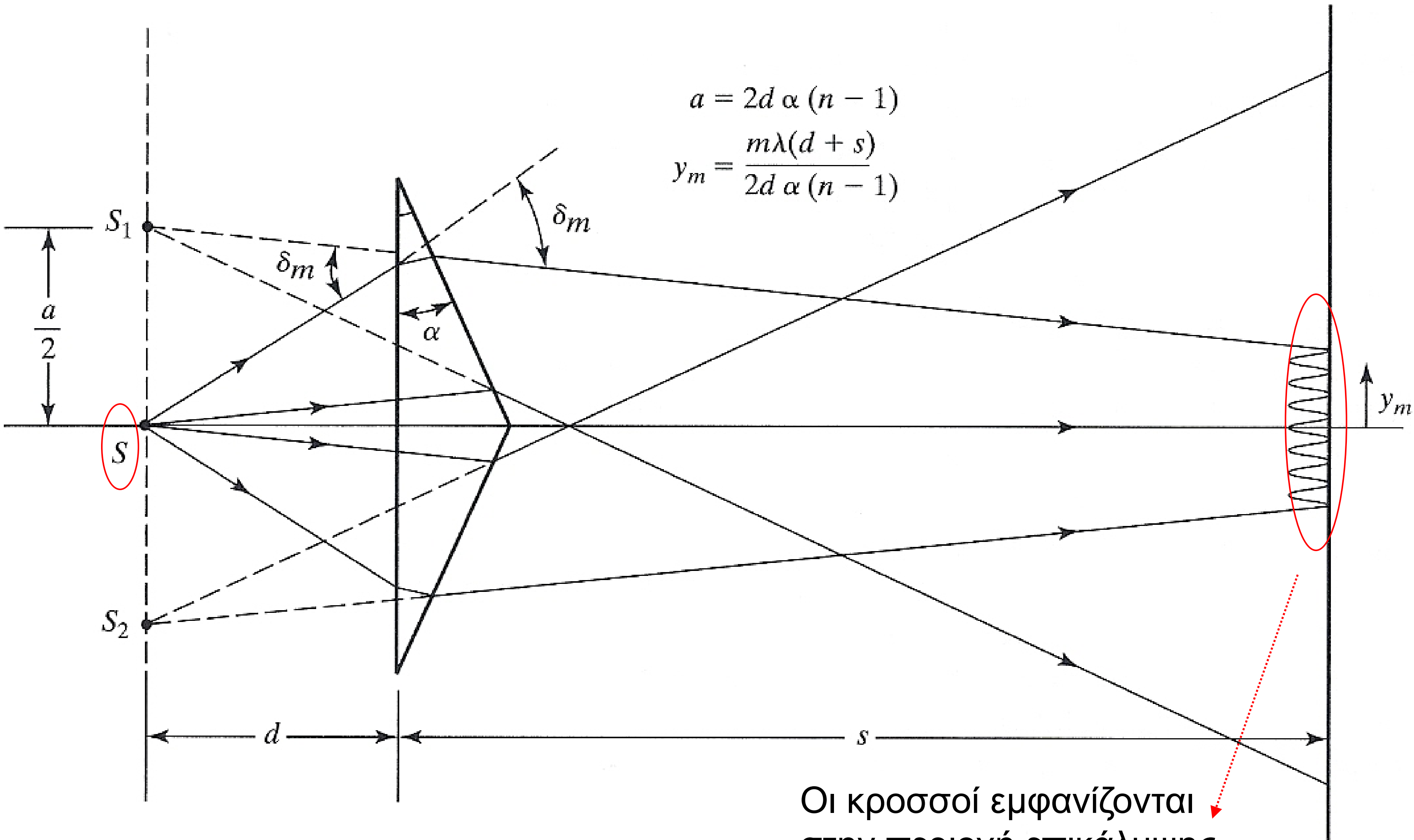


Απόσταση μεταξύ φωτεινών κροσσών

$$y_m = \frac{m\lambda L}{a}, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

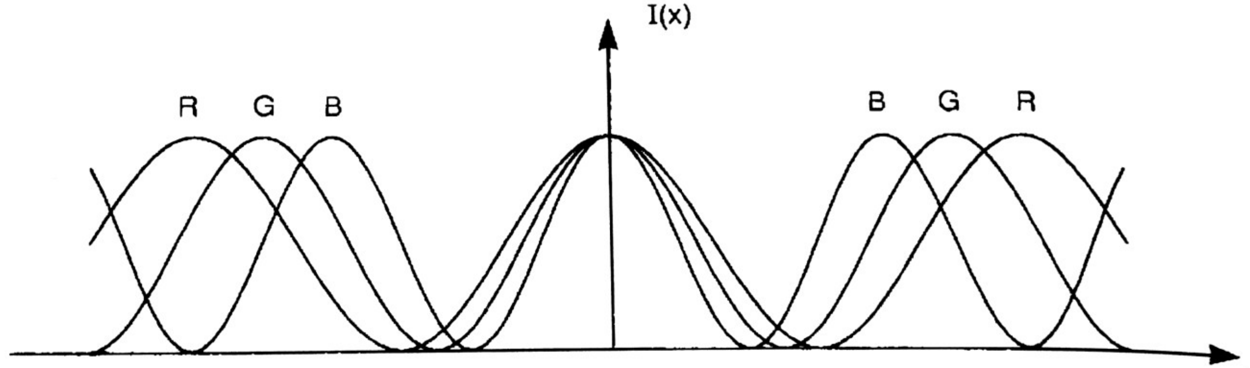
(προσοχή στην επιπλέον διαφορά φάσης *π* λόγω ανάκλασης)

Δίπρισμα Fresnel

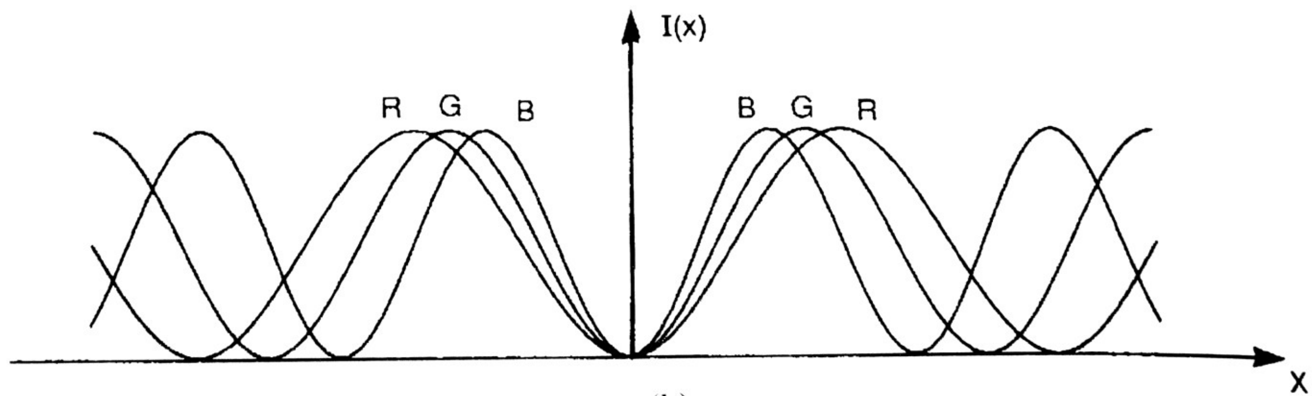


Οι κροσσοί εμφανίζονται στην περιοχή επικάλυψης

Κροσσοί μηδενικής διαφοράς οπτικού δρόμου



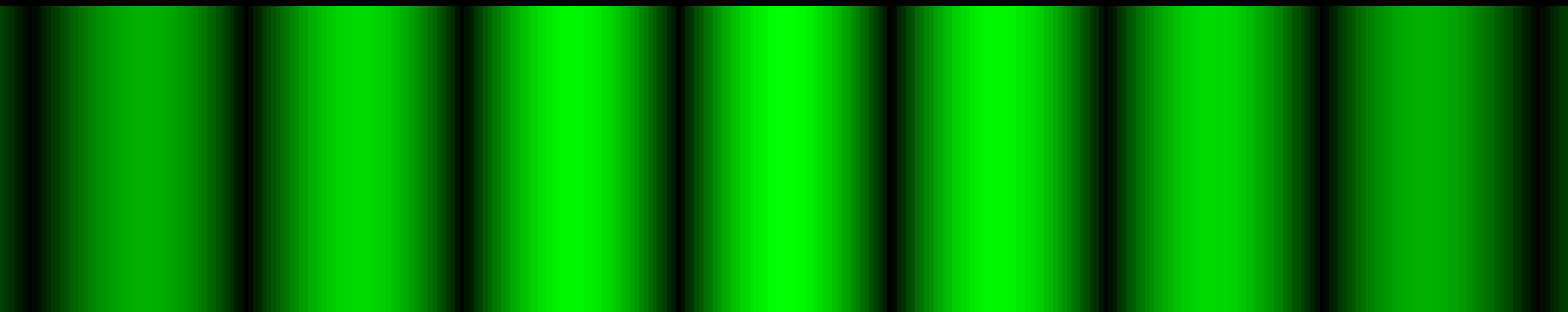
(a)

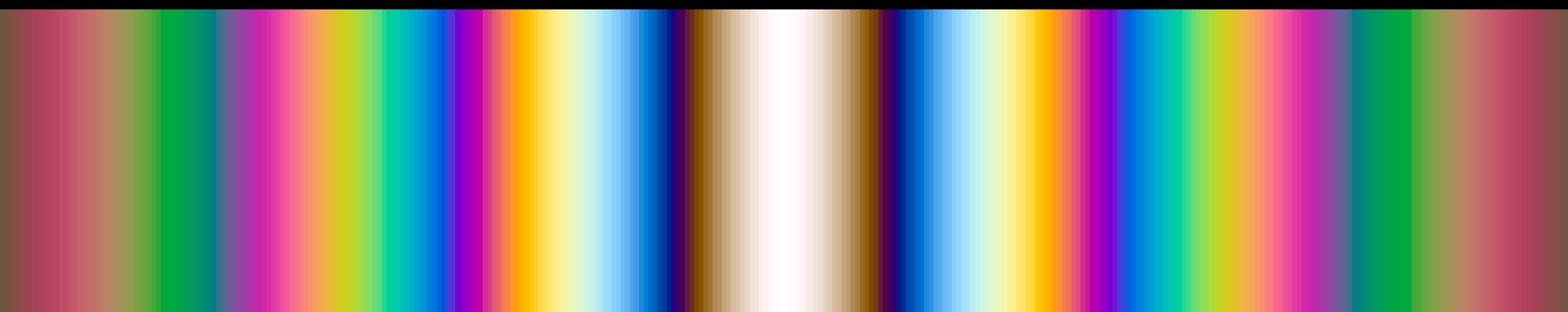


(b)

Συμβολή από δύο σχισμές

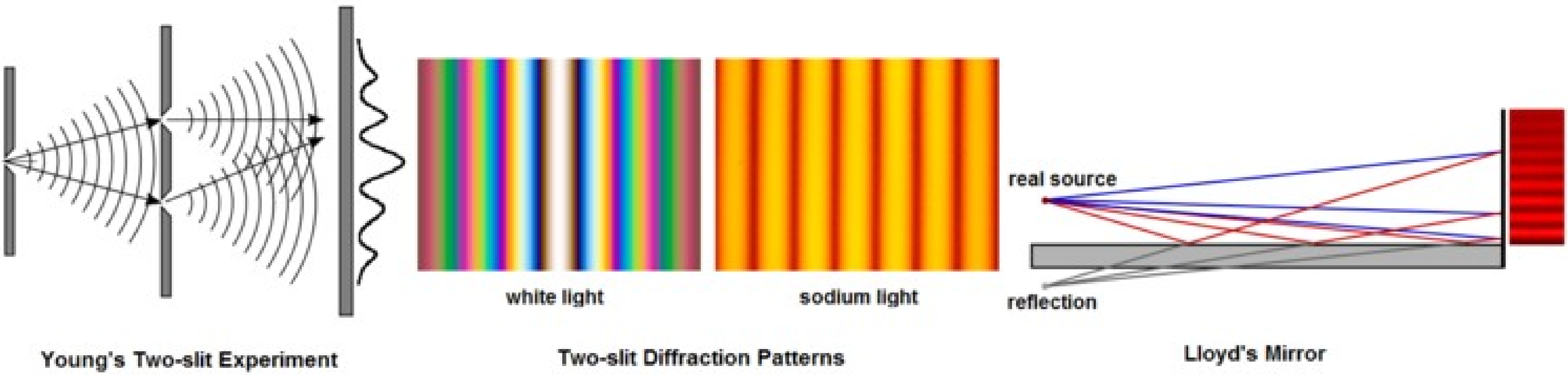
μονοχρωματικό φως



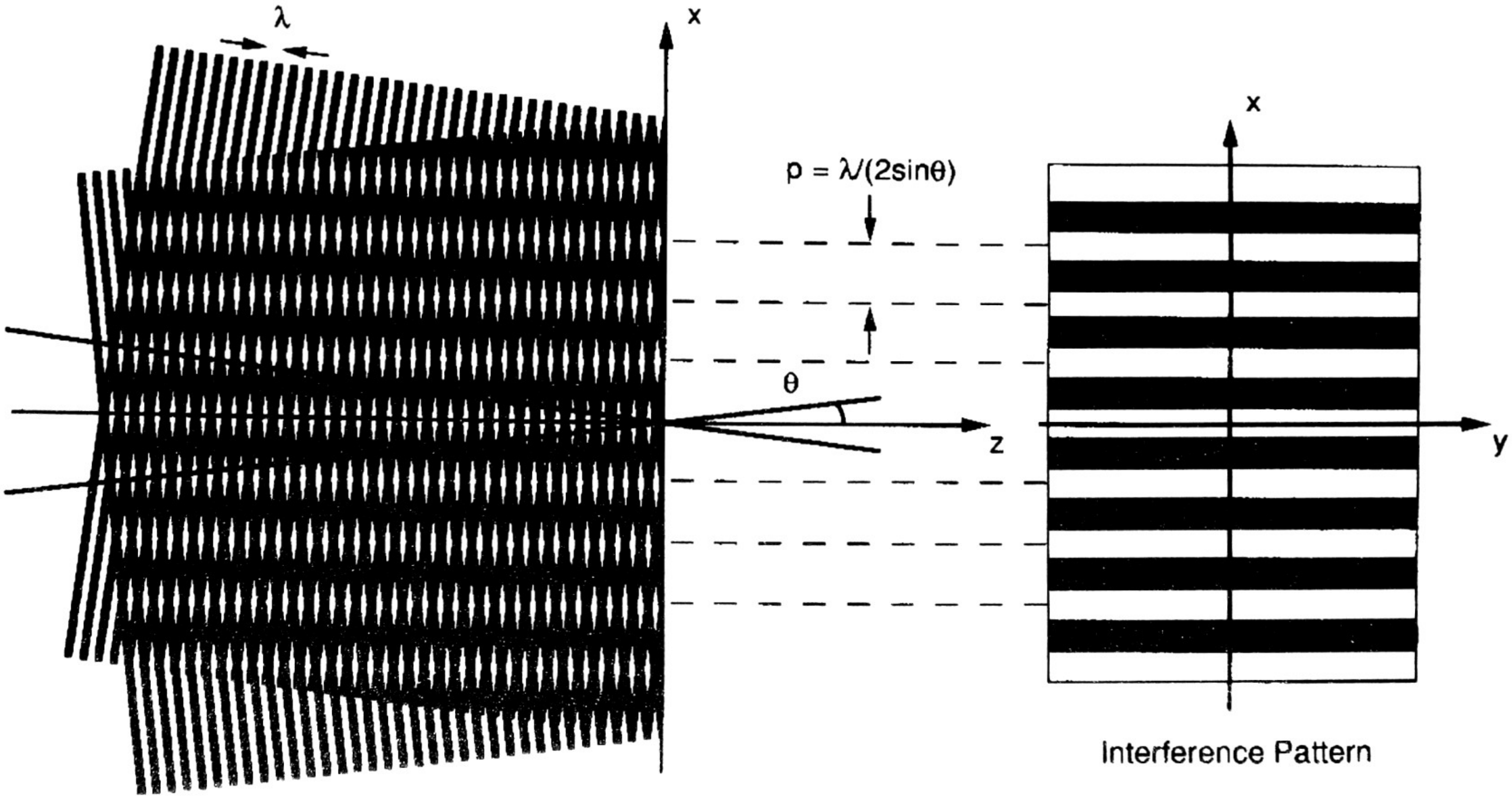


λευκό φως

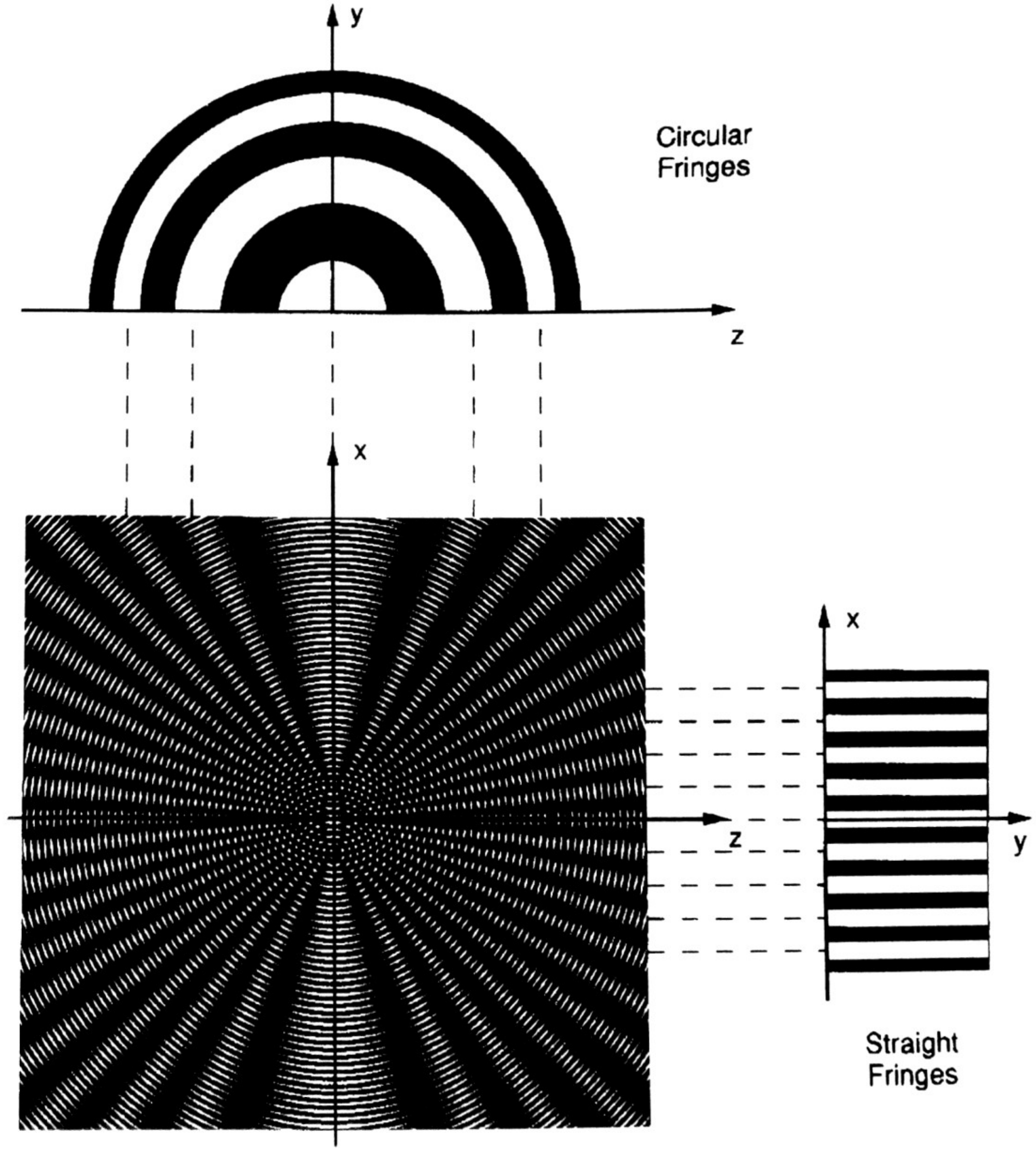
Συμβολή λευκού και μονοχρωματικού φωτός



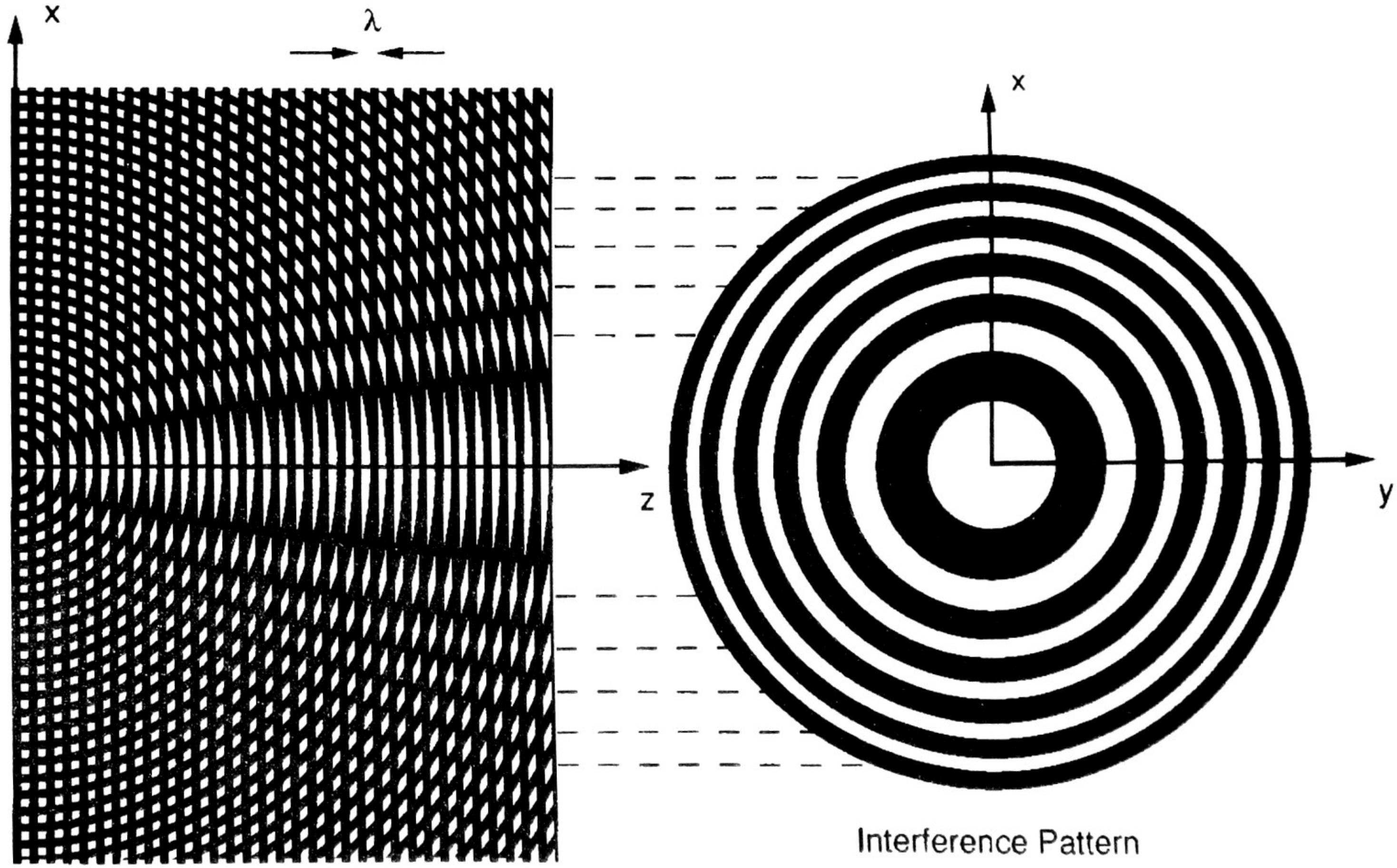
Συμβολή δύο επίπεδων κυμάτων



Συμβολή δύο σφαιρικών κυμάτων

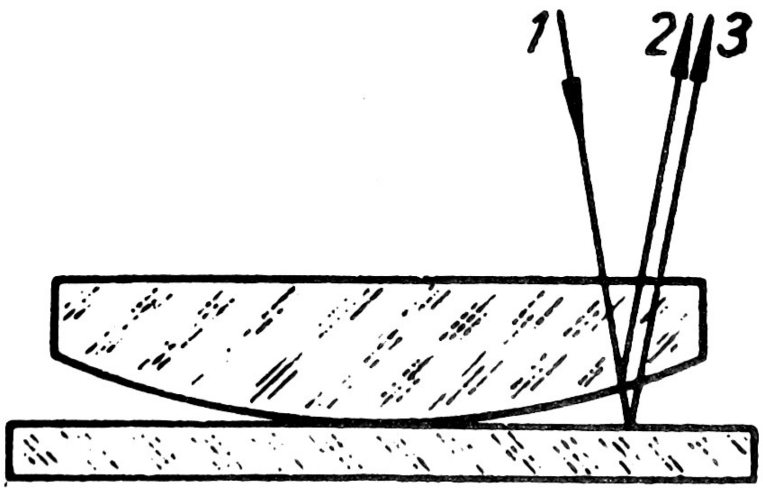


Συμβολή επίπεδου και σφαιρικού κύματος

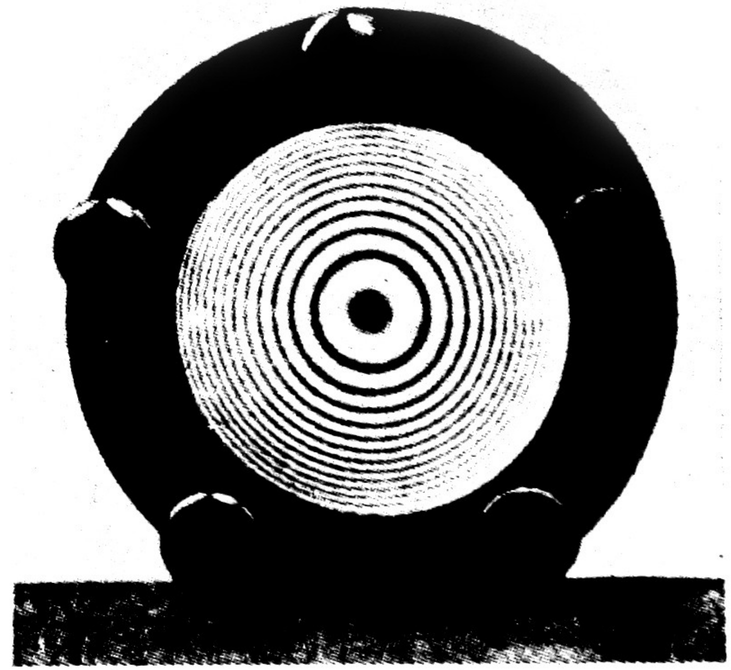


Interference Pattern

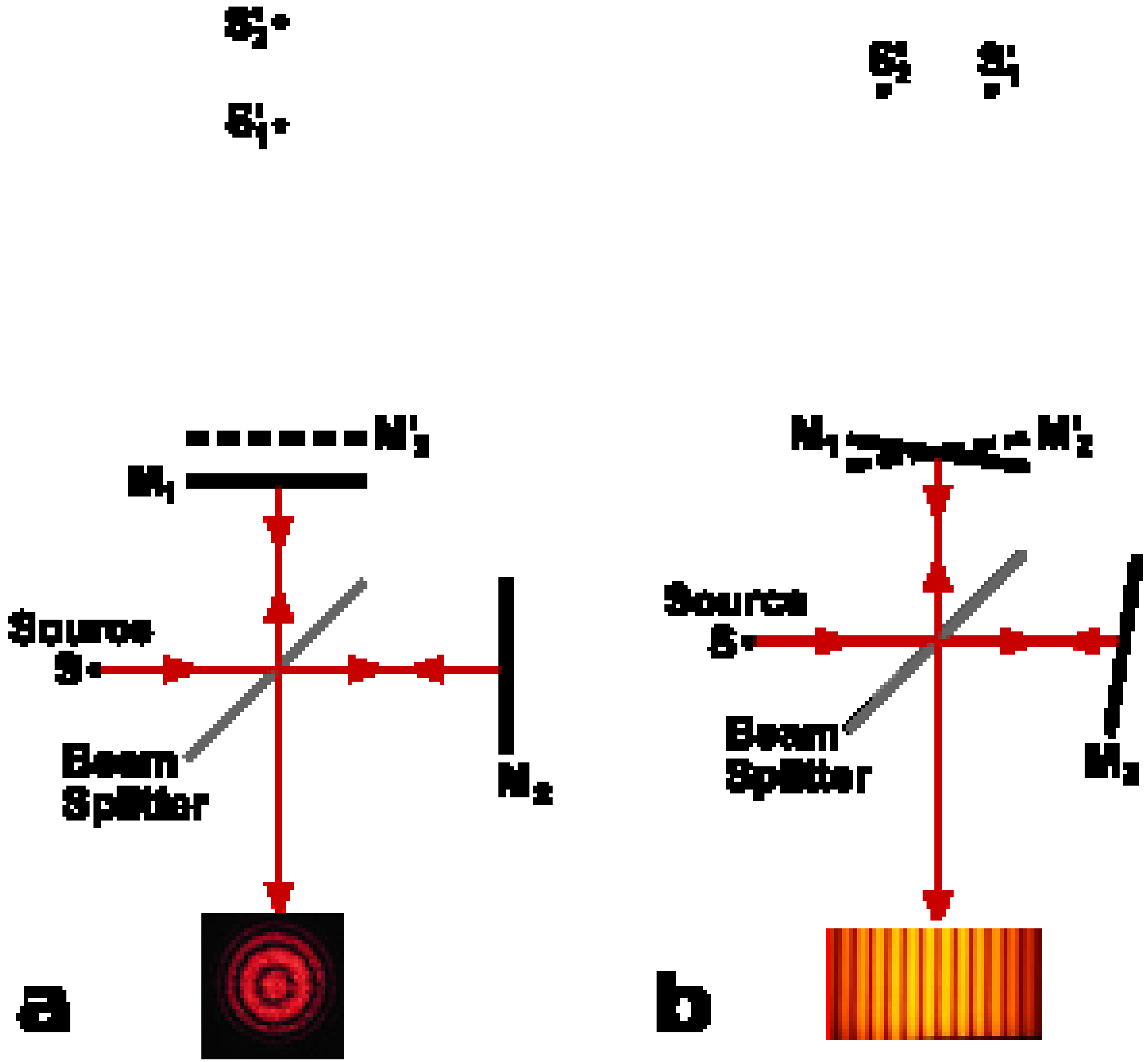
Συμβολή επίπεδου και σφαιρικού κύματος
(συμβολόμετρο Fizeau – δακτύλιοι Newton)



I

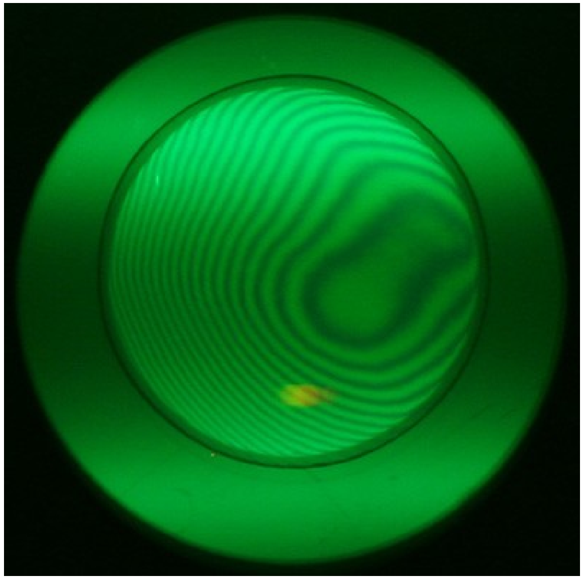
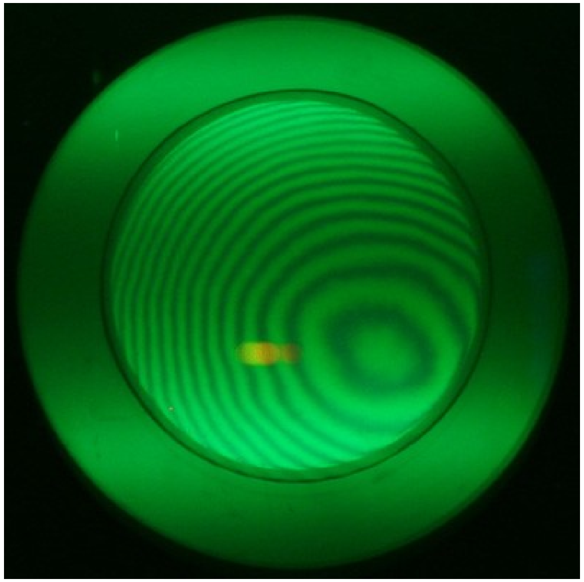
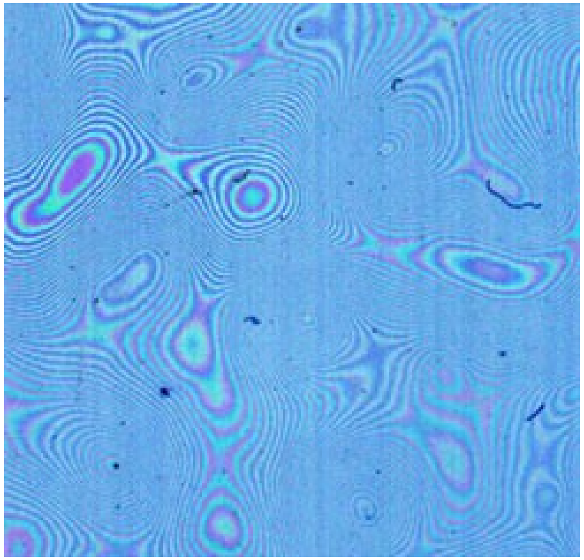


II



S'2
S'1
M'2
M1
Source
S
Beam
Splitter
M2
a
S'2
S'1
M1
M'2
Source
S
Beam
Splitter
M2
b

Συμβολή από δύο (σχεδόν) επίπεδες επιφάνειες


ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Irradiance (ενταση ακτινοβολίας) $$I = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{E}} \rangle$$

Στο σημείο P:

$$I = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_p^2 \rangle = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_p \cdot \vec{\mathbf{E}}_p \rangle$$

$$= \varepsilon_0 c \langle (\vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2) \cdot (\vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2) \rangle$$

$$\longrightarrow \quad I = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 + 2\vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle$$

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}$$

Όρος Συμβολής $$I_{12} = 2\varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle$$

$$\vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 = \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \cos(ks_1 - \omega t + \phi_1)\cos(ks_2 - \omega t + \phi_2)$$

Ορίζουμε $\alpha \equiv ks_1 + \phi_1$ και $\beta \equiv ks_2 + \phi_2$

Οπότε $$2\vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 = 2\vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \cos(\alpha - \omega t)\cos(\beta - \omega t)$$

Χρησιμοποιώντας $$2\cos(A)\cos(B) = \cos(A+B) + \cos(B-A)$$

$$\longrightarrow \quad 2\langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle = \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} [\underbrace{\langle \cos(\alpha + \beta - 2\omega t) \rangle}_{0} + \langle \cos(\beta - \alpha) \rangle]$$

$$2\langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle = \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \langle \cos(\beta - \alpha) \rangle = \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \langle \cos(k(s_2 - s_1) + \phi_2 - \phi_1) \rangle$$
$$\equiv \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \langle \cos \delta \rangle$$

Όπου ορίσαμε τη διαφορά φάσης μεταξύ των

$\vec{\mathbf{E}}_2$ και $\vec{\mathbf{E}}_1$ $\longrightarrow$ $$\delta = k(s_2 - s_1) + \phi_2 - \phi_1$$

Οπότε $$\boxed{I_{12} = \varepsilon_0 c \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \langle \cos \delta \rangle}$$

Οι δυο άλλοι όροι του I

$$I_1 = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_1 \rangle = \varepsilon_0 c E_{01}^2 \langle \cos^2(\alpha - \omega t) \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_{01}^2$$

$$I_2 = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_2 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle = \varepsilon_0 c E_{02}^2 \langle \cos^2(\beta - \omega t) \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_{02}^2$$

$$\boxed{I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos \delta \rangle}$$

+ $$I_{12} = \varepsilon_0 c \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \langle \cos \delta \rangle$$

αν $\mathrm{E}_{01} \| \mathrm{E}_{02}$

Συμβολή ασύμφωνων μεταξύ τους πεδίων

Στην πράξη, τα ηλεκτρικά πεδία $\vec{\mathbf{E}}_1$ και $\vec{\mathbf{E}}_2$ προέρχονται από διαφορετικές πηγές, ο χρονικός μέσος όρος $\langle \cos \delta \rangle$ είναι 0, διότι καμιά πηγή δεν είναι τελείως μονοχρωματική. Ένας τρόπος για να το εξετάσουμε αυτό είναι να θεωρήσουμε ότι οι φάσεις ϕ_1 και ϕ_2 είναι συναρτήσεις του χρόνου.

$$I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2}\underbrace{\langle \cos(k(s_2 - s_1) + \phi_2(t) - \phi_1(t))\rangle}$$

0, για τις περισσότερες πηγές, οπότε λέμε ότι είναι μεταξύ τους ασύμφωνες

$$I = I_1 + I_2$$ Αμοιβαία ασύμφωνες δέσμες