ΟΠΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

Κοσμάς Γαζέας

Εφαρμοσμένη Οπτική

Θεωρία Οπτικών Εκτροπών - Οπτικά Σφάλματα

Aberration Theory

Κύρια σημεία του μαθήματος

- Γενικά περί εκτροπής – σχήμα κυματικού μετώπου
- Διορθώσεις 3ης τάξης για διάθλαση σε σφαιρική επιφάνεια
- Χρωματική εκτροπή
- Σφάλματα Seidel

$$\sin x \approx x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}.$$

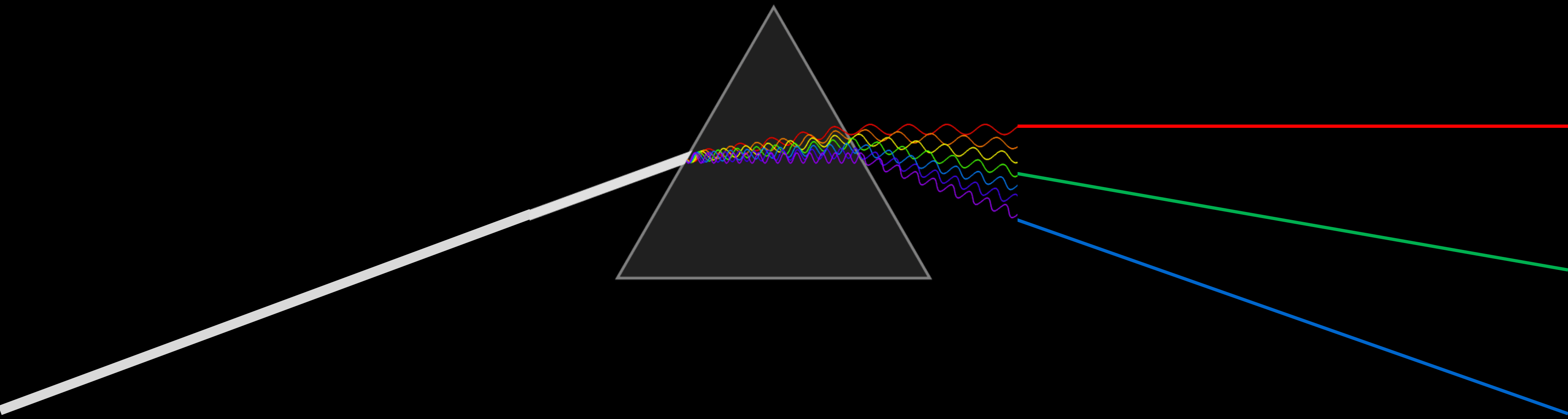
Οπτικά σφάλματα

1) Χρωματικό — chromatic aberration
2) Σφαιρικό
3) Κόμη
4) Αστιγματισμός
5) Καμπύλωση
6) Παραμόρφωση

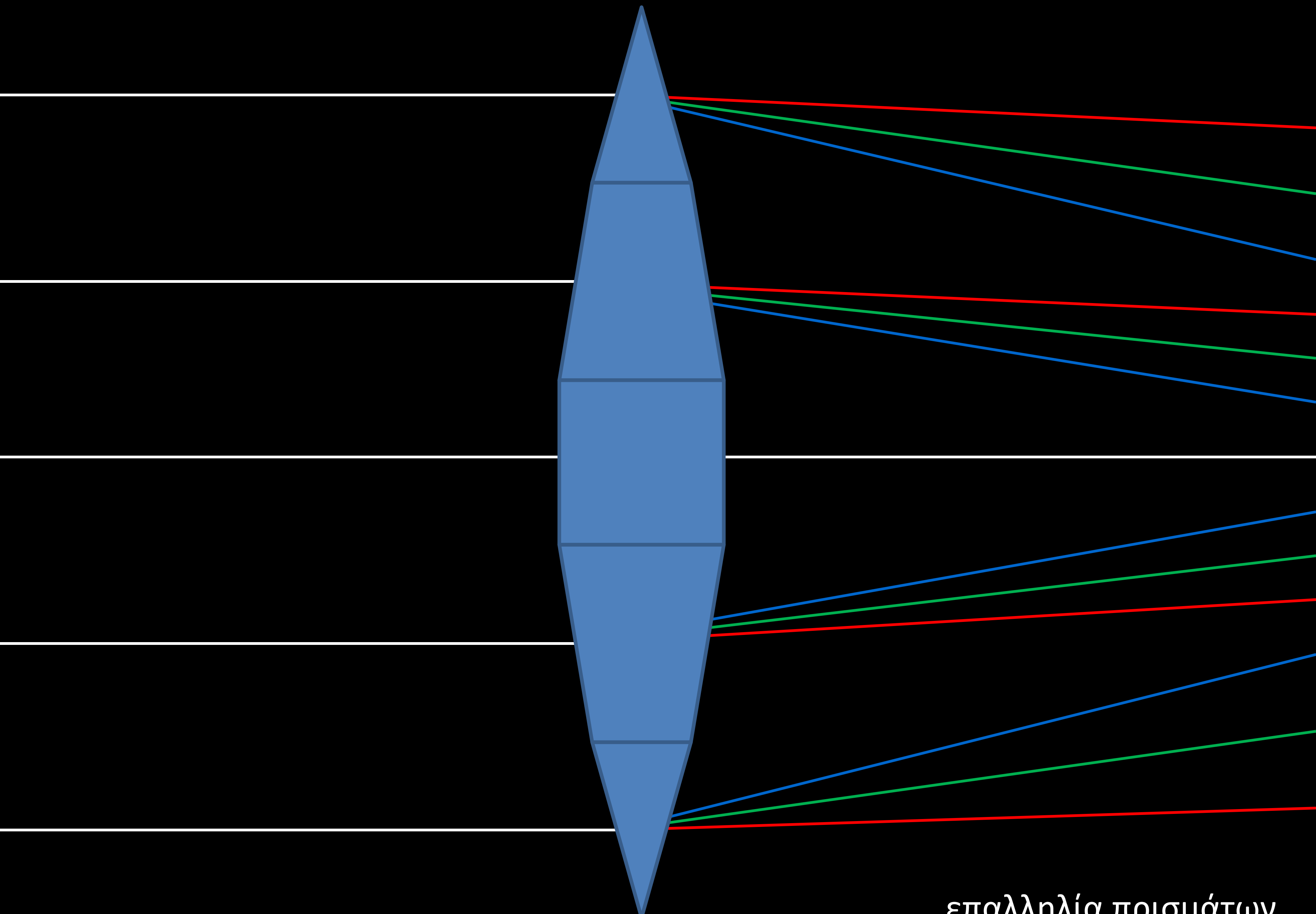
spherical (Seidel's) aberrations

7) Vignetting — ύπαρξη διαφράγματος ή/και πολύ ευρύ πεδίο

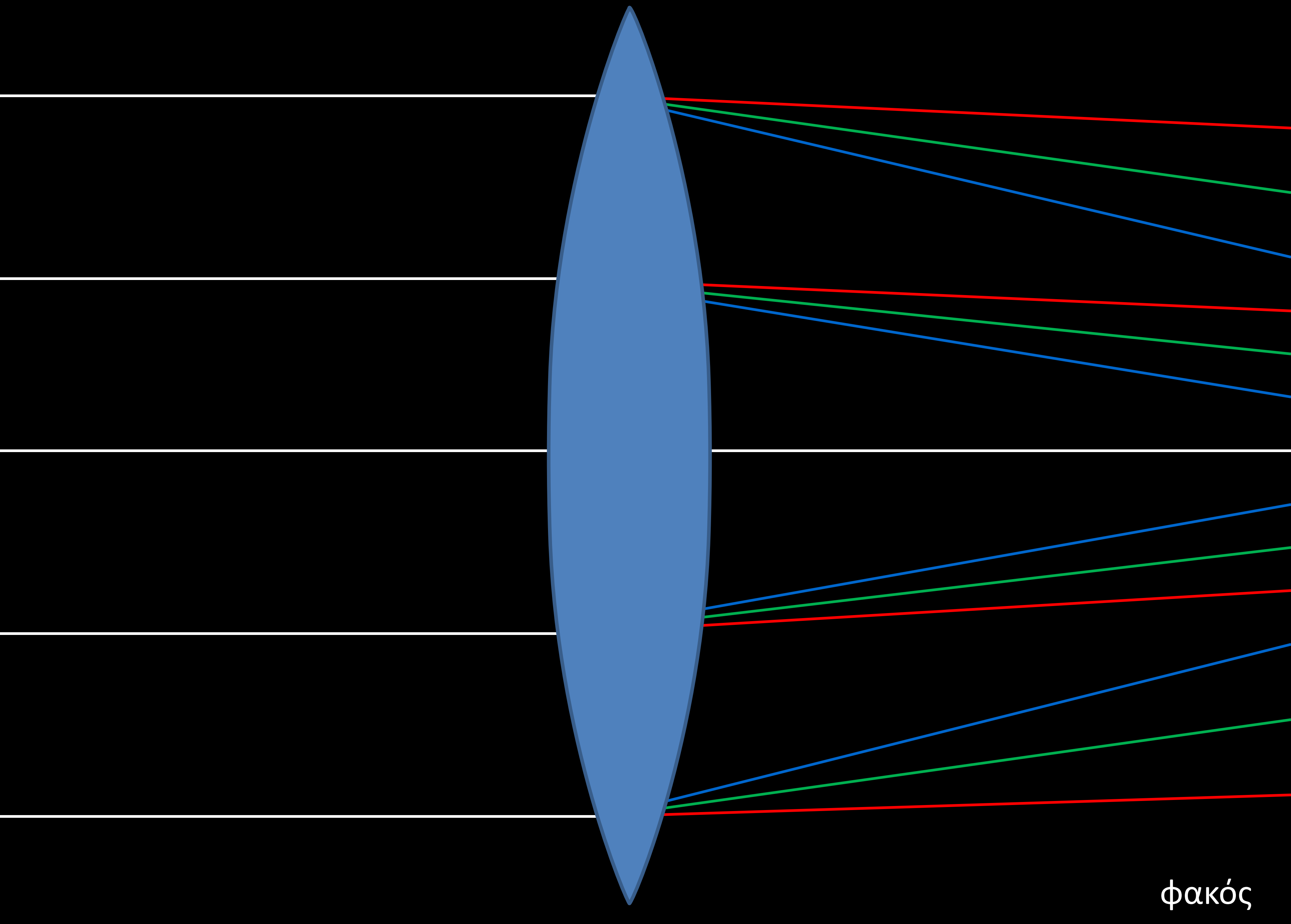
Η συλλεκτική ικανότητα των φακών

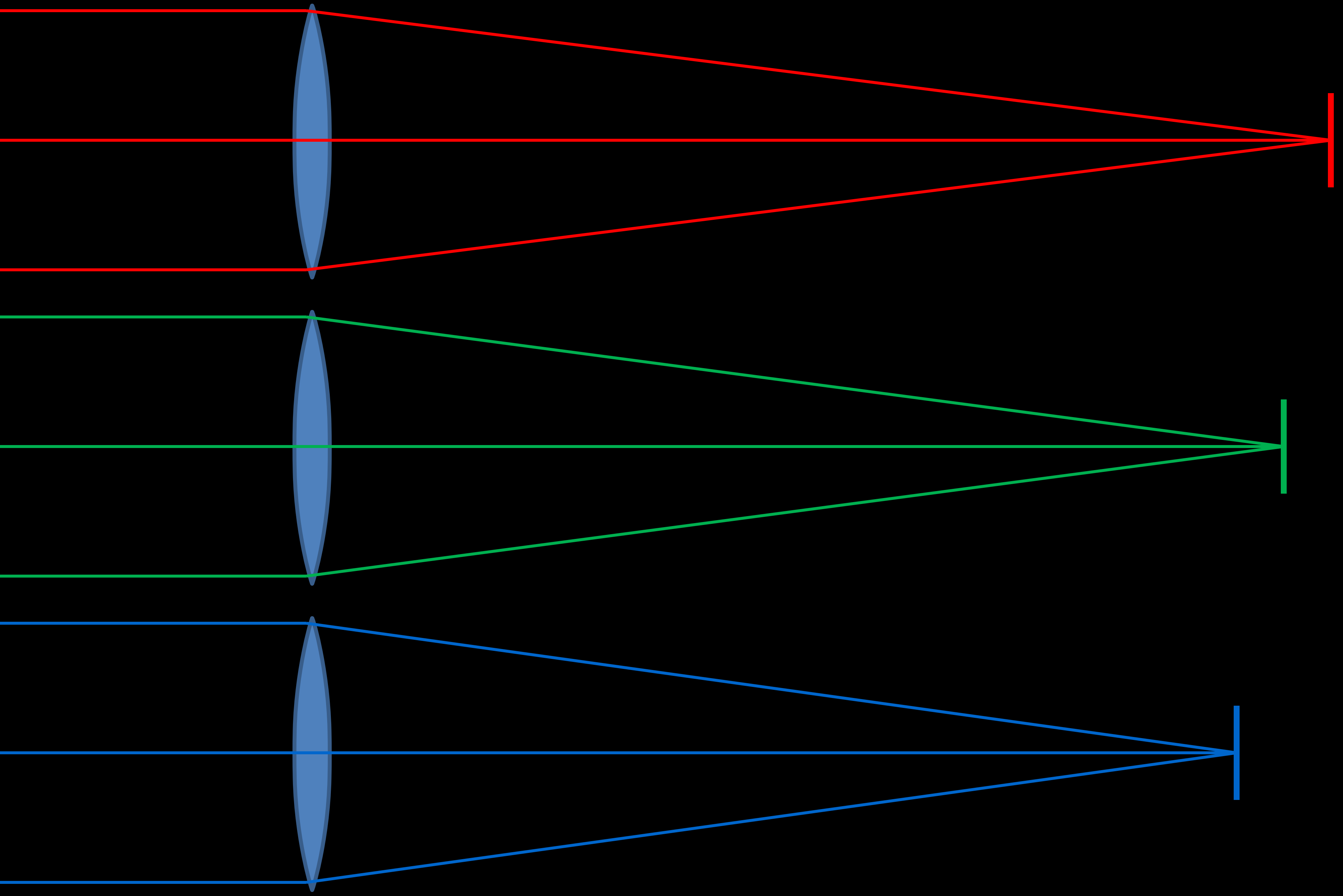


πρίσμα

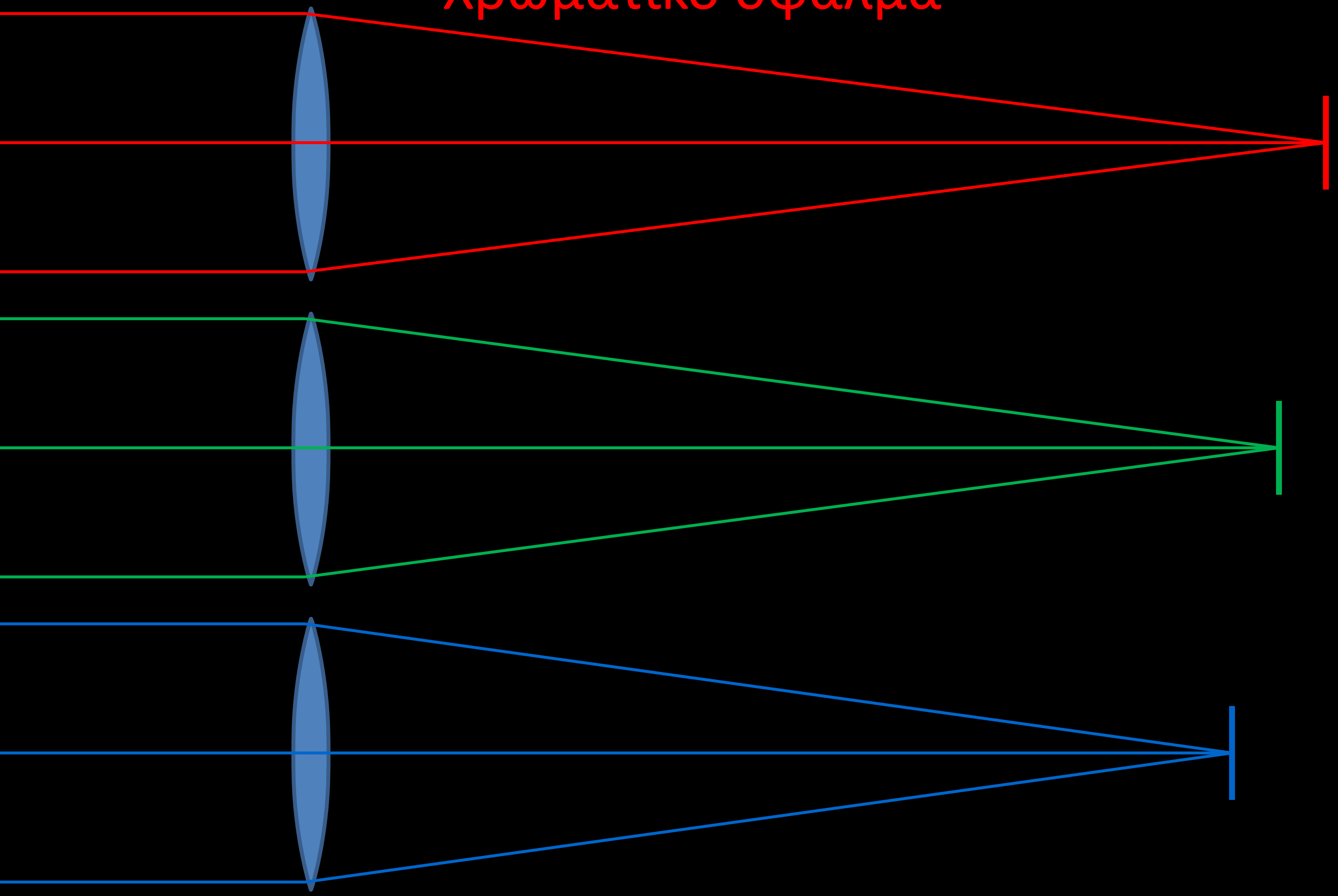


επαλληλία πρισμάτων

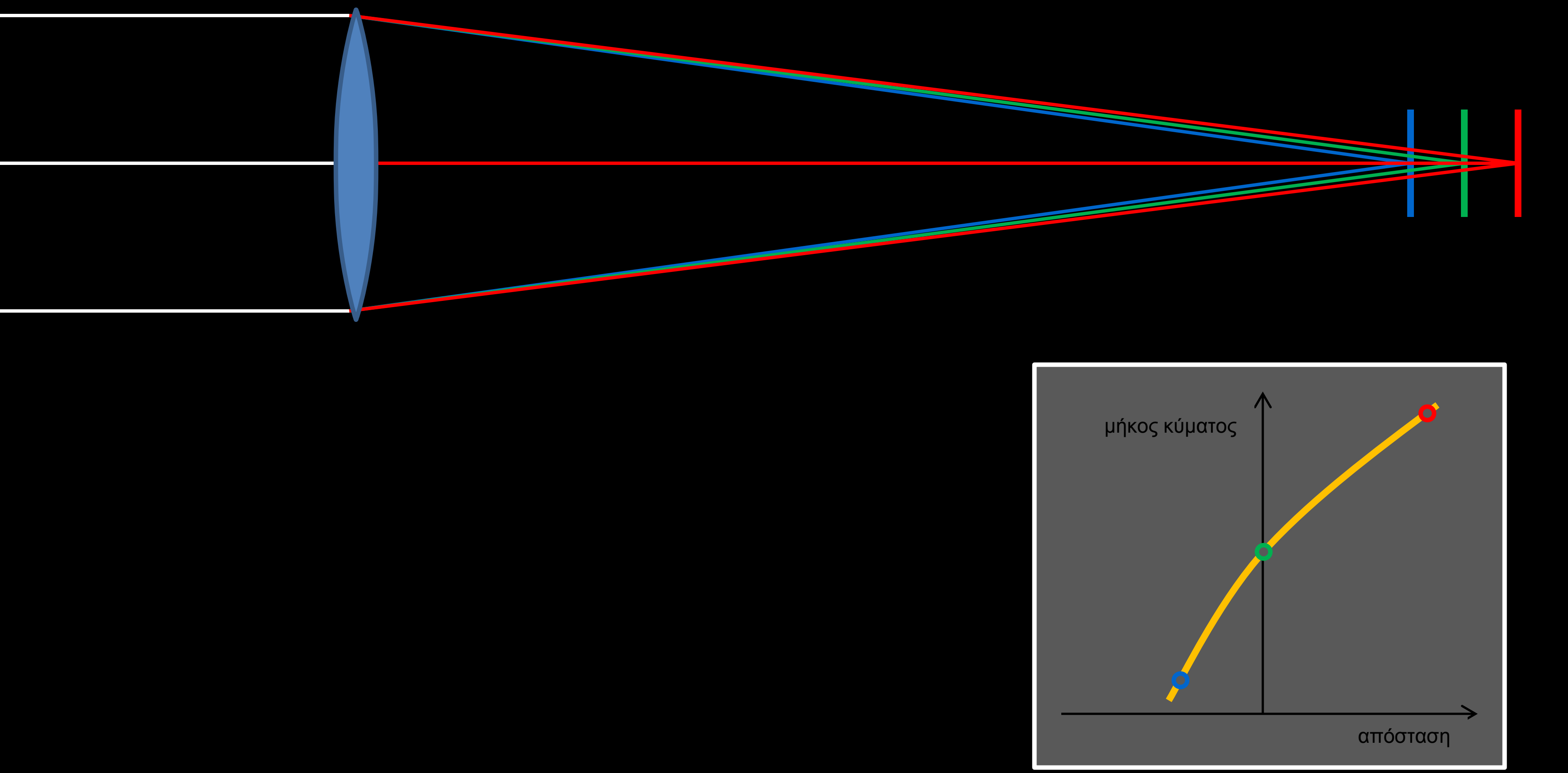

φακός



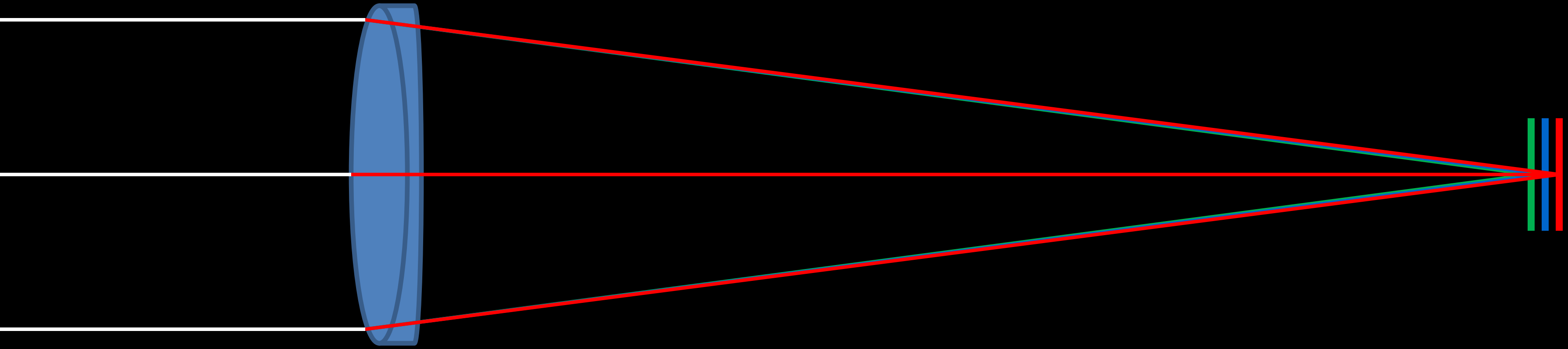
Χρωματικό σφάλμα

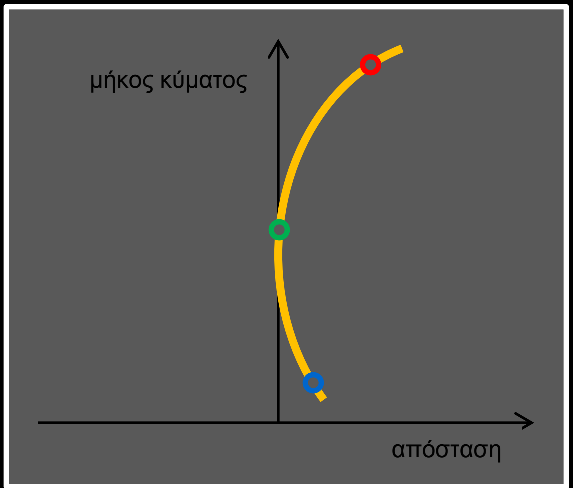


- Απλός φακός (χρωματικό σφάλμα)

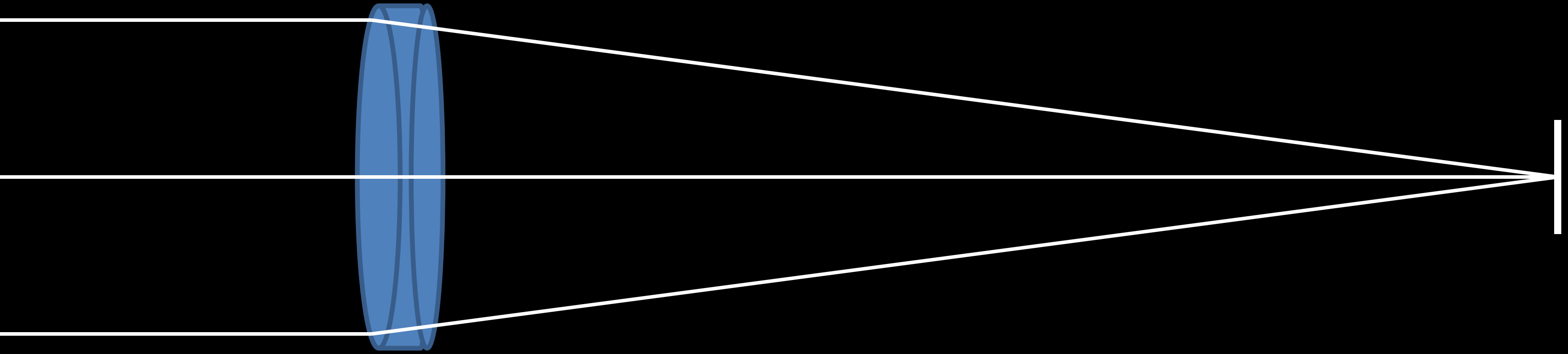


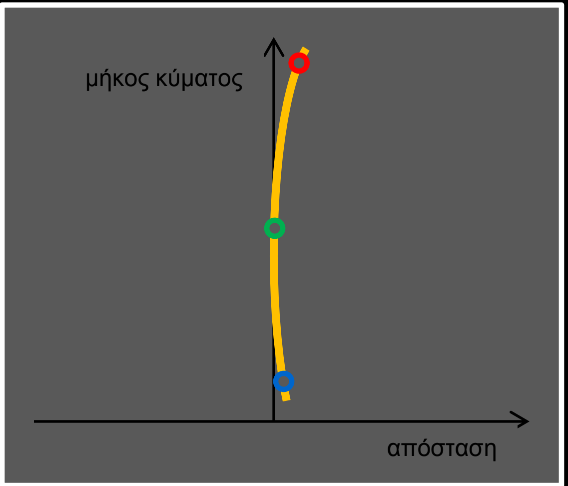
- Διπλός φακός (αχρωματικό σύστημα)



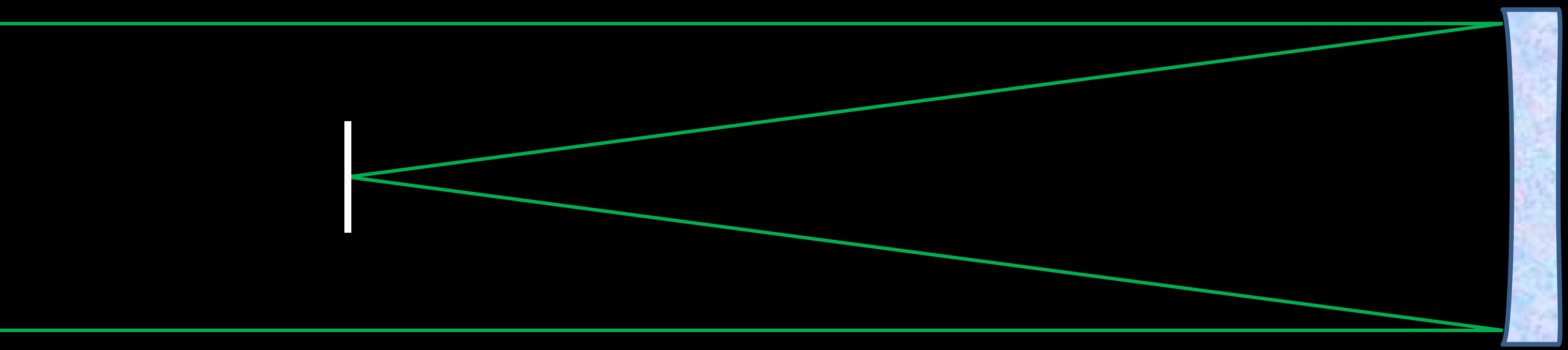


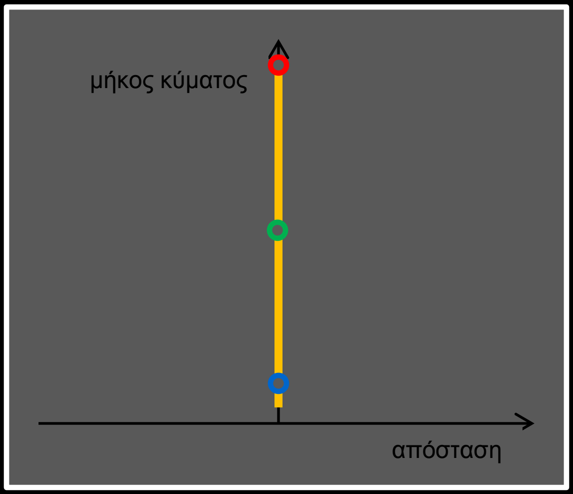
- Τριπλός φακός (αποχρωματικό σύστημα)



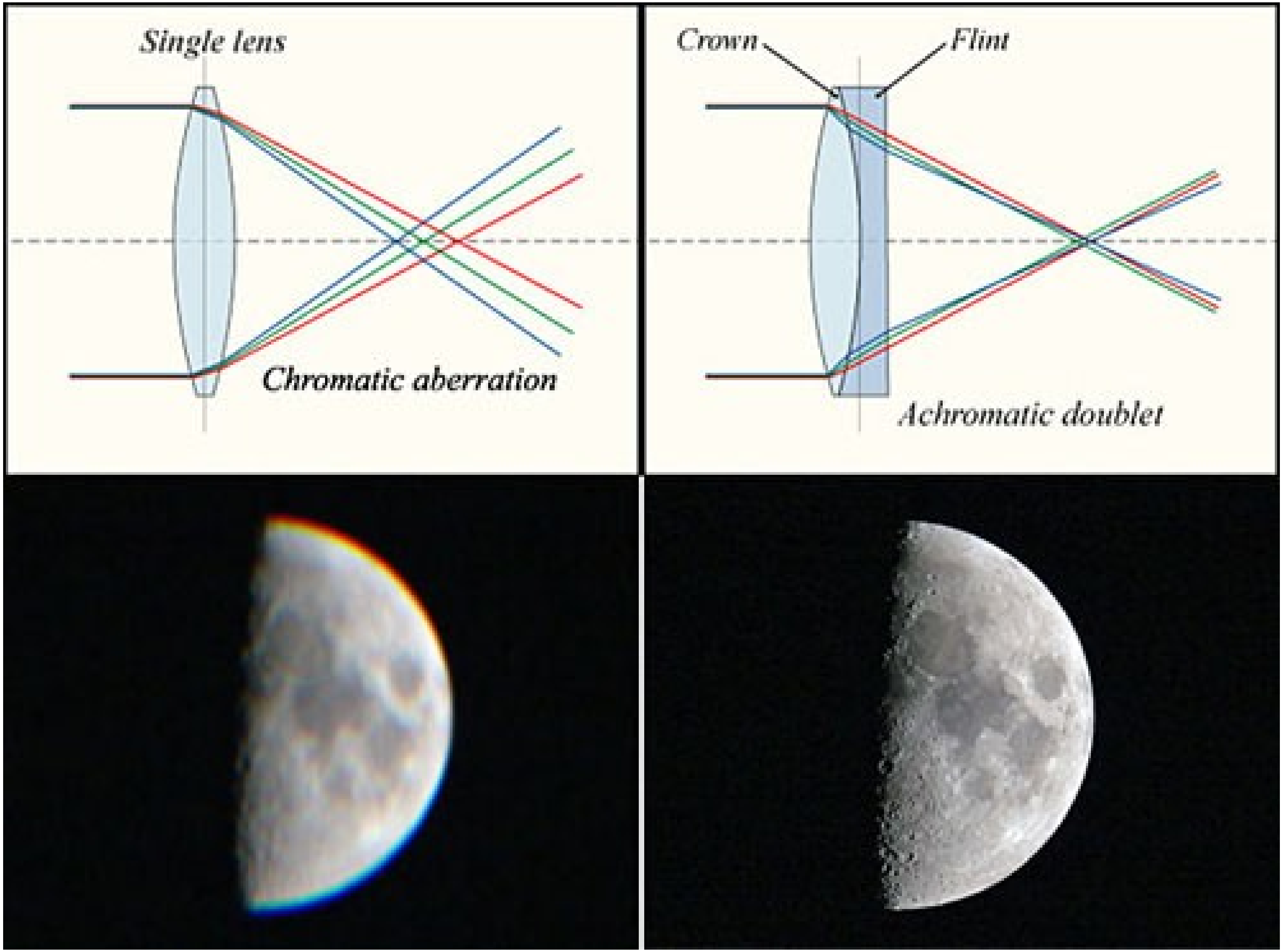


- Σύγκλιση του φωτός με κάτοπτρο



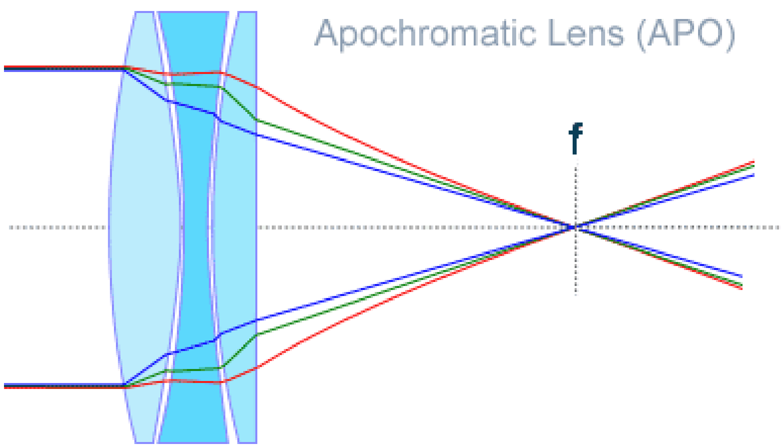


Χρωματικό σφάλμα από τηλεσκόπιο με απλό και διπλό (αχρωματικό) φακό

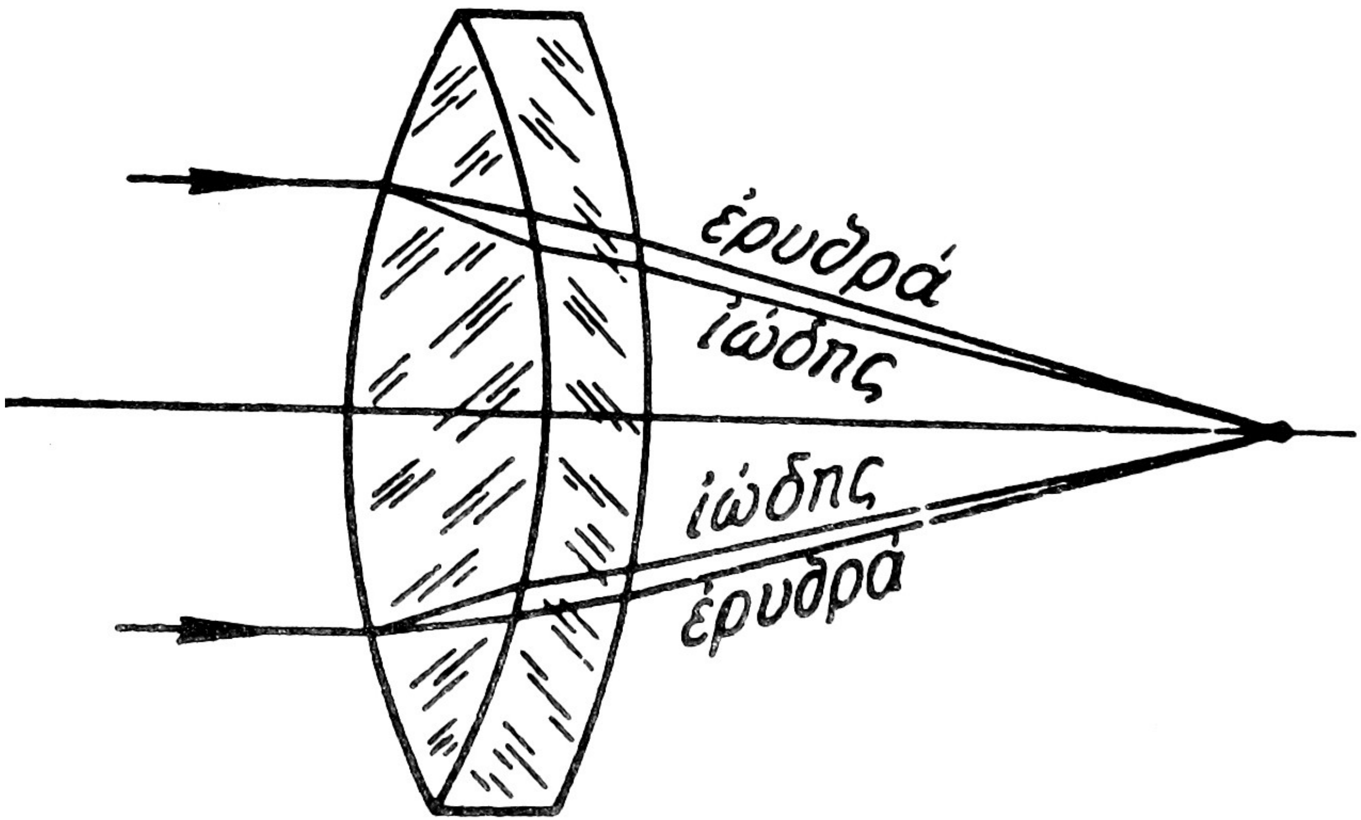


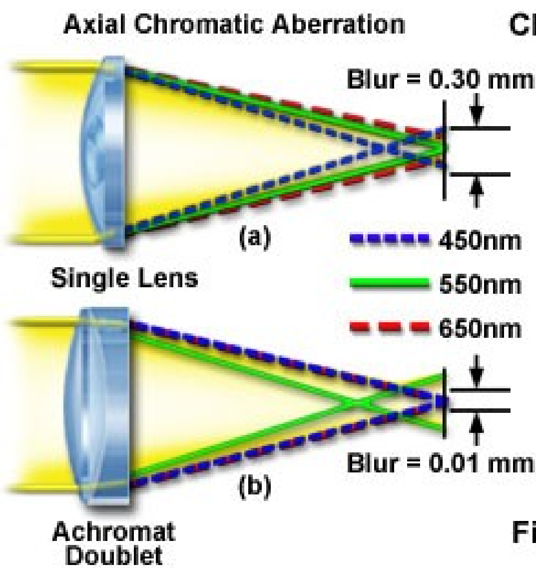
Χρωματικό σφάλμα

Αποχρωματικό σύστημα φακών



Ένα αχρωματικό σύστημα φακών έχει μικρό χρωματικό σφάλμα




Axial Chromatic Aberration
Blur = 0.30 mm
(a)
Single Lens
450nm
550nm
650nm
Blur = 0.01 mm
(b)
Achromat
Doublet

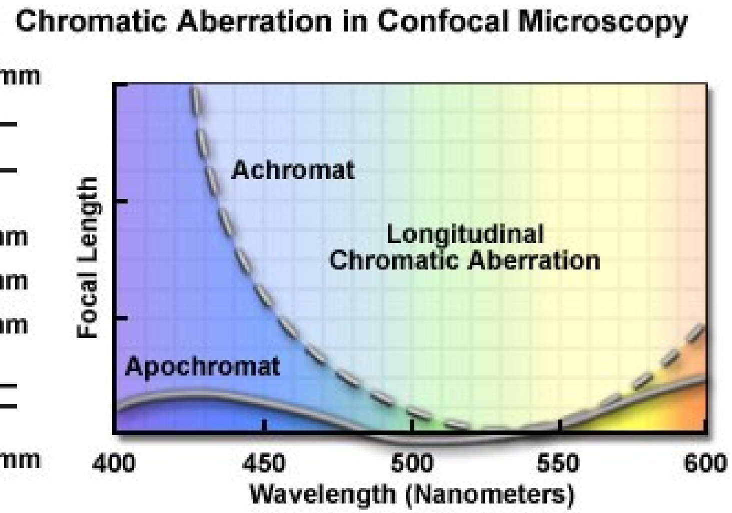
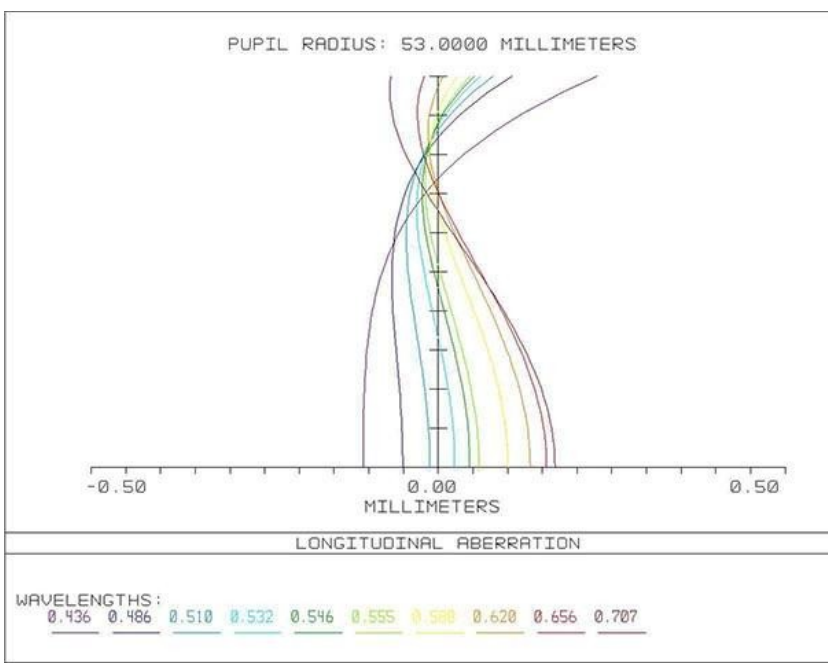
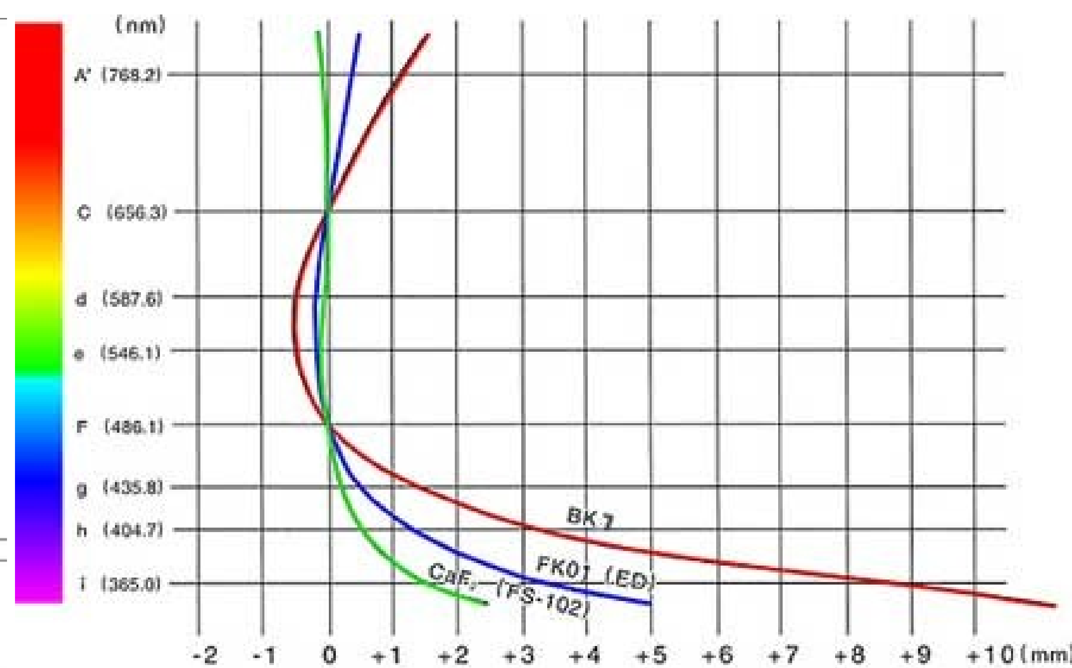

Chromatic Aberration in Confocal Microscopy
Achromat
Longitudinal
Chromatic Aberration
Apochromat
Focal Length
400
450
500
550
600
Wavelength (Nanometers)

Figure 6

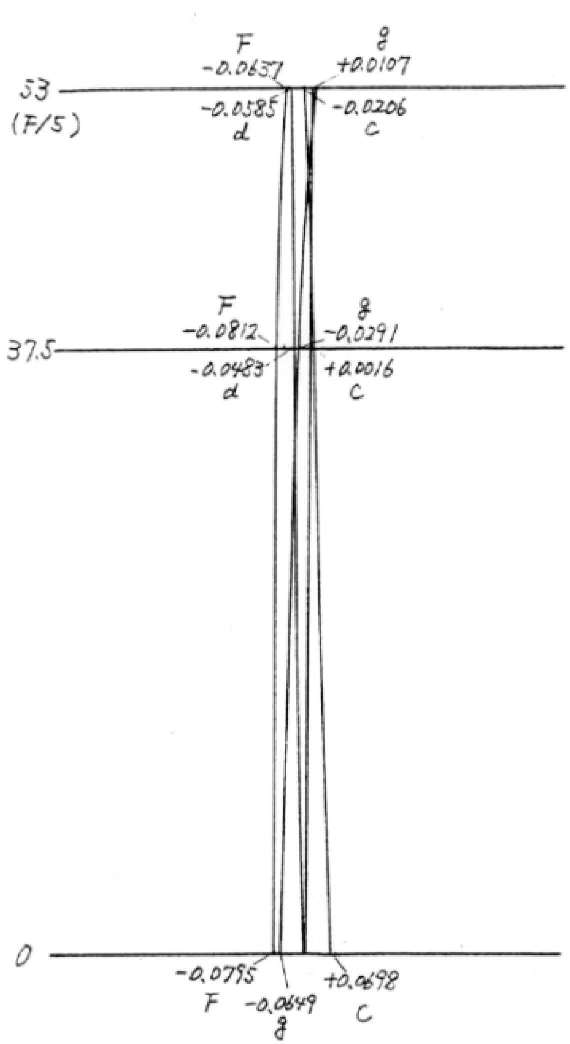

PUPIL RADIUS: 53.0000 MILLIMETERS
-0.50
0.00
0.50
MILLIMETERS
LONGITUDINAL ABERRATION
WAVELENGTHS:
0.436 0.486 0.510 0.532 0.546 0.555 0.620 0.656 0.707


(nm)
A' (768.2)
C (656.3)
d (587.6)
e (546.1)
F (486.1)
g (435.8)
h (404.7)
i (365.0)
BK 7
FK01 (ED)
CaF₂ (FS-102)
-2 -1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6 +7 +8 +9 +10 (mm)

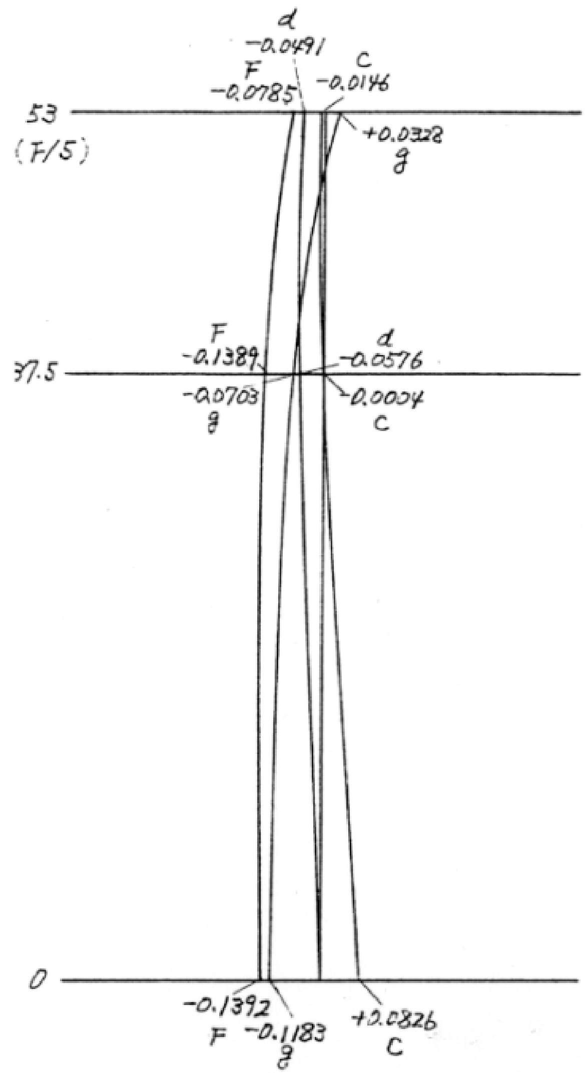
Takahashi FSQ 106ED

Χρωματικό σφάλμα (τηλεσκόπιο Takahashi FSQ106)

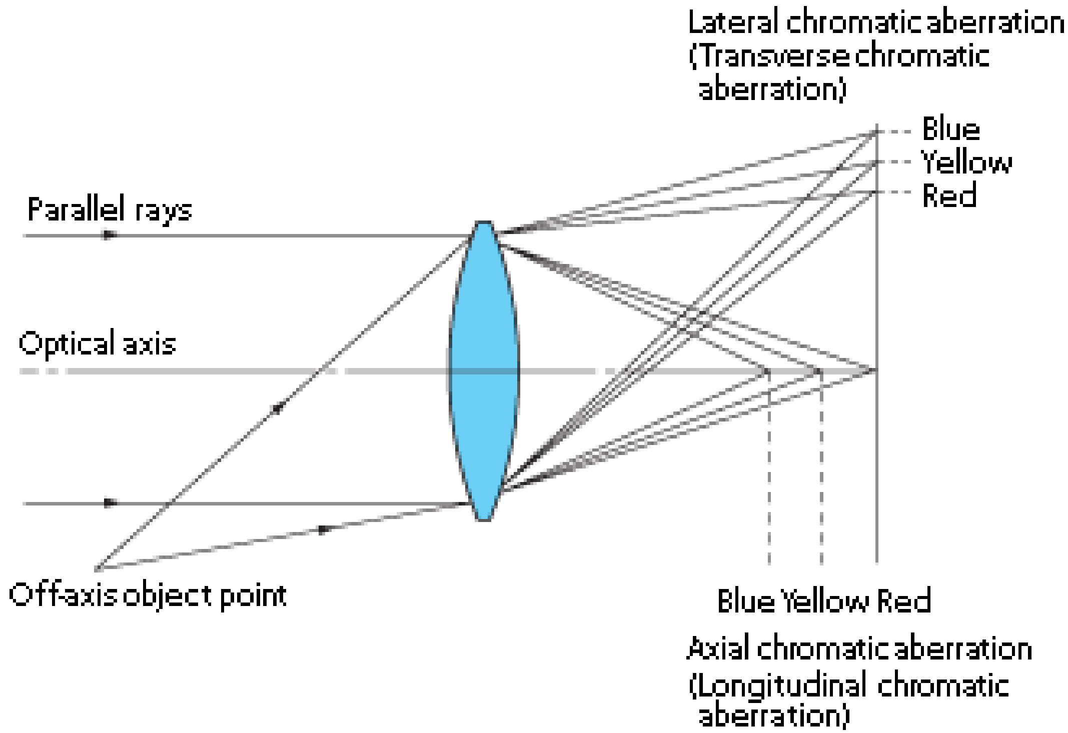
FSQ-106ED
106/530



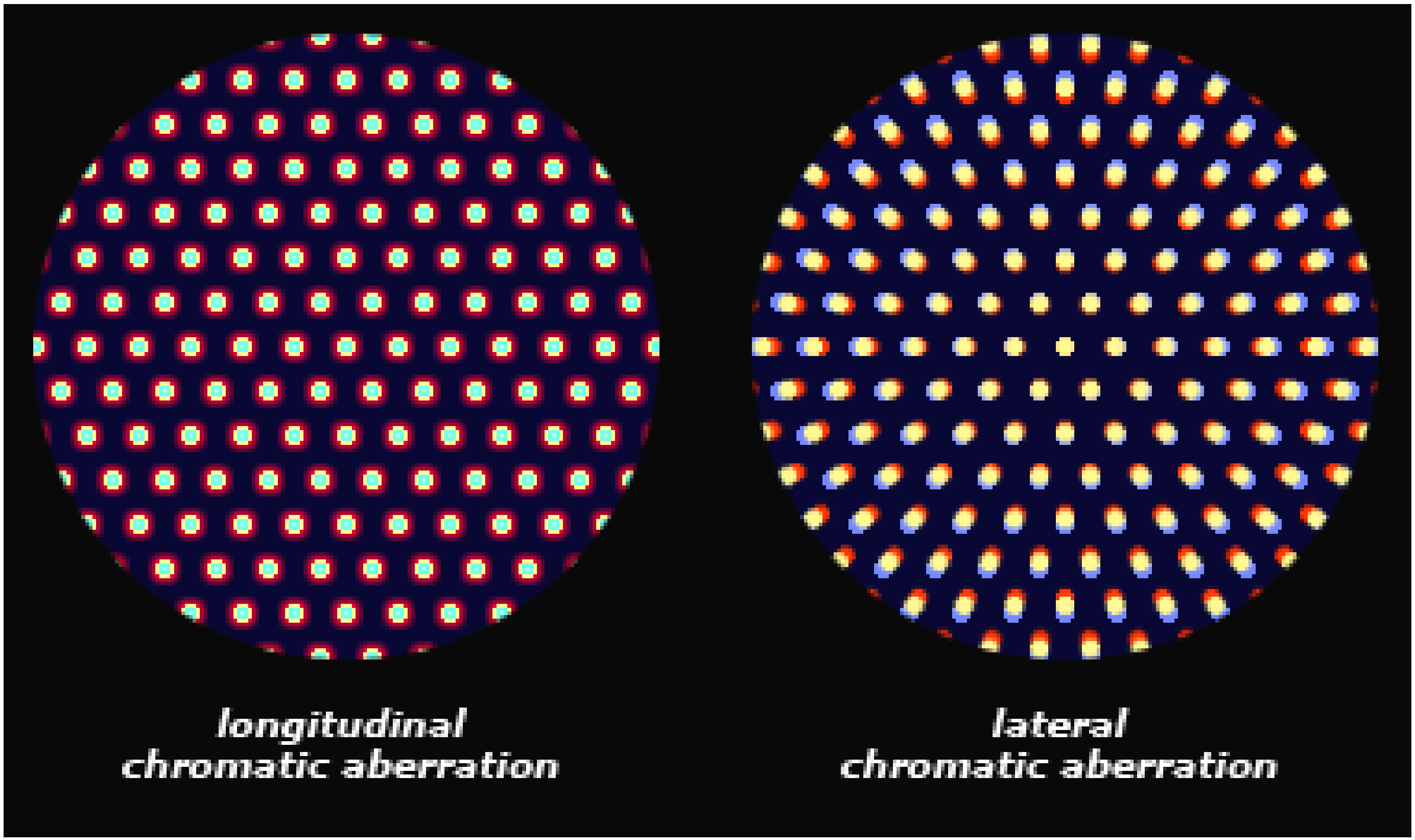
FSQ-106 (ancienne version)
106/530



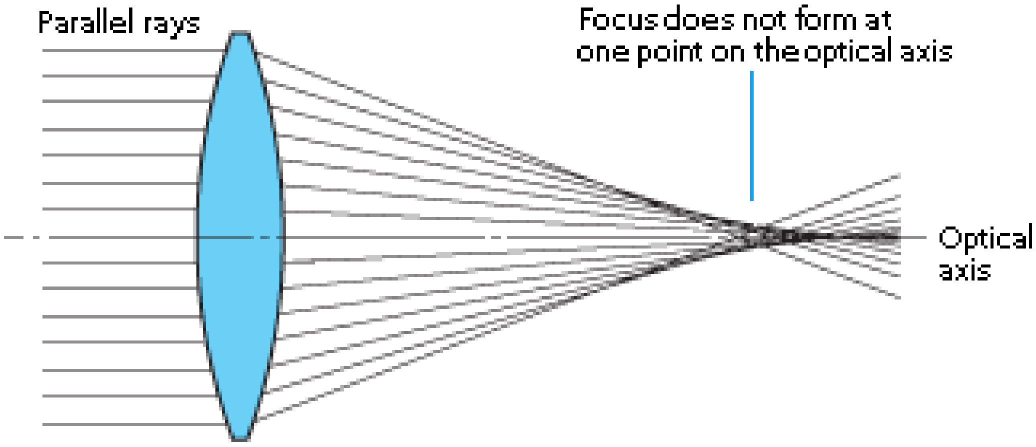
Το χρωματικό σφάλμα μπορεί να είναι αξονικό ή μη αξονικό (διάμηκες και εγκάρσιο, αντίστοιχα)



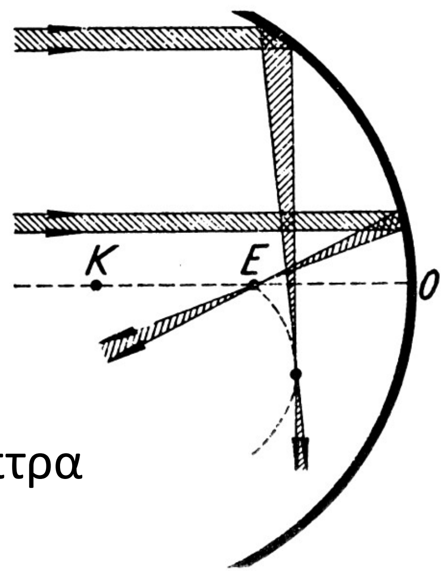
Το χρωματικό σφάλμα μπορεί να είναι αξονικό ή μη αξονικό (διάμηκες και εγκάρσιο, αντίστοιχα)



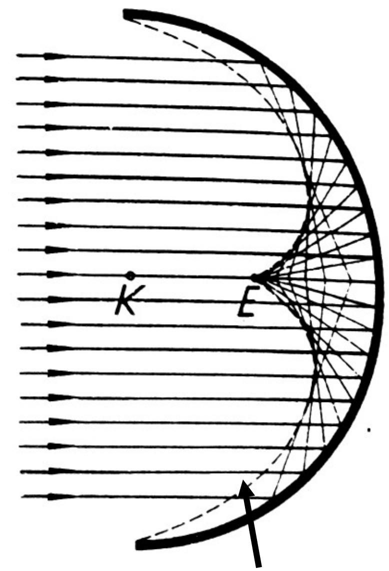
Σφαιρικό σφάλμα



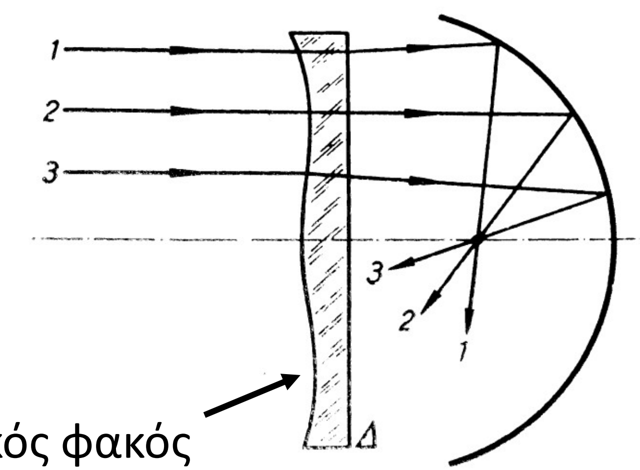
Σφαιρικό σφάλμα



Σφαιρικά κάτοπτρα

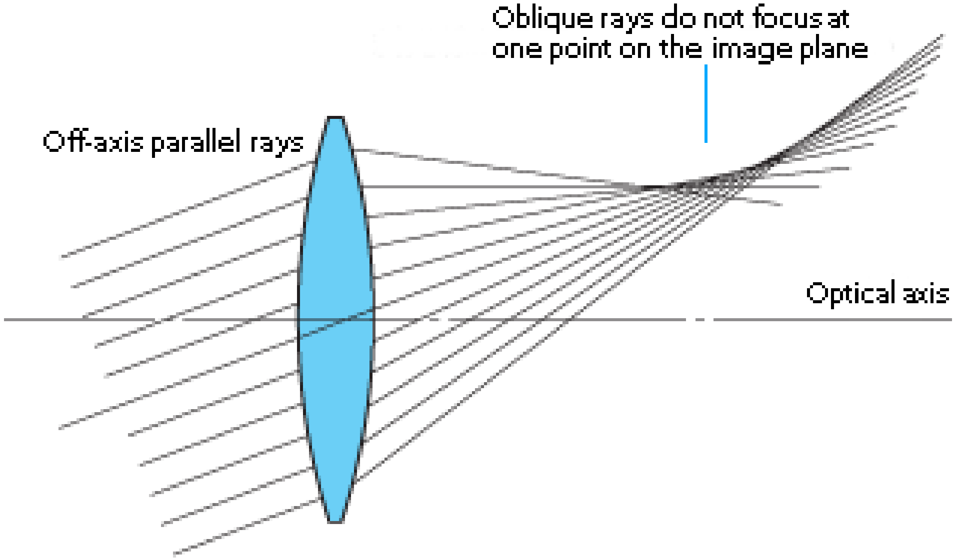


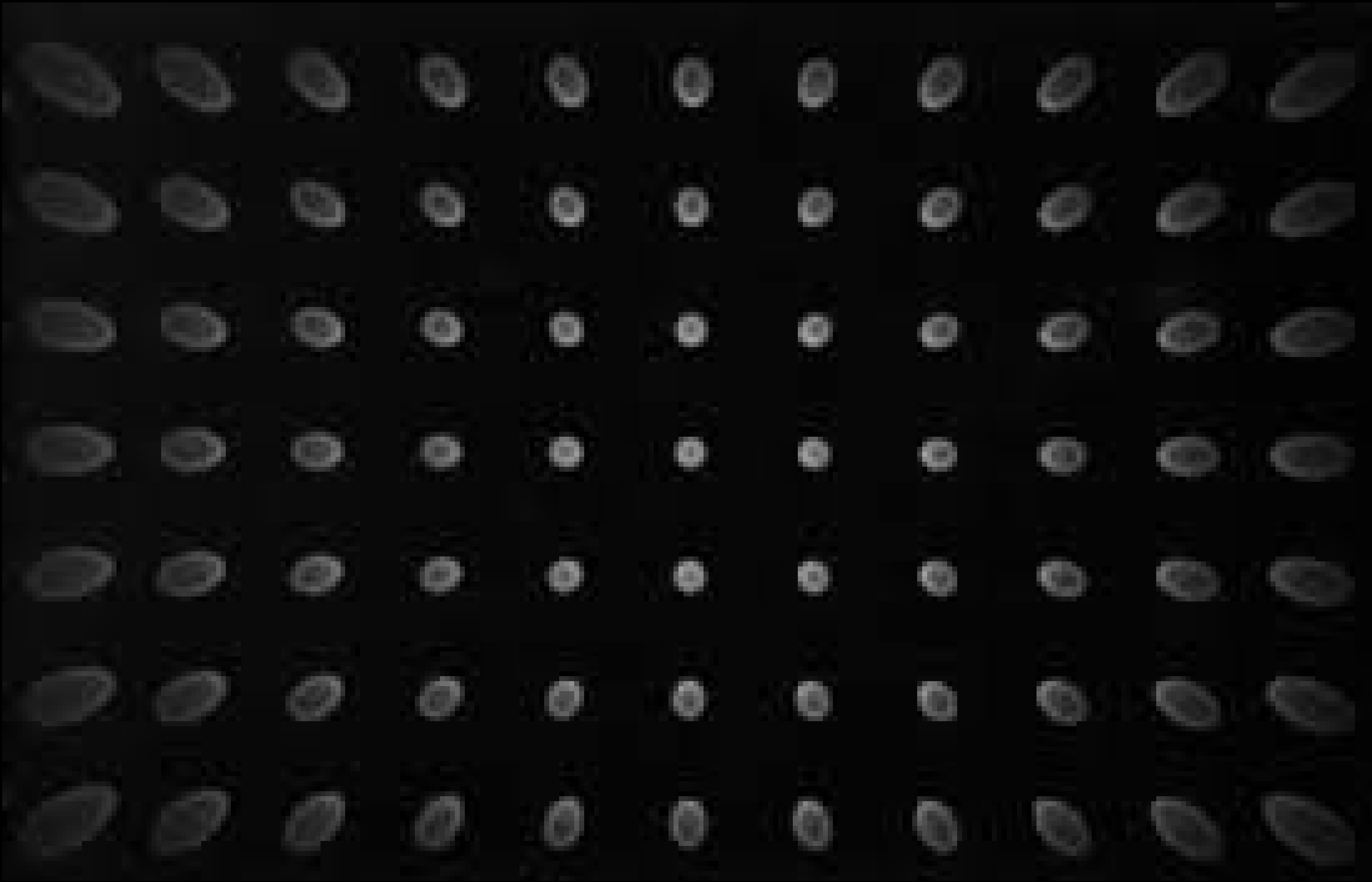
καυστική επιφάνεια



διορθωτικός φακός

Σφάλμα Κόμης



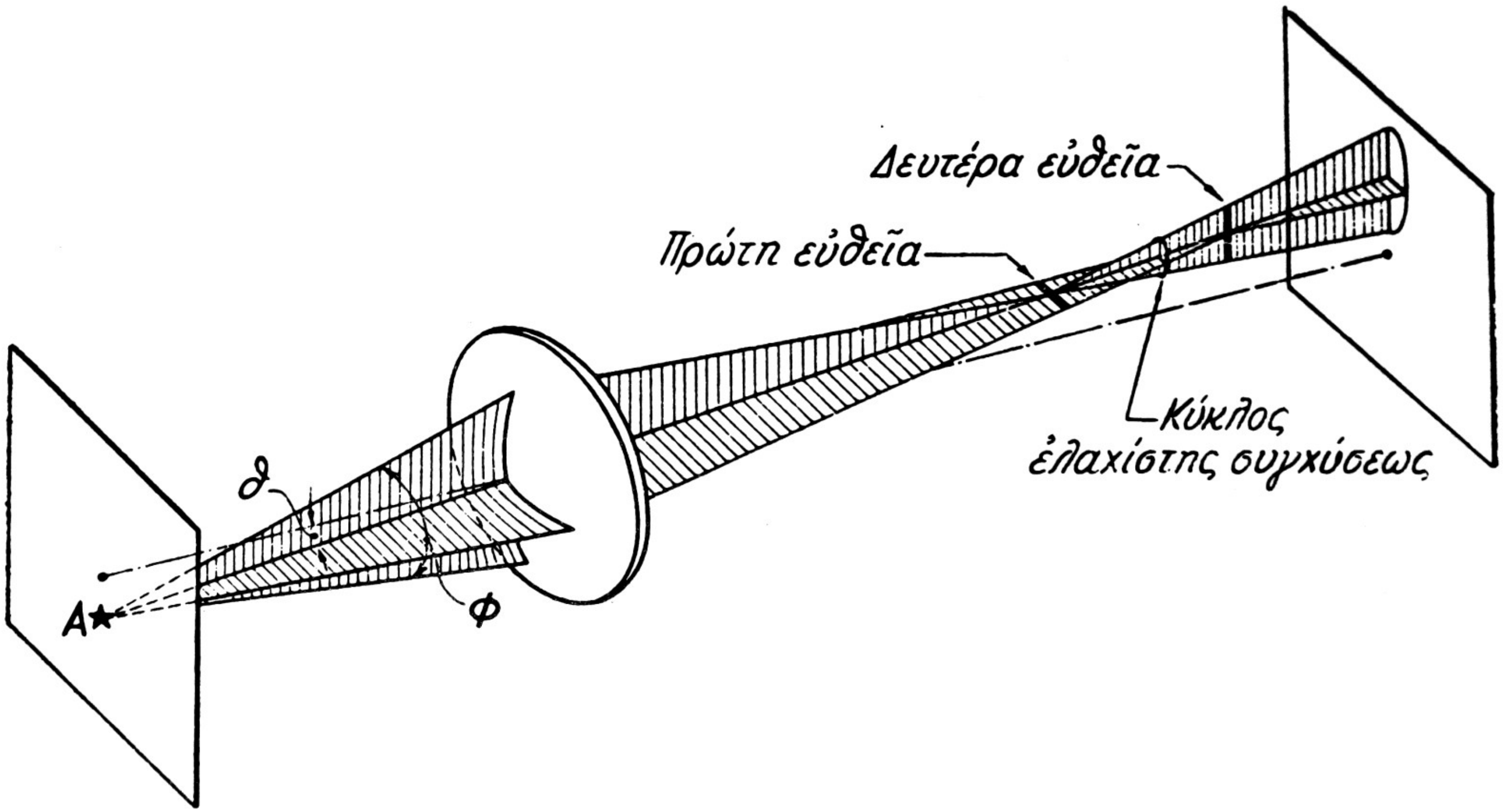



© Kosmas Gazeas

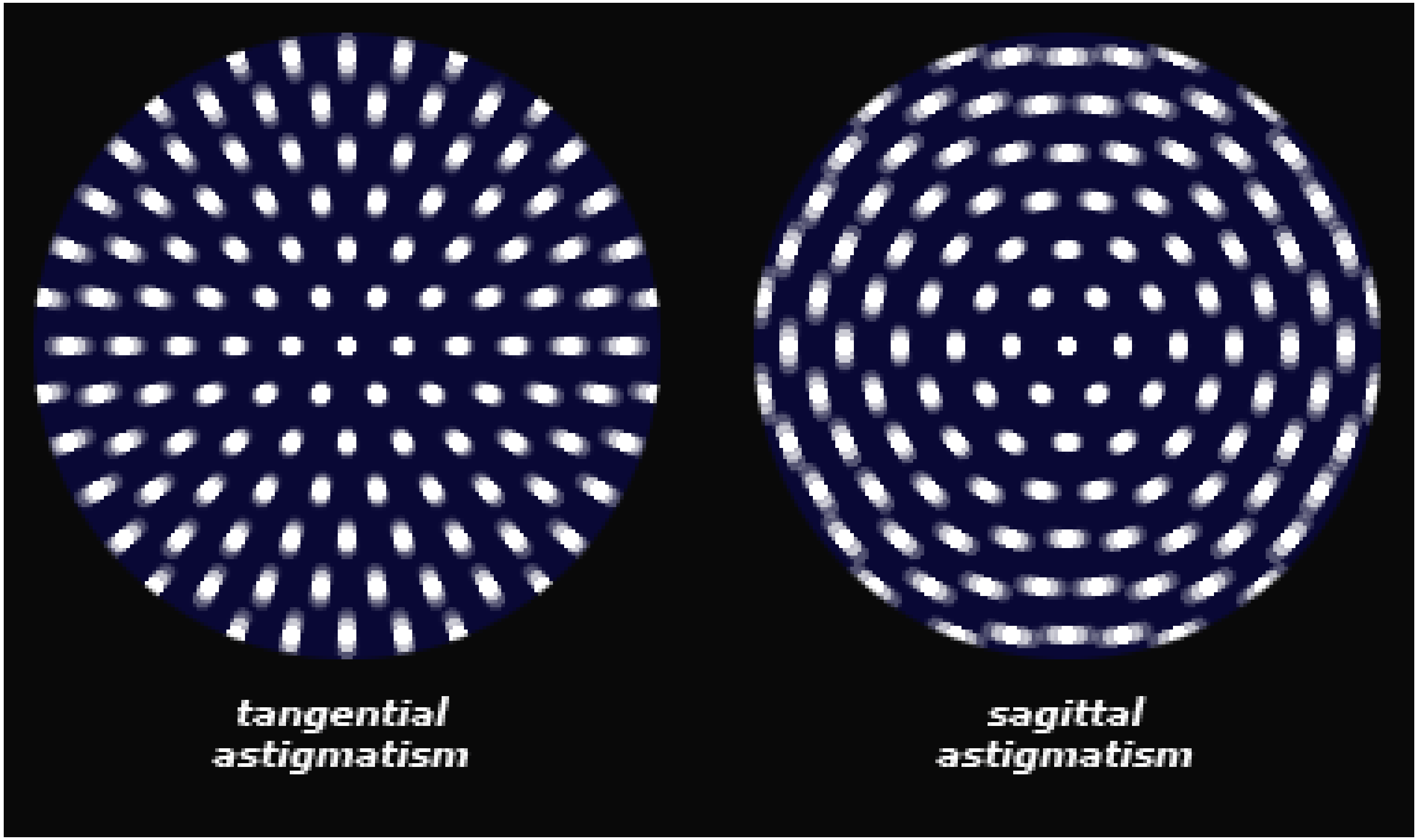
Κέντρο

Άκρη

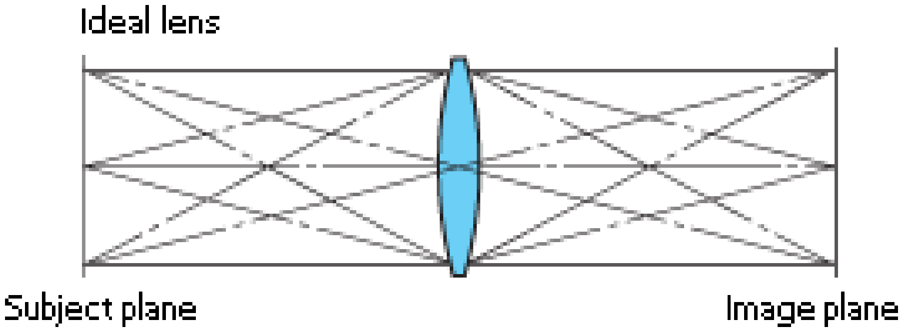
Αστιγματισμός

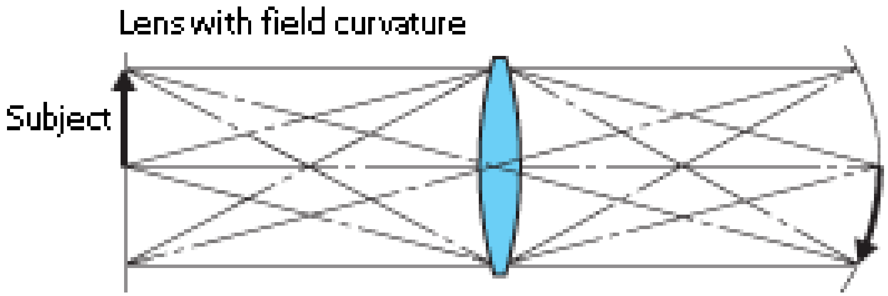


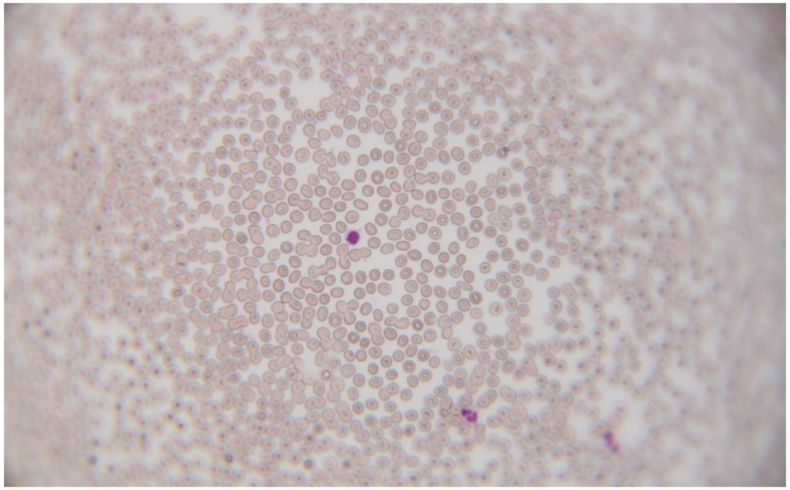
Αστιγματισμός



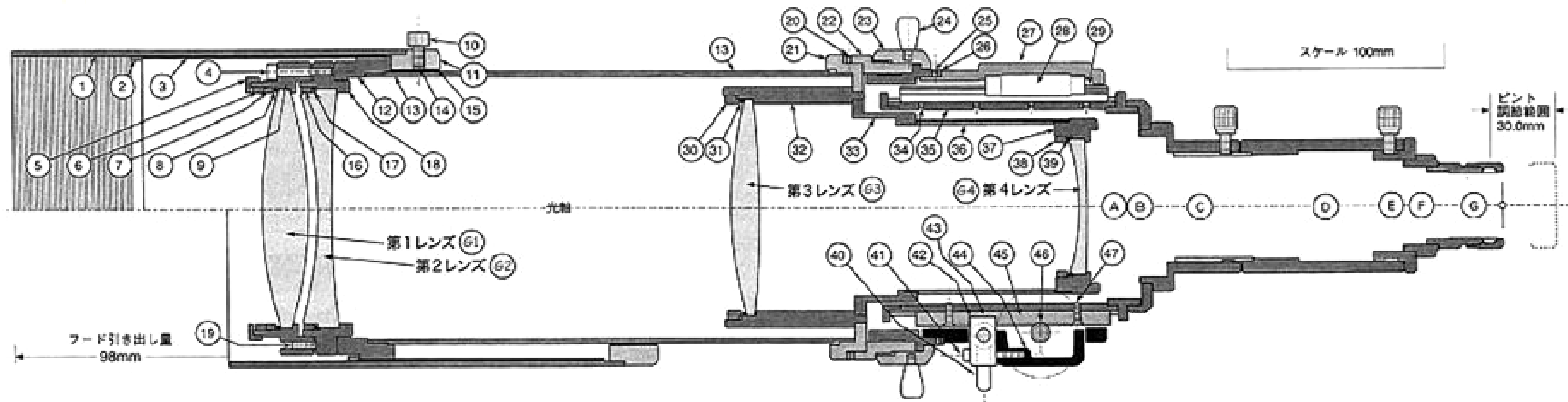
Καμπύλωση πεδίου



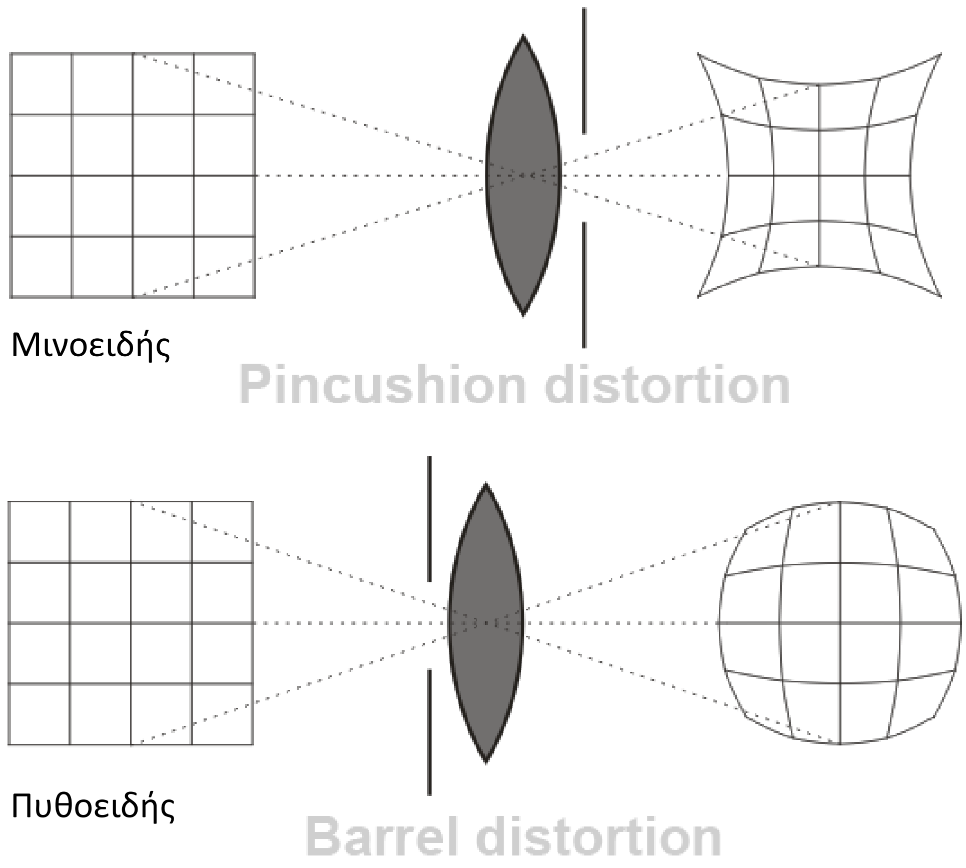




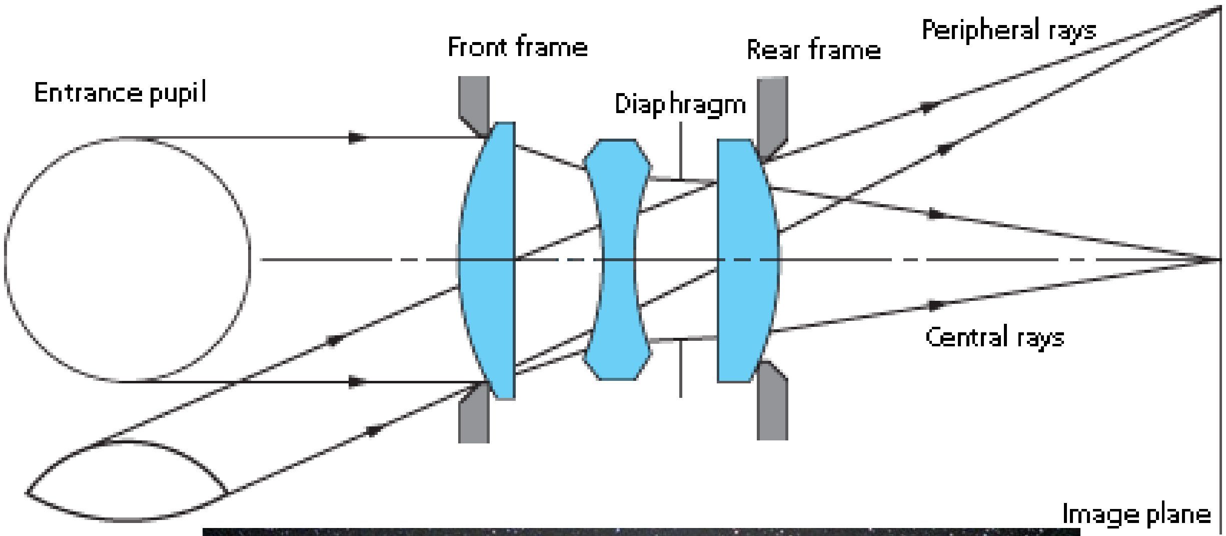

TAKAHASHI

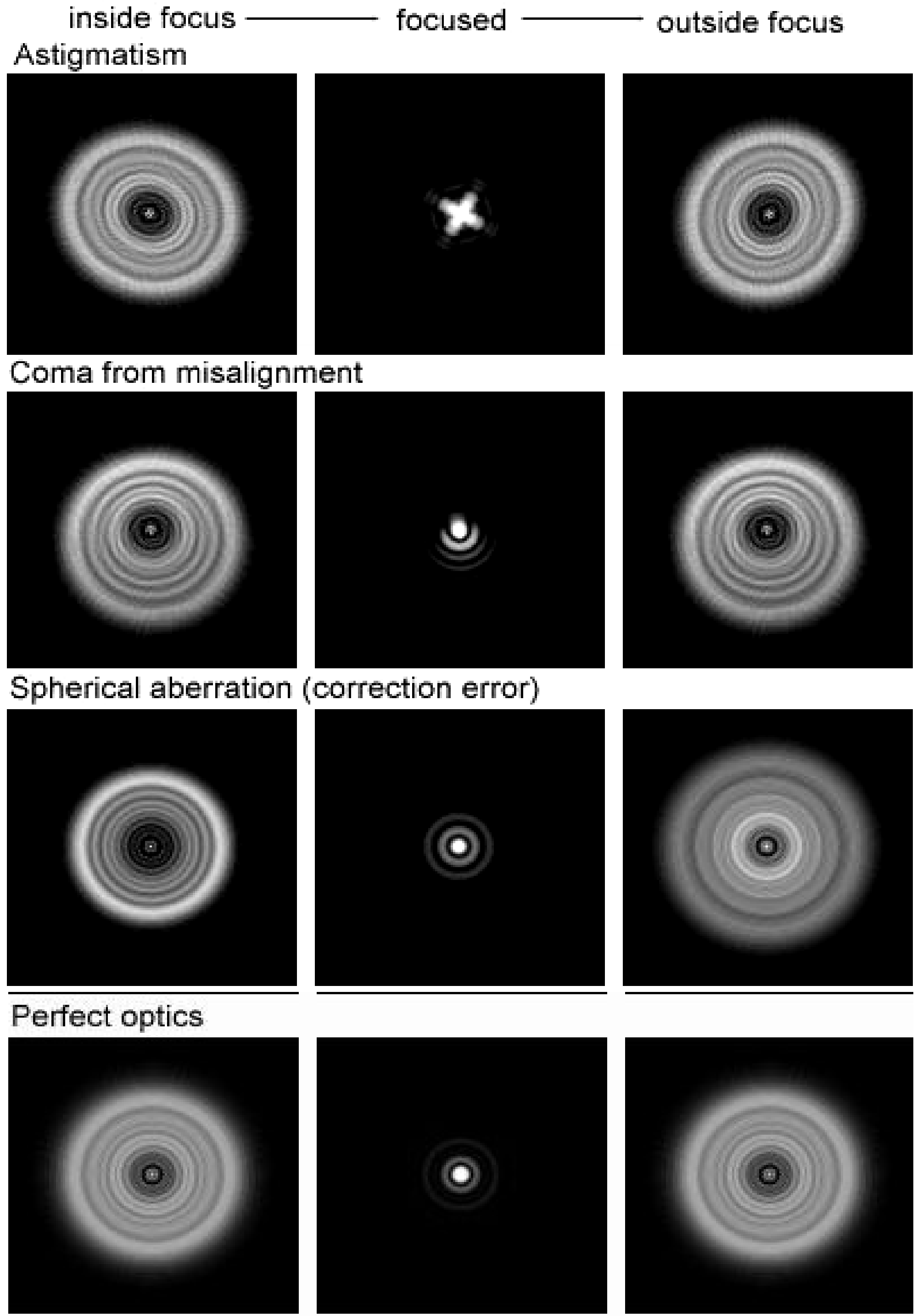

スケール 100mm
ピント
調節範囲
30.0mm
第3レンズ G3
G4 第4レンズ
光軸
第1レンズ G1
第2レンズ G2
フード引き出し量
98mm
A
B
C
D
E
F
G

Παραμόρφωση

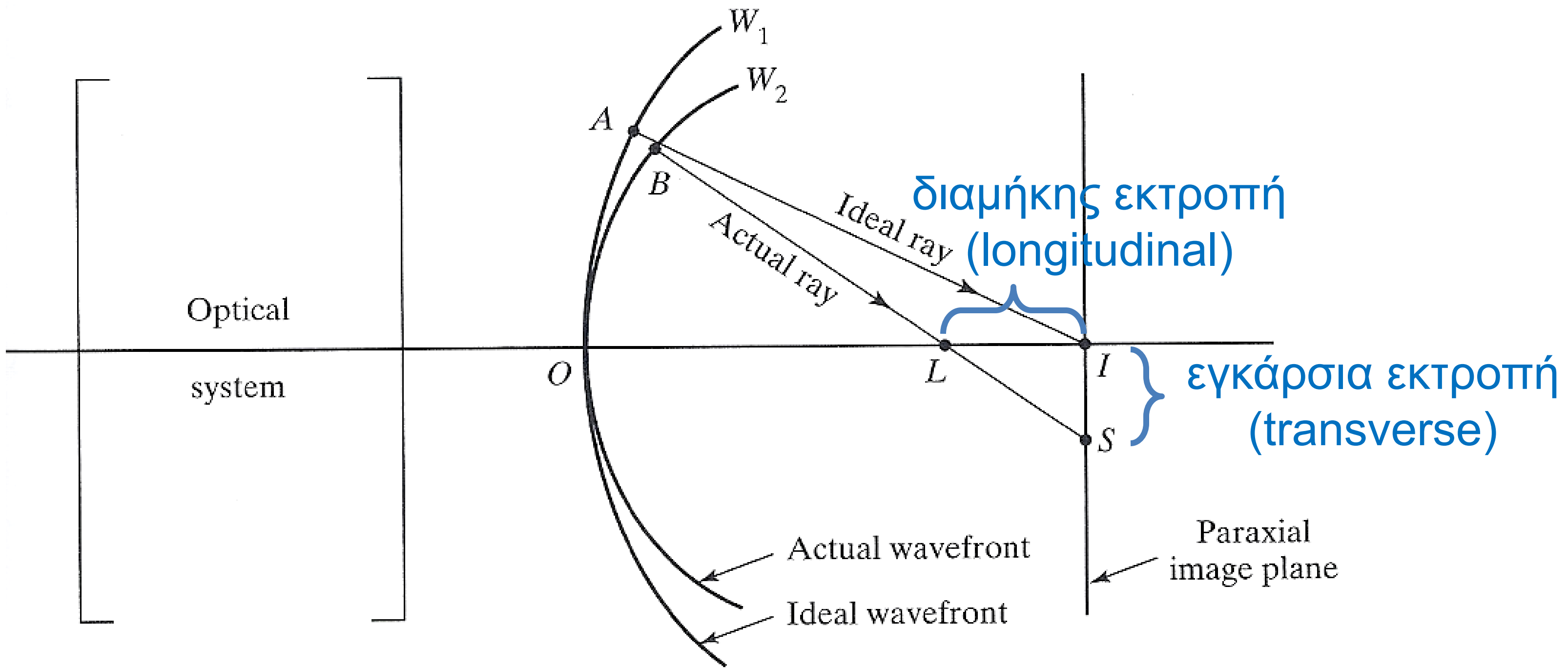


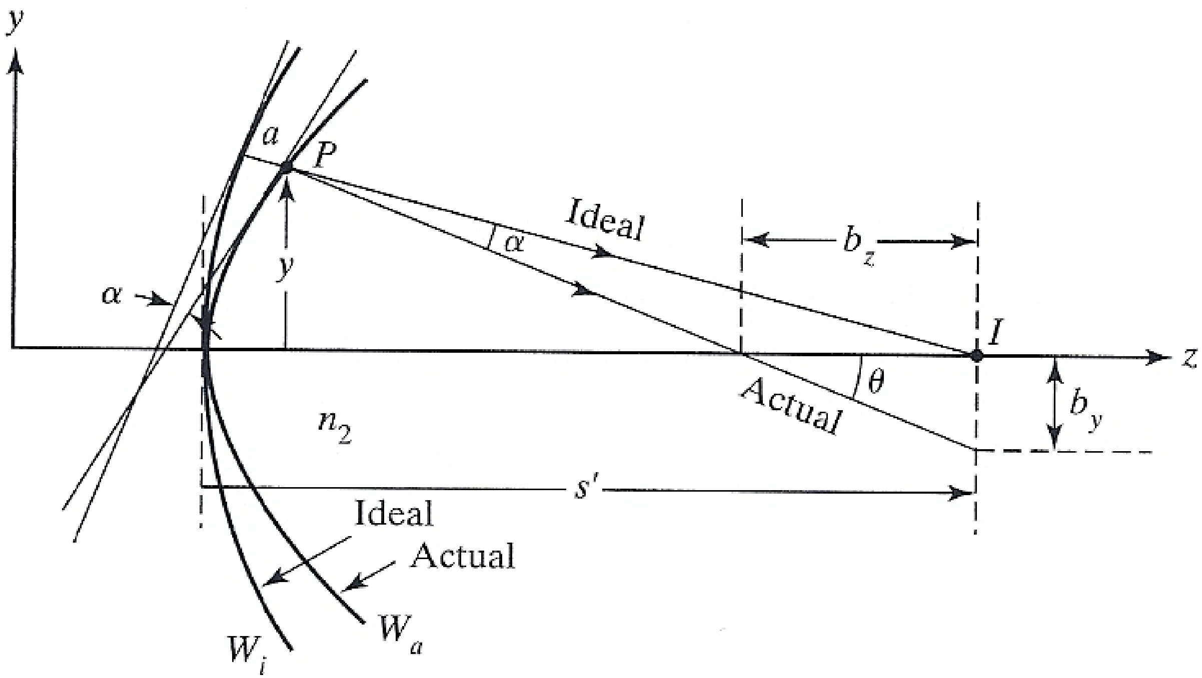
Vignetting

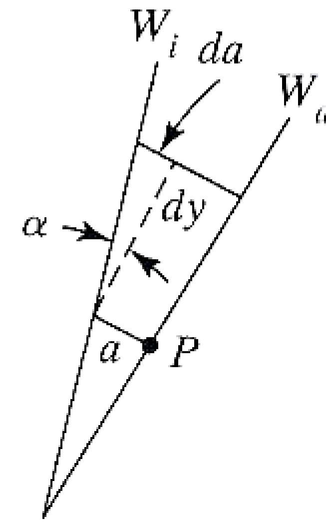

Front frame
Rear frame
Peripheral rays
Entrance pupil
Diaphragm
Central rays
Image plane


inside focus
focused
outside focus
Astigmatism
Coma from misalignment
Spherical aberration (correction error)
Perfect optics

Θεωρία των οπτικών εκτροπών





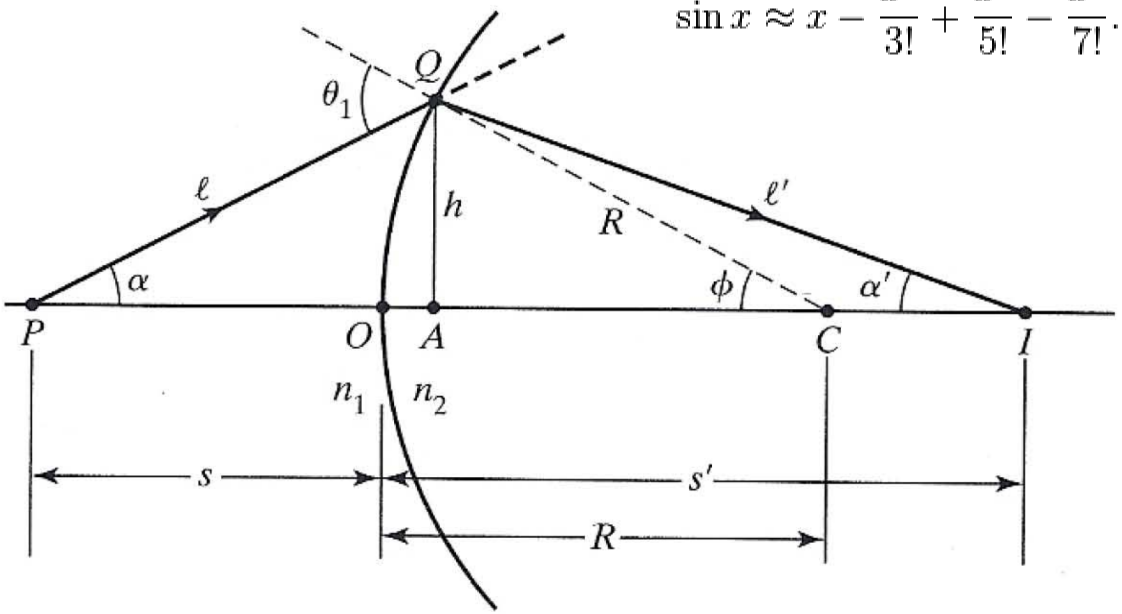


$$da = n_2(\alpha\, dy)$$

$$b_y = \alpha s' = \frac{s'da}{n_2\, dy} \qquad b_x = \frac{s'da}{n_2\, dx} \qquad b_z = \frac{b_y}{\tan\theta} = \frac{s' b_y}{y}$$

(b_x κάθετα στη σελίδα)

Διορθώσεις 3ης τάξης για διάθλαση από σφαιρική διαχωριστική επιφάνεια: (i) από σημεία στον άξονα



$$\sin x \approx x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}.$$

$$\boxed{a(Q) = (PQI - POI)_{opd}}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{a(Q) = (n_1\ell + n_2\ell') - (n_1 s + n_2 s')}$$

$$\ell^2 = R^2 + (s + R)^2 - 2R(s + R)\cos\phi$$

$$\ell'^2 = R^2 + (s' - R)^2 + 2R(s' - R)\cos\phi$$

$$\cos\phi = (1 - \sin^2\phi)^{1/2} = [1 - (h/R)^2]^{1/2}$$

$$\cos\phi \cong 1 - \frac{h^2}{2R^2} - \frac{h^4}{8R^4}$$

$$\ell = s\left(1 + \left[\frac{h^2(R + s)}{Rs^2} + \frac{h^4(R + s)}{4R^3s^2}\right]\right)^{1/2}$$

$$\ell' = s'\left(1 + \left[\frac{h^2(R - s')}{Rs'^2} + \frac{h^4(R - s')}{4R^3s'^2}\right]\right)^{1/2}$$

εξ. 1

Διορθώσεις 3ης τάξης για διάθλαση από σφαιρική διαχωριστική επιφάνεια – συνέχεια

Εξ. 1

$$(1+x)^{1/2} \cong 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8}$$

$$\ell \cong s\left(1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8}\right)$$

$$\ell' \cong s'\left(1 + \frac{x'}{2} - \frac{x'^2}{8}\right)$$

Παραλείποντας όρους ανώτερους του h^4

$$\ell = s\left[1 + \frac{h^2(R+s)}{2Rs^2} + \frac{h^4(R+s)}{8R^3s^2} - \frac{h^4(R+s)^2}{8R^2s^4}\right]$$

$$\ell' = s'\left[1 + \frac{h^2(R-s')}{2Rs'^2} + \frac{h^4(R-s')}{8R^3s'^2} - \frac{h^4(R-s')^2}{8Rs'^4}\right]$$

Αλλά ισχύει

$$a(Q) = (n_1\ell + n_2\ell') - (n_1 s + n_2 s')$$

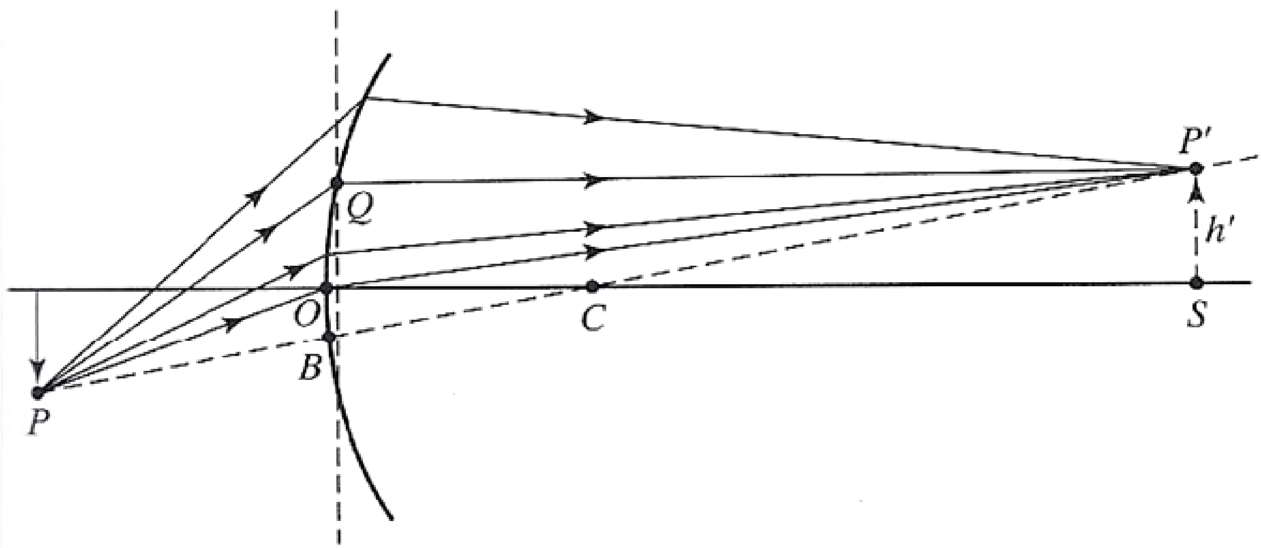
Οπότε

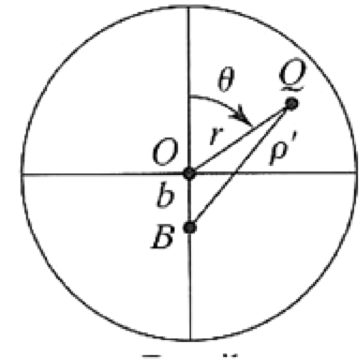
$$\boxed{a(Q) = -\frac{h^4}{8}\left[\frac{n_1}{s}\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{R}\right)^2 + \frac{n_2}{s'}\left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{R}\right)^2\right]} \longrightarrow \boxed{a(Q) = ch^4}$$

για σημεία πάνω στον οπτικό άξονα

Στο α(Q) υπάρχει όρος ανάλογος του h^2, με συντελεστή ανάλογο του $\left(\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'}\right) - \left(\frac{n_2 - n_1}{R}\right)$

που ισούται με 0 από την αρχή του Fermat (για σφαιρική επιφάνεια)





$$a'(Q) = (PQP' - PBP')_{opd} = c(BQ)^4 = c\rho'^4$$

$$a'(O) = (POP' - PBP')_{opd} = c(BO)^4 = cb^4$$

$$a(Q) = a'(Q) - a'(O) = c\rho'^4 - cb^4 = c(\rho'^4 - b^4)$$

$$\rho'^2 = r^2 + b^2 + 2rb\cos\theta$$

$$a(Q) = c(r^4 + 4r^2b^2\cos^2\theta + 2r^2b^2 + 4r^3b\cos\theta + 4rb^3\cos\theta)$$

$$b = kh'$$ (από όμοια τρίγωνα OCB, P’CS)

$$a(Q) = {}_0C_{40}r^4 + {}_1C_{31}h'r^3\cos\theta + {}_2C_{22}h'^2r^2\cos^2\theta$$
$$+ {}_2C_{20}h'^2r^2 + {}_3C_{11}h'^3r\cos\theta$$

$${}_1\bar{C}_{31} \qquad h'^{1}r^{3}\cos^{1}\theta$$

r^4	Σφαιρική εκτροπή
$h'r^3\cos\theta$	Κόμη
$h'^2r^2\cos^2\theta$	Αστιγματισμός
h'^2r^2	Καμπυλότητα πεδίου
$h'^3r\cos\theta$	παραμόρφωση

Zernike Mode Map

www.lambda-factory.co.jp

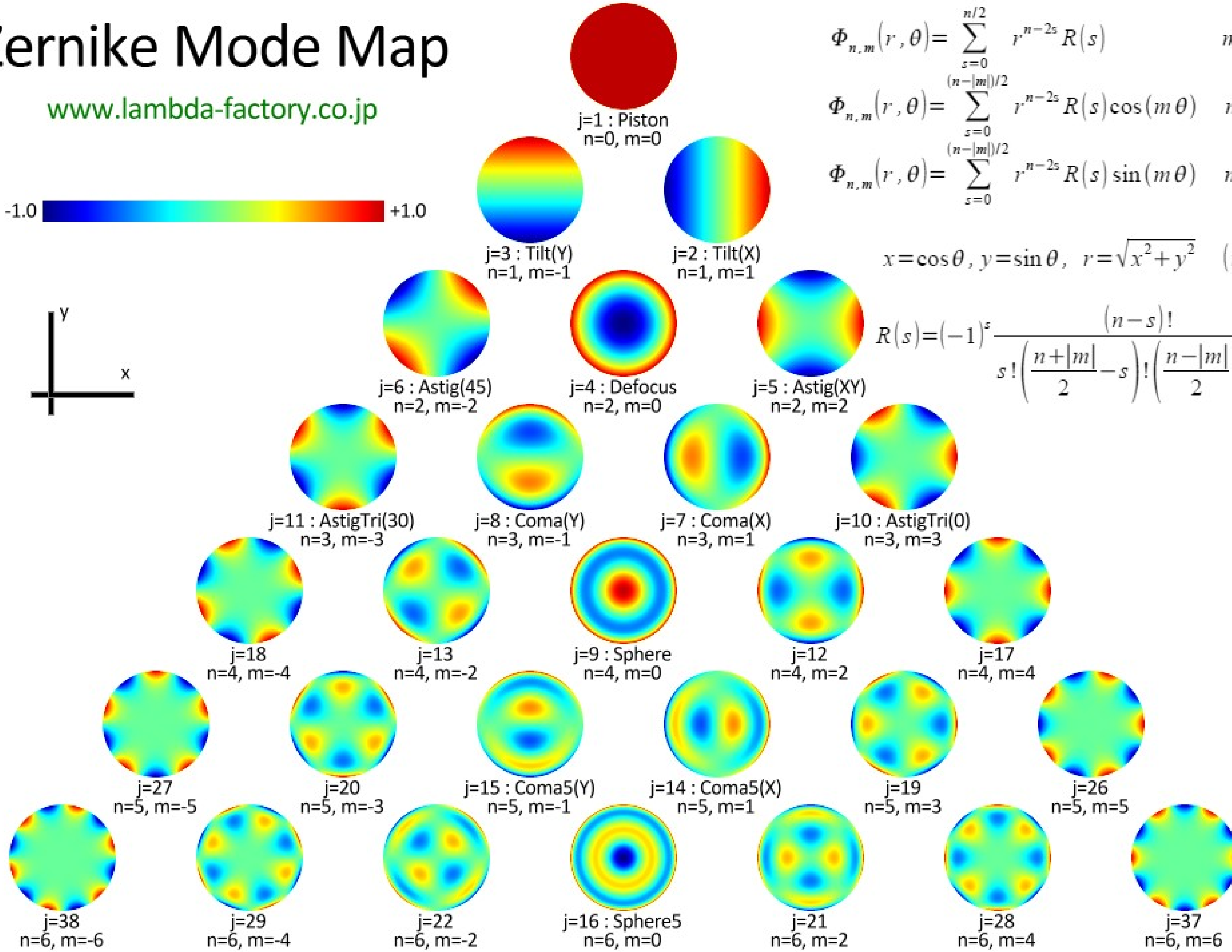
$$\Phi_{n,m}(r,\theta)=\sum_{s=0}^{n/2} r^{n-2s}R(s) \qquad m=0$$

$$\Phi_{n,m}(r,\theta)=\sum_{s=0}^{(n-|m|)/2} r^{n-2s}R(s)\cos(m\theta) \qquad m>0$$

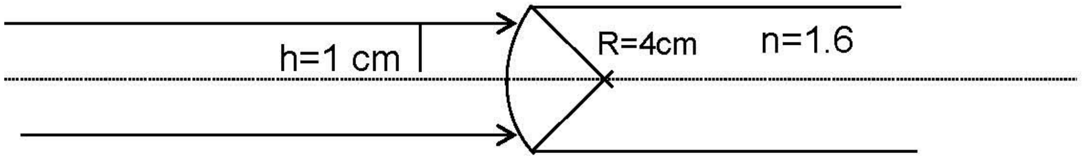
$$\Phi_{n,m}(r,\theta)=\sum_{s=0}^{(n-|m|)/2} r^{n-2s}R(s)\sin(m\theta) \qquad m<0$$

$$x=\cos\theta,\ y=\sin\theta,\ \ r=\sqrt{x^2+y^2} \qquad (r<1)$$

$$R(s)=(-1)^s\frac{(n-s)!}{s!\left(\frac{n+|m|}{2}-s\right)!\left(\frac{n-|m|}{2}-s\right)!}$$



Παράδειγμα



Βρείτε την διαμήκη και εγκάρσια σφαιρική εκτροπή

από $$a(Q) = -\frac{h^4}{8}\left[\frac{n_1}{s}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{R}\right)^2+\frac{n_2}{s'}\left(\frac{1}{s'}-\frac{1}{R}\right)^2\right]$$ και s>> →

$$a = -\frac{h^4}{8}\left[\frac{n_2}{s'}\left(\frac{1}{s'}-\frac{1}{R}\right)^2\right] \longrightarrow \frac{da}{dh} = -\frac{h^3}{2}\left[\frac{n_2}{s'}\left(\frac{1}{s'}-\frac{1}{R}\right)^2\right]$$

Η θέση του ειδώλου όπως προβλέπεται από την παραξονική οπτική είναι

$$\frac{1}{\infty}+\frac{1.6}{s'}=\frac{0.6}{4} \longrightarrow s' = 10.667\text{ cm}$$

$$\frac{da}{dh} = -\frac{1}{2}\left[\frac{1.6}{10.67}\left(\frac{1}{10.67}-\frac{1}{4}\right)^2\right] = -0.001831$$

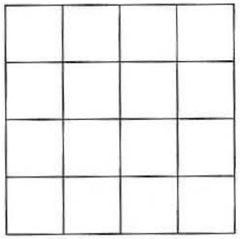
$$b_y = \frac{s'}{n_2}\frac{da}{dy} = \frac{s'}{n_2}\frac{da}{dh} = \frac{10.667}{1.6}(-0.001831) = -0.0122\text{ cm}$$

$$b_z = \frac{s'}{r}b_y = \frac{s'}{h}b_y = \frac{10.667}{1}(-0.0122) = -0.130\text{ cm}$$

Παραμόρφωση

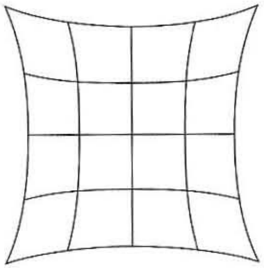
$${}_3C_{11}h'^3 r \cos\theta$$

Οφείλεται στο ότι η εγκάρσια μεγέθυνση ενός αντικειμένου είναι συνάρτηση της απόστασης ενός μη αξονικού αντικειμένου



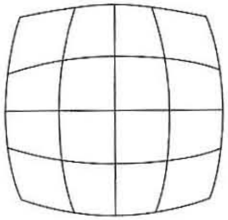
(a)

Όταν η μεγέθυνση στον άξονα είναι μικρότερη από την μεγέθυνση εκτός άξονα

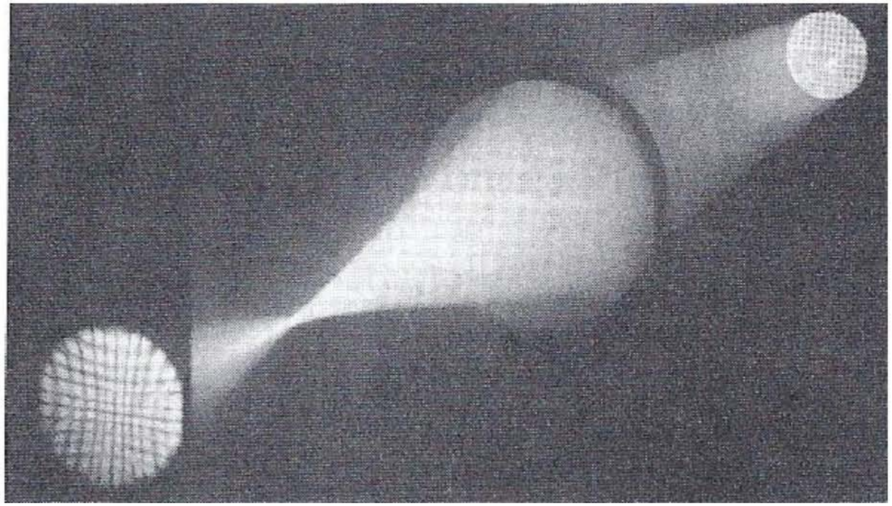


(b)

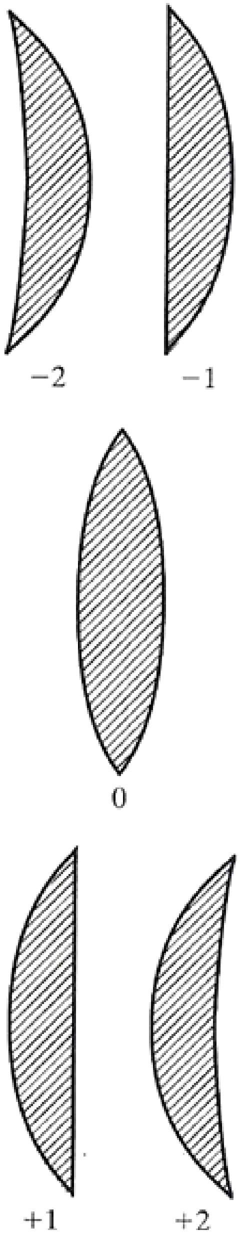
Όταν η μεγέθυνση στον άξονα είναι μεγαλύτερη από την μεγέθυνση εκτός άξονα



(c)



Σφαιρική εκτροπή για λεπτούς φακούς



Ο τύπος των κατασκευαστών των φακών δίνει την ίδια εστιακή απόσταση για διαφορετικούς συνδυασμούς ακτίνων καμπυλοτητας

Όμως διαφορετικοί συνδυασμοί μπορούν να δώσουν πολύ διαφορετική συνολική σφαιρική εκτροπή

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Coddington shape factor σ $$\sigma = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1}$$

Π.χ. Λεπτός φακός με n=1.5 και f=10 cm μπορεί να προκύψει

(αριστερός) Μηνίσκος:	$\sigma = -2$	(r_1 = -10 cm, r_2 = -3.33 cm)
(αριστερός) Επιπεδόκυρτος φακός:	$\sigma = -1$	($r_1 = +\infty$, r_2 = -5 cm)
Αμφίκυρτος φακός:	$\sigma = 0$	(r_1 = 10 cm, r_2 = -10 cm)
(δεξιός) Επιπεδόκυρτος φακός:	$\sigma = +1$	(r_1 = 5 cm, $r_2 = +\infty$)
(δεξιός) Μηνίσκος:	$\sigma = +2$	(r_1 = 3.33 cm, r_2 = 10 cm)

Έστω s'_p η παραξονική θέση του ειδώλου και s'_h η πραγματική απόσταση ειδώλου που προέρχεται από αντικείμενο σε ύψος h από τον άξονα

ορίζουμε $$p = \frac{s' - s}{s' + s}$$

αποδεικνύεται $$\frac{1}{s'_h} - \frac{1}{s'_p} = \frac{h^2}{8f^3}\frac{1}{n(n-1)}\left[\frac{n+2}{n-1}\sigma^2 + 4(n+1)p\sigma + (3n+2)(n-1)p^2 + \frac{n^3}{n-1}\right]$$

Έχει ελάχιστο όταν $$\boxed{\sigma = -\frac{2(n^2-1)}{n+2}p}$$

Π.χ. Για αντικείμενο στο άπειρο, και n=1.50, σ~0.7, δηλ. κοντά στο σ=+1 **επιπεδόκυρτου φακού**

Όταν χρησιμοποιούνται συστήματα φακών υπάρχει η δυνατότητα μηδενισμού της σ.ε. Διότι οι θετικοί και αρνητικοί φακοί προκαλούν σφαιρική εκτροπή αντίθετου προσήμου

Συνθήκες απουσίας σφαλμάτων

Σφαιρικό σφάλμα:

Έχει ελάχιστο όταν: $\sigma = -\frac{2(n^2-1)}{n+2}p$ όπου: $p = \frac{s'-s}{s'+s}$

$$\boxed{\sigma = \left(\frac{2(n^2-1)}{n+2}\right)\left(\frac{s-s'}{s+s'}\right)}$$

Σφάλμα κόμης:

Απουσία κόμης συμβαίνει όταν:

$$\boxed{\sigma = \left(\frac{2n^2-n-1}{n+1}\right)\left(\frac{s-s'}{s+s'}\right)}$$