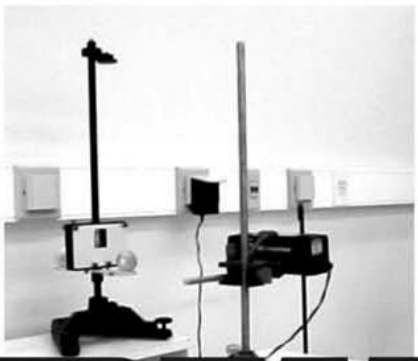
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών
ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
Εργαστήριο Φυσικής
«Καίσαρ Δ. Αλεξόπουλος»

http://physlab.phys.uoa.gr/



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ I

ΑΘΗΝΑ 2024

Για την εγκατάσταση των ασκήσεων και συγγραφή του φυλλαδίου εργάστηκαν τα εξής υπηρετούντα μέλη ΔΕΠ, ΕΔΙΠ & ΕΤΕΠ (με αλφαβητική σειρά): Χρ. Γεωργάκη, Στ. Καρατάσου, Ν. Μαμαλούγκος, Ευστ. Στυλιάρης, Στρ. Χατζηκωντής

Διευθυντής Εργαστηρίου Φυσικής: Καθηγητής Έκτωρ Νισταζάκης
e-mail: enistaz@phys.uoa.gr, αρ.τηλ. 210 727 6710

Συντονιστής Εργ.Φ1: Αναπληρωτής Καθηγητής Ευστάθιος Στυλιάρης
e-mail: stiliaris@phys.uoa.gr, αρ.τηλ. 210 727 6885

Δικτυακός τόπος Εργαστηρίου Φυσικής: http://physlab.phys.uoa.gr

Πληροφοριακό υλικό και ανακοινώσεις στο http://eclass.uoa.gr και από εκεί στο αντίστοιχο μάθημα στην ενότητα μαθημάτων «που δεν ανήκουν σε Τομέα».

Σχεδιασμός, κατασκευή, διαχείριση δικτυακού τόπου, επιμέλεια του παρόντος φυλλαδίου και του cd διδακτικού υλικού: Νεκτάριος Μαμαλούγκος www.nektarios.gr

Περιεχόμενα

Κανονισμός λειτουργίας Εργαστηρίου Φυσικής

Α. Γενικοί Κανόνες

ΕΓΓΡΑΦΗ και ΤΜΗΜΑΤΑ: Οι φοιτητές/τριες εγγράφονται στο εργαστήριο σε ομάδες των δύο φοιτητών. Τρεις έως πέντε ομάδες συγκροτούν τμήμα το οποίο ασκείται συγκεκριμένη ημέρα και ώρα υπό την επίβλεψη ενός διδάσκοντα.

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: Ο Επιβλέπων ενημερώνει τους φοιτητές/τριες για το όνομά του, το γραφείο του, τηλέφωνο, email, καθώς και ώρες στις οποίες θα μπορούσαν να έλθουν σε επαφή μαζί του για τυχόν απορίες.

ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ: Κάθε φοιτητής/τρια εκτελεί αριθμό ασκήσεων, χωρισμένων σε κύκλους, ανάλογα με το Εργαστήριο, συνήθως κυκλικά. Οι φοιτητές/τριες πληροφορούνται κατά την εγγραφή την πρώτη άσκηση και τη σειρά διαδοχής των ασκήσεων. Ειδικά για το (νέο) Εργαστήριο Φ1 υπάρχει ιδιαίτερη διαδοχή των πρώτων εργαστηριακών ασκήσεων (βλέπε Ειδικοί Κανόνες).

ΠΡΟΣΕΛΕΥΣΗ: Οι φοιτητές/τριες προσέρχονται στην θέση τους ως την επίσημη ώρα έναρξης, η οποία είναι «**και τέταρτο**» ή «**παρά τέταρτο**» ανάλογα με την ώρα έναρξης του Τμήματός τους. Για παράδειγμα το Τμήμα 10:00-12:30 ξεκινά στις **10:15** και το 11:30-14:00 στις **11:45 ακριβώς**. Αν η καθυστέρηση υπερβαίνει το όριο αυτό **δεν επιτρέπεται να ασκηθούν και χρεώνονται με απουσία**.

ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ: Ο φοιτητής/τρια όταν προσέρχεται, θα πρέπει να είναι **προετοιμασμένος** για την Άσκηση που θα εκτελέσει, με βάση το κείμενο του Φυλλαδίου και σχετικές αναφορές. Ο Διδάσκων, με προφορική ή γραπτή εξέταση, αξιολογεί την μελέτη του φοιτητή στην άσκηση που πρόκειται να κάνει.

Αν φοιτητής/τρια δεν έχει προετοιμασθεί για την άσκηση που θα εκτελέσει, λαμβάνει μηδενικό βαθμό προφορικής εξέτασης.

ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ: Το εργαστήριο διαρκεί 2 ½ ώρες και οι φοιτητές/τριες αξιοποιούν όλο τον χρόνο τους. Όταν έχουν ολοκληρώσει τις μετρήσεις τους, αρχίζουν τους υπολογισμούς, την επεξεργασία των μετρήσεων κλπ.

Για την εκτέλεση της εργαστηριακής ασκήσεως ο φοιτητής/τρια πρέπει να: **α**. Εκτελεί την άσκηση σύμφωνα με τις οδηγίες του φυλλαδίου και του διδάσκοντα καταχωρώντας τις μετρήσεις σε κατάλληλα φύλλα εργασίας. **β**. Απευθύνεται στον διδάσκοντα για κάθε απορία.

Μετά το πέρας της άσκησης οι φοιτητές/τριες ο Επιβλέπων υπογράφει τις μετρήσεις και πριν αποχωρήσουν τακτοποιούν την πειραματική διάταξη.

ΓΡΑΠΤΗ ΕΡΓΑΣΙΑ: Ακριβώς μία εβδομάδα μετά την εκτέλεση της άσκησης κάθε φοιτητής/τρια παραδίδει την γραπτή εργασία του. Κάθε φοιτητής/τρια υποβάλλει **πρωτότυπη, διαφορετική** εργασία, για την οποία ισχύουν τα ακόλουθα (η σειρά ενδεικτική, αλλά τα σημεία υποχρεωτικά):

Γράφεται σε φύλλα χαρτιού Α4 τα οποία συρράπτονται στο Εξώφυλλο Εργαστηρίου εκτός και δοθούν ειδικά φύλλα από το Εργαστήριο.

Οι γραφικές παραστάσεις πρέπει να είναι σε χιλιοστομετρικό χαρτί (μιλλιμετρέ) ή σε ημιλογαριθμικό χαρτί (ανάλογα με το εύρος τιμών), να είναι φτιαγμένες με το χέρι εκτός από τις Ασκήσεις που εκτελούνται στο Εργαστήριο με την χρήση υπολογιστή.

Στην αρχή της Εργασίας σας γίνεται συνοπτική καταγραφή των φυσικών εννοιών, φαινόμενων και μεγεθών οι οποίες χρησιμοποιούνται στην άσκηση.

Ακολουθεί σύντομη και περιεκτική περιγραφή της πειραματικής διάταξης και πειραματικής διαδικασίας με τα σχετικά σχήματα.

Οι πίνακες των δεδομένων, η επεξεργασία των μετρήσεων, οι απαραίτητες γραφικές παραστάσεις και τα τελικά αποτελέσματα με τις κατάλληλες μονάδες τους.

Ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων.

Οι απαντήσεις στις ερωτήσεις του φυλλαδίου.

Στο τέλος επισυνάπτονται οι σελίδες με τις υπογεγραμμένες από τον Επιβλέποντα πειραματικές μετρήσεις.

ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ: Ο Επιβλέπων στη διάρκεια μιας εβδομάδας ελέγχει τις εργασίες και στη συνέχεια δείχνει στους φοιτητές/τριες τις διορθώσεις του συζητώντας μαζί τους (με όλους ή ατομικά) τα προβλήματα που είχαν. Οι φοιτητές/τριες βλέπουν τα λάθη τους, αλλά δεν δικαιούνται να πάρουν μαζί τους την διορθωμένη εργασία.

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ: Οι φοιτητές/τριες βαθμολογούνται σε κάθε άσκηση. Ο βαθμός άσκησης προκύπτει από τον προφορικό βαθμό (δραστηριότητα στη άσκηση, γνώσεις κλπ., με βάρος 50%) και από την γραπτή εργασία (με βάρος 50%). Από τους βαθμούς των ασκήσεων κάθε κύκλου προκύπτει βαθμός κύκλου. Ο βαθμός ΔΕΝ είναι ακέραιος, αλλά έχει την μορφή #.#.

Αν φοιτητής/τρια δεν παραδώσει εγκαίρως την γραπτή εργασία, λαμβάνει μηδενικό βαθμό στην άσκηση (προφορικό & γραπτό).

Αν φοιτητής/τρια δεν παραδώσει καμία γραπτή εργασία στον κύκλο, **επαναλαμβάνει τον κύκλο σε επόμενο έτος**.

Αν φοιτητής/τρια λάβει σε κάποιο κύκλο βαθμό κάτω από την βάση (< 5), **επαναλαμβάνει τον κύκλο σε επόμενο έτος**.

Ο τελικός βαθμός του εργαστηρίου προκύπτει από τους βαθμούς των κύκλων και είναι ακέραιος.

ΑΠΟΥΣΙΑ: Αν φοιτητής/τρια δεν προσέλθει σε άσκηση χρεώνεται με απουσία. Μία (1) μόνο απουσία αναπληρώνεται από τον φοιτητή/τρια μετά την ολοκλήρωση του συνόλου των Εργαστηριακών Ασκήσεων στην **Συμπληρωματική Εργαστηριακή Άσκηση**, σε ημέρα και ώρα που καθορίζεται από το Συντονιστή του αντίστοιχου Εργαστηρίου. Αν ο φοιτητής/τρια χρεωθεί περισσότερες από μία απουσίες (ανεξάρτητα από ποιο κύκλο τις έχασε), **επαναλαμβάνει όλο το Εργαστήριο το επόμενο έτος**.

ΑΝΑΦΟΡΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ: Σε περίπτωση μη καλής λειτουργίας των οργάνων και/ή για κάθε άλλο πρόβλημα οι φοιτητές/τριες απευθύνονται **άμεσα** στον διδάσκοντα, ο οποίος, ή επιλύει το πρόβλημα, ή καλεί τα μέλη ΕΤΕΠ (Ηλεκτρονικοί Μηχανικοί στο Παρασκευαστήριο).

ΠΡΟΣΟΧΗ! Δεν επιτρέπεται το κάπνισμα και τα τρόφιμα κλπ. στις αίθουσες και στους διαδρόμους των Εργαστηρίων.

Β. Ειδικοί Κανόνες

Εργαστήριο Φυσικής Ι

- Ειδικό εισαγωγικό Εργαστήριο 1ου εξαμήνου
- Τέσσερις δίωρες Εισαγωγικές Διαλέξεις στο Αμφιθέατρο Αρίσταρχος
- Μία εισαγωγική άσκηση εφαρμογής της θεωρίας σφαλμάτων από τις Διαλέξεις (Α1).
- Δύο βασικές εργαστηριακές ασκήσεις για το τρόπο διεξαγωγής της πειραματικής μέτρησης και τα λογισμικά εργαλεία για την λήψη και την επεξεργασία των μετρήσεων (Α2 και Α3)
- Γραπτή δίωρη εξέταση σε όλη την παραπάνω ύλη και βαθμός 1ου κύκλου
- Τρεις ασκήσεις (Α4, Α5 και Α6) σε κυκλική σειρά που σχετίζονται: (α) με χρήση νέων τεχνολογιών στις μετρήσεις (αισθητήρες, διεπαφές, Η/Υ και κατάλληλο λογισμικό), (β) βασική εξοικείωση με θέματα ηλεκτρισμού, κυκλωμάτων και αντίστοιχης οργανολογίας και (γ) μέτρηση διαστάσεων αντικειμένων, όγκου αυτών, μάζας και προσδιορισμό πυκνοτήτων, με χρήση παχυμέτρων και μικρομέτρων, καταλλήλων ζυγών μάζας και άνωσης σωμάτων, με υπολογισμό συνθέτων σχετικών σφαλμάτων με την μέθοδο της διάδοσης σφάλματος
- Ασκούνται δύο φοιτητές ανά διάταξη.
- Η διάρκεια κάθε άσκησης είναι 2.5h.

Άλλες Πληροφορίες για το Εργαστήριο Φυσικής

Το Εργαστήριο Φυσικής βρίσκεται στο Ισόγειο της Δυτικής πτέρυγας του Κτηρίου IV, δεξιά των εισερχομένων στην κυρία είσοδο του Τμήματος Φυσικής.

Το Εργαστήριο Φυσικής είναι το μεγαλύτερο εκπαιδευτικό εργαστήριο του Πανεπιστημίου Αθηνών και μία από τις μεγαλύτερες εκπαιδευτικές μονάδες της χώρας. Υπάγεται διοικητικώς στο Τμήμα Φυσικής, το οποίο εκλέγει τον Διευθυντή και τον Αναπληρωτή Διευθυντή του Εργαστηρίου Φυσικής και το στελεχώνει με διδακτικό, διοικητικό και τεχνικό προσωπικό.

Το Εργαστήριο Φυσικής σήμερα εκπαιδεύει κάθε ακαδημαϊκό έτος συνολικά πάνω από 800 φοιτητές (Α, Β, Γ και Δ εξάμηνο του Τμήματος Φυσικής, καθώς και στο Α και Β εξάμηνο των Τμημάτων Βιολογίας και Γεωλογίας). Στην εκπαιδευτική αυτή διαδικασία εμπλέκονται μέλη ΔΕΠ του Τμήματος Φυσικής, μεταπτυχιακοί φοιτητές, μεταδιδακτορικοί ερευνητές και το προσωπικό του Εργαστηρίου.

Στο Εργαστήριο Φυσικής υπάγεται το Μηχανουργείο του Τμήματος, στο οποίο πραγματοποιούνται κατασκευές, απαραίτητες τόσο για την λειτουργία του Εργαστηρίου, όσο και για διάφορες ερευνητικές δραστηριότητες του Τμήματος.

Το Εργαστήριο Φυσικής δίνει επίσης την δυνατότητα εκπόνησης διπλωματικών εργασιών (Ειδικό Θέμα), κυρίως στην Εκπαίδευση, με θέματα που αφορούν στην Διδακτική της Φυσικής και ιδιαιτέρως στον ρόλο της εργαστηριακής εκπαίδευσης. Άλλωστε στους τομείς αυτούς εκπονούνται και ερευνητικά έργα με τα προαναφερθέντα θεματικά περιεχόμενα.

Ασφάλεια στο Εργαστήριο Φυσικής

Σε κάθε Εργαστηριακό χώρο ισχύουν μερικοί απλοί και αποτελεσματικοί κανόνες που σκοπό έχουν την αποφυγή ατυχημάτων ή τις φθορές εξοπλισμού και την παροχή βοήθειας σε περίπτωση ανάγκης.

Επισημαίνουμε ότι οι κύριοι κίνδυνοι στο Εργαστήριο πηγάζουν από την **φωτιά, τον ηλεκτρισμό** και την **χρήση ειδικών υλικών**. Σε κάθε περίπτωση οι Επιβλέποντες και το προσωπικό του Εργαστηρίου θα σας βοηθήσουν όπου χρειαστεί.

Η δομή των χώρων του Εργαστηρίου είναι απλή· υπάρχουν δύο έξοδοι στα αντίστοιχα δύο άκρα του διαδρόμου του εργαστηρίου. **Αν χρειασθεί να γίνει εκκένωση των χώρων κινούμαστε αντίστοιχα προς την κατάλληλη ασφαλή έξοδο**.

Ασθένεια - ατύχημα

Είναι δυνατόν κάποιος από εσάς να αρρωστήσει και να αισθανθεί άσχημα ή ακόμα και να πάθει ένα μικρό ατύχημα κλπ.. Ανάλογα με την περίπτωση η βοήθεια από τον Επιβλέποντα, η μεταφορά στο Ιατρείο της Πανεπιστημιούπολης (**Τηλ. 210 7277873**) ή η κλήση ασθενοφόρου στο 166 **(διευκρινίζοντας που ακριβώς ευρίσκεται το άτομο)**, είναι κάτι που πρέπει να σταθμιστεί άμεσα και ανάλογα.

Η συνδρομή του ίδιου του ασθενούς με πληροφόρηση, ειδοποίηση οικείου προσώπου αν χρειαστεί ή πληροφόρηση από φίλου/ης είναι επίσης ουσιαστική για την γρηγορότερη ανακούφιση του.

Επίσης, έξω από το Γραφείο των Ηλεκτρονικών Μηχανικών του Εργαστηρίου (Παρασκευαστήριο) υπάρχει ένα μικρό φαρμακείο εξοπλισμένο με τα βασικά για την παροχή πρώτων βοηθειών.

http://www.redcross.gr

Ηλεκτρισμός

Στα κυκλώματα των ασκήσεων του Εργαστηρίου χρησιμοποιούνται χαμηλές τάσεις. Παρόλο που ο κίνδυνος ηλεκτροπληξίας είναι σαφώς μικρότερος του αντίστοιχου που έχουμε στο σπίτι μας, είναι απαραίτητη η προσοχή μας ιδίως στην σύνδεση οργάνων στο δίκτυο. Ποτέ δεν βάζουμε στη πρίζα ένα κύκλωμα πριν ο Επιβλέπων το ελέγξει. **Ποτέ δεν βάζουμε στη πρίζα ένα κύκλωμα πριν ο** Επιβλέπων **το ελέγξει!**

Σε περίπτωση ηλεκτροπληξίας θα πρέπει πρώτα να αποκόπτεται το ρεύμα από τους ασφαλειοδιακόπτες που είναι κατανεμημένοι κοντά στις παροχές· αν αυτό δεν είναι εφικτό, τότε **πρέπει να απομακρύνεται το άτομο με κατάλληλο μονωτικό υλικό (π.χ. ένα στεγνό ρούχο)**. Ο χρόνος εδώ είναι βασικό στοιχείο. Άμεσα θα πρέπει να γίνει κλήση για ασθενοφόρο στο 166 περιγράφοντας το τι έχει συμβεί και **που ακριβώς ευρίσκεται το άτομο**. Η **επαγγελματική** γνώση τεχνητής αναπνοής μπορεί σε κάποια σοβαρή περίπτωση να σώσει ζωή.

http://www.electronics-lab.com/articles/files/electric_shock.pdf

Ραδιενέργεια

Χρήση ραδιενεργών πηγών: Η χρήση των ειδικών στην εκπαίδευση ραδιενεργών πηγών γίνεται με τις κατάλληλες οδηγίες του Διδάσκοντα. Θα τις χρησιμοποιήσετε στο Εργαστήριο Φυσικής ΙΙ και αργότερα στο Εργαστήριο της Πυρηνικής Φυσικής. Στα Εργαστήρια Φυσικής ο φοιτητής πρέπει να υπογράψει σε κατάλληλο φύλλο την παραλαβή και μετά την χρήση, αντίστοιχα για την επιστροφή της πηγής στο Παρασκευαστήριο.

Οι πηγές αυτές είναι ασφαλείς. Ωστόσο δεν πρέπει να τις χειριζόμαστε χωρίς λόγο, να κοιτάζουμε από κοντά την έξοδο των σωματιδίων ή να τις τοποθετούμε έτσι ώστε τα σωματίδια να κατευθύνονται σε μάς ή στους συμφοιτητές μας. **Ποτέ** δεν τις κρατούμε με τα δάχτυλα στο **«παράθυρο»** της πηγής. Σε περίπτωση που δείτε ότι το ειδικό προστατευτικό παράθυρο είναι χαραγμένο ή σπασμένο να το αναφέρετε αμέσως στον Επιβλέποντα. Αστειότητες με τις ραδιενεργές πηγές συνεπάγεται άμεση διαγραφή από το Εργαστήριο.

http://www.eeae.gr

Ακτινοβολίες Laser

Χρήση συσκευών παραγωγής Laser: Οι συσκευές παραγωγής ακτινών Laser χρησιμοποιούνται στα νέα Εργαστήρια Φυσικής ΙΙ, ΙΙΙ και ΙV. **Απαγορεύεται** να κατευθύνουμε την δέσμη τους στα μάτια μας είτε στα μάτια κάποιου συνάδελφου. Ιδιαίτερη προσοχή χρειάζεται ώστε να μη συμβεί αυτό και από ισχυρή ανάκλαση της δέσμης από ιδιαίτερα στιλπνή επιφάνεια ή καθρέπτη. Ο Επιβλέπων θα σας δώσει οδηγίες για την ασφαλή χρήση του laser του πειράματός σας.

http://www.osha.gov/SLTC/etools/eyeandface/ppe/laser_safety.html

Υλικά

Χρήση υγρού αζώτου: Το υγρό άζωτο (LN_2) βρίσκεται (σε ατμοσφαιρική πίεση) σε θερμοκρασία -196^{o}C. Διατηρείται και μεταφέρεται μέσα σε ειδικά θερμομονωτικά δοχεία (δοχεία Dewar – παρόμοια με τα γνωστά μας "θερμός"). **Κατά την διαδικασία ενός πειράματος με υγρό άζωτο ακολουθείτε τις οδηγίες του** Επιβλέποντα **αποφεύγοντας απότομες κινήσεις που θα οδηγούσαν στο να χυθεί ποσότητα LN_2 πάνω σας**. Η δράση του αν πέσει μεγάλη ποσότητα πάνω σας είναι σαν να έχετε πάθει ένα έγκαυμα. Στα ρούχα επιφέρει μερική καταστροφή. Αν από ατύχημα πάθετε έγκαυμα θα πρέπει να ειδοποιηθεί το 166 (**διευκρινίζοντας που ακριβώς βρίσκεται το άτομο**) Ασθενοφόρο για την παροχή επαγγελματικής και υπεύθυνης βοήθειας.

http://www.matheson-trigas.com/msds/00202589.pdf

Πυρκαγιά

Να θυμάστε ότι για να έχουμε φωτιά, χρειάζεται να συνυπάρχουν 3 προϋποθέσεις **(α) το κατάλληλο εύφλεκτο υλικό (β) το οξυγόνο και (γ) η υψηλή θερμοκρασία**. Όταν έστω και ένας από τους παραπάνω 3 παράγοντες δεν υπάρχει τότε δεν έχουμε φωτιά. Ειδικά πρέπει να προσέχουμε τα εύφλεκτα υλικά (π.χ. οινόπνευμα). Φυσικά οι δύο πρώτοι παράγοντες πάντα υπάρχουν, άρα ο τρίτος είναι ο κύριος κίνδυνος ώστε να εκδηλωθεί φωτιά στο εργαστήριο.

Αν απομακρύνουμε έναν από τους τρεις αυτούς παράγοντες τότε η φωτιά θα σβήσει. Στο χώρο του Εργαστηρίου, λόγω της ύπαρξης ηλεκτρικού ρεύματος, απομακρύνουμε το οξυγόνο από την φωτιά με την χρήση των ειδικών πυροσβεστήρων. Υπάρχουν πολλοί πυροσβεστήρες κατάλληλου τύπου (CO_2) που μπορούν να χρησιμοποιηθούν με παρουσία ηλεκτρικού ρεύματος.

Να θυμάστε ότι το πυροσβεστικό υλικό για να έχει αποτελεσματικότητα θα πρέπει να κατευθύνεται στη βάση της φωτιάς (όπου γίνεται η καύση του υλικού) και ότι ο χρόνος εκροής από ένα πυροσβεστήρα είναι ~30- 40 δευτερόλεπτα **μόνο**!

Ακόμη μία καλά βρεγμένη (προσοχή να μην χρησιμοποιείται τίποτα το βρεγμένο αν η φωτιά είναι συνδυασμένη με υπό τάση συσκευή) πετσέτα ή ρούχο αποτελούν έναν απλό και αποτελεσματικό τρόπο κατάσβεσης πυρκαγιάς σε αρχικό στάδιο.

Να θυμάστε επίσης ότι **ο χρόνος** είναι ουσιαστικό στοιχείο της αντιμετώπισης μιας πυρκαγιάς. Οι πυροσβέστες, για να τονίσουνε το θέμα της άμεσης αντίδρασης σε περίπτωση φωτιάς, αναφέρουνε μισοσοβαρά – μισοαστεία ότι «το πρώτο λεπτό η φωτιά σβήνει με …ένα ποτήρι νερό, το 5' με πυροσβεστήρα και μετά από 15-20 λεπτά μόνο με παρέμβασή τους!». Προφανώς άμεση πρέπει να είναι, εφόσον απαιτείται, και η κλήση της Πυροσβεστικής Υπηρεσίας στο 199, προσδιορίζοντας με ακρίβεια τόπο και ειδικές συνθήκες / υλικά στο χώρο της φωτιάς.

http://www.fireservice.gr

Σεισμός

Ισχύουν οι γενικές οδηγίες του Οργανισμού Αντισεισμικού Σχεδιασμού και Προστασίας προς τον πληθυσμό. Την ώρα του σεισμού καλυφθείτε αμέσως κάτω από μία εργαστηριακή έδρα (πάγκο) και απομακρυνθείτε από τζαμαρίες και βαριές οργανοθήκες. Μη τρέξετε προς την έξοδο. Μετά το πέρας του σεισμού, αν χρειάζεται, εξέρχεστε χωρίς πανικό από το κτίριο και αν υπάρχει ανάγκη βοηθείας προς άλλα άτομα, προσπαθείτε να την προσφέρετε στο μέτρο του δυνατού. Καλέστε ασθενοφόρο, εφόσον απαιτείται. Καταφύγετε στην συνέχεια σε ανοικτό ασφαλή χώρο, είτε προς την πλευρά του Κοιμητηρίου Ζωγράφου, είτε προς το ανοικτό μέρος της Φιλοσοφικής Σχολής, είτε προς τον ανοικτό χώρο σταθμεύσεως της Σχολής Θετικών Επιστημών.

http://www.oasp.gr/defaultflash.htm

Ιοί - Γρίπη

Οδηγίες σχετικά με την κοινή γρίπη:
http://www.keel.org.gr/keelpno/2009/id994/afisa_mv.pdf

ΠΡΟΣΟΧΗ: Προστατεύστε τον εαυτό σας και τους γύρω σας από την γρίπη. Μη διασπείρετε τα μικρόβια: Καλύψτε το στόμα και την μύτη σας με χαρτομάντιλο, όταν βήχετε ή φταρνίζεστε. Πετάξτε αμέσως το χαρτομάντιλο στο καλάθι των απορριμμάτων. Αν δεν έχετε χαρτομάντιλο; Φταρνιστείτε στον αγκώνα σας και όχι στα χέρια σας. Πλύνετε τα χέρια σας με σαπούνι και νερό ή χρησιμοποιήστε αλκοολούχο αντισηπτικό διάλυμα. Μην αγγίζετε τα μάτια, την μύτη και το στόμα σας.

Υπουργείο Υγείας & Κοινωνικής Αλληλεγγύης, Κέντρο Ελέγχου & Πρόληψης Νοσημάτων (ΚΕ.ΕΛ.Π.ΝΟ.) http://www.keel.org.gr

Πληροφορίες για την νέα γρίπη Α (Η1Ν1) στον ιστοχώρο του Πανεπιστημίου Αθηνών: **http://www.uoa.gr/h1n1/ και στην τηλεφωνική γραμμή: 210-3689797**

Ιός του Δυτικού Νείλου

Πληροφορίες κλπ. Για την λοίμωξη από τον ιό του Δυτικού Νείλου: Τι είναι, πώς μεταδίδεται, ποια τα συμπτώματα, ποια η θεραπεία, πώς αποφεύγεται η μόλυνση, στην διεύθυνση:

http://news.in.gr/files/1/2010/WNV.pdf

Α1. Μετρήσεις, αβεβαιότητες, σφάλματα, στρογγυλοποιήσεις, γραφήματα

Σκοπός της άσκησης

Πρακτικός οδηγός με τις εισαγωγικές έννοιες στην πειραματική διαδικασία. Επεξεργασία πειραματικών μετρήσεων, καταγραφή και συνεκτίμηση της αβεβαιότητας για την κάθε μέτρηση. Ασκήσεις επί χάρτου στην εργαστηριακή αίθουσα σε στατιστικά μεγέθη, όπως Μέση τιμή, Απόκλιση. Υπολογισμοί σφάλματος μεγεθών. Σχεδίαση γραφικών παραστάσεων, χάραξη και προσαρμογή καμπυλών. Εξοικείωση και εξάσκηση με τις έννοιες και υπολογισμούς.

Λέξεις κλειδιά: Μέτρηση, Αβεβαιότητα, Μέση τιμή, Τυπική απόκλιση, Τυπική απόκλιση μέσης τιμής, Διασπορά, Διάδοση σφαλμάτων, Σφάλμα, Σχετικό σφάλμα, Χάραξη καμπύλης, Προσαρμογή καμπύλης

Στοιχεία από την θεωρία

Συνοπτικά περί μετρήσεων, μεγεθών, αβεβαιοτήτων, σφαλμάτων

Στην επιστήμη, **μέτρηση** είναι η σύγκριση της ποσότητας κάποιου φυσικού μεγέθους με ένα πρότυπο, δηλαδή σύγκριση με κάποια σταθερή ποσότητα του ίδιου φυσικού μεγέθους που αυθαίρετα έχει συμφωνηθεί (κατά "σύμβαση", δηλαδή κατά κοινή συμφωνία) να χρησιμοποιείται ως μονάδα μέτρησης.

Τα **μεγέθη** είναι ποσότητες που αντιστοιχούν σε φυσικά φαινόμενα. Τα μεγέθη χωρίζονται σε μονόμετρα και διανυσματικά. Τα μονόμετρα είναι τα μεγέθη που για να οριστούν χρειάζονται μόνο ένα αριθμό και μια μονάδα μέτρησης. Τα διανυσματικά απαιτούν κατεύθυνση (διεύθυνση και φορά), μέτρο και σημείο εφαρμογής. Για παράδειγμα ορισμένα μονόμετρα μεγέθη είναι η μάζα, ο χρόνος, η θερμοκρασία και το ηλεκτρικό φορτίο, ενώ ορισμένα διανυσματικά είναι η ταχύτητα, η επιτάχυνση, η μετατόπιση. Τα μεγέθη μπορούν να χωριστούν σε συνεχή και διακριτά.

Τα **θεμελιώδη** φυσικά μεγέθη είναι ένα ελάχιστο σύνολο από φυσικά μεγέθη τα οποία θεωρούνται εντελώς ανεξάρτητα μεταξύ τους και τα οποία είναι ικανά να ορίσουν όλα τα υπόλοιπα (παράγωγα) μεγέθη που μπορεί να χρειαστούν και χρησιμοποιούνται από την φυσική για την περιγραφή οποιουδήποτε φυσικού φαινομένου.

Συστήματα μονάδων μέτρησης. Ιστορικά οι άνθρωποι δημιούργησαν και χρησιμοποίησαν πολλά συστήματα μονάδων μέτρησης, αρχικά για την μέτρηση των αποστάσεων και για την μέτρηση ποσοτήτων όπως η μάζα (το βάρος) και ο όγκος για εμπορικούς και παρόμοιους σκοπούς. Από το 1960 έχει καθιερωθεί και ισχύει παγκοσμίως το σύστημα SI (Système Internationale), το οποίο περιλαμβάνει επτά θεμελιώδεις μονάδες (βλ. πίν. 1). Όλα τα άλλα φυσικά μεγέθη θεωρούνται παράγωγα και κάθε μονάδα μέτρησης τέτοιου μεγέθους μπορεί πάντα να εκφραστεί ως συνάρτηση των θεμελιωδών μονάδων. (ενδεικτικά βλ. Πίν. 1).

Πίνακας 1.

Θεμελιώδη μεγέθη	Σύμβολα	Παράγωγα μεγέθη	Σύμβολα
Μήκος	1 m	Ενέργεια	1 J
Μάζα	1 kg	Ισχύς	1 W
Χρόνος	1 s	Πίεση	1 N/m^2
Θερμοκρασία	1 K	Εμβαδόν	1 m^2
Ποσότητα ύλης	1 mole	Όγκος	1 m^3
Ένταση ηλ. ρεύματος	1 A	Πυκνότητα	1 kg/m^3
Ένταση ακτινοβολίας	1 cd		

Η ορολογία που σχετίζεται με την πειραματική αβεβαιότητα δεν χρησιμοποιείται πάντα με την ίδια σαφήνεια και συνέπεια. Στη συνέχεια παρατίθενται αρκετοί από τους βασικούς όρους, για να αναδειχτεί η σημασία των όρων αυτών και το εύρος του νοήματός τους. Οι ορισμοί έχουν ληφθεί από ένα σύνολο αναφορών που αντιπροσωπεύουν την θεματική ενότητα της ανάλυσης σφαλμάτων (error analysis).

Μετρούμενο Μέγεθος (measurand). Μια συγκεκριμένη ποσότητα που υπόκειται σε μέτρηση

Μέτρηση (measurement). Η τιμή που προκύπτει από μια προσέγγιση ή εκτίμηση μιας ποσότητας, ή την διαδικασία προσέγγισης ή εκτίμησης μιας ποσότητας

Πραγματική τιμή μιας ποσότητας (true value of a quantity). Τιμή που είναι συνεπής με τον ορισμό μιας συγκεκριμένης ποσότητας. Η πραγματική τιμή είναι εκ φύσεως **απροσδιόριστη**, και με τον όρο αυτό εννοούμε μια τιμή που θα παίρναμε από την τέλεια μέτρηση. Αποτελεί την τιμή που **προσεγγίζεται** από ένα μεγάλο αριθμό μετρήσεων χωρίς συστηματικά σφάλματα.

Μέση τιμή (mean value). Είναι βάσει της πιθανότητας ο σταθμισμένος μέσος όρος ενός συνόλου τιμών ή μιας κατανομής πιθανοτήτων. Η μέση τιμή καλείται επίσης αναμενόμενη τιμή μιας τυχαίας μεταβλητής. Για πλήθος μετρήσεων N και i=1,…,N, υπολογίζεται από την σχέση:

$$\overline{x}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i$$

Διακύμανση (variance). Το μέτρο της διασποράς ή μεταβλητότητας ενός συνόλου δεδομένων x_i, i=1,…,N, με την μορφή της μέσης τιμής των τετραγωνικών αποκλίσεων των δεδομένων από την μέση τιμή τους. Όταν τα δεδομένα καλύπτουν το σύνολο του πληθυσμού, η διακύμανση υπολογίζεται από την σχέση:

$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i-\overline{x}\right)^2$$

Όταν το σύνολο των δεδομένων είναι μόνο ένα υποσύνολο του πληθυσμού, η διακύμανση καλείται διακύμανση δείγματος και εκτιμάται καλύτερα από την σχέση:

$$s^2=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i-\overline{x}\right)^2$$

Τυπική Απόκλιση (standard deviation). Το μέτρο της διασποράς (σκέδασης) των δεδομένων που υπολογίζεται από την τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης τους. Έτσι, η τυπική απόκλιση για το σύνολο του πληθυσμού υπολογίζεται από την σχέση:

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$$

και η τυπική απόκλιση δείγματος (sample standard deviation) δίνεται από την σχέση:

$$s=\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$$

Τυπικό σφάλμα (standard error) (Τυπική απόκλιση της μέσης τιμής - standard deviation of mean value). Η τυπική απόκλιση μιας στατιστικής συνάρτησης, εδώ της μέσης τιμής. Το τυπικό σφάλμα ορίζεται δηλαδή ως η τυπική απόκλιση δείγματος διαιρούμενη με το πλήθος των δεδομένων, και επομένως δίνεται από την σχέση:

$$SE=\frac{s}{\sqrt{N}}=\sqrt{\frac{1}{N\left(N-1\right)}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$$

Σφάλμα μέτρησης (error of measurement). Η διαφορά ανάμεσα σε μια μέτρηση και την (άγνωστη) πραγματική τιμή του μετρούμενου μεγέθους.

Αβεβαιότητα μέτρησης (uncertainty of measurement). Η απουσία τελείως τεκμηριωμένης γνώσεως. Είναι μια παράμετρος που σχετίζεται με το αποτέλεσμα μιας μέτρησης, και χαρακτηρίζει την διασπορά των τιμών που θα μπορούσαν λογικά να αποδοθούν στο μετρούμενο μέγεθος. Η αβεβαιότητα περιλαμβάνει γενικά πολλές συνιστώσες οι οποίες μπορούν να υπολογιστούν από τις πειραματικές τυπικές αποκλίσεις που βασίζονται σε επαναλαμβανόμενες παρατηρήσεις (Τύπου Α εκτίμηση) ή από τις τυπικές αποκλίσεις που υπολογίζονται από κατανομές πιθανοτήτων βάσει εμπειρίας ή άλλης πληροφορίας (Τύπου Β εκτίμηση). Ο όρος αβεβαιότητα προτιμάται σε σχέση με τον όρο σφάλμα μέτρησης επειδή ο δεύτερος δεν μπορεί ποτέ να είναι γνωστός (ISO, 34).

Μια εκτίμηση του σφάλματος σε μια μέτρηση, που δίνεται συχνά ως ένα εύρος τιμών που περιέχει την πραγματική τιμή μέσα σε ένα διάστημα εμπιστοσύνης (συνήθως το ± 1 s για 68% C.L.- επίπεδο εμπιστοσύνης) που βασίζεται είτε στους περιορισμούς που θέτουν τα όργανα μέτρησης είτε στις στατιστικές διακυμάνσεις του μετρούμενου μεγέθους.

Απόλυτη αβεβαιότητα (absolute uncertainty). το ποσό (συχνά με την μορφή ± δx) που μαζί με την μετρούμενη τιμή, υποδεικνύει το εύρος στο οποίο είναι περισσότερο πιθανό να βρίσκεται η πραγματική τιμή

Σχετική αβεβαιότητα (relative (fractional) uncertainty). Η απόλυτη αβεβαιότητα διαιρούμενη με την μετρούμενη τιμή, που συνήθως εκφράζεται σαν ποσοστό ή σε parts per million (ppm).

Τυπική αβεβαιότητα (standard uncertainty). Η αβεβαιότητα του αποτελέσματος μιας μέτρησης που εκφράζεται ως μια τυπική απόκλιση.

Ακρίβεια (precision). Ο βαθμός της συνέπειας και της συμφωνίας ανάμεσα σε ανεξάρτητες μετρήσεις μιας ποσότητας κάτω από της ίδιες συνθήκες.

Η ακρίβεια αποτελεί ένα μέτρο του πόσο καλά έχει προσδιοριστεί ένα αποτέλεσμα (χωρίς καμιά αναφορά σε μια θεωρητική ή πραγματική τιμή), και της εργαστηριακής επαναληπτικότητας ενός αποτελέσματος. Η καταλληλότητα της κλίμακας μιας συσκευής μέτρησης επηρεάζει γενικά την συνέπεια των επαναλαμβανόμενων μετρήσεων, ως εκ τούτου και η χρήση του όρου ακρίβεια. Εντούτοις, και σύμφωνα με τα ISO δεν συνίσταται η χρήση του όρου για την περιγραφή επιστημονικών οργάνων μέτρησης λόγω της ευρείας χρήσης του όρου στην καθομιλουμένη.

Ορθότητα/ακρίβεια μέτρησης (accuracy of measurement). Είναι η εγγύτητα ή συμφωνία ανάμεσα σε μια μετρούμενη και την πραγματική τιμή.

Τυχαίο Σφάλμα (random error). Σφάλμα που προκύπτει κατά την καταγραφή μιας πραγματικής τιμής x ως x+ε, όπου ε είναι οι παρατηρούμενες τιμές μιας τυχαίας μεταβλητής. Όταν η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής ε είναι μηδέν, λέμε ότι το σφάλμα είναι αμερόληπτο (unbiased). Συγκρίνετε με το Συστηματικό σφάλμα.

Συστηματικό Σφάλμα (systematic error). Η διαφορά ανάμεσα στην πραγματική τιμή μιας ποσότητας και την τιμή στην οποία συγκλίνει η μέση τιμή επαναλαμβανόμενων μετρήσεων καθώς παίρνουμε όλο και περισσότερες μετρήσεις. Είναι το σφάλμα που προκύπτει όταν το αποτέλεσμα μέτρησης μιας ποσότητας της οποίας η τιμή είναι **x** φαίνεται να είναι της μορφής **f(x)**, όπου **f** είναι μια συγκεκριμένη συνάρτηση.

Σχετικό σφάλμα (relative error). Το σφάλμα μιας μέτρησης διαιρούμενο με την πραγματική τιμή του μετρούμενου μεγέθους. Το σχετικό σφάλμα αναφέρεται συνήθως σαν ποσοστό. Στη θέση της πραγματικής (άγνωστης) τιμής χρησιμοποιούμε την μέση τιμή δηλαδή παίρνουμε το σχετικό σφάλμα της μέσης τιμής.

Σημαντικά ψηφία (significant figures). Όλα τα ενδιάμεσα ψηφία συμπεριλαμβανομένου του πρώτου μη μηδενικού ψηφίου από τα αριστερά, έως το τελευταίο ψηφίο (π.χ. ο αριθμός *0.06310 έχει 4 σημαντικά ψηφία.*)

Δεκαδικές θέσεις (decimal places). ο αριθμός των ψηφίων στα δεξιά της δεκαδικής υποδιαστολής.

Κανονική κατανομή (normal distribution). Μια κατανομή πιθανότητας που έχει συγκεκριμένο σχήμα από μια οικογένεια κατανομών που χαρακτηρίζεται από συνεχή, ομοιόμορφη και συμμετρική πυκνότητα που τείνει ασυμπτωτικά στο μηδέν και παραμετροποιείται με βάση την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση.

Κατανομή Gauss (Gaussian distribution) Η κανονική κατανομή

Συνάρτηση κατανομής (distribution function). Η συνάρτηση F που σχετίζεται με κάποια τυχαία μεταβλητή που περιγράφει την πιθανότητα F(X) ότι η τυχαία μεταβλητή να παίρνει μια τιμή όχι μεγαλύτερη από X. Η συνάρτηση κατανομής που σχετίζεται με ένα σύνολο δεδομένων με αριθμητικές τιμές περιγράφει την πιθανότητα F(X) ότι μια τιμή που επιλέγεται τυχαία (δηλ. ομοιόμορφα και ανεξάρτητα) από τις τιμές των δεδομένων θα έχει μια τιμή μικρότερη ή ίση του X. Είναι επίσης γνωστή ως αθροιστική συνάρτηση κατανομής.

Εμπειρική Συνάρτηση Κατανομής (empirical distribution function). Μια συνάρτηση κατανομής από ένα σύνολο δεδομένων.

Η **τυχαία αβεβαιότητα**, e_R του αποτελέσματος μιας μέτρησης ορίζεται ως ±tσ , όπου σ είναι η τυπική απόκλιση της μέτρησης και t είναι η στατιστική τιμή που αντιστοιχεί στην επιλεγμένη πιθανότητα. Για τον προσδιορισμό της τιμής t χρησιμοποιούμε την στατιστική μέθοδο «Student's t-test» και ισούται περίπου με 2 για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Επομένως η τυχαία αβεβαιότητα δίνεται από τον εξής τύπο: $(e_R)_{95}=\pm 2\sigma$.

Η **συστηματική αβεβαιότητα**, e_s ορίζεται το άνω όριο του συστηματικού σφάλματος.

Επομένως η **συνολική αβεβαιότητα** της μέτρησης U εκφράζει το διάστημα (εύρος των τιμών) μέσα στο οποίο η πραγματική τιμή του μετρούμενου μεγέθους είναι πιθανόν να κυμαίνεται με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, υπολογίζεται (διεθνές πρότυπο ISO 5168): $U=\sqrt{(e_R)^2+(e_s)^2}$.

Μέση τιμή, τυπική απόκλιση, σφάλματα

Παραθέτουμε τις πιο συχνά χρησιμοποιούμενες έννοιες και σχέσεις σε μια πειραματική μας μέτρηση. Έστω η ποσότητα **x** που μετρούμε **N** φορές και λαμβάνουμε τιμές $\mathbf{x_i}$ ($\mathbf{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N}$). Τότε η τιμή που βρίσκεται πιο κοντά στην "πραγματική" είναι η **μέση τιμή** που δίδεται όπως είδαμε από την σχέση:

$$\bar{x}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i \qquad (1)$$

Όμως δεν μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το αποτέλεσμά μας συμπίπτει με την (άγνωστη) "πραγματική" τιμή. Πρέπει λοιπόν να υπολογίσουμε το σφάλμα, δηλαδή μια περιοχή τιμών του **x** όπου εντός της εντοπίζεται αυτή η πραγματική τιμή. Δηλαδή:

$$x=\bar{x}\pm\delta\bar{x} \qquad (2)$$

Το $\delta\bar{x}$ με την απαίτηση η πραγματική τιμή να εντοπίζεται στο παραπάνω δείγμα με πιθανότητα 68%, υπολογίζεται ως η **τυπική απόκλιση της μέσης τιμής** από την σχέση:

$$\delta\bar{x}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2}{N(N-1)}} \qquad (3)$$

όπου σ είναι η **τυπική απόκλιση** του δείγματος:

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2}{N-1}} \qquad (4)$$

Στρογγυλοποιήσεις και σημαντικά ψηφία. **Λαμβάνουμε υπόψη την ακρίβεια** των χρησιμοποιούμενων μεθόδων και οργάνων, εφαρμόζοντας τον εξής κανόνα: Από την πιθανότερη (μέση) τιμή και το σφάλμα, στρογγυλοποιούμε το σφάλμα μέχρι να μάς μείνει ένα ψηφίο, το μεγαλύτερο, που είναι διάφορο του μηδενός (ένα σημαντικό ψηφίο). Στην συνέχεια, στην πιθανότερη (μέση) τιμή αφήνουμε τελευταίο το ψηφίο της ίδιας τάξης μεγέθους κάνοντας κι εδώ στρογγυλοποίηση. Αν το ψηφίο το σφάλμα είναι το 1 ή το 2 κρατάμε (αντίστοιχα) και ένα επιπλέον ψηφίο στο σφάλμα και στη μέση τιμή.

Κανόνες στρογγυλοποιήσεων για κάποιον αριθμό, εντοπίζοντας το σημαντικό (υπό στρογγυλοποίηση) ψηφίο που μας ενδιαφέρει και εξετάζοντας το αμέσως επόμενο ψηφίο (δεξιά): **[i]** Αν αυτό είναι μεγαλύτερο ή ίσο με 5, αυξάνουμε το σημαντικό ψηφίο κατά μία μονάδα και παραλείπουμε τα υπόλοιπα. (για δύο δεκαδικά, το 2.365 γίνεται 2.37). **[ii]** Αν αυτό είναι μικρότερο από 5, αφήνουμε το σημαντικό ψηφίο όπως είναι και παραλείπουμε τα υπόλοιπα. (για τρία δεκαδικά, το 3.8763 γίνεται 3.876).

Σχετικό σφάλμα ονομάζεται ο λόγος $\eta = \delta\overline{x}/\overline{x}$, καθαρός αριθμός, αποδίδεται σε ποσοστά. Έτσι λοιπόν ένα σφάλμα θεωρείται μικρό αν **η**~5%, ενώ μεγάλο αν **η**>10%. Τούτο βεβαίως ισχύει αν το σφάλμα ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις των πειραματικών στόχων. Δηλαδή αν έχουμε την ακρίβεια που απαιτείται στο συγκεκριμένο πείραμα.

Διάδοση σφαλμάτων. Συχνά στις εκπαιδευτικές εργαστηριακές ασκήσεις, αλλά και στα ερευνητικά πειράματα, η άμεση μέτρηση κάποιων μεγεθών χρησιμεύει στον έμμεσο υπολογισμό κάποιων άλλων με την χρήση γνωστών τύπων. Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε την ποσότητα **λ = f(x,y,z,...)** όπου τα μεγέθη **x,y,z,...** έχουν σφάλματα αντίστοιχα **δx, δy, δz,...** Τότε ισχύει:

$$\delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda}{\partial x}dx\right)^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial y}dy\right)^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial z}dz\right)^2 + \ldots} \qquad (5)$$

όπου $\partial\lambda/\partial x$ η **μερική παράγωγος** της συνάρτησης **λ** ως προς **x.** *Δηλαδή για να υπολογίσουμε την* $\partial\lambda/\partial x$ *παραγωγίζουμε κανονικά την συνάρτηση λ ως προς x θεωρώντας ολες τις υπόλοιπες παραμέτρους (y, z κλπ) σαν σταθερές κ.ο.κ. για τις υπόλοιπες μερικές παραγώγους.*

Συνοπτικές αρχές σχεδιάσεως γραφημάτων

Είναι σημαντικό να ακολουθούνται οι παρακάτω απλοί κανόνες στη σχεδίαση γραφημάτων:

- Επιλέγεται ποιος συγκεκριμένος άξονας θα αποδίδει έκαστο μέγεθος.
- Επιλέγεται κατάλληλο εύρος τιμών για κάθε άξονα, όχι απαραιτήτως ίδια για κάθε γράφημα, ώστε να γίνεται με την σχεδίαση του γραφήματος εκμετάλλευση όλου του χώρου, για την καλύτερη αναγνωσιμότητα των σημείων και καμπυλών. Σύνηθες μέγεθος είναι περίπου Α5 (μισό Α4).
- Η τομή των αξόνων δεν είναι κατ' ανάγκη το (0,0), αλλά όποιο ορίζει καλύτερα το πεδίο τιμών του μεγέθους που μετρούμε.
- Σημειώνονται πρώτα τα χαρακτηριστικά των αξόνων: μεγέθη, μονάδες, φορά τιμών αξόνων και κλίμακα.
- Χρησιμοποιείται ημιλογαριθμικό χαρτί για παρουσίαση αποτελεσμάτων με μεγάλο δυναμικό εύρος (δηλ. οι τιμές που τα χαρακτηρίζουν έχουν διακύμανση σε πολλές τάξεις μεγέθους) ή για μη γραμμικά γραφήματα όπως $y=y(x^n)$ όπου η συνάρτηση εμφανίζεται σαν ευθεία με κλίση που εμπεριέχει την δύναμη *n*.
- Κάθε σημείο (x,y) σχεδιάζεται με την αβεβαιότητα που το συνοδεύει (δx, δy). Δεν χαράσσονται βοηθητικές παράλληλες με τους άξονες, ούτε σημειώνονται οι τιμές στους άξονες.
- Χαράσσεται ομαλή καμπύλη που συνάδει με την θεωρία και όχι τεθλασμένες γραμμές.

- Δεν επεκτείνεται η χάραξη της καμπύλης πέραν των άκρων πειραματικών σημείων, εκτός και αν ζητείται «πρόβλεψη» σε τιμές της μεταβλητής εκτός του πεδίου που έχει μετρηθεί (π.χ. στην άσκηση Α2).

Διαδικασία άσκησης

Προφανώς, απαιτείται πρωτίστως **επιμελής προετοιμασία** με την μελέτη του φυλλαδίου θεωρίας σφαλμάτων και του υλικού των εισαγωγικών διαλέξεων.

Με τους πίνακες πειραματικών δεδομένων που θα δοθούν σε κάθε φοιτητή, θα γίνουν **επί τόπου** ασκήσεις, όπου περιλαμβάνονται **μαθηματικοί υπολογισμοί** μέσης τιμής, σφάλματος και σχετικού σφάλματος, δευτερογενείς υπολογισμούς συνθέτων μεγεθών και διάδοση σφάλματος, στρογγυλοποιήσεις.

Στη συνέχεια ζητούνται **γραφικές παραστάσεις**, με προσεκτική χάραξη αξόνων (κλίμακες, μετατόπιση αρχής), απεικόνιση των σημείων, απεικόνιση των σφαλμάτων αυτών, χάραξη ευθείας (για γραμμικές σχέσεις δεδομένων) με την μέθοδο ελάχιστων τετραγώνων (ΜΕΤ), υπολογισμοί κλίσεων (και σε περιπτώσεις αρνητικών κλίσεων), χάραξη και προσαρμογή καμπύλης (συναρτήσεις ή ποιοτικές χαράξεις).

Τα φύλλα εργασίας **παραδίδονται στον διδάσκοντα προς διόρθωση** και κατά την επόμενη φορά εξηγείται και αναλύονται σε βάθος τα λάθη σε αυτά. Μπορεί να χρειαστεί να γίνει επανυπολογισμός, ή επανασχεδίαση γραφημάτων βάσει των συγκεκριμένων παρατηρήσεων και εξηγήσεων του διδάσκοντα.

Στο τέλος του παρόντος φυλλαδίου παρατίθεται ένα παράδειγμα φύλλου υπολογισμών όπως αυτό που εκτελείται μέσα στο Εργαστήριο.

Βιβλιογραφία

1. Θεωρία Μετρήσεων και Σφαλμάτων (Στάθη Στείρου)
2. Φυλλάδιο Θεωρία Σφαλμάτων (Εργαστηρίου Φυσικής)
3. Φυλλάδιο Εισαγωγικών Διαλέξεων (Εργαστηρίου Φυσικής)

A2. Εφαρμογή στη πειραματική διαδικασία (το απλό εκκρεμές)

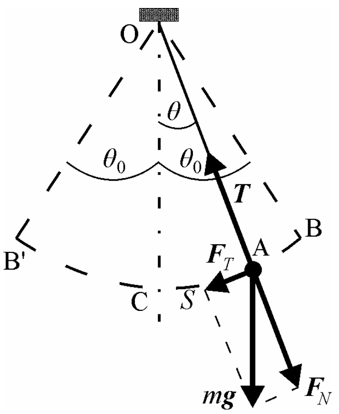
Σκοπός της ασκήσεως

Με αφορμή το πείραμα του απλού εκκρεμούς θα εξασκηθούμε στον τρόπο λήψεως μετρήσεων. Επίσης θα εφαρμόσουμε την Θεωρία Σφαλμάτων. Στην γραπτή εργασία θα χρησιμοποιηθούν όσα διδάχτηκαν για τους Πίνακες, τις μονάδες, τους υπολογισμούς μεγεθών με τα σφάλματά τους και τις στρογγυλοποιήσεις των αποτελεσμάτων, τις γραφικές παραστάσεις με τους υπολογισμούς κλίσεων, την μέθοδο ελάχιστων τετραγώνων κλπ.

Μεθοδολογία του πειράματος

Προσπαθούμε να έχουμε ταλαντωτές που στο μέγιστο δυνατό βαθμό να προσεγγίζουν τους ιδανικούς. Έτσι το εκκρεμές μπορεί να θεωρείται ικανοποιητικά ως πραγματικά απλό, ενώ στις υπόλοιπες περιπτώσεις προσπαθούμε να εξαλείψουμε διάφορα φαινόμενα, όπως π.χ. τριβές στους άξονες, σύνθεση ταλαντώσεων κλπ.

Λίγα στοιχεία από την θεωρία



Σύμφωνα με τον ορισμό «το απλό εκκρεμές αποτελείται από σώμα αμελητέων διαστάσεων και μάζας m που κρέμεται με νήμα μήκους ℓ και αμελητέας μάζας από σταθερό σημείο O» (βλ. Σχ. 1).

Αν το σώμα αυτό απομακρυνθεί αρχικά από την θέση ισορροπίας, στη θέση B, ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία $\boldsymbol{\theta_0}$ με την κατακόρυφο OC και αφεθεί ελεύθερο θα εκτελεί ταλαντώσεις μεταξύ του B και της συμμετρικής θέσης B' (αν αγνοήσουμε τις κάθε είδους τριβές). Αυτό σημαίνει ότι το σωματίδιο κινείται σε τόξο κύκλου που έχει ακτίνα ℓ=OA και πάνω του ασκούνται το βάρος του **mg** και η τάση **T** του νήματος.

Η εφαπτομενική συνιστώσα της συνισταμένης δύναμης είναι, από το Σχ.1: $F_T = -mg\sin\theta$

Η εξίσωση της εφαπτομενικής κίνησης είναι $F_T = ma_T$ και επειδή το σωματίδιο κινείται σε κυκλική τροχιά θα ισχύει: $\alpha_T = d^2\theta/dt^2$. Επομένως, αν πάρουμε υπόψη μας ότι η F_T έχει φορά αντίθετη της φοράς της μετατόπισης (S=CA) και έτσι θα πρέπει να βάλουμε ένα (–), βρίσκουμε: $m\ell\left(d^2\theta/dt^2\right) = -mg\sin\theta$, ή:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{\ell}\sin\theta \qquad (1)$$

Για μικρές γωνίες μπορούμε να γράψουμε sin$\theta \approx \theta$ και η εξίσωση (1) γίνεται:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{\ell}\theta \qquad (2)$$

Λύση αυτής της διαφορικής εξίσωσης είναι η

$$\theta = \theta_0 \cos\left(\omega t + \varphi\right) \qquad (3)$$

όπου $\omega = \sqrt{g/\ell}$ και το φ προσδιορίζεται από τις αρχικές συνθήκες. Από εδώ λαμβάνουμε:

$$T = 2\pi/\omega \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\ell/g} \qquad (4)$$

Ανάλυση του πειράματος

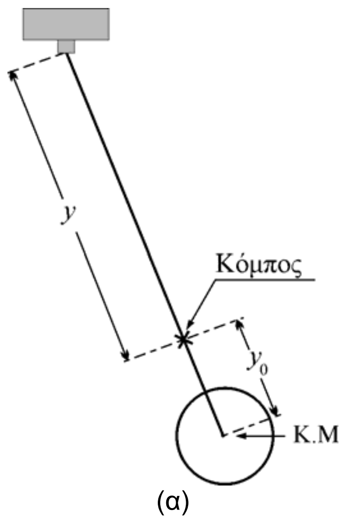
Στη μέτρηση του ℓ του απλού εκκρεμούς έχουμε μια δυσκολία. Το εκκρεμές στην πραγματικότητα είναι φυσικό. Αν θεωρήσουμε αμελητέα την μάζα του νήματος πάλι είναι φυσικό, αφού η αναρτημένη μάζα έχει διαστάσεις. Βέβαια το Κ.Μ. σύμφωνα με το γνωστό θεώρημα της Μηχανικής κινείται σα να ήταν συγκεντρωμένη σ' αυτό η μάζα της σφαίρας και το ℓ είναι η απόστασή του από το σημείο ανάρτησης. Αλλά είναι δύσκολο να εντοπίσουμε το Κ.Μ. της σφαίρας κάθε φορά που θέλουμε να μετρήσουμε το ℓ. Άλλωστε η σφαίρα μπορεί να μην είναι ομογενής, αφού για να προσδέσουμε σ' αυτήν το νήμα θα πρέπει να την τρυπήσουμε ή να βάλουμε κάποιο άγκιστρο. Στην παρούσα διάταξη η ανάρτηση της σφαίρας αιτιάζει την μη ομογενή κατάσταση.

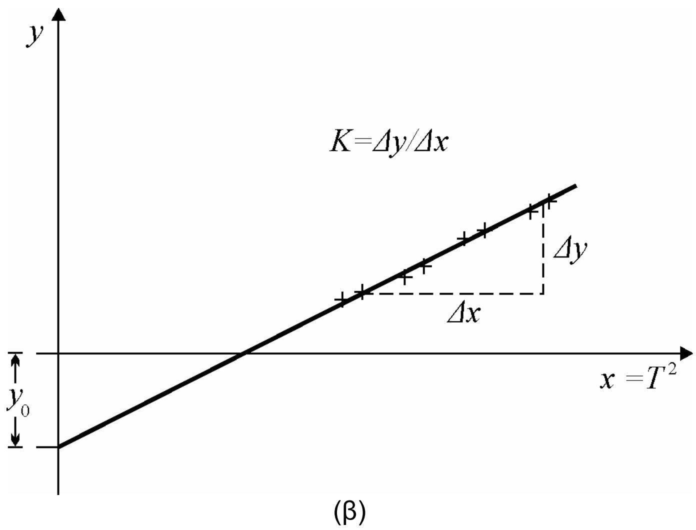
Την δυσκολία αυτή παρακάμπτουμε με τον εξής τρόπο: φτιάχνουμε ένα μικρό κόμπο-σημάδι στο νήμα κοντά στη σφαίρα (5-20 cm). Έστω ότι οι αποστάσεις του κόμπου από το σημείο ανάρτησης και το Κ.Μ. της σφαίρας είναι **y** και $\mathbf{y_0}$ αντίστοιχα (βλ. Σχήμα 4α).

Τότε στην εξίσωση (1) θα βάλουμε πλέον $\ell = y + y_0$, οπότε βρίσκουμε την σχέση:

$$y = \frac{g}{4\pi^2}T^2 - y_o \text{, ή } y = \frac{g}{4\pi^2}x - y_o \text{, εάν } x = T^2 \qquad (5)$$

Η εξίσωση (5) σε άξονες *x*, *y* είναι ευθεία με κλίση $K = g/(4\pi^2)$ (βλ. Σχήμα 4β).





Σχήμα 4.

Πείραμα: Μελέτη του απλού εκκρεμούς

1. Στερεώνουμε το νήμα με τον κόμπο στο σημείο ανάρτησης επιλέγοντας κάθε φορά διαφορετικές τιμές του *y*. Για κάθε μήκος y εκτρέπουμε την σφαίρα κατά γωνία όχι μεγαλύτερη από 10° και την αφήνουμε ελεύθερη. Μετά από 2-3 αιωρήσεις και αφού βεβαιωθούμε, ότι η

ταλάντωση είναι ομαλή χωρίς κραδασμούς και σε ένα επίπεδο, ξεκινούμε το χρονόμετρο την στιγμή που η σφαίρα βρίσκεται σε μέγιστο πλάτος ταλάντωσης και μετρούμε το συνολικό χρόνο πολλών περιόδων (π.χ. 20) Γιατί;

2. Οι μετρήσεις μας γίνονται για $y \sim 1$ m, 0.8 m, 0.6 m 0.4 m και 0.2 m. Ένα πρόβλημα είναι η εκτίμηση του σφάλματος κατά την εκκίνηση και τον τερματισμό του χρονομέτρου. Αυτό μπορούμε να το κάνουμε ως εξής: Για μια ενδιάμεση τιμή του y (π.χ. y =0.6 m) μετρούμε το 20T όχι μία, αλλά 5 φορές. Το σφάλμα μέσης τιμής των 20T θα είναι περίπου ίσο με το συνολικό σφάλμα κατά την εκκίνηση και τον τερματισμό του χρονομέτρου. Σημειώνουμε στον Πίνακα 1 τα αποτελέσματά μας. Δοκιμάστε να κάνετε και 5 μετρήσεις με **μία** αιώρηση κάθε φορά στο ίδιο μήκος (y =0.6 m) και σχολιάστε τα αποτελέσματα με αυτά από τις 20 αιωρήσεις.
3. Προκειμένου να δούμε πειραματικά και την επίδραση της γωνίας αιώρησης θ στη τιμή για την περίοδο, μετρήστε 5 φορές από 20 αιωρήσεις αλλά με γωνία $\theta > 60^o$.

Πίνακας 1.

Y (m)	$(20T)_1$ (s)	$(20T)_2$ (s)	$(20T)_3$ (s)	$(20T)_4$ (s)	$(20T)_5$ (s)	$\bar{T}$ (s)	$\bar{T}^2$ (s^2)
1.0							
0.8							
0.6							
0,6 **θ >60^o**							
0.4							
0.2							

y (m)	$(20T)_1$ (s)	$(20T)_2$ (s)	$(20T)_3$ (s)	$(20T)_4$ (s)	$(20T)_5$ (s)	$\bar{T}$ (s)	$\bar{T}^2$ (s^2)
0.6							

4. Χαράξτε την ευθεία $y = y(T^2)$ και υπολογίστε την κλίση της K και το y_0. Ο υπολογισμός της κλίσης και του y_0 να γίνει με την **μέθοδο ελάχιστων τετραγώνων** και ο τελικός υπολογισμός του g με το σφάλμα του δg από εκεί. Το ίδιο και για το $y0$ με το σφάλμα του.
5. Χαράξτε σε ημιλογαριθμικό χαρτί την καμπύλη $y = y(T)$ (το T να είναι στην ημιλογαριθμική κλίμακα). Σχολιάστε την μορφή της.
6. Σχολιάστε το αποτέλεσμα σας σε σχέση με την τιμή της βιβλιογραφίας. Που οφείλονται οι αποκλίσεις (απλή ποιοτική ερμηνεία – προσοχή στο πρόσημο)

Ερωτήσεις

1. Με αφετηρία την σχέση $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$, **να αποδείξετε** ότι η έκφραση που δίνει την σχετική αβεβαιότητα (σφάλμα) του g (δηλαδή το δg/g) σαν συνάρτηση των σχετικών σφαλμάτων της περιόδου και μάζας είναι:

$$\frac{\delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\delta \ell}{l}\right)^2 + 4\left(\frac{\delta T}{T}\right)^2}$$

2. Αν αυξήσουμε την γωνία ταλάντωσης θ σε πολύ μεγάλες τιμές τι περιμένετε, ποιοτικά, να συμβεί; Ποια εξίσωση από τις παραπάνω τίθεται σε αμφιβολία και γιατί; **Τι βρήκατε** από τις μετρήσεις σας με μεγάλη γωνία; Ποιοτικά, υπάρχει διαφοροποίηση στη σωστή κατεύθυνση;

Βιβλιογραφία

1. Alonso - Finn τ.1 §§ 5.5-5.11, 10.1 - 10.4, 12.3 - 12.6
2. H.D. Young τ.1 §§ 3-1 – 3-3, 13-1 – 13-7
3. O'hanian τ.1 §§ 4.1 – 4.4, 15.1 – 15.6
4. Serway τ. 1 §§ 6.1, 6.2, 13.1, 13.4, 13.6 - 13.7
5. Berkeley τ.1 §. 7.1
6. Halliday-Resnick τ. 1 §§ 15.1 - 15.6

Οδηγίες εκτελέσεως πειραμάτων Α2

Προετοιμασία Πειράματος

Εξοικειωθείτε με την διάταξη ανάρτησης του νήματος του απλού εκκρεμούς. Εντοπίστε τον κόμβο σε …………… cm

Επίσης εξοικειωθείτε με το χρονόμετρο και το σύστημα μέτρησης του μήκους **y** του νήματος

Εκτιμήστε τα αντίστοιχα σφάλματα στην μέτρηση

Υπολογίστε από τα παραπάνω τις εισερχόμενες στην μέτρηση αβεβαιότητες. Πώς ιεραρχούνται οι παράγοντες που επηρεάζουν το προσδιορισμό του g με το σφάλμα του;

Πείραμα

Για δεδομένα μήκη νήματος **y** (ενδεικτικώς αναφέρουμε το 1m, 0.8m κλπ.) μετρήστε, αφού βεβαιωθείτε ότι η ταλάντωση είναι ορθή, **τον χρόνο 20 περιόδων, μία φορά**

Για ένα από τα παραπάνω μήκη **y** (π.χ. 0.6m) να το εκτελέσετε συνολικά πέντε (5) φορές

Για το ίδιο μήκος μετρήστε τον χρόνο ταλάντωσης για μία περίοδο, πέντε φορές

Για το ίδιο μήκος μετρήστε τον χρόνο ταλάντωσης για είκοσι περιόδους, με γωνία θ>60°

Οι τιμές να αναγραφούν σε κατάλληλο πίνακα

Επεξεργασία μετρήσεων στην Εργαστηριακή Αίθουσα

Υπολογίστε την τιμή του g από:
* μία μέτρηση της μίας περιόδου
* την μέση τιμή των μετρήσεων μιας περιόδου
* μία μέτρηση των 20 περιόδων στο ίδιο μήκος
* την μέση τιμή των 5 μετρήσεων των 20 περιόδων στο ίδιο μήκος

Επεξεργασία μετρήσεων για την γραπτή εργασία

Στην διεκπεραίωση της γραπτής εργασίας σας θα ολοκληρώσετε τα **αποτελέσματα με τους αναλυτικούς υπολογισμούς των σφαλμάτων**

Σε χιλιοστομετρικό χαρτί απεικονίστε τα πέντε πειραματικά σημεία για τα διαφορετικά y, επιλέγοντας κατάλληλους άξονες και **χαράξτε πρόχειρα** με χάρακα την ακριβέστερη δυνατή ευθεία μέσα από τα σημεία. Υπολογίστε από την κλίση το **g**. Στην διεκπεραίωση της γραπτής εργασίας να απεικονίσετε τα σημεία με τα **σφάλματά** τους και να χαράξετε ευθεία με την **μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων** προσδιορίζοντας το **g** με το σφάλμα του

Σχολιάστε όλες τις τιμές με βάση την ανάλυση της θεωρίας

Α3. Εφαρμογή στο Λογισμικό των Εργαστηρίων (Excel, Logger Pro και Graph Paper)

Σκοπός της άσκησης

Σκοπός της άσκησης είναι να εξοικειωθείτε με τα βασικά λογισμικά πακέτα που θα χρησιμοποιήσετε ή θα ανατρέξετε να εφαρμόσετε για τις ανάγκες του Εργαστηρίου Φυσικής και όχι μόνο. Η επιλογή των τριών βασικών προγραμμάτων περιλαμβάνει την εξοικείωση με το λογισμικό του Excel, του LoggerPro και του GraphPaper.

Το πρώτο λογισμικό επιτρέπει στον φοιτητή να έχει ένα πολύτιμο φύλλο υπολογισμών (για κάθε εργαστήριο), με δυνατότητες υπολογισμών με τα δεδομένα, γραφικές τους παραστάσεις κλπ.

Το δεύτερο και πλέον βασικό λογισμικό δίνει όλες τις παραπάνω δυνατότητες, αλλά κυρίως επιτρέπει να πραγματοποιήσει κάποιος ένα πείραμα και να πάρει μετρήσεις πραγματικού χρόνου με κατάλληλους αισθητήρες. Τα σήματα από τους αισθητήρες (απόστασης, δύναμης, επιτάχυνσης, θερμοκρασίας, πίεσης κλπ.) μέσω του καταλλήλου οργάνου (διεπαφή – interface) που συνδέεται με Η/Υ και με το λογισμικό που αναφέρουμε επιτρέπει σε κάποιον να καταγράψει και να επεξεργασθεί τις μετρήσεις του.

Το τρίτο λογισμικό, που περιγράφεται στο παράρτημα, δίνει την δυνατότητα κάθε φοιτητής, ανάλογα με την ανάγκη που έχει, να εκτυπώνει σε απλό χαρτί την γραφική παράσταση που θέλει να χρησιμοποιήσει (μιλιμετρέ, log-lin, log-log κλπ).

Ακολουθεί αναλυτική περιγραφή και διαδικασία εξοικείωσης με τα παραπάνω λογισμικά.

Excel Φύλλο Εργασίας 1. Εισαγωγικό

Εισαγωγή δεδομένων, διαμόρφωση πινάκων, συναρτήσεις

1. Βρισκόμαστε στο πρώτο φύλλο ενός βιβλίου υπολογισμών, όπου ο πίνακας καταγραφής δεδομένων και υπολογισμών διαθέτει 65536 γραμμές και 256 στήλες A, B, …IV.
2. Γράψτε στο κελί Α1 την τιμή 1 και στο κελί Α2 την τιμή 2
3. Επιλέξτε τα κελιά Α1 και Α2
4. Σύρετε την κάτω δεξιά κουκκίδα στο Α2 έως και το κελί Α10. Παρατηρήστε ότι συμπληρώθηκαν τα κενά κελιά με βήμα τόσο, όσο η διαφορά των δύο πρώτων κελιών (+1)
5. Επιλέξτε τα κελιά Α1 έως και Α10 και μορφοποιήστε τα με ένα δεκαδικό ψηφίο: δεξί κλικ, Μορφή κελιών, Αριθμός, ένα δεκαδικό
6. Γράψτε στο κελί Β1 την τιμή 20 και στο κελί Β2 την τιμή 18,5
7. Επιλέξτε τα κελιά Β1 και Β2
8. Σύρετε την κάτω δεξιά στο Β2 κουκκίδα έως και το κελί Β10. Παρατηρήστε ότι συμπληρώθηκαν τα κενά κελιά με βήμα τόσο, όσο η διαφορά των δύο πρώτων κελιών (-1,5)
9. Επιλέξτε τα κελιά Β1 έως και Β10 και μορφοποιήστε τα με δύο δεκαδικά ψηφία: δεξί κλικ, Μορφή κελιών, Αριθμός, δύο δεκαδικά
10. Εισαγάγετε στο κελί C1 την συνάρτηση του πηλίκου =B1/A1 (με «λατινικά» και το ίσον)
11. Σύρετε την κάτω δεξιά κουκκίδα του C1 έως και το κελί C10. Παρατηρήστε ότι συμπληρώθηκαν τα κενά κελιά με την εφαρμογή της αντίστοιχης συνάρτησης =B2/A2, =B3/A3 κοκ
12. Επιλέξτε τα κελιά C1 έως και C10 και μορφοποιήστε τα με τρία δεκαδικά ψηφία: δεξί κλικ, Μορφή κελιών, Αριθμός, τρία δεκαδικά
13. Γράψτε στο κελί Α12 την τιμή 0,2
14. Εισαγάγετε στο κελί D1 την συνάρτηση του γινομένου =C1*$A$12 και παρατηρήστε το σύμβολο $ που επιβάλλει την μη μεταβολή στην αναφορά στον δεύτερο όρο του γινομένου και σε στήλη και σε γραμμή
15. Σύρετε την κάτω δεξιά κουκκίδα του κελιού D1 έως και το κελί D10. Παρατηρήστε ότι συμπληρώθηκαν τα κενά κελιά με την εφαρμογή της αντίστοιχης συνάρτησης =C2/$A$12, =C3/$A$12 κλπ δηλαδή ο δεύτερος όρος του γινομένου παρέμεινε σταθερός (Α12) λόγω της εισαγωγής του συμβόλου $
16. Επιλέξτε τα κελιά D1 έως και D10 και μορφοποιήστε τα με δύο δεκαδικά ψηφία: δεξί κλικ, Μορφή κελιών, Αριθμός, δύο δεκαδικά
17. Επιλέξτε όλη την πρώτη γραμμή πατώντας στον αριθμό της (1) και εισαγάγετε μία νέα γραμμή με δεξί κλικ και Εισαγωγή
18. Δώσετε τίτλους στις στήλες, Α1: x, B1: y, C1: y/x, D1: z
19. Μορφοποιήστε τον πίνακα κεντράροντας τους τίτλους των στηλών, καθώς και προσθέτοντας σχάρα πλαίσιο για όλα τα χρησιμοποιούμενα κελιά
20. Μετονομάστε το φύλλο εργασίας σε: Δείγματα
21. Αποθηκεύστε το βιβλίο εργασίας στην επιφάνεια εργασίας ως αρχείο: Εισαγωγικό
22. Επιλέξτε με πατημένο το πλήκτρο ελέγχου Ctrl τις ανεξάρτητες περιοχές Α1-Α11 & D1-D11, ως εξής: Σύρετε και επιλέξτε την πρώτη περιοχή, μετά κρατήστε πατημένο το Ctrl, σύρετε και επιλέξτε την δεύτερη περιοχή
23. Για σχεδίαση του αντιστοίχου γραφήματος z=z(x) επιλέξτε το εργαλείο γραφημάτων

24. Στο πρώτο βήμα 1/4 επιλέξτε τύπο γραφήματος XY (Scatter) και , δηλαδή το δεύτερο μέγεθος ως προς το πρώτο και απεικόνιση σημείων, χωρίς ένωση αυτών

25. Στο επόμενο βήμα 2/4 είναι δυνατές τροποποιήσεις της προελεύσεως των δεδομένων, δηλαδή επιβεβαίωση ή τυχόν αλλαγή

26. Στο επόμενο βήμα 3/4 και σε ειδικές καρτέλες, είναι δυνατές τροποποιήσεις για τους τίτλους των μεγεθών, την μορφή των αξόνων, το πλέγμα του γραφήματος, το υπόμνημα του γραφήματος, καθώς και η προαιρετική εμφάνιση των τιμών επί του γραφήματος

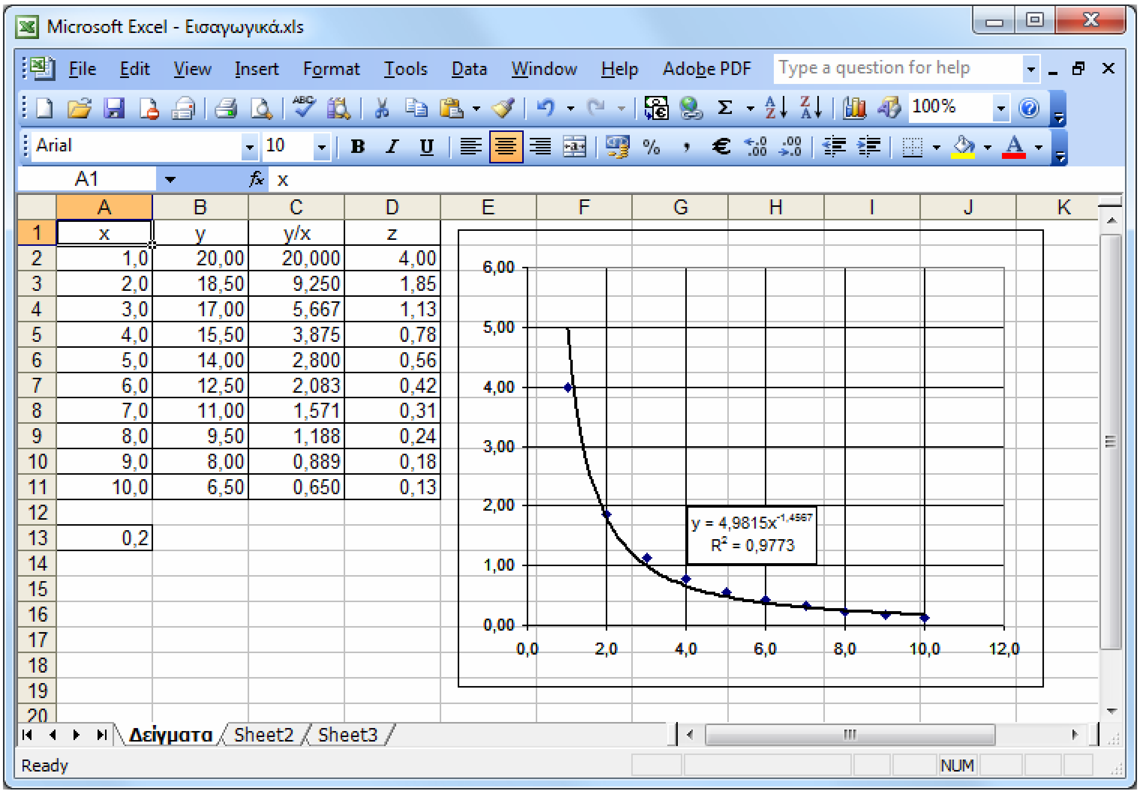
27. Στο τελευταίο βήμα 4/4 δίδεται η δυνατότητα δημιουργίας του γραφήματος σε νέο φύλλο, ή παραπλεύρως του πίνακα, πράγμα που εδώ συνιστάται

28. Ανά πάσα στιγμή και αργότερα δίδεται η δυνατότητα αλλαγής των ως άνω παραμέτρων, με διπλό κλικ στο κάθε στοιχείο, σημεία, επιφάνεια, άξονες. Συλλογιστείτε τις συνήθεις παραμέτρους εργονομικής σχεδίασης ενός γραφήματος, που περιλαμβάνουν συνήθως την ευκρίνεια των σημείων και χαράξεων, την σαφήνεια των διαφορετικών μεγεθών, την επικέντρωση στις σημαντικές εξαγόμενες πληροφορίες, την εκμετάλλευση του διατιθεμένου χώρου

29. Για την χάραξη μίας καμπύλης για τα εν λόγω σημεία, υποθέτοντας αυθαιρέτως ως εκθετικής μορφής, με δεξί κλικ σε ένα σημείο-κουκκίδα του γραφήματος, επιλέξετε Προσθήκη γραμμής τάσης (Add Trendline)

30. Επιλέξτε τύπο υπερβολικής και στην καρτέλα Επιλογές (Option) προστίθενται οι παράμετροι που προσδιορίζουν ακριβέστερα την εκάστοτε περίπτωση π.χ. τεταγμένη επί τη αρχή, εμφάνιση της μαθηματικής σχέσης που εφαρμόσθηκε για την συγκεκριμένη προσαρμογή καμπύλης, εμφάνιση συντελεστή συσχέτισης στην χάραξη κλπ.

31. Βεβαιωθείτε ότι το πρώτο φύλλο εργασίας έχει την παρακάτω μορφή, που περιέχει τον διαμορφωμένο πίνακα και το γράφημα z=z(x), αποθηκεύστε πάλι και εκτυπώστε το

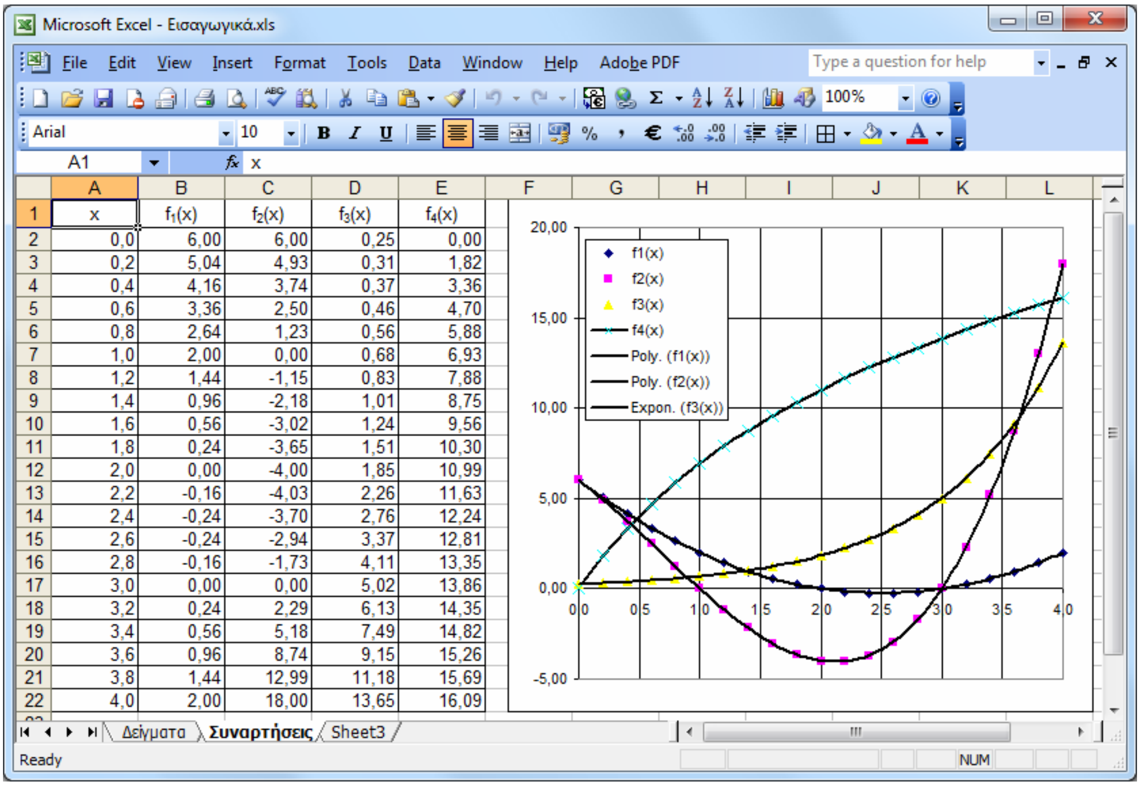


Excel Φύλλο Εργασίας 2. Συναρτήσεις

Συναρτήσεις σε πολλαπλές στήλες και γραφήματα

1. Μεταβείτε στο δεύτερο φύλλο του βιβλίου υπολογισμών. Μετονομάστε το φύλλο εργασίας σε: Συναρτήσεις
2. Γράψτε στο κελί A1 την τιμή 0 και στο κελί A2 την τιμή 0,2
3. Επιλέξτε τα κελιά A1 και A2
4. Σύρετε την κάτω δεξιά κουκκίδα στο A2 έως και το κελί A21. Παρατηρήστε ότι συμπληρώθηκαν τα κενά κελιά με βήμα τόσο, όσο η διαφορά των δύο πρώτων κελιών (+0,2)
5. Επιλέξτε τα κελιά A1 έως και A21 και μορφοποιήστε τα με ένα δεκαδικό ψηφίο: δεξί κλικ, Μορφή κελιών, Αριθμός, ένα δεκαδικό
6. Εισαγάγετε στο κελί B1 την δευτεροβάθμια σχέση x^2-5x+6 ως εξής: =A1^2-5*A1+6
7. Σύρετε την κάτω δεξιά κουκκίδα του κελιού B1 έως και το κελί B21. Παρατηρήστε ότι συμπληρώθηκαν τα κενά κελιά με την εφαρμογή της αντίστοιχης συνάρτησης =A2^2-5*A2+6, =A3^2-5*A3+6 κοκ
8. Επιλέξτε τα κελιά B1 έως και B21 και μορφοποιήστε τα με δύο δεκαδικά ψηφία: δεξί κλικ, Μορφή κελιών, Αριθμός, δύο δεκαδικά
9. Εισαγάγετε στο κελί C1 την τριτοβάθμια x^3-2x^2-5x+6 ως εξής: =A1^3-2*A1^2-5*A1+6
10. Συμπληρώστε όπως παραπάνω έως και το κελί C21 και μορφοποιήστε με δύο δεκαδικά
11. Εισαγάγετε στο κελί D1 την εκθετική e^x/4 ως εξής: =EXP(A1)/4
12. Συμπληρώστε όπως παραπάνω έως και το κελί D21 και μορφοποιήστε με δύο δεκαδικά
13. Μορφοποιήστε τα κελιά D1 έως και D21 με δύο δεκαδικά ψηφία
14. Εισαγάγετε στο κελί E1 την λογαριθμική 10·ln(x+1) ως εξής: =10*LN(A1+1)
15. Συμπληρώστε όπως παραπάνω έως και το κελί E21 και μορφοποιήστε με δύο δεκαδικά
16. Επιλέξτε όλη την πρώτη γραμμή πατώντας στον αριθμό της (1) και εισαγάγετε μία νέα γραμμή με δεξί κλικ και Εισαγωγή
17. Δώσετε τίτλους στις στήλες, A1: x, B1: f_1(x), C1: f_2(x), D1: f_3(x), E1: f_4(x)
18. Μορφοποιήστε τον πίνακα κεντράροντας τους τίτλους των στηλών, καθώς και προσθέτοντας σχάρα πλαίσιο για όλα τα χρησιμοποιούμενα κελιά
19. Αποθηκεύστε το βιβλίο εργασίας στην επιφάνεια εργασίας, στο ίδιο αρχείο: Εισαγωγικό
20. Επιλέξτε όλη την περιοχή A1-E22
21. Για την σχεδίαση γραφημάτων f=f(x) επιλέξτε το εργαλείο γραφημάτων
22. Στο πρώτο βήμα 1/4 επιλέξτε τύπο γραφήματος XY (Scatter) και , δηλαδή το δεύτερο μέγεθος ως προς το πρώτο και απεικόνιση σημείων, χωρίς ένωση αυτών
23. Στο επόμενο βήμα 2/4 είναι δυνατές τροποποιήσεις της προελεύσεως των δεδομένων, δηλαδή επιβεβαίωση ή τυχόν αλλαγή
24. Στο επόμενο βήμα 3/4 και σε ειδικές καρτέλες, είναι δυνατές τροποποιήσεις για τους τίτλους των μεγεθών, την μορφή των αξόνων, το πλέγμα του γραφήματος, το υπόμνημα του γραφήματος, καθώς και η προαιρετική εμφάνιση των τιμών επί του γραφήματος
25. Στο τελευταίο βήμα 4/4 δίδεται η δυνατότητα δημιουργίας του γραφήματος σε νέο φύλλο, ή παραπλεύρως του πίνακα, πράγμα που εδώ συνιστάται

26. Ανά πάσα στιγμή και αργότερα δίδεται η δυνατότητα αλλαγής των ως άνω παραμέτρων, με διπλό κλικ στο κάθε στοιχείο, σημεία, επιφάνεια, άξονες. Εν προκειμένω, με δεξί κλικ στην λευκή επιφάνεια του γραφήματος, επιλέξτε εμφάνιση εσωτερικών κατακόρυφων χαράξεων, όρια αξόνων x: από 0,0 έως 4,0 και y: από -5,0 έως 20,0
27. Για την χάραξη καμπύλης για κάθε μία περίπτωση, με δεξί κλικ σε ένα σημείο-κουκκίδα του εκάστοτε γραφήματος, επιλέξετε Προσθήκη γραμμής τάσης (Add Trendline)
28. Επιλέξτε τύπο (μορφή καμπύλης) για κάθε περίπτωση. Για την $f_1(x)$: πολυωνυμική 2ου βαθμού, για την $f_2(x)$: πολυωνυμική 3ου βαθμού, για την $f_3(x)$: εκθετική (Type-power).
29. Προαιρετικώς, για την $f_4(x)$ επί των τιμών πλην της πρώτης δοκιμάστε: εκθετική (Exponential) ή λογαριθμική (Logarithmic)
30. Σημειώστε ότι η $f_1(x)$ έχει ρίζες 2 και 3, η $f_2(x)$ τις τιμές -2, 1, 3, εκ των οποίων η -2 δεν απεικονίζεται αφού είναι εκτός του πεδίου ορισμού [0, 4]
31. Τέλος, βεβαιωθείτε ότι το δεύτερο φύλλο εργασίας έχει την παρακάτω μορφή, που περιέχει τον διαμορφωμένο πίνακα και το γράφημα, αποθηκεύστε πάλι και εκτυπώστε το



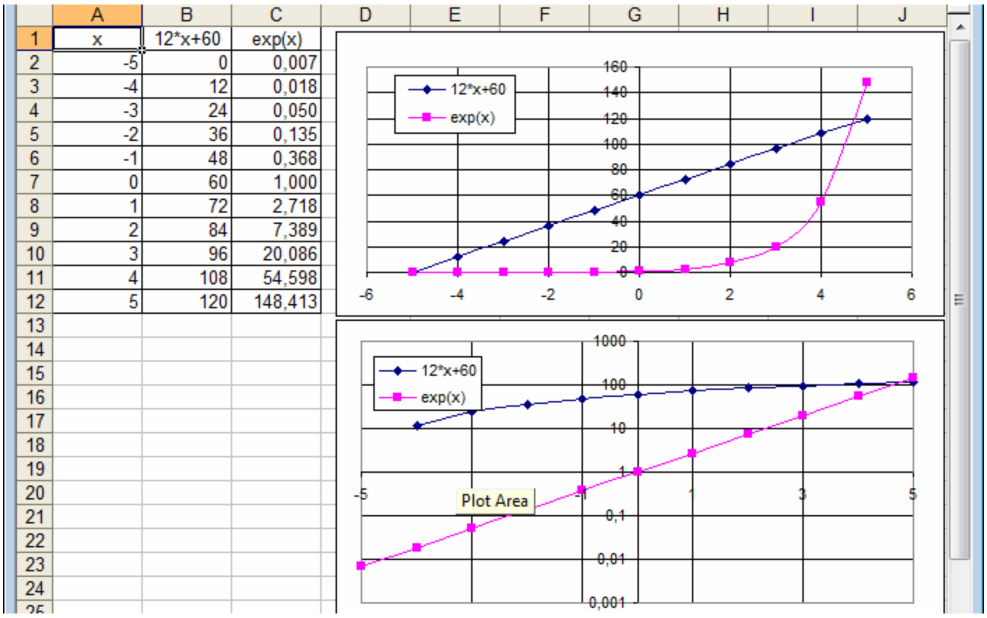
x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0,0	6,00	6,00	0,25	0,00
0,2	5,04	4,93	0,31	1,82
0,4	4,16	3,74	0,37	3,36
0,6	3,36	2,50	0,46	4,70
0,8	2,64	1,23	0,56	5,88
1,0	2,00	0,00	0,68	6,93
1,2	1,44	-1,15	0,83	7,88
1,4	0,96	-2,18	1,01	8,75
1,6	0,56	-3,02	1,24	9,56
1,8	0,24	-3,65	1,51	10,30
2,0	0,00	-4,00	1,85	10,99
2,2	-0,16	-4,03	2,26	11,63
2,4	-0,24	-3,70	2,76	12,24
2,6	-0,24	-2,94	3,37	12,81
2,8	-0,16	-1,73	4,11	13,35
3,0	0,00	0,00	5,02	13,86
3,2	0,24	2,29	6,13	14,35
3,4	0,56	5,18	7,49	14,82
3,6	0,96	8,74	9,15	15,26
3,8	1,44	12,99	11,18	15,69
4,0	2,00	18,00	13,65	16,09

Excel Φύλλο Εργασίας 3. Κλίμακες γραφημάτων

Συναρτήσεις, ποικιλία γραφημάτων και λογαριθμική κλίμακα

1. Μεταβείτε στο τρίτο φύλλο του βιβλίου υπολογισμών. Μετονομάστε το σε: Κλιμακώσεις
2. Γράψτε στο κελί A1 την τιμή -5 και στο κελί A2 την τιμή -4
3. Επιλέξτε τα κελιά A1 και A2 και σύρετε την κάτω δεξιά κουκκίδα στο A2 έως και το κελί A11. Παρατηρήστε ότι συμπληρώθηκαν τα κενά κελιά με βήμα 1, από το -5 έως το +5
4. Εισαγάγετε στο κελί B1 την γραμμική σχέση 12*x+60 ως εξής: =12*A1+60
5. Συμπληρώστε όπως παραπάνω έως και το κελί B11

6. Εισαγάγετε στο κελί C1 την εκθετική σχέση e^x ως εξής: =exp(A1)
7. Συμπληρώστε όπως παραπάνω έως και το κελί C11 και μορφοποιήστε με τρία δεκαδικά
8. Επιλέξτε όλη την πρώτη γραμμή πατώντας στον αριθμό της (1) και εισαγάγετε μία νέα γραμμή με δεξί κλικ και Εισαγωγή
9. Δώστε τίτλους στις στήλες, A1: x, B1: 12*x+60 , C1: exp(x)
10. Μορφοποιήστε τον πίνακα κεντράροντας τους τίτλους των στηλών, καθώς και προσθέτοντας σχάρα πλαίσιο για όλα τα χρησιμοποιούμενα κελιά
11. Αποθηκεύστε το βιβλίο εργασίας στην επιφάνεια εργασίας, στο ίδιο αρχείο: Εισαγωγικό
12. Επιλέξτε όλη την περιοχή A1-C12 και για σχεδίαση γραφημάτων f=f(x) επιλέξτε το
13. Στο πρώτο βήμα 1/4 επιλέξτε τύπο γραφήματος XY (Scatter) και , δηλαδή το δεύτερο μέγεθος ως προς το πρώτο και απεικόνιση σημείων, με ομαλή ένωση αυτών (smooth)
14. Προχωρήστε τα επόμενα βήματα και διαμορφώστε το γράφημα όπως στο πρώτο σχήμα, παρατηρώντας ότι για την δεύτερη χάραξη τα σημεία και η καμπύλη είναι δυσδιάκριτα για την περιοχή όπου οι τιμές κυμαίνονται κάτω από την μονάδα
15. Προσθέστε για τα ίδια δεδομένα ένα νέο γράφημα, με την διαφορά ότι στις επιλογές του κατακόρυφου άξονα θα δώσετε λογαριθμική κλιμάκωση (Y-axis Logarithmic Scale)
16. Τέλος, βεβαιωθείτε ότι το τρίτο φύλλο εργασίας έχει την παρακάτω μορφή, που περιέχει τον διαμορφωμένο πίνακα και τα γραφήματα, αποθηκεύστε πάλι και εκτυπώστε το



	A	B	C
1	x	12*x+60	exp(x)
2	-5	0	0,007
3	-4	12	0,018
4	-3	24	0,050
5	-2	36	0,135
6	-1	48	0,368
7	0	60	1,000
8	1	72	2,718
9	2	84	7,389
10	3	96	20,086
11	4	108	54,598
12	5	120	148,413

Logger Pro, Φύλλο Εργασίας 1. Αρχικά

Εισαγωγή δεδομένων, διαμόρφωση πινάκων, συναρτήσεις

Γενικά

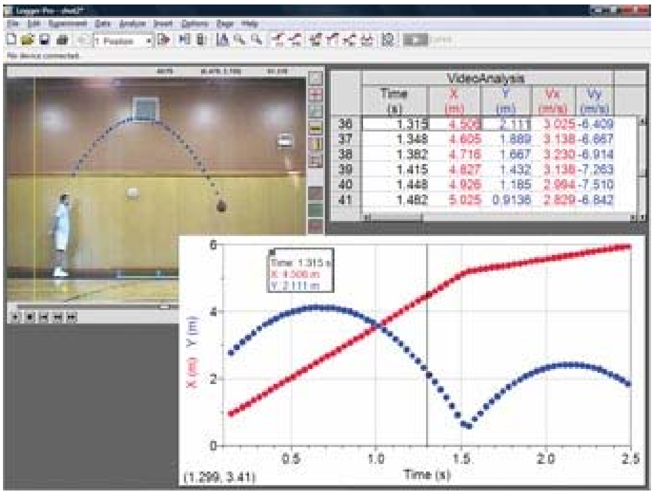
Το LoggerPro είναι λογισμικό με το οποίο μπορεί να γίνεται καταγραφή και απεικόνιση πειραματικών δεδομένων μέσω διεπαφής από κατάλληλους μετρητικούς αισθητήρες. Στην συνέχεια, με την χρήση των κατάλληλων ενσωματωμένων λειτουργιών, γίνεται στατιστική επεξεργασία και εξάγονται συμπεράσματα για τα μετρούμενα μεγέθη και παρατηρούμενα φαινόμενα.

Τούτο το λογισμικό μπορεί να θεωρηθεί ως ψηφιακό κέντρο δεδομένων της εργαστηριακής τάξης. Μπορεί να συγκεντρώσει δεδομένα από διάφορες πηγές· μεγέθη διαφόρων τομέων της φυσικής (μηχανικής, θερμοδυναμικής, κυματικής, ηλεκτρισμού, πυρηνικής, περιβαλλοντικής) μετρώνται από κατάλληλους για το εκάστοτε μέγεθος αισθητήρες.

Στην ανάπτυξη του εξοπλισμού και του LoggerPro έχουν χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά επιστημονικές παιδαγωγικές μέθοδοι.

Δείγμα καταγραφής και επεξεργασίας

Στο ενδεικτικό παράδειγμα του παράπλευρου πίνακα η τροχιά της πλάγιας βολής καταγράφεται από αισθητήρες για την κίνηση, στον οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα.



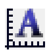
Η καταγραφή των μετρήσεων στον πίνακα, ο υπολογισμός των συνιστωσών της ταχύτητας και η γραφική παράσταση των μεγεθών θέση και ταχύτητα ως προς τον χρόνο, είναι συγχρονική, δηλαδή ταυτόχρονη της εξέλιξης του φαινομένου.

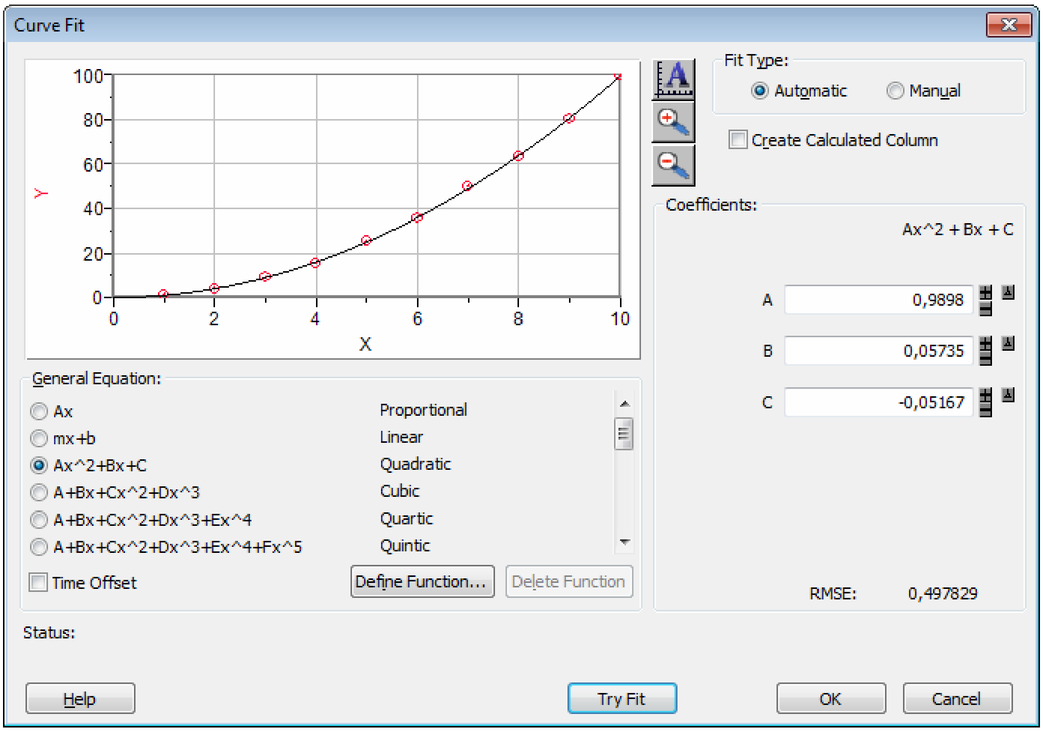
Άλλη επιλογή είναι η καταγραφή του φαινομένου και η μεθύστερη επεξεργασία των μετρήσεων.

Για το λογισμικό έχει αποκτηθεί άδεια χρήσεως από τους εκπαιδευομένους στο Εργαστήριο, επομένως, όταν εγκατασταθεί σε υπολογιστή όπου δεν συνδέονται διεπαφή και αισθητήρες, τότε το LoggerPro μπορεί να δέχεται δεδομένα από αρχείο ή με πληκτρολόγηση και στην συνέχεια ο χρήστης να δύναται να χρησιμοποιήσει όλες τις λειτουργίες για την επεξεργασία με τα εργαλεία στατιστικής και γραφημάτων.

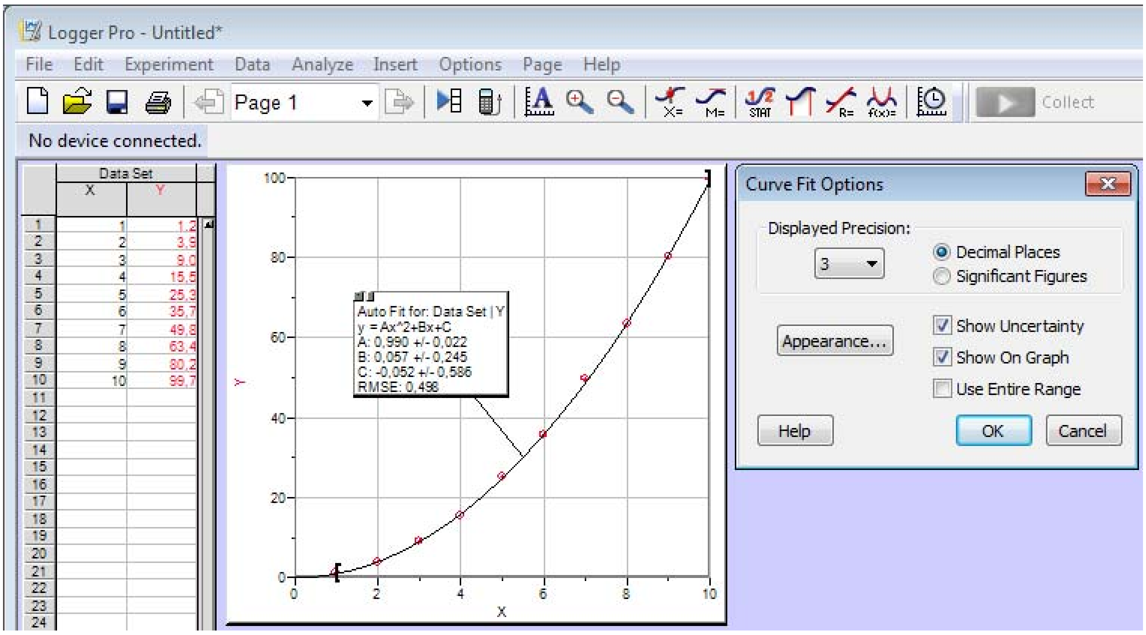
Εισαγωγή δεδομένων και επεξεργασία

X	Y
1	1,2
2	3,9
3	9,0
4	15,5
5	25,3
6	35,7
7	49,8
8	63,4
9	80,2
10	99,7

1. Εκκινήστε το LoggerPro. Στην οθόνη σχεδιάζονται αυτομάτως, ένας κενός πίνακας με δύο στήλες (x, y) στα αριστερά και ένα κενό γράφημα στα δεξιά y=y(x), με αρχική κλιμάκωση των αξόνων από 0 έως 100.
2. Εισαγάγετε τα δεδομένα του παράπλευρου πίνακα, που αντιστοιχεί σε μία σειρά μεταβλητών Χ (1 έως 10) και των συναρτήσεων Υ (με θεωρητικό τύπο $y=x^2$). Οι τιμές του Υ δεν είναι ακριβείς ως προς την συνάρτηση, αλλά υποθέτουμε ότι προέκυψαν από πειραματικές μετρήσεις κάποιου μεγέθους
3. Αποθηκεύστε το έγγραφο στην επιφάνεια εργασίας, ως worksheet1.cmbl
4. Παρατηρήστε την εμφάνιση κατά την πληκτρολόγηση, μίας τεθλασμένης γραμμής που συνδέει τα σημεία στο γράφημα
5. Αλλάξτε την γραμμή σε σημεία μόνον, ως εξής: δεξί κλικ στο γράφημα και Graph Options. Επιλέξτε το Point Protectors (χάραξη σημείων x-y με μικρό κύκλο) και αποεπιλέξτε το Connect Points (τεθλασμένη ενωτική γραμμή). Κλείστε το παράθυρο των επιλογών, αποδεχόμενοι τις αλλαγές, με Done
6. Αλλάξτε την κλιμάκωση του γραφήματος σε απαιτούμενο μέγεθος, είτε με το εικονίδιο  στην γραμμή εργαλείων, είτε με δεξί κλικ στο γράφημα και Autoscale
7. Για την προσαρμογή της θεωρητικής καμπύλης στα πειραματικά σημεία, χρησιμοποιούμε το εργαλείο  Curve Fit. Στο αναδυόμενο παράθυρο, επιλέγουμε την δευτεροβάθμια μορφή (Quadratic) και με την δοκιμαστική προσαρμογή (Try Fit) παρατηρούμε την ενδεικτική χάραξη και την δυνατότητα τροποποιήσεως των συντελεστών στην συνάρτηση. ΟΚ



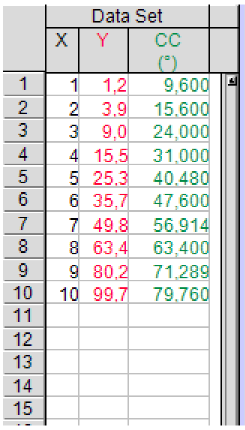
8. Με την εμφάνιση της προσαρμοσμένης καμπύλης, συνδέεται και ένα παράθυρο με τους συντελεστές, τα σφάλματά τους και την τετραγωνική ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE=Root Mean Square of the Error), που είναι ένα μέτρο της διαφοράς της μετρούμενης τιμής από την εκτιμούμενη τιμή. Επίσης με δεξί κλικ και Curve Options, επιλέξτε 3 δεκαδικά ψηφία, ώστε να έχετε την κάτωθι μορφή



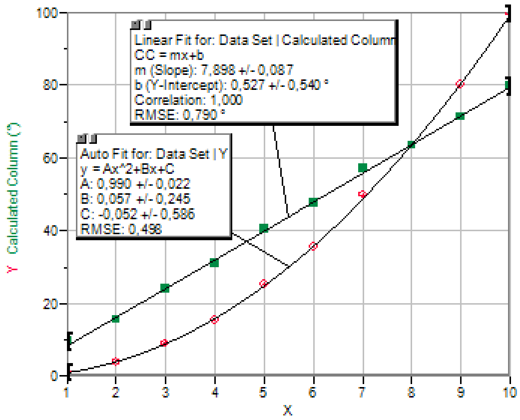
9. Προβείτε στην δημιουργία μίας νέας στήλης που να προέρχεται από υπολογισμό από τις δύο προηγούμενες στήλες, έστω με την συνάρτηση Z(X,Y)=8*Y/X, που ισοδυναμεί με την z(x)=8x, ως εξής: Data > New Calculated Column > Equation 8*"Y"/"X" > Done

10. Προσθέστε στο γράφημα και την απεικόνιση της νέας στήλης: Options > Graph Options > καρτέλα Axes Options > επιλογή (√) Calculated Column, έντονα σημεία (Make All Values Major Ticks) και Done

11. Υποθέτοντας εκ νέου ότι η νέα χάραξη μπορεί να προσαρμοστεί σε ευθεία, είτε με το εικονίδιο, είτε με το βήμα 6 για ευθεία, προβείτε στην χάραξη της ευθείας (Linear), καθώς και στην εμφάνιση των πληροφοριών
12. Τέλος, βεβαιωθείτε ότι το περιβάλλον εργασίας έχει την παράπλευρη μορφή, που περιέχει τον διαμορφωμένο πίνακα και τα γραφήματα, αποθηκεύστε πάλι και εκτυπώστε το



	Data Set		
	X	Y	CC (°)
1	1	1,2	9,600
2	2	3,9	15,600
3	3	9,0	24,000
4	4	15,5	31,000
5	5	25,3	40,480
6	6	35,7	47,600
7	7	49,8	56,914
8	8	63,4	63,400
9	9	80,2	71,289
10	10	99,7	79,760
11			
12			
13			
14			
15			

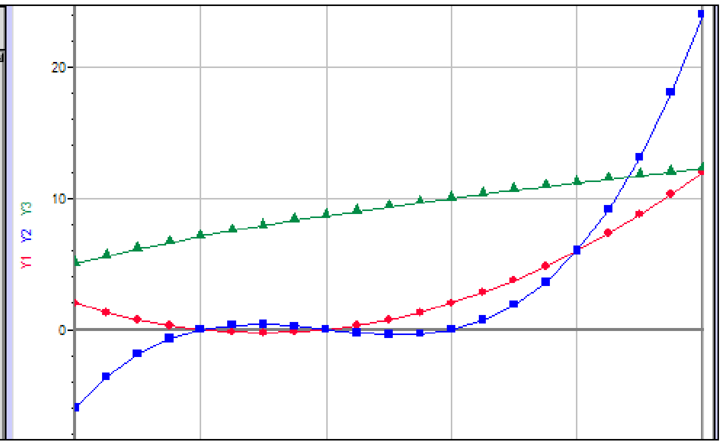


Logger Pro, Φύλλο Εργασίας 2. Γραφήματα

Συναρτησιακοί υπολογισμοί, γραφήματα

1. Εκκινήστε το LoggerPro. Εισαγάγετε στην στήλη X τις τιμές από 0 έως 5 με βήμα 0,25
2. Διαγράψτε το κενό γράφημα με επιλογή και Edit > Delete
3. Διαγράψτε την κενή στήλη Y, με Data > Delete Column > Y
4. Δημιουργήστε μία νέα στήλη που να προέρχεται από υπολογισμό από την προηγούμενη στήλη, με την συνάρτηση $y_1(x)=x^2-3x+2$ (ρίζες 1, 2) ως εξής: Data > New Calculated Column > Name: Y1, Short Name: Y1, Equation: "X"^2-3*"X"+2 > Done
5. Επίσης, δημιουργήστε μία νέα στήλη από υπολογισμό, με την συνάρτηση $y_2(x)= x^3-6x^2+11x-6$ (ρίζες 1, 2, 3) ως εξής: Data > New Calculated Column > Name: Y2, Short Name: Y2, Equation: "X"^3-6*"X"^2+11*"X"-6 > Done
6. Επίσης, δημιουργήστε μία νέα στήλη από υπολογισμό, με την συνάρτηση $y_3(x)= \sqrt{(x+1)}$ ως εξής: Data > New Calculated Column > Name: Y3, Short Name: Y3, Equation: 5*sqrt("X"+1) > Done
7. Αποθηκεύστε το έγγραφο στην επιφάνεια εργασίας, ως worksheet2.cmbl
8. Εμφανίστε το γράφημα για την απεικόνιση των $y_1(x)$, $y_2(x)$, $y_3(x)$ ως εξής: Insert > Graph. Με κλικ στην λευκή επιφάνεια αριστερά του κατακόρυφου άξονα, επιλέξτε όλες τις στήλες (All of the above)
9. Παρουσιάστε τα σημεία στο γράφημα ως εξής: Options > Graph Options > καρτέλα Graph Options > επιλέξτε Point Protectors > Done
10. Μεταβάλετε το μέγεθος του γραφήματος και θέσετε αυτό παραπλεύρως του πίνακα, σύροντας τις αγκυρώσεις του γραφήματος στις γωνίες και τα μέσα των πλευρών
11. Παρατηρήστε ότι η κλιμάκωση του γραφήματος έχει προσαρμοστεί αυτομάτως ώστε να περικλείει στον οριζόντιο άξονα το πεδίο ορισμού και στον κατακόρυφο το πεδίο τιμών
12. Μεταβάλετε την κλιμάκωση των αξόνων (π.χ. του Y) ως εξής: Options > Graph Options > καρτέλα Axes Options > Y-Axis Columns – Top: 25 & Bottom: -10 > Done
13. Εξερευνήστε τις δυνατότητες των εργαλείων Examine, Tangent, Statistics & Integral
14. Τέλος, βεβαιωθείτε ότι το περιβάλλον εργασίας έχει την παρακάτω μορφή, που περιέχει τον διαμορφωμένο πίνακα και τα γραφήματα, αποθηκεύστε πάλι και εκτυπώστε το

	X	Y1	Y2	Y3
1	0,00	2,000	-6,000	5,000
2	0,25	1,313	-3,609	5,590
3	0,50	0,750	-1,875	6,124
4	0,75	0,313	-0,703	6,614
5	1,00	0,000	0,000	7,071
6	1,25	-0,188	0,328	7,500
7	1,50	-0,250	0,375	7,906
8	1,75	-0,188	0,234	8,292
9	2,00	0,000	0,000	8,660
10	2,25	0,313	-0,234	9,014
11	2,50	0,750	-0,375	9,354
12	2,75	1,313	-0,328	9,682
13	3,00	2,000	0,000	10,000
14	3,25	2,813	0,703	10,308
15	3,50	3,750	1,875	10,607
16	3,75	4,813	3,609	10,897
17	4,00	6,000	6,000	11,180
18	4,25	7,313	9,141	11,456



Ασκήσεις σε φύλλα εργασίας

Να εκτελεστούν σε Excel & σε LoggerPro

Τριγωνομετρικές συναρτήσεις

1. Καταγράψτε στην πρώτη στήλη το πεδίο ορισμού από -10 έως 10, με βήμα 0,5
2. Υπολογίστε στις επόμενες στήλες το ημίτονο sin(X) και συνημίτονο cos(X)
3. Τροποποιήστε την ακρίβεια στην πρώτη στήλη ένα δεκαδικό, στις άλλες, τρία δεκαδικά
4. Σχεδιάστε το γράφημα για τις δύο ως άνω εξισώσεις
5. Αποθηκεύστε και εκτυπώστε

Άλλες κλιμακώσεις στα γραφήματα

1. Καταγράψτε στην πρώτη στήλη το πεδίο ορισμού από -10 έως 10, με βήμα 0,5
2. Υπολογίστε στην δεύτερη στήλη την εκθετική 2^x (εξίσωση 2^X)
3. Σχεδιάστε το γράφημα σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων και μετά σε ημιλογαριθμικό
4. Λάβετε υπόψη το εύρος στους άξονες X: -10 ως 10 και Y: 0 έως 1000

Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων

1. Σε φύλλο Excel καταγράψτε στην πρώτη στήλη (A1-A10) και στην δεύτερη στήλη (B1-B10) τα εξής δέκα ζεύγη τιμών για τις μεταβλητές x και y αντίστοιχα της ευθείας y=A+B·x:

x	1,2	3,1	4,3	5,8	8,9	11,7	15,2	16,1	18,8	21,2
y	1,3	5,1	6,8	10,9	16,8	22,8	29,4	31,2	36,9	40,8

2. Δημιουργήστε στις επόμενες στήλες τις κατάλληλες συναρτήσεις για τον αναλυτικό υπολογισμό (βλ. και φυλλάδιο *Εισαγωγή στη Θεωρία Σφαλμάτων*) των A και B, καθώς και των αντίστοιχων σφαλμάτων δA και δB
3. Καταχωρήστε τα παραπάνω ζεύγη τιμών στις αντίστοιχες δύο στήλες x, y στο Logger Pro και προσαρμόστε τα σημεία σε ευθεία του αντίστοιχου γραφήματος
4. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα των υπολογισμών μέσω Excel και Logger Pro

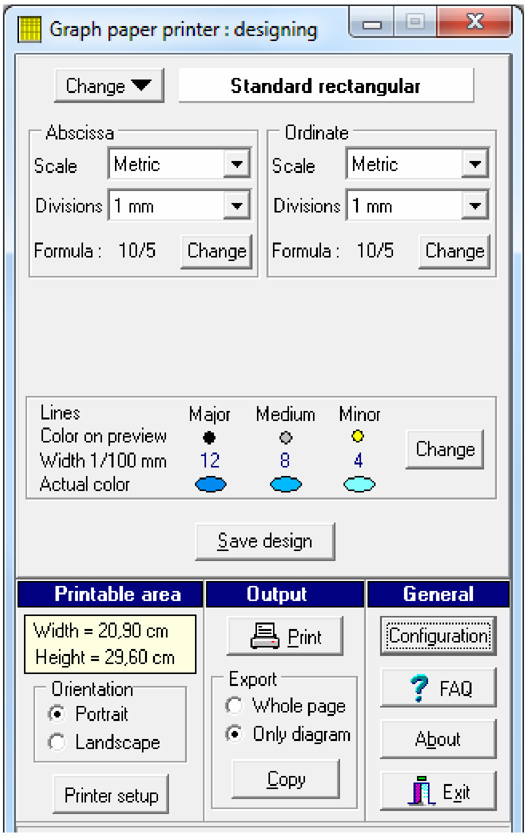
Βοηθήματα

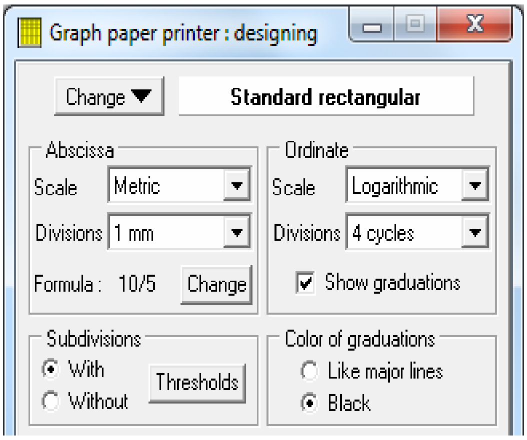
Τα περιλαμβανόμενα εγχειρίδια λογισμικών στο CD διδακτικού υλικού Εργαστηρίου Φυσικής (επιμέλεια Ν. Μαμαλούγκος)

Παράρτημα. Graph Paper Printer, συνοπτικές οδηγίες

Σχεδιασμός και εκτύπωση χαρτιού γραφημάτων

Το Graph Paper Printer είναι μια εφαρμογή λογισμικού για να εκτυπώσετε διάφορα είδη χαρτιού για γραφήματα, προσαρμόσιμους πίνακες, ειδικές στατιστικές απεικονίσεις, μουσικά χειρόγραφα και πρότυπα μοτίβο με έτοιμα σχήματα, χαρτί χειρογράφου, πρότυπα σχεδιασμού ηλεκτρονικών· όλα δε με οριζόμενα από το χρήστη μεγέθη και χρώματα.





Παραπλεύρως παρουσιάζεται το αρχικό παράθυρο καθορισμού των παραμέτρων για την εκτύπωση του χαρτιού γραφημάτων.

Ο τύπος του γραφήματος είναι το σύνηθες **χιλιοστομετρικό** (millimeter), επί του οποίου προτείνεται να προβούμε στις εξής απλές αλλαγές:

Στα δύο πρώτα πλαίσια επιλογών έχουμε στα συνήθη χαρτιά μετρική κλιμάκωση (Metric Scale) και χιλιοστομετρική υποδιαίρεση (1mm Divisions)

Στο πλαίσιο των χρωμάτων αλλάζουμε το χρώμα της ελάσσονος γραμμής από το προεπιλεγμένο κίτρινο σε κυανό (Change, Minor, Cyan)

Εξηγώντας την ενέργεια αυτή, γίνεται επειδή στους εκτυπωτές τετραχρωμίας Cyan-Magenta-Yellow-black (CMYK) το κίτρινο χρώμα χρησιμοποιείται συχνά στην μίξη για την παραγωγή άλλων χρωμάτων, στο μπλε, το πράσινο, το κόκκινο, οπότε εξαντλείται ευκολότερα.

Εκτυπώστε μία σελίδα.

Εναλλακτικά, προτείνεται η χρήση του magenta χρώματος και για τις τρεις βαρύτητες αξόνων (Major, Medium, Minor), όπως στου εμπορίου.

Στην Εργαστήριο χρησιμοποιείται λιγότερο συχνά το **ημιλογαριθμικό** χαρτί, δηλαδή μετρική κλίμακα για τον οριζόντιο άξονα (των μεταβλητών) και λογαριθμική για τον κατακόρυφο άξονα (του απεικονιζομένου μεγέθους). Στο παράπλευρο παράθυρο φαίνονται οι αλλαγές, όπου έχουμε για την τεταγμένη (Ordinate), λογαριθμική κλίμακα (Scale: Logarithmic), και π.χ. 4 κύκλοι (Divisions: 4 cycles), ή όσες τάξεις μεγέθους απαιτούνται για την επαρκή απεικόνιση των σημείων του μεταβαλλόμενου μεγέθους. Επιτρέπει την απεικόνιση σημείων με διαφορές πολλές δυνάμεις του 10 ή την απεικόνιση σημείων σε καμπύλη με τη μορφή ευθείας.

Εκτυπώστε μία σελίδα.

A4. Μελέτη κινηματικών μεγεθών με χρήση νέων τεχνολογιών (αισθητήρες και υπολογιστές)

Σκοπός της άσκησης

Σκοπός της άσκησης είναι η εξοικείωση με τους **αισθητήρες** μέτρησης διαφόρων θεμελιακών φυσικών μεγεθών (**δύναμης, επιτάχυνσης**, **θέσης**) αλλά και με **φωτοπύλες** διέλευσης, καθώς και την χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή με λογισμικό για την αυτόματη καταγραφή και επεξεργασία των μετρήσεων.

Εργαστηριακής μελέτης θα τύχουν η βασική διάταξη λήψης δεδομένων, η επεξεργασία κινηματικών μεγεθών σε κεκλιμένο επίπεδο για τον προσδιορισμό της επιτάχυνσης της βαρύτητας g και η μέση και στιγμιαία ταχύτητα.

Περί αισθητήρων

Ο **αισθητήρας δύναμης** (Dual Range Force): Η αρχή λειτουργίας για τον αισθητήρα δύναμης βασίζεται σε ένα κύκλωμα γέφυρας όπου υπάρχουν δύο αισθητήρες ευαίσθητοι στη τάση (τέντωμα) ενός σύρματος. Η ηλεκτρική ισορροπία της γέφυρας καταστρέφεται ανάλογα με το τέντωμα του σύρματος παράγοντας μια τάση ανάλογη προς την δύναμη.

Ο **αισθητήρας επιτάχυνσης** (Low Acceleration) βασίζεται σε ένα ειδικό ολοκληρωμένο κύκλωμα που έχει αναπτυχθεί για την λειτουργία των αερόσακων στα αυτοκίνητα σαν μέτρο ακαριαίας μέτρησης της επιβράδυνσης σε περίπτωση σύγκρουσης. Το ολοκληρωμένο αυτό κύκλωμα περιλαμβάνει ειδικές παράλληλες, μικροσκοπικών διαστάσεων, χαραγές συνθέτοντας έτσι ένα μικρό πυκνωτή του οποίου η χωρητικότητα μεταβάλλεται ανάλογα με την κάμψη (απόσταση) των χαραγών. Καθώς λοιπόν επιταχύνεται ή επιβραδύνεται, το σύστημα οι χαραγές αυτές δεν παραλληλίζονται πλέον, η χωρητικότητα μεταβάλλεται και η διαφορά δυναμικού στα άκρα του «πυκνωτή» σταθερού φορτίου γίνεται ανάλογη της επιτάχυνσης ή επιβράδυνσης του συστήματος.

Ο **αισθητήρας θέσης** (Motion) βασίζεται στην αρχή του sonar: εκπέμπει παλμούς υπερηχητικών κυμάτων (συχνότητας ~40kHz) μέσω ενός ελάσματος χρυσού που περιέχει. Τα κύματα αυτά καλύπτουν μια κωνική περιοχή 20°-30° γύρω από τον οριζόντιο άξονα που ξεκινάει από το κέντρο της ακτίνας. Ο αισθητήρας μετράει το χρόνο που κάνει ο εκπεμπόμενος παλμός να φτάσει στην πιο κοντινή επιφάνεια που θα συναντήσει μέσα στην περιοχή αυτή και να επιστρέψει πίσω λόγω ανάκλασης. Η κίνηση του εκπεμπόμενου ηχητικού παλμού είναι μια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, για την οποία προφανώς θα ισχύει: $S = v \cdot t$. Δεδομένης της ταχύτητας υ του εκπεμπόμενου κύματος στον αέρα (υπάρχει αυτόματη διόρθωση της ταχύτητας του ήχου με τη θερμοκρασία, π.χ. στους 20^{o}C είναι 343 m/s), ο υπολογιστής υπολογίζει την απόσταση και την καταγράφει. Επιπλέον, μέσω των διαδοχικών μετρήσεων της θέσης του σώματος, μπορεί και προσδιορίζει την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος. Ο αισθητήρας θέσης λειτουργεί για αποστάσεις μεγαλύτερες από 0.4m και μικρότερες από 6m.

Η **φωτοπύλη** (Photo gate) αποτελείται από ένα LED που εκπέμπει υπέρυθρο φως και κατάλληλη φωτοδίοδο απέναντι ακριβώς από την δέσμη φωτός. Χρησιμεύει στον προσδιορισμό του χρόνου που ένα αδιαφανές αντικείμενο αποκόπτει την δέσμη, ή την χρονική στιγμή που θα αποκοπεί η δέσμη. Έτσι, μπορεί να προσδιοριστεί ο χρόνος για την διέλευση ενός αντικειμένου από την φωτοπύλη, ή εάν χρησιμοποιηθούν δύο φωτοπύλες, ο χρόνος που θα μεσολαβήσει ώστε το αντικείμενο να περάσει την διαδρομή από την πρώτη ως την δεύτερη φωτοπύλη.

Οι **Ασύρματοι αισθητήρες** (Wireless sensors) βασίζονται σε τεχνολογία Bluetooth για να πετύχουν την σύνδεσή τους με τον υπολογιστή. Παρέχουν ελευθερία κινήσεων σε μια πειραματική διάταξη με την απουσία καλωδίων σύνδεσης και επιτρέπουν σχεδίαση διατάξεων μελέτης κίνησης σε τρεις διαστάσεις. Ταυτόχρονα, σε ορισμένες ειδικές περιπτώσεις, η απουσία αυτή παρέχει πιο ακριβείς μετρήσεις αφού δεν συμμετέχουν στη κίνηση του αισθητήρα τα καλώδια σύνδεσής του με τον υπολογιστή (π.χ. μελέτη $2^{ου}$ νόμου του Newton). Υπάρχουν σύνθετοι αισθητήρες οι οποίοι μετρούν ταυτόχρονα δύναμη, επιτάχυνση στους τρεις άξονες και ύψος.

Το **χρονόμετρο** του υπολογιστή: Κάθε ηλεκτρονικός υπολογιστής έχει ενσωματωμένο χρονόμετρο που ρυθμίζει τις λειτουργίες του. Η ακρίβεια του χρονομέτρου του υπολογιστή αναγκαστικά υπερβαίνει την συχνότητα των εσωτερικών του λειτουργιών. Έτσι για έναν υπολογιστή με επεξεργαστή του 1GHz και με δίαυλο (bus) των 100MHz θα πρέπει να αναμένουμε ότι το χρονόμετρό του έχει ακρίβεια της τάξης του 10ns (1nanosecond=10^{-9}s) για "σύντομα χρονικά διαστήματα" (δευτερολέπτων). Προσοχή όμως, η εντυπωσιακή αυτή ακρίβεια δεν είναι πάντα εφικτή, κυρίως λόγω της βραδύτερης απόκρισης των αισθητήρων. Έτσι για παράδειγμα η χρονική ακρίβεια του αισθητήρα απόστασης (η ακρίβεια του χρόνου με την οποία καταγράφεται η θέση κάποιου σώματος) δεν μπορεί να υπερβεί το αντίστροφο της συχνότητας των υπερήχων που χρησιμοποιούνται (1/40000s = 0.000025s = 25μs).

Περί λογισμικού

Τα ηλεκτρικά σήματα των αισθητήρων, μέσω διεπαφής (interface) καταλήγουν στον ηλεκτρονικό υπολογιστή, όπου μετά από κατάλληλη βαθμονόμηση μεταφέρουν την πληροφορία του φυσικού μεγέθους που μετράται σε συγκεκριμένες φυσικές μονάδες. Έτσι, η βασική διαδικασία που επιτελείται είναι η καταγραφή του πρωτογενούς ηλεκτρικού σήματος των αισθητήρων σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή, κατάλληλα τροποποιημένου (συνήθως πολλαπλασιασμένο με κάποια σταθερά), ώστε να αντιστοιχεί στο φυσικό μέγεθος που μετράται. Η διαδικασία αυτή γίνεται με την βαθμονόμηση (calibration) όπως εξηγούμε στη συνέχεια. Οι αισθητήρες διακρίνονται σε αναλογικούς και ψηφιακούς. Οι πρώτοι έχουν συνήθως μια καλή γραμμική συμπεριφορά στη μέτρηση του φυσικού μεγέθους. Στην συνέχεια, τα αριθμητικά αυτά δεδομένα μπορούν να αποθηκευτούν, να παρασταθούν γραφικώς συναρτήσει του χρόνου, ή να συνδυαστούν με άλλες μετρημένες ποσότητες και να δημιουργήσουν καινούργιες μεταβλητές του πειράματος. Το λογισμικό πακέτο που χρησιμοποιούμε στο Εργαστήριο Φυσικής αναλαμβάνει όλη αυτή την διαδικασία καταγραφής και επεξεργασίας των σημάτων των αισθητήρων και είναι το **Vernier Logger Pro**, ήδη εγκατεστημένο σε κάθε Η/Υ του εργαστηρίου.

Κατά την λειτουργία του Logger Pro, οι διαθέσιμοι κατάλογοι εντολών καλύπτουν όλες τις διαδικασίες του πειράματος, δηλαδή από την επιλογή των αισθητήρων που θέλουμε να ενεργοποιήσουμε στο πείραμα μέχρι και την τελική διαδικασία ανάλυσης των συλλεγμένων πειραματικών δεδομένων. Προφανώς, για κάθε πείραμα απαιτείται μόνον ένα μικρό μέρος των εντολών.

Με την ενεργοποίηση του Logger Pro, λαμβάνονται υπόψη όλοι οι αισθητήρες και σχηματίζονται όλα τα αντίστοιχα γραφήματα του κάθε μετρούμενου ή υπολογιζόμενου μεγέθους ως προς τον χρόνο. Ως τόσον για τα συγκεκριμένα εκπαιδευτικά πειράματα, διατίθενται αποθηκευμένα αρχεία με έτοιμους συγκροτημένους πίνακες δεδομένων, χρήση συγκεκριμένων κάθε φορά αισθητήρων, καθώς και κλιμακωμένα γραφήματα.

Το ίδιο λογισμικό, δίχως την σύνδεση διεπαφής και αισθητήρων μπορεί να λειτουργήσει για την εισαγωγή δεδομένων (χειροκίνητη ή από αρχείο κειμένου), για στατιστικούς υπολογισμούς και γραφικές παραστάσεις. Έτσι διαθέτει κανείς ένα εργαλείο διαχείρισης δεδομένων πολύ χρήσιμο για ανάλυση, πέραν του Εργαστηρίου Φυσικής.

Περιγραφή εικονιδίων εργαλειοθήκης

Ακολουθεί μία συνοπτική περιγραφή για τις λειτουργίες ορισμένων πλήκτρων - εργαλείων

αυτόματη κλιμάκωση στο γράφημα, δηλαδή τροποποιεί την κλιμάκωση στους άξονες, ώστε το γράφημα με τα πειραματικά σημεία να καταλάβει όλη την διαθέσιμη επιφάνεια

μεγεθύνουν ή σμικρύνουν το γράφημα

Examine. Παρέχει την δυνατότητα να διατρέχουμε το γράφημα και σε ένα πλαίσιο να απεικονίζονται οι τιμές μεταβλητής και μεγέθους στο σημείο όπου βρίσκεται ο δείκτης

Tangent. Εμφανίζει την τρέχουσα επί του γραφήματος κλίση, ως εφαπτομένη και τιμή

Statistics. Αποδίδει στατιστικά μεγέθη σε όλο το γράφημα ή το επιλεγμένο μέρος του (μέση τιμή, μέγιστο, ελάχιστο, τυπική απόκλιση, αριθμό δειγμάτων)

Integral. Υπολογίζει και εμφανίζει το ολοκλήρωμα όλου ή μέρους του γραφήματος

Linear Fit. Υπολογίζει και εμφανίζει γραμμική προσαρμογή στο επιλεγμένο μέρος του γραφήματος με το σφάλμα του

Curve Fit. Προσφέρει τις επιλογές για την προσαρμογή του γραφήματος, με ποικιλία έτοιμων συναρτήσεων, δυνατότητα συνθέσεως άλλου μαθηματικού τύπου και μικρο-ρυθμίσεις των συντελεστών

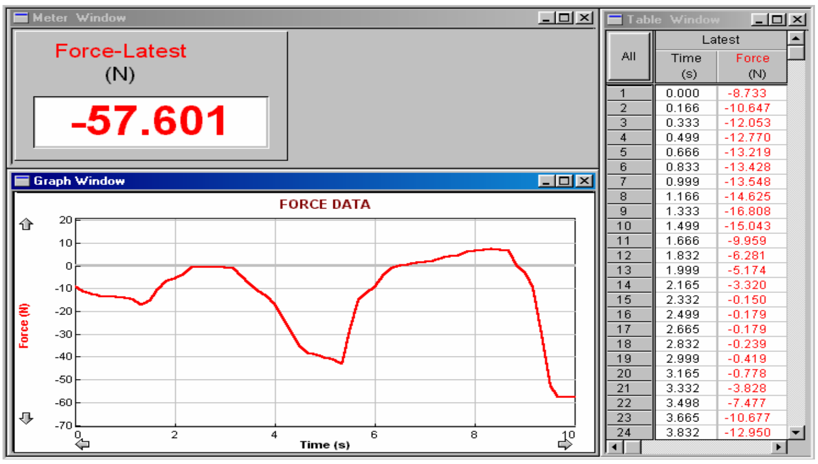
Data Collection. Εργαλείο για την ρύθμιση του χρόνου λήψεως των μετρήσεων, καθώς και του ρυθμού δειγματοληψίας (πόσες μετρήσεις στην μονάδα του χρόνου)

0 **Zero**. Πλήκτρο για τον μηδενισμό της τρέχουσας τιμής από τους αισθητήρες

Τέλος, το εικονίδιο Collect ενεργοποιείται για την έναρξη των μετρήσεων, κατά την διάρκεια των οποίων μετατρέπεται σε πλήκτρο διακοπής. Αν η διαδικασία προχωρεί απρόσκοπτα, μετά το πέρας των μετρήσεων δεν απαιτείται διακοπή, διότι το λογισμικό επανεκκινεί τις λήψεις.

Παράδειγμα μετρήσεων

1. Ενεργοποιήστε το Logger Pro και ανοίξτε το αρχείο **a4_0_force_f-t.cmbl**
2. Ελέγξτε από την ακολουθία **Experiment > Show Sensors** ότι στο πρώτο κανάλι (CH1) βρίσκεται συνδεδεμένος ο αισθητήρας της δύναμης (Sensor: Force**,** Dual Range 50N)
3. Παρατηρήστε ότι στο αρχείο έχουν ήδη αποθηκευτεί ο πίνακας, μετρητής με τρέχουσες μετρήσεις και γράφημα f=f(t)
4. Ωθώντας ή και έλκοντας το άκρο του αισθητήρα δύναμης, οι καταμετρούμενες ενδείξεις απεικονίζονται στον μετρητή



Εικ.1: Λήψη και καταγραφή των τιμών του αισθητήρα της δύναμης με το Logger Pro για χρονικό διάστημα 10s και γραφική παράσταση

5. Από την ακολουθία **Experiment > Data Collection > Collection** επιλέξτε χρόνο πειράματος 10s και ταχύτητα δειγματοληψίας 5 μετρήσεις/s (συνολικώς 51 μετρήσεις).

6. Ενεργοποιήστε το **Collect** ώστε να ξεκινήσει η διαδικασία καταγραφής των μετρήσεων και ασκήσατε κάποια μεταβλητή δύναμη στον αισθητήρα με το χέρι σας. Στο διάγραμμα Χρόνος (Time) – Δύναμη (Force) μπορείτε να παρακολουθήσετε την χρονική αλλαγή της ασκούμενης δύναμης, ταυτόχρονα με την καταγραφή των τιμών στον αντίστοιχο πίνακα.

Προαιρετική διαδικασία: Βαθμονόμηση των αισθητήρων

Οι αισθητήρες είναι μετρητικά όργανα τα οποία μπορούμε να αναγνώσουμε με την βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή. Αν υποθέσουμε γραμμική συμπεριφορά $(y = mx + b)$ των αισθητήρων (σύμφωνα με τις οδηγίες του κατασκευαστή) αρκούν δύο σημεία μέτρησης για να βαθμονομηθούν δηλαδή να προσδιορισθούν οι καλύτερες τιμές των m και b με το σφάλμα *τους.*

Το πρόγραμμα Logger Pro περιλαμβάνει την δυνατότητα **βαθμονόμησης** με την παρακάτω διαδικασία την οποία και θα πραγματοποιήσετε πριν αρχίσετε τις μετρήσεις σας για τους αισθητήρες δύναμης και επιτάχυνσης.

Για τον **αισθητήρα δύναμης**:

1. Χρησιμοποιήσετε το αμαξίδιο Α με τους αισθητήρες δύναμης και επιτάχυνσης που θα βρείτε στην εργαστηριακή έδρα

2. Επιλέξετε από το μενού του Logger-Pro την επιλογή “**Experiment**” και στη συνέχεια το “**Calibrate CH1: Dual Range Force**” (βαθμονόμηση του αισθητήρα της δύναμης)

3. Χωρίς να ασκήσετε **καμία δύναμη πάνω του** επιλέξτε το “**perform now**” και στη δημιουργουμένη επιλογή τιμής εισάγεται το **μηδέν (0)** (καμία δύναμη δεν επιδρά στον αισθητήρα). Πατήσετε την επιλογή “keep” για να κρατηθεί η τιμή

4. Στην συνέχεια με την βοήθεια ενός νήματος, ενός γνωστού βάρους και μιας τροχαλίας που υπάρχουν στο πάγκο εργασίας σας, αναρτήστε μια μάζα **0.5kg** κρατώντας ακίνητο το αμαξίδιο. Όταν ισορροπήσει η ένδειξη εισάγετε την τιμή **4.9**N που αντιστοιχεί στο βάρος μάζας 0.5kg. Πατήστε **Ok** για να αποθηκευτεί και η δεύτερη αυτή τιμή. Ο αισθητήρας της δύναμης είναι έτοιμος για χρήση

Για τον **αισθητήρα επιτάχυνσης**:

1. Ενεργοποιήσετε **τον αισθητήρα της επιτάχυνσης (Low Acceleration)** στο δεύτερο κανάλι (CH2) όπως περιγράφηκε πριν

2. Κρατώντας το αμαξίδιο με τον αισθητήρα **αυστηρά κατακόρυφα** και με το **βέλος** που υπάρχει χαραγμένο πάνω σε αυτόν προς τα **κάτω** επιλέξτε το “**perform now**” και εισάγετε όταν σταθεροποιηθούν οι ενδείξεις την τιμή **–9.807**(m/s^2). Πατήστε **“keep”** για να αποθηκευτεί η τιμή

3. Ακολούθως κρατήσετε το αμαξίδιο πάλι **κατακόρυφα** αλλά με το βέλος προς τα **πάνω** και εισάγετε όταν σταθεροποιηθούν οι ενδείξεις την τιμή **+9.807.** Πατήστε **OK** για να αποθηκευτεί και η δεύτερη αυτή τιμή

4. Ο αισθητήρας έχει τώρα βαθμονομηθεί για επιτάχυνση σε **οριζόντια** κίνηση και είναι έτοιμος προς χρήση

Για τον **αισθητήρα θέσης**:

1. Δεν απαιτείται βαθμονόμηση

2. Μην μηδενίσετε τον αισθητήρα

Πειραματική διαδικασία

Πείραμα 1
Μέτρηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας g ± δg

Ο στόχος της δραστηριότητας αυτής είναι η μέτρηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας ($g \pm \delta g$) πρώτα με αισθητήρες και υπολογιστή.

Θα προσδιορίσουμε πειραματικά το g με σφάλμα ±δg μετρώντας την επιτάχυνση σώματος (του αμαξιδίου) σε κεκλιμένο επίπεδο. Για το διάστημα S που το αμαξίδιο διανύει σε χρόνο t στην εν λόγω ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση **χωρίς αρχική ταχύτητα** θα ισχύει:

$$S = \tfrac{1}{2} g_x t^2 \Rightarrow g_x = 2S/t^2 \Rightarrow g \sin\varphi = 2S/t^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{g = \frac{2S}{t^2 \sin\varphi}} \qquad (1)$$

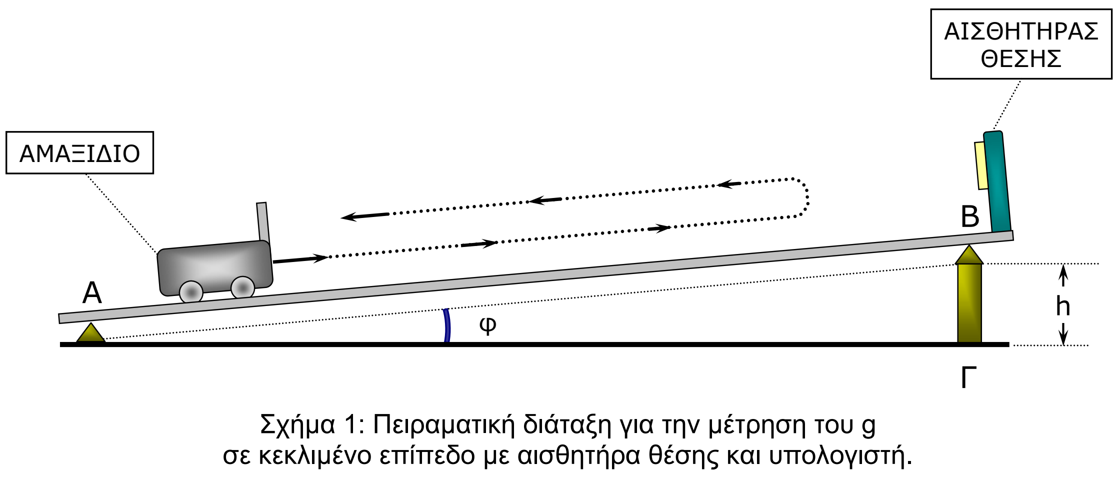
Είναι προφανές από την πιο πάνω εξίσωση ότι ο προσδιορισμός του g απαιτεί να μετρήσουμε με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια το $S \pm \delta S$, το $t \pm \delta t$ και το $\sin\varphi \pm \delta(\sin\varphi)$.

Απαιτούμενος πειραματικός εξοπλισμός

1. Ένα τετράτροχο αμαξίδιο (καροτσάκι)
2. Αισθητήρας θέσης συνδεδεμένος σε διεπαφή και μετά στον υπολογιστή με Logger Pro
3. Επίπεδη τροχιά, μήκους 2m, χαμηλών τριβών, επί της οποίας μπορεί να κινείται το αμαξίδιο με ελάχιστες τριβές (πάνω στην τροχιά βρίσκεται προσαρμοσμένη μετροταινία)

Ρυθμίσεις λογισμικού

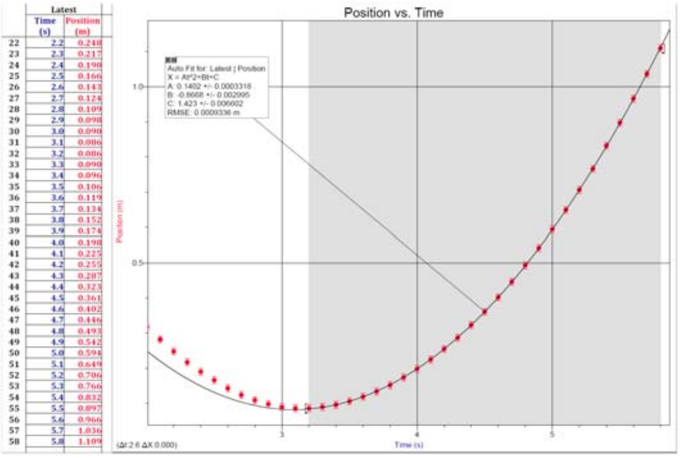
1. Χρησιμοποιήσετε την διάταξη του Σχ. 1 με την επίπεδη τροχιά χαμηλών τριβών. Η μετροταινία της τροχιάς μάς παρέχει την δυνατότητα ταυτόχρονης ανάγνωσης – ελέγχου των μετρήσεων που μάς δίνει ο αισθητήρας θέσης
2. Τοποθετήστε το αμαξίδιο σε απόσταση d από τον αισθητήρα, μεγαλύτερη του 1.5 m. Η κλίση της τροχιάς (γωνία φ) προσδιορίζεται και με την μέτρηση του ΒΓ (πρόσθετο ύψος)



Σχήμα 1: Πειραματική διάταξη για την μέτρηση του g σε κεκλιμένο επίπεδο με αισθητήρα θέσης και υπολογιστή.

3. Το Logger Pro παρέχει την δυνατότητα καταγραφής των δεδομένων σε πίνακα, που θα απεικονιστεί στην οθόνη. Τον πίνακα αυτόν στο τέλος της ασκήσεως θα τον εκτυπώσετε και θα τον χρησιμοποιήσετε για την επεξεργασία των δεδομένων σας στο σπίτι
4. Ενεργοποιήστε το Logger Pro και ανοίξτε το αρχείο **a4_2_motion_s-t.cmbl**

5. Ελέγξτε ότι η λήψη των μετρήσεων (Data-Collection) θα λάβει χώρα για χρονικό διάστημα (Length) 8s, με δειγματοληψία (Sampling Rate) 20 δείγματα/s, συνολικώς 161 μετρήσεις
6. Λάβετε μία σειρά μετρήσεων πατώντας (απλό κλικ) το **Collect**. Η λήψη των μετρήσεων σταματά αυτομάτως στο προκαθορισμένο χρονικό διάστημα, δηλαδή 8s μετά την έναρξη της διαδικασίας
7. Κατά τη διάρκεια λήψης των μετρήσεων **παρέχουμε μια αρχική ώθηση στο αμαξίδιο** προς την κατεύθυνση του αισθητήρα. Το αμαξίδιο επιβραδυνόμενο, σταματά σε κάποια απόσταση πριν τον αισθητήρα και αρχίζει αντίστροφα την επιταχυνόμενη κίνησή του, καθώς απομακρύνεται απ' αυτόν. **Βεβαιωθείτε ότι κατά τη διάρκεια του πειράματος έχετε καταγράψει αρκετά δεδομένα από το επιταχυνόμενο μέρος της κίνησης**, το οποίο και θα χρησιμοποιηθεί για την επεξεργασία των μετρήσεων (Σχήμα 2).



Σχήμα 2: Καταγραφείσες πειραματικές τιμές της απόστασης αμαξιδίου-αισθητήρα συναρτήσει του χρόνου. Η προσαρμοσμένη καμπύλη στα δεδομένα του επιταχυνόμενου μέρους της κίνησης είναι πολυωνυμική δευτέρου βαθμού

8. Καθώς το πείραμα λαμβάνει χώρα παρατηρήστε ότι στην οθόνη συμπληρώνονται αυτόματα οι στήλες των μετρήσεων και χαράσσεται η γραφική παράσταση απόστασης-χρόνου
9. Για την απεικόνιση του γραφήματος σε όλη την διαθέσιμη επιφάνεια, ενεργοποιήστε την αυτόματη κλιμάκωση (Autoscale)
10. Επιλέξτε την παραβολή Α (μείωση της απόστασης) στο γράφημα και εφαρμόσετε προσαρμογή καμπύλης (Curve Fit > Quadratic > Try Fit > OK). Παρατηρήστε την ασυμμετρία των δεδομένων γύρω από το ελάχιστο σημείο (μηδενικής ταχύτητας) και δώστε μια ποιοτική εξήγηση του φαινομένου
11. Εκτυπώσετε τις μετρήσεις (περιοχή ενδιαφέροντος), επιλέγοντας από την εργαλειοθήκη (toolbar) το εικονίδιο με τον εκτυπωτή
12. Εκτιμήστε από τον τετραγωνικό συντελεστή της καμπύλης προσαρμογής την επιτάχυνση του αμαξιδίου και κατ' επέκταση, από τη γνωστή κλίση του κεκλιμένου επιπέδου, την επιτάχυνση της βαρύτητας
13. Τα πειραματικά δεδομένα του Σχ.2 έχουν ληφθεί με κεκλιμένο επίπεδο κλίσης sinφ=h/(AB) =5/160=0.03125. Αν δεχθούμε ότι ο τετραγωνικός όρος της καμπύλης προσαρμογής $S(t) = At^2 + Bt + C$ είναι ίσος με $\frac{g_x t^2}{2}$, τότε: $At^2 = \frac{g_x t^2}{2} \Rightarrow g_x = 2A \Rightarrow g \cdot \sin\phi = 2\mathrm{A} \Rightarrow g = \frac{2A}{\sin\phi}$ (παρόμοια με την δεύτερη μέθοδο ανάλυσης δεδομένων που περιγράφεται στη συνέχεια), οπότε η κεντρική τιμή για το g που προκύπτει από την καμπύλη προσαρμογής είναι $g = \frac{2 \times 0.1402}{0.03125} = 8.973$ m/s^2, ενώ το σφάλμα $\delta g = \frac{2 \cdot \delta A}{\sin\phi} = \frac{2 \times 0.000332}{0.03125} = 0.021$ m/s^2, (χωρίς να λάβουμε υπόψη την αβεβαιότητα στην κλίση του επιπέδου φ). Έτσι, μόνο μέσω της προσαρμογής (fit) στα πειραματικά δεδομένα μιας δευτεροβάθμιας καμπύλης, η προσδιοριζόμενη τιμή για το g είναι: g ± δg = (8.973 ± 0.021) m/s^2

14. Η μετρούμενη αυτή τιμή είναι μικρότερη της πραγματικής εξαιτίας των τριβών. Μεγαλύτερη κλίση στο κεκλιμένο επίπεδο δίνει συστηματικά μικρότερες αποκλίσεις από την θεωρητική τιμή.

Ανάλυση δεδομένων

Για μια απλουστευμένη επεξεργασία των μετρήσεων χρειάζεται να καταχωρηθούν περίπου **10 μετρήσεις** (όχι κατ' ανάγκην χρονικά ισαπέχουσες) που καταγράφηκαν στο πείραμα σε έναν νέο πίνακα, έτσι ώστε οι τιμές των t και S να εκφράζουν τον πραγματικό χρόνο και την απόσταση στο επίπεδο από την **στιγμή της εκκίνησης της επιταχυνόμενης κίνησης.** Για να γίνει αυτό, χρειάζεται να προσδιορισθούν οι αρχικές τιμές χρόνου (t_0) και απόστασης (S_0) από τα δεδομένα και να αφαιρεθούν κατάλληλα από τις επιλεγμένες τιμές.

Δεδομένα Logger Pro

…	…	…
30	3.0	0.090
31	3.1	0.086
32	3.2	0.086
33	3.3	0.090
34	3.4	0.096
35	3.5	0.106
36	3.6	0.119
37	3.7	0.134
38	3.8	0.152
39	3.9	0.174

40	4.0	0.198
41	4.1	0.225
42	4.2	0.255
43	4.3	0.287
44	4.4	0.323
45	4.5	0.361
46	4.6	0.402
47	4.7	0.446
48	4.8	0.493
49	4.9	0.542

50	5.0	0.594
51	5.1	0.649
52	5.2	0.706
53	5.3	0.766
54	5.4	0.832
55	5.5	0.897
56	5.6	0.966
57	5.7	1.036
58	5.8	1.109
…	…	…

Πίνακας 1.

N	t [s]	S [m]
1	0.20	0.010
2	0.40	0.033
3	0.80	0.112
4	1.20	0.237
5	1.50	0.360
6	1.80	0.508
7	2.00	0.620
8	2.20	0.746
9	2.40	0.880
10	2.60	1.023

Σημείωση: Με μεγαλύτερη ακρίβεια το t_0 μπορεί να προσδιορισθεί από το ελάχιστο της παραβολής της προηγούμενης καμπύλης προσαρμογής (fit) στα δεδομένα: $t_0 = -\frac{B}{2A} = \frac{0.8666}{2\times 0.1402} = 3.09s$. Η προσδιοριζόμενη τιμή από τον πίνακα των δεδομένων, όπως παραπάνω, είναι όμως αρκετή για την περαιτέρω ανάλυση.

Για κάθε μια από τις μετρήσεις (S, t, sinφ) εφαρμόζουμε τον τύπο

$$\boxed{g = \frac{2S}{t^2 \sin\varphi}} \qquad (2)$$

κι έτσι λαμβάνουμε την τιμή του g. Από τα σφάλματα (δS, δt, δ(sinφ)) εξάγεται η τιμή του *δg:*

$$\boxed{\delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial t}\delta t\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial S}\delta S\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \sin\varphi}\delta \sin\varphi\right)^2}} \qquad (3a)$$

ή ισοδύναμα του σχετικού σφάλματος δg/g:

$$\boxed{\frac{\delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\delta S}{S}\right)^2 + \left(2\frac{\delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\delta \sin\phi}{\sin\phi}\right)^2}} \qquad (3b)$$

Με τα προηγούμενα πειραματικά δεδομένα, εκτιμώντας δt=0.05s, δS=0.01m, δsinφ/sinφ=0.04 και δεδομένου ότι sinφ=(ΒΓ)/(ΑΒ)= 5/160=0.03125, παρατίθεται ένα παράδειγμα υπολογισμού του g βασισμένη στη μέθοδο αυτή:

Πίνακας 2.

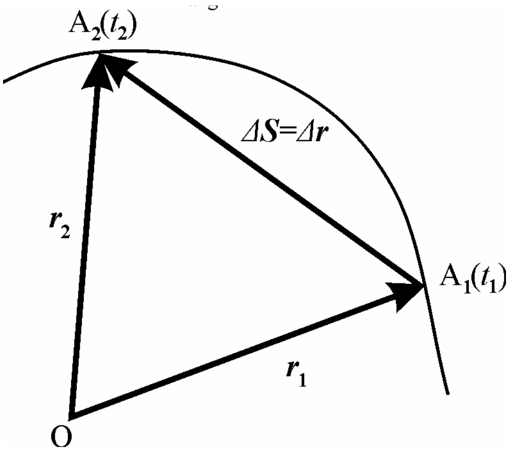
N	t [s]	S [m]	sinφ	δt/t	δS/S	δsinφ/sinφ	δg/g	g ± δg [m/s2]
1	0.20	0.010	0.03125	0.25	1.00	0.04	1.119	16 ± 18
2	0.40	0.033	0.03125	0.13	0.30	0.04	0.395	13 ± 5
3	0.80	0.112	0.03125	0.06	0.09	0.04	0.159	11.2 ± 1.8
4	1.20	0.237	0.03125	0.04	0.04	0.04	0.102	10.5 ± 1.1
5	1.50	0.360	0.03125	0.03	0.03	0.04	0.083	10.2 ± 0.8
6	1.80	0.508	0.03125	0.03	0.02	0.04	0.071	10.0 ± 0.7
7	2.00	0.620	0.03125	0.03	0.02	0.04	0.066	9.9 ± 0.7
8	2.20	0.746	0.03125	0.02	0.01	0.04	0.062	9.9 ± 0.6
9	2.40	0.880	0.03125	0.02	0.01	0.04	0.059	9.8 ± 0.6
10	2.60	1.023	0.03125	0.02	0.01	0.04	0.056	9.7 ± 0.5

Όπως φαίνεται από τις μετρήσεις, σημεία που βρίσκονται χρονικά πλησίον του σημείου εκκίνησης έχουν πολύ μεγάλο σχετικό σφάλμα. Κατά συνέπεια ο προσδιορισμός της τιμής του g απ' αυτά είναι επισφαλής.

Περί μέσης και στιγμιαίας ταχύτητας

Έστω σωματίδιο που κινείται επί τροχιάς, όπως φαίνεται στο Σχ.3. Στο χρονικό διάστημα $\Delta t=t_2-t_1$ μετακινείται από την θέση A_1 στην θέση A_2.

Το διάνυσμα $\Delta\vec{S}$ μάς υποδεικνύει την μετατόπιση του σωματιδίου. Τότε η μέση ταχύτητα ορίζεται από τον τύπο:



Σχήμα 3.

$$\vec{v}_{avg}=\frac{\Delta\vec{S}}{\Delta t}$$

Ας χρησιμοποιήσουμε τώρα το διάνυσμα θέσης $\vec{r}(t)$ ενός σωματιδίου. Τότε η μετατόπισή το στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$, όπως φαίνεται και από το Σχ. 2 θα είναι:

$$\Delta\vec{S}=\Delta\vec{r}=\vec{r}(t_2)-\vec{r}(t_1)=\vec{r}_2-\vec{r}_1$$

Επομένως η μέση ταχύτητα θα δίνεται από την σχέση:

$$\vec{v}_{avg}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad (7)$$

Όταν τώρα το Δt τείνει στο μηδέν, ο λόγος της σχέσης (7) έχει όριο που ονομάζεται στιγμιαία ταχύτητα ή απλά ταχύτητα του σωματιδίου.

Επομένως η ταχύτητα του αντικειμένου σε κάποια χρονική στιγμή ορίζεται από την σχέση:

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}(\Delta\vec{r}/\Delta t)=d\vec{r}\,/\,dt \quad (8)$$

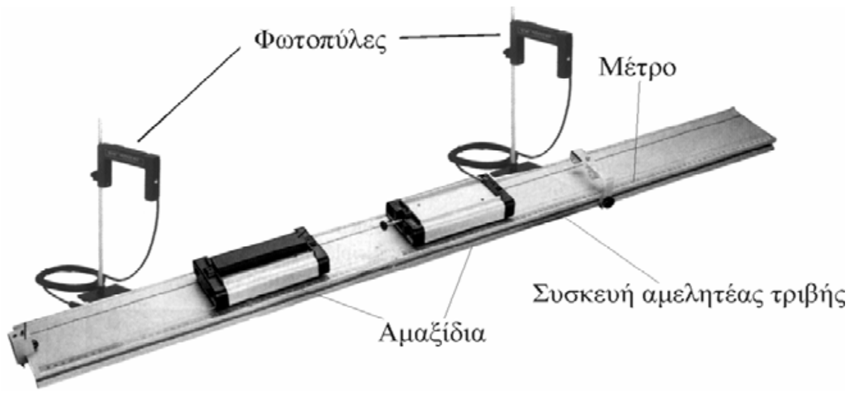
Στην περίπτωση που θα μελετήσετε, εξετάζεται ομαλώς μεταβαλλόμενη ευθύγραμμη κίνηση. Στο πείραμα θα προσπαθήσετε να μετρήσετε την ταχύτητα του αμαξιδίου στο σημείο x_1 ελαττώνοντας διαδοχικά το διάστημα ΔS, δηλαδή κατ' ουσία το αντίστοιχο χρονικό διάστημα Δt. Στη συνέχεια θα επαληθεύσετε τα αποτελέσματά σας τόσο πειραματικά, όσο και θεωρητικά.

Πειραματική διάταξη

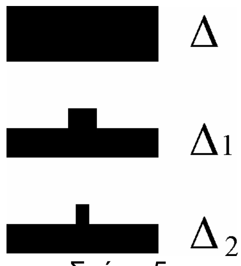
Χρησιμοποιούμε την συσκευή αμελητέας τριβής, η οποία αποτελείται από έναν διάδρομο, πάνω στον οποίο μπορούν να κινούνται, πρακτικά χωρίς τριβές, ειδικά κατασκευασμένα αμαξίδια. Αυτό προσφέρει την ευκαιρία να μελετήσει κανείς πολλά κινηματικά και δυναμικά μεγέθη. Χρησιμοποιώντας τις φωτοπύλες και το σύστημα μέτρησης, μπορούμε να έχουμε όλα τα αναγκαία για τους υπολογισμούς μας στοιχεία.

Στην τροχιά υπάρχει τοποθετημένη μετροταινία, με την οποία μετρούμε τις αποστάσεις. Η συσκευή με την βοήθεια δύο στηριγμάτων είναι τοποθετημένη σε έδρα (Σχ.4). Το ένα στήριγμα παραμένει σταθερό, ενώ το άλλο με την βοήθεια ειδικών μπλοκ μετάλλου μπορεί να ανεβάσει το άκρο της συσκευής αμελητέας τριβής σε επιθυμητό μετρήσιμο ύψος.

Επάνω στην συσκευή τοποθετείται το αμαξίδιο, στο οποίο υπάρχει το αντίστοιχο διάφραγμα. Τα διαφράγματα έχουν διαφορετικά μήκη (Σχ.5). Τέλος, επάνω από την συσκευή τοποθετούνται οι φωτοπύλες, οι οποίες αποτελούν συστατικό μέρος του συστήματος αυτόματης μέτρησης.



Σχήμα 4.



Σχήμα 5.

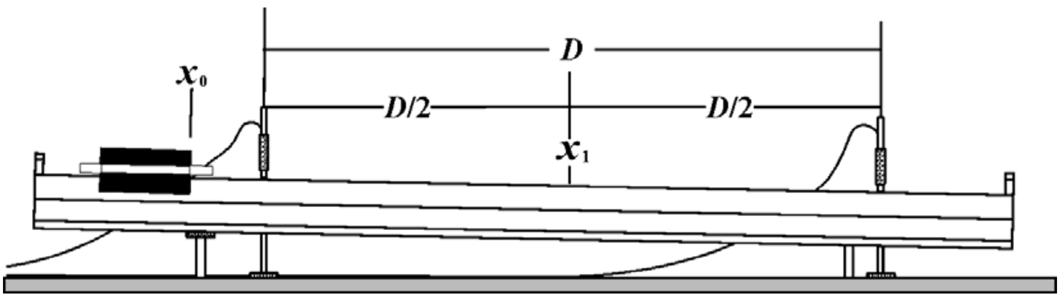
Το σύστημα μετρήσεων αποτελείται από υπολογιστή με λογισμικό Logger Pro, διεπαφή και δύο φωτοπύλες (photo gates). Η φωτοπύλη αποτελείται από ένα LED που εκπέμπει υπέρυθρο φως και κατάλληλη φωτοδίοδο απέναντι ακριβώς από την δέσμη φωτός, χρησιμεύει δε στον προσδιορισμό του χρόνου που ένα αδιαφανές αντικείμενο αποκόπτει την δέσμη.

Φυσικά, διατίθεται εκτυπωτής, όπου θα καταλήξουν οι υπολογισμοί και οι απεικονίσεις των μετρήσεων.

Πειραματική διαδικασία

Πείραμα 2
Μέτρηση μέσης και στιγμιαίας ταχύτητας

1. Εξοικειωθείτε με την λειτουργία των φωτοπυλών, τον τρόπο μέτρησης του μήκους ενός αμαξιδίου και τον ρόλο όλων των συσκευών και της συνδεσμολογίας τους
2. Ανυψώσετε το αριστερό άκρο της συσκευής αμελητέας τριβής, όπως φαίνεται στο Σχ. 6



Σχήμα 6.

3. Επιλέξετε ένα σημείο x_1 κοντά στο μέσο της συσκευής αμελητέας τριβής και σημειώστε την ακριβή απόσταση από την αρχή της κλίμακας

Μετρήσεις χρόνου διαδρομής μεταξύ δύο φωτοπυλών

4. Τοποθετήσετε τις δύο φωτοπύλες **συμμετρικά** σε ίση απόσταση από το x_1 και σημειώστε την συνολική απόσταση τους, D. Αρχικώς, το D ας καθοριστεί στο 1.20m
5. Τοποθετήσετε το πρώτο διάφραγμα Δ στο αμαξίδιο M_1
6. Διαλέξετε ένα σταθερό σημείο εκκίνησης x_0 για το M_1 κοντά στην αρχή της τροχιάς και σημειώσετε την τιμή αυτή
7. Ενεργοποιήσετε το Logger Pro και ανοίξτε το αρχείο **a4_3_v_average_1.cmbl**
8. Παρατηρήσετε τον πίνακα με στήλη χρόνου όπου καταμετράται ο απαιτούμενος χρόνος, ώστε το άκρο του αμαξιδίου να γράψει την διαδρομή ανάμεσα στις φωτοπύλες
9. Εκκινήσετε την λειτουργία λήψεως μετρήσεων με το πλήκτρο **Collect**
10. Αφήσετε το αμαξίδιο από το σημείο x_0 να κινηθεί. Ο χρόνος που θα καταγραφεί ξεκινά να μετρά από την στιγμή που το διάφραγμα Δ περάσει από την πρώτη φωτοπύλη και θα ολοκληρωθεί την στιγμή της διελεύσεως από την δεύτερη φωτοπύλη
11. Επαναλάβατε το προηγούμενο βήμα ακόμη 4 φορές εκκινώντας από το **ίδιο σημείο $\mathbf{x_0}$**, έχοντας έτσι την πρώτη πεντάδα μετρήσεων
12. Στη συνέχεια μειώσετε κατά 20cm την συνολική απόσταση των δύο φωτοπυλών, μετακινώντας αυτές συμμετρικά (κατά 10cm την κάθε μια) προς το x_1 και επαναλάβετε τα παραπάνω βήματα με πέντε μετρήσεις. Συνεχίσετε μέχρι το D να γίνει 40cm. Τελικώς, μετρήσετε πλησιάζοντας τις δύο φωτοπύλες στην ελάχιστη δυνατή απόσταση (λίγα εκατοστά), συμμετρικά στο x_1
13. Συμπληρώσετε τον επόμενο πίνακα με τις μετρήσεις, σημειώνοντας πρωτίστως την ακρίβεια των οργάνων και την εκτιμώμενη αβεβαιότητα των μετρήσεων
14. Χρησιμοποιώντας το εξωτερικό φύλλο εργασίας Excel, υπολογίσετε για κάθε τιμή του D το $\upsilon_{avg} = D/\Delta t$, τιμές και σφάλματα. Τονίζεται ότι η αβεβαιότητα στην μέτρηση του μήκους παίζει σημαντικό ρόλο ιδιαίτερα στην περίπτωση των μικρών D. Επομένως ξέροντας τα Δt_{avg}, $\delta(\Delta t_{avg})$, D και δD, μπορείτε να υπολογίσετε την μέση ταχύτητα από την σχέση $D/\Delta t_{avg}$ και να βρείτε το σφάλμα της από τον τύπο διάδοσης των σφαλμάτων

Πίνακας 4.

	D(m)	t_1(s)	t_2(s)	t_3(s)	t_4(s)	t_5(s)
1	1,20					
2	1,00					
3	0,80					
4	0,60					
5	0,40					
6	0,06					

15. Σχεδιάσετε την γραφική παράσταση $\upsilon_{avg} = \upsilon_{avg}(D)$ με τα σφάλματα
16. Σχολιάσετε την τιμή της μέσης ταχύτητας στο σημείο x_1 καθώς το διάστημα D γίνεται ελάχιστο. Ποια από τις τιμές της υ_{avg} πιστεύετε ότι αποδίδει την καλύτερη προσέγγιση της στιγμιαίας ταχύτητας του αμαξιδίου, καθώς περνά από το σημείο x_1; Τι είναι η τιμή υ_{avg} για t=0 από την γραφική παράσταση;

Μετρήσεις χρόνου διέλευσης από μία φωτοπύλη

17. Μετρήσετε το πλάτος των διαφραγμάτων Δ_1 και Δ_2
18. Τοποθετήσετε μόνο την μία φωτοπύλη (την Α) ακριβώς πάνω από το σημείο x_1. Τοποθετήστε στο αμαξίδιο το διάφραγμα Δ_1
19. Κλείσετε το Logger Pro χωρίς αποθήκευση, επανενεργοποιήστε το και ανοίξτε το αρχείο **a1_3_v_average_2.cmbl**
20. Παρατηρήσετε τον πίνακα με στήλη χρόνου, όπου καταμετράται ο χρόνος, κατά τον οποίο η δέσμη στην μοναδική φωτοπύλη διακόπτεται από το διάφραγμα
21. Μετρήσετε πέντε φορές το χρόνο διέλευσης του διαφράγματος στο σημείο x_1
22. Υπολογίσετε την ταχύτητα και συγκρίνετέ την με την στιγμιαία ταχύτητα που εκτιμήσατε στην προηγούμενη διάταξη. Σχόλια και συμπερασμοί;
23. Επαναλάβετε την διαδικασία μίας φωτοπύλης με χρησιμοποιώντας το διάφραγμα Δ_2
24. Συμπληρώσετε τον επόμενο πίνακα με τις μετρήσεις για τα δύο διαφράγματα

Πίνακας 5.

διάφραγμα	D(m)	t_1(s)	t_2(s)	t_3(s)	t_4(s)	t_5(s)
1						
2						

25. Χρησιμοποιώντας τις μετρήσεις σας (x_0, x_1 κλπ.) σχεδιάσετε την θεωρητική καμπύλη $\upsilon_{avg}=\upsilon_{avg}(D)$ στο ίδιο γράφημα με την πειραματική και σχολιάστε τα αποτελέσματα

Ερωτήσεις

Πείραμα 1

1. Η επιτάχυνση του αμαξιδίου χωρίς τριβές στο κεκλιμένο επίπεδο δίδεται από την σχέση $g = \dfrac{2S}{t^2 \quad \sin\phi}$. Αν στις μετρήσεις είναι $\dfrac{\delta S}{S} = 1\%$, $\dfrac{\delta t}{t} = 5\%$, $\dfrac{\delta(\sin\phi)}{\sin\phi} = 2\%$ ποια είναι η εκτίμησή σας για το σχετικό σφάλμα στον προσδιορισμό του g; Ποιο σχετικό σφάλμα κυριαρχεί και γιατί;
2. Πηγή συστηματικού σφάλματος στις μετρήσεις της επιτάχυνσης της βαρύτητας που πραγματοποιήσατε στα πιο πάνω πειράματα είναι οι τριβές που παρουσιάζουν (αναπόφευκτα) οι τροχοί του αμαξιδίου.
3. Μπορείτε να προβλέψετε τη συστηματική επίδραση των τριβών στην μέτρηση του g; Αναμένεται μικρότερη ή μεγαλύτερη τιμή αυτού;

Πείραμα 2

1. Στον προσδιορισμό της στιγμιαίας ταχύτητας ποιος από τους παρακάτω παράγοντες επηρεάζουν την ακρίβεια στη μέτρηση: Η ακρίβεια του χρονομέτρου, το χρονομετρούμενο αντικείμενο ή το είδος της κίνησης;
2. Πόσο θα επηρεάζονταν οι μετρήσεις αν το διάφραγμα L γινόταν πολύ μικρότερο και σε ποια κατεύθυνση;

Βιβλιογραφία

Πείραμα 1

1. «Εισαγωγή στη Θεωρία Σφαλμάτων», Εργαστήριο Φυσικής, Τμήμα Φυσικής, Πανεπιστήμιο Αθηνών
2. «Logger Pro», *User's Manual, Version 2.1*, Tufts University and Vernier Company
3. Software & Technology, ISBN 1-929075-10-3
4. «Ανάλυση και Παρουσίαση Πειραματικών Αποτελεσμάτων», από τις *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής, Τόμος I,* Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., ΕΜΠ

Πείραμα 2

1. Alonso-Finn τ. 1 §§ 5.3, 5.4, 5.7, 8.1-8.9
2. H.D.Young τ. 1 §§ 2.1-2.4, 2.6, 6.1-6.4, 7.1-7.2
3. Ohanian τ. 1 §§ 2.1-2.5, 5.1-5.3, 7.1-7.4, 8.1-8.2
4. Serway τ. 1 §§ 3.1 –3.4, 5.2 – 5.7, 7.4 – 7.5, 8.3

Α5. Μελέτη και εξοικείωση με ηλεκτρικά κυκλώματα και οργανολογία

Σκοπός της ασκήσεως

Εξοικείωση στις βασικές έννοιες του ηλεκτρισμού, με την χρήση απλής οργανολογίας.

Νόμος του Ohm

Όταν εφαρμόσουμε μία διαφορά δυναμικού (τάση) V στα άκρα ενός αγωγού (αλλά και ημιαγωγού) θα διαπεράσει τον αγωγό ένα ρεύμα I. Σε αυτήν την περίπτωση, η **αντίσταση R**[(1)] είναι ίση της διαφοράς δυναμικού V στα άκρα της προς το ρεύμα I που την διαρρέει και υπολογίζεται από την σχέση:

R = V / I (Νόμος του Ohm) (1)

Αν μεταβάλουμε την τάση θα μεταβληθεί γενικά και το ρεύμα· η μεταβολή αυτή μπορεί να περιγραφεί από την συνάρτηση **I** = f(V).

Στους αγωγούς και σε μερικά άλλα υλικά και για σταθερές συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσης, η συνάρτηση αυτή είναι γραμμική και το αντίστροφο της κλίσης της (ή η κλίση της συνάρτησης V = f(I)) ονομάζεται *αντίσταση του υλικού* το δε υλικό αυτό χαρακτηρίζεται ως *ωμικό υλικό*. Σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να γράψουμε ότι το ρεύμα το οποίο διαρρέει την αντίσταση1 υπολογίζεται από την σχέση I = V / R.

Αν η συνάρτηση δεν είναι γραμμική (π.χ. στους ημιαγωγούς), το υλικό χαρακτηρίζεται ως *μη ωμικό*.

Σε κάθε περίπτωση η αντίσταση εξαρτάται από την θερμοκρασία του υλικού· αν θερμάνουμε μία ωμική αντίσταση, η οποία αρχικά διαρρέεται από ρεύμα I = V / R, όπου V η (σταθερή) διαφορά δυναμικού που εφαρμόζεται στα άκρα της και R η αντίσταση σε θερμοκρασία αναφοράς, θα παρατηρήσουμε μία ελάττωση (συνήθως) του ρεύματος που εξηγείται με μία αύξηση της αντίστασης. Αυτό ισχύει στους περισσότερους αγωγούς και χαρακτηριστικό παράδειγμα έχουμε στην λυχνία πυρακτώσεως, όπου, παρόλο το νήμα της λυχνίας είναι από αγωγό, η συνάρτηση I = f(V) δεν είναι γραμμική, διότι με την μεταβολή του ρεύματος, μεταβάλλεται η θερμοκρασία του νήματος (μέχρι και που φωτοβολεί) και αυξάνει η αντίστασή του.

Σύνθεση αντιστάσεων

Συνήθως στα ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά κυκλώματα εμφανίζονται αντιστάσεις σε συνδυασμό. Μελετώντας τις αντιστάσεις καταλλήλων συνδυασμών μπορούμε να αντικαταστήσουμε δύο ή και περισσότερες αντιστάσεις με την αντίστοιχη ισοδύναμή της, δηλαδή με μία αντίσταση της οποίας η επίδραση στο κύκλωμα θα είναι ίση με την επίδραση των αντιστάσεων τις οποίες αντικαθιστούμε.

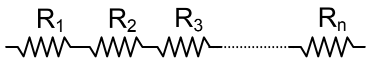
Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

---

1 Με τον όρο αντίσταση περιγράφουμε δύο έννοιες: **[i]** Το φαινόμενο της αντίστασης διέλευσης ρεύματος μέσα από ένα υλικό όταν εφαρμόσουμε στα άκρα του μία διαφορά δυναμικού V. **[ii]** Το υλικό (ή την ιδιότητα του υλικού) το οποίο παρεμβάλλεται σε ένα κύκλωμα και που ρυθμίζει το διερχόμενο ρεύμα I όταν εφαρμόσουμε στα άκρα του μία διαφορά δυναμικού V

Αντιστάσεις σε σειρά

Αν έχουμε τις αντιστάσεις R_1, R_2, …R_n συνδεδεμένες σε σειρά, όπως στο σχήμα,

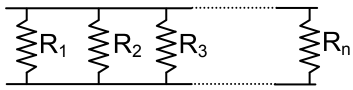


η ισοδύναμη αντίσταση R ισούται με το άθροισμα των αντιστάσεων R_i, i=1, 2,..,n.

$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n = \sum_1^n R_i \qquad (2)$$

Αντιστάσεις παράλληλες

Αν έχουμε τις αντιστάσεις R_1, R_2, …R_n συνδεδεμένες παράλληλα η μία με την άλλη, όπως στο σχήμα,



το αντίστροφο της ισοδύναμης αντίστασης R ισούται με το άθροισμα των αντιστρόφων των αντιστάσεων R_i, i=1, 2,..,n.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} = \sum_1^n \frac{1}{R_i} \qquad (3)$$

Σε ένα πολύπλοκο συνδυασμό αντιστάσεων, επαναλαμβάνουμε αυτές τις διαδικασίες, εφόσον μπορούμε, έως ότου καταλήξουμε σε ένα απλό συνδυασμό ή μία αντίσταση.

Κανόνες του Kirchhoff

Αν έχουμε κύκλωμα το οποίο αποτελείται από συνδυασμό αντιστάσεων, πηγών και πυκνωτών, αφού καθορίσουμε κατ' αρχήν (αυθαίρετα) την φορά των ρευμάτων στο κύκλωμα, μπορούμε να υπολογίσουμε τα ρεύματα ή άλλα στοιχεία του κυκλώματος ακολουθώντας τους δύο **Κανόνες του Kirchhoff**:

- Ο κανόνας των κόμβων[2], στηρίζεται στον νόμο διατήρησης του φορτίου· το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων σε ένα κόμβο, θεωρώντας θετικά τα ρεύματα με φορά προς τον κόμβο και αρνητικά τα ρεύματα με φορά από τον κόμβο, ισούται με μηδέν.
- Ο κανόνας των βρόχων[3], στηρίζεται στον νόμο διατήρησης της ενέργειας· το συνολικό αλγεβρικό άθροισμα της διαφοράς δυναμικού στα άκρα των στοιχείων, τα οποία βρίσκονται σε ένα κλειστό βρόχο ισούται με μηδέν, θεωρώντας ότι αν κατά την φορά διαδρομής του βρόχου:
- έχουμε αντίσταση R, η οποία διαρρέεται με ρεύμα I με φορά, την φορά της διαδρομής, η διαφορά δυναμικού στα άκρα της αντίστασης ισούται με –IR
- έχουμε αντίσταση R, η οποία διαρρέεται με ρεύμα I με φορά, αντίθετη με την φορά της διαδρομής, η διαφορά δυναμικού στα άκρα της αντίστασης ισούται με +IR
- έχουμε πηγή τάσης E (ή φορτισμένο πυκνωτή με τάση V στα άκρα του), έτσι ώστε κατά της φορά της διαδρομής περνάμε από τον αρνητικό στο θετικό άκρο του στοιχείου, η διαφορά δυναμικού στα άκρα του στοιχείου ισούται με +E (+V)

---

2 Κόμβος θεωρείται οποιοδήποτε σημείο του κυκλώματος στο οποίο ενώνονται τρεις ή παραπάνω αγωγοί ή στοιχεία του κυκλώματος.

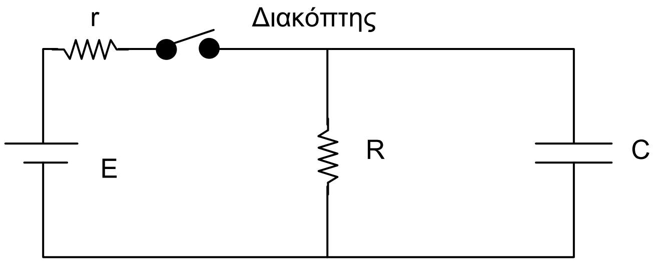
3 Βρόχος θεωρείται οποιαδήποτε κλειστή σειρά στοιχείων κυκλώματος (πηγές, αντιστάσεις κλπ).

- έχουμε πηγή τάσης Ε (ή φορτισμένο πυκνωτή με τάση V στα άκρα του), έτσι ώστε κατά της φορά της διαδρομής περνάμε από το θετικό στο αρνητικό άκρο του στοιχείου, η διαφορά δυναμικού στα άκρα του στοιχείου ισούται με -Ε (-V)

Εξετάζοντας όλους τους βρόχους και κόμβους του κυκλώματος καταλήγουμε σε σύστημα εξισώσεων με τα αθροίσματα των ρευμάτων στους κόμβους και τα αθροίσματα των διαφορών δυναμικού στους βρόχους. Η λύση του συστήματος αυτού μας δίνει συνήθως τα ρεύματα με την φορά τους. Μάλιστα, αν από τους υπολογισμούς αυτούς προκύψει ένα αρνητικό ρεύμα, σημαίνει απλά, ότι, η κατ' αρχήν φορά του ρεύματος την οποία θεωρήσαμε στην αρχή της μελέτης, είναι η αντίθετη της πραγματικής.

Εκφόρτιση ενός πυκνωτή μέσω μιας αντίστασης

Ας θεωρήσουμε ότι έχουμε το κύκλωμα RC του σχήματος. Κλείνοντας τον διακόπτη φορτίζουμε τον πυκνωτή μέσω της αντίστασης r (η αντίσταση r είναι αρκούντως μικρή ώστε να φορτιστεί ο πυκνωτής "ακαριαία", αλλά αρκετά μεγάλη ώστε να μπορεί να δώσει το τροφοδοτικό το απαιτούμενο ρεύμα). Ο πυκνωτής θα φορτιστεί τελικά με φορτίο Q και θα έχει στα άκρα του σταθερή διαφορά δυναμικού V_0.



Ακολούθως ανοίγουμε τον διακόπτη. Το άνοιγμα του διακόπτη απομονώνει το κύκλωμα RC από το τροφοδοτικό. Τότε ο πυκνωτής θα αρχίσει να εκφορτίζεται μέσω της αντίστασης R. Την στιγμή που ανοίγουμε τον διακόπτη, το ρεύμα το οποίο διαρρέει το κύκλωμα θα ισούται με:

$I_o = V_0 / R$. Βεβαίως το ρεύμα δεν παραμένει σταθερό αλλά ελαττώνεται αφού με την ελάττωση του φορτίου του πυκνωτή θα ελαττωθεί και η τάση V στα άκρα του.

Αν εφαρμόσουμε τον νόμο Kirchhoff στον βρόχο RC για μία τυχαία στιγμή t, θα έχουμε: $V = I \cdot R$.

Το V θα ισούται με $V = q / C$ όπου q το φορτίο στα άκρα του πυκνωτή αυτή την στιγμή, το δε ρεύμα θα ισούται με $I = -dq / dt$ (το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι το q ελαττώνεται). Η τελευταία σχέση γράφεται:

$$I = -C \cdot dV/dt \qquad (4)$$

Από τις αυτές σχέσεις προκύπτει:

$$V = -C \cdot \frac{dV}{dt} \cdot R \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot dt \Rightarrow \int_{V_o}^{V} \frac{dV}{V} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot \int_0^t dt \Rightarrow \ln \frac{V}{V_o} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot t$$

όπου V_0 η αρχική τάση στα άκρα του πυκνωτή, την στιγμή που ανοίγουμε τον διακόπτη (t = 0s), και V η τάση στα άκρα του πυκνωτή μετά από τον χρόνο t. Τελικά θα έχομε:

$$V = V_o \cdot e^{-t/RC} \qquad (5)$$

Ο χρόνος $\tau \equiv R \cdot C$ ονομάζεται **σταθερά χρόνου του κυκλώματος RC** και ισούται με τον χρόνο που απαιτείται ώστε η τιμή της τάσεως στα άκρα του πυκνωτή C καθώς αυτός εκφορτίζεται μέσω της αντίστασης R, γίνει ίση με το 1/e ή 36.8% περίπου της αρχικής τιμής της τάσης V_0.

Εδώ πρέπει να παρατηρήσουμε ότι αυτή η σχέση αυτή ισχύει ακόμα και αν αρχίσουμε τις μετρήσεις ενώ ο πυκνωτής ήδη εκφορτίζεται. Αρκεί τότε, ότι για t= 0s έχουμε V_0=V', όπου V': η τάση του πυκνωτή για t= 0s.

Από την τελευταία σχέση και από τις σχέσεις V = I·R και C = q/V, μπορούμε να υπολογίσουμε τις σχέσεις ρεύματος και φορτίου στα άκρα του πυκνωτή, I = f(t) και q = f(t), κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή:

$$I = I_o \cdot e^{-t/RC} \quad \text{και} \quad q = q_o \cdot e^{-t/RC} \qquad (6)$$

όπου I_o και q_o οι τιμές ρεύματος και φορτίου στα άκρα του πυκνωτή αντιστοίχως όταν t = 0s.

Πειραματικό μέρος

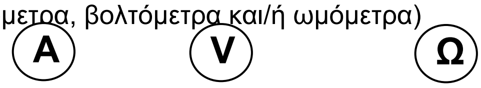
Εξοικειωνόμαστε με την πλακέτα εργασίας και αναγνωρίζουμε τα χρησιμοποιούμενα όργανα:

1 τροφοδοτικό 220V AC→3-12V DC, με επιλογέα τάσεων

1 βάση (πλακέτα) με υποδοχείς καλωδίων και με:
1 Μεταβλητή αντίσταση σύρματος 1000Ω
1 Λυχνία πυρακτώσεως 12V
4 Αντιστάσεις
1 Πυκνωτής

2 Πολύμετρα[4] (για χρήση σαν αμπερόμετρα, βολτόμετρα και/ή ωμόμετρα)

Καλώδια σύνδεσης



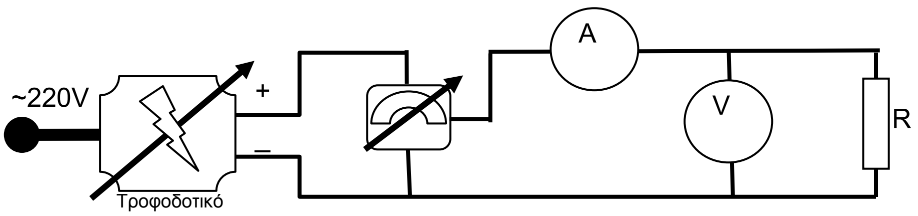
Γενικά ακολουθούμε την πρακτική σύμβαση ότι με κόκκινο ακροδέκτη συμβολίζεται το θετικό άκρο του τροφοδοτικού συνεχούς ρεύματος και με μαύρο το αρνητικό· το κόκκινο άκρο είναι θετικότερο του μαύρου.

Πείραμα 1
Επαλήθευση νόμου του Ohm σε ωμική αντίσταση

1. Πραγματοποιούμε την συνδεσμολογία του Σχήματος 1, επιλέγοντας για την αντίσταση R, μία από τις τρεις αντιστάσεις R_1, R_2 ή R_3 της πλακέτας.

2. Ρυθμίζουμε, με τον επιλογέα, το τροφοδοτικό συνεχούς ρεύματος στα 12V.

3. Μεταβάλλοντας με το ποτενσιόμετρο την τάση στα άκρα της αντίστασης R μετρούμε την τάση V και το ρεύμα I από πολύ μικρές τιμές της τάσεως έως την μέγιστη (12V).



Σχήμα 1.

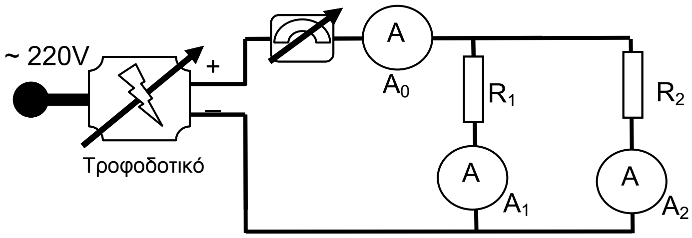
4. Σχεδιάζουμε την καμπύλη I = f(V), την σχολιάζουμε ελέγχοντας αν ισχύει ο νόμος του Ohm.

5. Από την κλίση της I = f(V), (αν είναι εφικτό), υπολογίζουμε την τιμή R της αντίστασης. Μετρούμε, με το πολύμετρο (θέση αντίστασης), την τιμή R' της αντίστασης (εκτός κυκλώματος). Συγκρίνουμε τις δύο τιμές και σχολιάζουμε την διαφορά.

4 Περιγραφή στο τέλος της άσκησης.

Πείραμα 2
Επαλήθευση του κανόνα του Kirchhoff για τα ρεύματα

1. Πραγματοποιούμε το κύκλωμα του Σχήματος 2.
2. Ρυθμίζοντας με τον ροοστάτη το ρεύμα A_0, μετρούμε το ρεύμα A_1 και A_2 για μία τιμή του ρεύματος A_0.

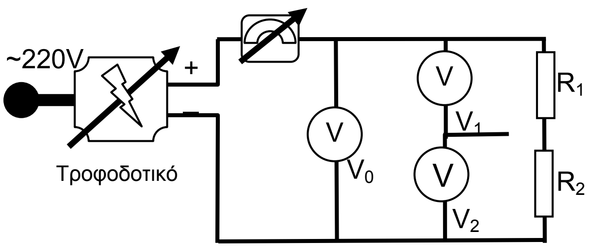


Σχήμα 2.

3. Ελέγχουμε αν ισχύει ο κανόνας του **Kirchoff για τα ρεύματα σε κόμβους** υπολογίζοντας την διαφορά της τιμής του ρεύματος A_0 από το αντίστοιχο άθροισμα A_1 και A_2.
4. Αποσυνδέουμε την τροφοδοσία και τα αμπερόμετρα. Χρησιμοποιώντας το πολύμετρο σαν ωμόμετρο, μετρούμε την σύνθετη αντίσταση των R_1 και R_2, όπως είναι συνδεδεμένες παράλληλα, και κάθε μία αντίσταση ξεχωριστά. Ελέγχουμε αν ισχύει ο τύπος (3).

Πείραμα 3
Επαλήθευση κανόνα του Kirchhoff για τις τάσεις

1. Πραγματοποιούμε το κύκλωμα του σχήματος 3.
2. Ρυθμίζοντας με τον ροοστάτη το ρεύμα, μετρούμε την τάση V_1 για μία τιμή της τάσης V_0.

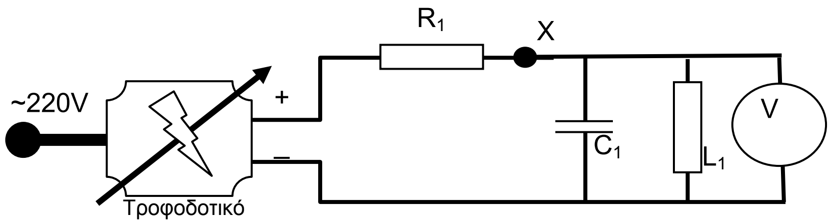


Σχήμα 3.

3. Ελέγχουμε αν ισχύει ο κανόνας του **Kirchoff για τις τάσεις σε βρόχους** υπολογίζοντας την διαφοράς της τάσεως V_0 από το αντίστοιχο άθροισμα V_1 και V_2 και το σφάλμα της.
4. Αποσυνδέουμε την τροφοδοσία και τα βολτόμετρα. Χρησιμοποιώντας το πολύμετρο σαν ωμόμετρο, μετρούμε την σύνθετη αντίσταση των R_1 και R_2, όπως είναι συνδεδεμένες σε σειρά, και κάθε μία αντίσταση ξεχωριστά. Ελέγχουμε αν ισχύει ο τύπος (2).

Πείραμα 4
Εκφόρτιση πυκνωτή

1. Πραγματοποιούμε το κύκλωμα του σχήματος 4, χρησιμοποιώντας για τον συνδυασμό πυκνωτή C και αντίσταση R, τα ζεύγη πυκνωτή αντίσταση C_1 και L_1 ή C_2 και L_2. Φορτίζουμε τον πυκνωτή. Διαβάζουμε την διαφορά δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή (12V περίπου).



Σχήμα 4.

2. Αποσυνδέουμε την τροφοδοσία αφαιρώντας το καλώδιο από τον σύνδεσμο X. Όταν η τάση στα άκρα του πυκνωτή φτάσει περίπου τα 9 V, αρχίζουμε και μετρούμε την τάση στα άκρα του πυκνωτή συναρτήσει του χρόνου, t, ανά 30s και για περίπου 10 min.
3. Σχεδιάζουμε τις καμπύλες $V = f(t)$ και $\ln(V/V_0) = f(t)$, όπου V_0 η διαφορά δυναμικού στα ά-κρα του πυκνωτή για $t = 0$ s. Από την δεύτερη καμπύλη υπολογίζουμε την σταθερά χρόνου τ του συστήματος πυκνωτής / αντίσταση και τελικά την τιμή της αντίστασης R, θεωρώντας ότι η αντίσταση του ψηφιακού πολύμετρου είναι πολύ μεγάλη (συνήθως της τάξεως των 10 MΩ) και δεν λαμβάνεται υπόψη.
4. Υπολογίστε την τάση στα άκρα του πυκνωτή και το φορτίο του και το ρεύμα το οποίο θα διαρρέει το κύκλωμα του σε χρόνο ίσο με 2τ μετά την αποσύνδεση.

Ερωτήσεις

1. Αποδείξτε τους δύο τύπους της σύνθεσης αντιστάσεων.
2. Προσδιορίστε και αποδείξτε τις εξισώσεις $I=f(t)$, $q=f(t)$ και $V=f(t)$ σε ένα κύκλωμα φόρτισης του πυκνωτή C μέσω αντίστασης R και υπολογίστε τον λόγο V/V_0 την χρονική στιγμή $t = τ$, όπου $τ = R \cdot C$ και V_0 η τελική διαφορά δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή όταν αυτός φορτι-στεί πλήρως.
3. Στη σχέση που μάς αποδίδει την σταθερά χρόνου τ, αντικαθιστώντας τις μονάδες αντίστα-σης (Ω) και πυκνωτή (F), δείξτε ότι οι μονάδες του τ είναι σε s.

Βιβλιογραφία

- Serway, Alonso-Finn: Νόμος του Ohm, νόμος του Kirchoff, φόρτιση και εκφόρτιση πυκνωτή
- Από τα αντίστοιχα βιβλία Φυσικής του Λυκείου
- Από το Διαδίκτυο

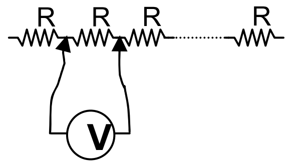
Το πολύμετρο

Το πολύμετρο είναι ένα όργανο το οποίο χρησιμοποιείται σε ηλεκτρικές μετρήσεις· κυρίως μετρούμε την τάση, το ρεύμα και την αντίσταση αλλά επίσης, ανάλογα με το συγκεκριμένο όργανο, μπορούμε να μετρήσουμε χωρητικότητες, συχνότητες κλπ.

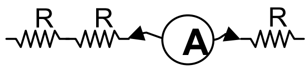
Τα τωρινά πολύμετρα είναι συνήθως ηλεκτρονικά (ψηφιακά) και φορητά όργανα και λειτουργούν με μπαταρία. Έχουν τρεις ή τέσσερες ακροδέκτες, οι οποίοι συνδέονται ανά δύο όπως απαιτεί η συγκεκριμένη μέτρηση, ενώ το μέγεθος το οποίο μετρούμε (Volt, Ampere κλπ) και το εύρος της μέτρησης (συνήθως έως 2, 20, 200 κλπ) επιλέγεται με κατάλληλο συνδυασμό πλήκτρων ή περιστροφικού επιλογέα. Σαν βολτόμετρα, η εσωτερική αντίσταση τους είναι πολύ μεγάλη, της τάξεως των 10-20MΩ.

Στο Εργαστήριο Φυσικής τα χρησιμοποιούμε αντί για απλά βολτόμετρα και αμπερόμετρα, επιλέγοντας καταλλήλως τον τύπο λειτουργίας τους, το κατάλληλο ζεύγος ακροδεκτών και το εύρος της μέτρησης με τον επιλογέα. Η συνδεσμολογία γενικά για το βολτόμετρο ή το αμπερόμετρο είναι:

4. Το βολτόμετρο, συνδέεται στα (δύο) σημεία του ηλεκτρικού κυκλώματος στα οποία θέλουμε να μετρήσουμε την διαφορά δυναμικού. Καταχρηστικά χρησιμοποιούμε την έκφραση "συνδέεται παράλληλα".



5. Το αμπερόμετρο, παρεμβάλλεται στο σημείο του ηλεκτρικού κυκλώματος όπου θέλουμε να μετρήσουμε την τιμή του ρεύματος το οποίο διαρρέει εκείνο το σημείο. Καταχρηστικά χρησιμοποιούμε την έκφραση "συνδέεται σε σειρά".



Όταν πραγματοποιείτε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα πρώτα να τοποθετείτε τα «εν σειρά» στοιχεία του μέχρι να «κλείσει» το κύκλωμα και μετά να τοποθετείστε τα παράλληλα στοιχεία του (αν υπάρχουν).

Στην φωτογραφία φαίνεται ένα τυπικό απλό πολύμετρο. Τα παρακάτω αναφέρονται ειδικά σε αυτό το πολύμετρο, αλλά γενικά ισχύουν, με μικρές παραλλαγές, για όλα τα πολύμετρα.

Κάτω δεξιά φαίνονται οι τρεις ακροδέκτες αυτού του πολύμετρου. Ο ακροδέκτης COM είναι ο κοινός ακροδέκτης, ο οποίος είναι πάντα συνδεδεμένος. Ο δεύτερος ακροδέκτης, ακριβώς από πάνω με την ένδειξη VΩmA χρησιμοποιείται (σε αυτό το πολύμετρο) μαζί με τον ακροδέκτη COM για την μέτρηση τάσεων, αντιστάσεων και μικρού σχετικά ρεύματος σε mA, ενώ ο τρίτος ακροδέκτης με την ένδειξη 10ADC (σε άλλα πολύμετρα 20ADC) χρησιμοποιείται μαζί με τον ακροδέκτη COM μόνο για την μέτρηση μεγάλου ρεύματος έως 10A (20A).

Ο περιστροφικός επιλογέας, ο οποίος λειτουργεί και σαν διακόπτης, επιλέγει τον τύπο μέτρησης (DC: συνεχής, AC: εναλλασσόμενη)· συνεχής τάση-πάνω αριστερά, εναλλασσόμενη τάση-πάνω δεξιά, συνεχές ρεύμα-δεξιά, αντίσταση-κάτω αριστερά, ενώ σε κάθε περιοχή επιλέγουμε το εύρος της αντιστοίχου μέτρησης, π.χ. το 2000m στα DCV σημαίνει ότι σε αυτή την θέση μπορούμε να μετρήσουμε συνεχή τάση μέχρι 2000mV (2V), ενώ το 20k στην περιοχή των Ω σημαίνει ότι σε αυτή την θέση μπορούμε να μετρήσουμε μέχρι 20kΩ. Σε αυτό το πολύμετρο διακρίνουμε την περιοχή μέτρησης των 10 A, ενώ η θέση hFE μετρούμε τα χαρακτηριστικά των τρανζίστορ τα οποία για να μετρηθούν τοποθετούνται στις κατάλληλες υποδοχές κάτω αριστερά.

Στα ψηφιακά πολύμετρα η ένδειξη είναι προσημασμένη· είναι θετική αν ο ακροδέκτης VΩmA συνδεθεί σε σημείο το οποίο είναι θετικότερο από το σημείο όπου συνδέεται ο ακροδέκτης COM ενώ είναι αρνητική αν συνδεθούν αντίστροφα, οπότε εμφανίζεται ένα μείον μπροστά από την ένδειξη.

Α6. Μετρήσεις διαστάσεων σωμάτων και μάζας. Υπολογισμοί πυκνότητας, άνωσης και διάδοσης σφαλμάτων

Σκοπός της ασκήσεως

Η εξοικείωση μέτρησης διαστάσεων σωμάτων, χρησιμοποιώντας παχύμετρα, μικρόμετρα με βερνιέρο είναι το πειραματικό αντικείμενο της Άσκησης Α6. Σε συνδυασμό με την μέτρηση μάζας και όγκου των σωμάτων και τον προσδιορισμό των σφαλμάτων σε όλα αυτά, οδηγούμαστε στον υπολογισμό της διάδοσης του σφάλματος της πυκνότητας των σωμάτων. Επίσης, μελετούμε το φαινόμενο της άνωσης σώματος μέσα σε υγρό.

Στοιχεία από την θεωρία σφαλμάτων

Ξεκινώντας από την θεωρία σφαλμάτων, γνωρίζουμε ότι το ολικό σφάλμα (αβεβαιότητα) που συνοδεύει μια σύνθετη μέτρηση προσδιορίζεται μέσω της αντίστοιχης μεθόδου υπολογισμού των συνθέτων σφαλμάτων. Σύμφωνα με όσα ήδη αναφέρθηκαν στις Εισαγωγικές Διαλέξεις, το αναλυτικό Φυλλάδιο της Θεωρίας Σφαλμάτων και με όσα μάθατε και εφαρμόσατε στην Άσκηση Α1 με τον διδάσκοντα, ο υπολογισμός χρησιμοποιεί σαν μαθηματικό εργαλείο τις μερικές παραγώγους.

Για παράδειγμα ας πάρουμε το μέγεθος πυκνότητα ενός στερεού σώματος που δίνεται από την:

$$\rho = \frac{dm}{dV}.$$

Αν το αντικείμενο που μετρούμε είναι σταθερής πυκνότητας ρ, τότε έχουμε:

$$\overline{\rho} = \frac{\overline{m}}{\overline{V}},\ \delta\overline{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\partial\overline{\rho}}{\partial m}\delta\overline{m}\right)^2 + \left(\frac{\partial\overline{\rho}}{\partial V}\delta\overline{V}\right)^2} \qquad (1)$$

Υπολογίζουμε τις μερικές παραγώγους, και τις αντικαθιστούμε στην εξίσωση (1)

$$\Rightarrow \frac{\partial\rho}{\partial m} = \frac{1}{V},\quad \frac{\partial\rho}{\partial V} = -\frac{m}{V^2} \Rightarrow$$

$$\delta\overline{\rho} = \sqrt{\left(\frac{1}{\overline{V}}\delta\overline{m}\right)^2 + \left(-\frac{\overline{m}}{\overline{V}^2}\delta\overline{V}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\delta\overline{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\overline{m}}{\overline{V}}\frac{\delta\overline{m}}{\overline{m}}\right)^2 + \left(-\frac{\overline{m}}{\overline{V}}\frac{\delta\overline{V}}{\overline{V}}\right)^2}$$

Αντικαθιστούμε με το «ρ» τα μεγέθη, το εξάγουμε κοινό παράγοντα και παράγουμε το πηλίκο, δηλαδή το σχετικό σφάλμα δρ/ρ διαιρώντας το:

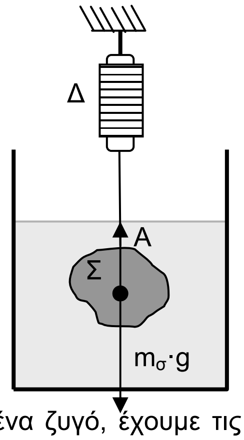
$$\delta\overline{\rho} = \overline{\rho}\sqrt{\left(\frac{\delta\overline{m}}{\overline{m}}\right)^2 + \left(-\frac{\delta\overline{V}}{\overline{V}}\right)^2} \Rightarrow \frac{\delta\overline{\rho}}{\overline{\rho}} = \sqrt{\left(\frac{\delta\overline{m}}{\overline{m}}\right)^2 + \left(\frac{\delta\overline{V}}{\overline{V}}\right)^2} \qquad (2)$$

Προσοχή: τα μεγέθη και τα σφάλματα που υπεισέρχονται στον υπολογισμό του σφάλματος της πυκνότητας (m, δm, V και δV) είναι οι **μέσες** τιμές τους πλέον.

Άνωση: Σε αυτό το πείραμα, προσδιορίζεται η δύναμη της άνωσης από την Αρχή του Αρχιμήδη σε ένα αντικείμενο, το οποίο βυθίζεται μέσα σε ένα υγρό (νερό στο πείραμά μας).

Όταν το σώμα είναι μερικώς ή εξ ολοκλήρου βυθισμένο σε ένα υγρό, τότε το υγρό ασκεί στο σώμα μια δύναμη προς τα πάνω, ίση με το βάρος του νερού που εκτοπίζεται από το σώμα.

Δηλαδή, το σώμα βάρους $W_1=m_1 \cdot g$, βυθισμένο στο υγρό, π.χ. εξ ολοκλήρου, δέχεται μια δύναμη $\mathbf{A=V_υ \cdot r_υ \cdot g}$, όπου $V_υ$: ο όγκος του υγρού που εκτοπίζεται κατά την βύθιση του σώματος και $r_υ$: η πυκνότητα του υγρού.



Επομένως η ένδειξη του δυναμομέτρου αποδίδει το «φαινόμενο βάρος» του σώματος, $Δ=W_1-A$.

Αν αναρτήσουμε σώμα μάζας m και όγκου V από ένα δυναμόμετρο, τότε η ένδειξη αυτού θα ποικίλει αναλόγων των εξής περιπτώσεων:

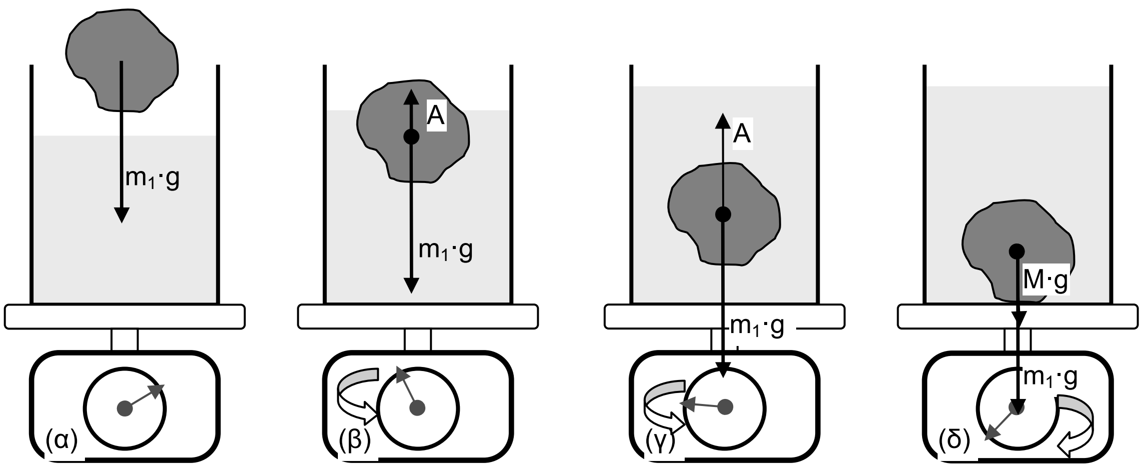
α) όταν το σώμα είναι εκτός υγρού $Δ=W_1=m_1 \cdot g$

β) όταν το σώμα είναι κατά ένα μέρος βυθισμένο στο υγρό $Δ=W_1-V_{βυθ} \cdot ρ_υ \cdot g$

γ) όταν το σώμα είναι εξ ολοκλήρου βυθισμένο στο υγρό $Δ=W_1-V \cdot ρ_υ \cdot g$

δ) όταν το σώμα είναι εξ ολοκλήρου βυθισμένο και στηρίζεται στον πυθμένα $Δ=W_1+W_{σωλ}+W_υ$

Αν αντί να αναρτήσουμε το σώμα στο δυναμόμετρο, χρησιμοποιήσουμε ένα ζυγό, έχουμε τις εξής ζυγίσεις: το σώμα m_1 βρίσκεται (α) εκτός υγρού $Z=M \cdot g$, όπου M είναι η μάζα του δοχείου με το νερό, (β) κατά το ήμισυ βυθισμένο $Z=M \cdot g-½ \cdot V \cdot ρ_υ \cdot g$, (γ) εξ ολοκλήρου βυθισμένο $Z=M \cdot g-V \cdot ρ_υ \cdot g$, (δ) εξ ολοκλήρου βυθισμένο και ακουμπάει στον πυθμένα του δοχείου $Z=M \cdot g+m_1 \cdot g$.



Ανάλυση του πειράματος

Όπως προαναφέραμε η Άσκηση Α6 συνδυάζει την εξοικείωση με τις μετρήσεις διαστάσεων μάζας κλπ. σε μικρά αντικείμενα, αλλά και την εφαρμογή υπολογισμού συνθέτου σφάλματος και εκτίμησης της επί μέρους συνεισφοράς σφάλματος στο συνολικό, ώστε να αναδειχθεί το αδύνατο σημείο της σύνθετης μέτρησης. Αυτό θα οδηγούσε σε βελτίωση στο συνολικό σφάλμα με παρέμβαση στο αδύναμο σημείο.

Για την μέτρηση διαστάσεων χρησιμοποιούνται όργανα, για μερικά από τα οποία όλοι μας έχουμε εμπειρία, όπως π.χ. η απλή μέτρηση του μήκους ενός αντικειμένου (το ύψος μας) όπου η κλασσική «μεζούρα» αρκεί στο προσδιορισμό του. Η με μεγαλύτερη ακρίβεια μέτρηση των διαστάσεων αντικειμένων είναι πιο σύνθετη περίπτωση. Για αντικείμενα διαστάσεων μερικών εκατοστών ή και μερικών χιλιοστών χρησιμοποιούνται τα παχύμετρα και τα μικρόμετρα αντίστοιχα.

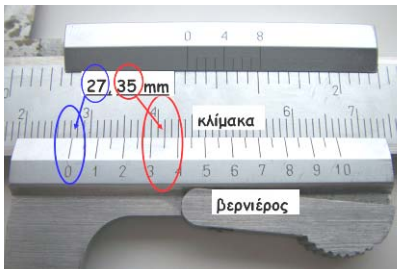
Στην παρούσα άσκηση θα τα χρησιμοποιήσετε επανειλημμένα και θα μάθετε την χρήση του βερνιέρου που τα συνοδεύει και την επιπλέον ακρίβεια που μπορεί να σας προσφέρει. Η μέτρηση της μάζας με κατάλληλο ζυγό, ο προσδιορισμός του όγκου των σωμάτων με υπολογισμό είναι μέσα στο αντικείμενο της ασκήσεως. Επίσης, η δυνατότητα προσδιορισμού της άνωσης που υφίσταται ένα σώμα βυθισμένο σε υγρό με την χρήση ζυγού.

Βερνιέρος

[Pierre Vernier (1631)]. Ο βερνιέρος χρησιμοποιήθηκε αρχικά για την μέτρηση γωνιών και μηκών με μεγαλύτερη ακρίβεια από αυτή που μπορούσε κάποιος να διακρίνει από τις υποδιαιρέσεις, π.χ. ενός χάρακα. Έχει δύο κλίμακες μία σταθερή και μία κινητή (του βερνιέρου). Γίνεται κατάλληλη χάραξη της κλίμακας του βερνιέρου ώστε να αντιστοιχούν 10 υποδιαιρέσεις του βερνιέρου σε 9 της κυρίας κλίμακας. Αυτό έδινε την δυνατότητα να εκτιμηθεί με άνεση κλάσμα της κυρίας κλίμακας με ακρίβεια 1/10. Σήμερα οι υποδιαιρέσεις γίνονται στο 1/20 (0.05 ακρίβεια) και βερνιέροι υπάρχουν και σε άλλα συστήματα μέτρησης π.χ. γωνιών. Ο προσδιορισμός γίνεται με την αντιστοίχηση της τιμής της κλίμακας του βερνιέρου με τη κυρίως κλίμακα.

Παχύμετρο

Πρώτα εξετάζουμε την διακριτική ικανότητα του βερνιέρου, δηλαδή εάν πρόκειται για μετρητικό με διακριτική ικανότητα 0,1 ή 0,05 ή 0,02 mm (πολλές φορές συμβολίζεται και ως 1/10, 1/20 και 1/50). Διαβάζουμε τα χιλιοστά στην ένδειξη της ακίνητης κλίμακας (κανόνας).



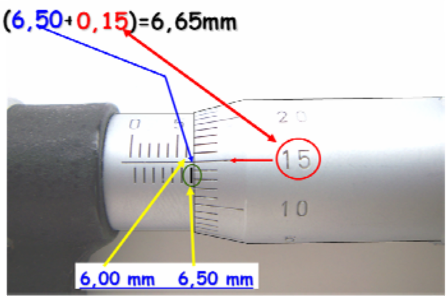
Διακρίνουμε ποια γραμμή από τις διαβαθμίσεις του βερνιέρου αποτελεί προέκταση των γραμμών του κανόνα και αποφαινόμαστε για τα δεκαδικά. (Προσοχή στη διακριτική ικανότητα του οργάνου για να αποφανθούμε ορθώς πόσα και ποια είναι τα δεκαδικά ψηφία στη μέτρηση).

Σε κάθε περίπτωση, πριν μετρήσουμε το αντικείμενο, θα πρέπει να βεβαιωθούμε ότι σε μηδενικό πάχος η ένδειξη στο παχύμετρο επίσης μηδέν (0), δηλ. ότι δεν υπάρχει συστηματικό σφάλμα. Αν δεν είναι μηδέν, διορθώνουμε αρμοδίως τις μετρήσεις μας με το **σωστό πρόσημο**.

Υπάρχουν και άλλοι τύποι παχυμέτρων, αυτά με «αναλογικό ρολόι», ή με ψηφιακή απεικόνιση, που διευκολύνουν την ανάγνωση της τιμής. Τα ψηφιακά δεν είναι κατ' ανάγκη ακριβέστερα των κοινών παχύμετρων. Στο παράδειγμά μας η τιμή είναι 27,35mm.

Μικρόμετρο

Χρησιμοποιείται για μετρήσεις πάχους λεπτών αντικειμένων, όπως φύλλα χαρτί κλπ. Η ακρίβειά του είναι της τάξης του 1/100 του χιλιοστού του μέτρου.



Αποτελείται από ένα σταθερό υοειδές στέλεχος και ένα σύστημα μικρομετρικής προώθησης κυκλικού τυμπάνου. Το τύμπανο φέρει βαθμονόμηση χάρακα, ο δε βερνιέρος έχει αναπτυχθεί σε κυκλική μορφή (τύμπανο 50 υποδιαιρέσεων) με την δράση κοχλία. Δύο περιστροφές του τυμπάνου αντιστοιχούν σε 100 υποδιαιρέσεις και η αντίστοιχη μετακίνηση του κοχλία είναι 1 χιλιοστό. Δηλ. η μετάβαση από μια ένδειξη στην επόμενη αντιστοιχεί σε μετακίνηση 0.01 χιλιοστά. Σε κάθε περίπτωση πριν μετρήσουμε το αντικείμενο θα πρέπει να βεβαιωθούμε ότι σε μηδενικό πάχος η ένδειξη είναι στο μικρόμετρο επίσης 0, δηλ. ότι δεν υπάρχει συστηματικό σφάλμα. Αν δεν είναι 0 ανάλογα διορθώνουμε τις μετρήσεις μας με το σωστό πρόσημο. Στο παράδειγμά μας εδώ η τιμή είναι 6.65mm.

Ζυγός

Στο Εργαστήριο χρησιμοποιούμε ηλεκτρονικούς ζυγούς. Βασίζουν την λειτουργία τους στον πιεζοηλεκτρισμό, όπου έχουμε παραγωγή πολύ μικρής αρχικά τάσης, ανάλογης όμως προς την δύναμη που δέχονται οι αισθητήρες που έχουν οι ζυγοί αυτοί, δηλ. το βάρος (έμμεσα μάζας επομένως) ενός σώματος. Η μικρή αυτή τάση μεταφράζεται με κατάλληλα ηλεκτρονικά κυκλώματα σε ψηφιακή ένδειξη μάζας. Οι ψηφιακές ενδείξεις έχουν το πλεονέκτημα της αντικειμενικής ανάγνωσης της τιμής που δείχνουν, ανεξάρτητα από τον πειραματιστή. Αυτό δεν συνεπάγεται αυτόματα και μεγαλύτερη ακρίβεια στη μέτρηση ενός μεγέθους. Στην εποχή μας υπάρχουν ζυγοί πολύ μεγάλης ακρίβειας (αναλυτικοί ζυγοί) από αυτούς που θα χρησιμοποιήσετε στο Εργαστήριο Φυσικής, που παρέχουν ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων του γραμμαρίου σε ένα εύρος μέτρησης μάζας μερικών εκατοντάδων γραμμαρίων.

Πειραματική Διαδικασία

1. Πριν ξεκινήσετε, εξοικειωθείτε με τη βοήθεια του Επιβλέποντα στη χρήση του βερνιέρου στο παχύμετρο και το μικρόμετρο.
2. Προσδιορίστε την ακρίβεια μέτρησης του κάθε οργάνου. Ελέγξτε αν το μηδέν της ένδειξης αντιστοιχεί πράγματι σε μηδενικό πάχος ή υπάρχει συστηματικό σφάλμα (πόσο;). Σημειώστε τη τιμή του ώστε να διορθώσετε συστηματικά στο τέλος όλες τις μετρήσεις σας.
3. Εξοικειωθείτε με την χρήση του ζυγού και προσδιορίστε την ακρίβεια που προσφέρει.
4. Για όλες αυτές τις μετρήσεις, θα χρησιμοποιείστε μικρά αντικείμενα, όπως τη μάζα του στυλογράφου σας, την διάμετρο ενός κέρματος, το πάχος του χαρτιού του φυλλαδίου σας κλπ.

Πείραμα 1
Μέτρηση διαστάσεων μικρών αντικειμένων
[εξοικείωση με την χρήση παχυμέτρου και ζυγού]

1. Επιλέξτε τα αντικείμενα, με τα οποία θα εργασθείτε (έγχρωμοι κύλινδροι).
2. Με την βοήθεια του παχυμέτρου (και του βερνιέρου), μετρήστε τις διαστάσεις τους.
3. Ζυγίστε τα σώματα στον ζυγό και καταγράψτε τις μετρήσεις σας σε κατάλληλο πίνακα.

Πίνακας 1.

έγχρωμος κύλινδρος	Ύψος h (mm)	αβεβαιότ. δh (mm)	Διάμετρος d (mm)	αβεβαιότ. δd (mm)	Μάζα m (g)	αβεβαιότ. δm (g)
# 1						
# 2						
# 3						
# 4						

4. Χρησιμοποιώντας το μικρόμετρο, προσδιορίστε το πάχος π.χ. ενός φύλλου χαρτιού, ή ένα-δύο κέρματα.
5. Καταγράψτε τις μετρήσεις σας σε κατάλληλο πίνακα.

Πίνακας 2.

αντικείμενο	πάχος (mm)	αβεβαιό-τητα (mm)
φύλλο χαρτί		
κέρμα Α		
κέρμα Β		

Πείραμα 2
Προσδιορισμός πυκνότητας μικρών σωμάτων
υπολογισμός συνθέτου σφάλματος

1. Μετρήστε την μάζα των μικρών σωμάτων με τον ζυγό και καταχωρίστε τις τιμές σε πίνακα.

Πίνακας 3.

#	m (g)	h (cm)	d (cm)	d^2 (cm^2)	$s=\pi d^2/4$ (cm^2)	V=h*s (cm^3)	ρ (g/cm^3)
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

2. Με βάση τις προηγούμενες μετρήσεις, χαράξτε το γράφημα μάζα συναρτήσει του όγκου m=m(V) για τα διαφορετικά αντικείμενα που χρησιμοποιήσατε. Αποδώστε προσοχή σε μονάδες και κλίμακες.
3. Τα σημεία απεικόνισης που ανήκουν σε ίδιο υλικό (δηλ. με ίδια πυκνότητα) θα πρέπει να βρίσκονται πάνω σε μία ευθεία. Αντικείμενα διαφορετικού υλικού (άλλης πυκνότητας) θα προσδιορίζουν άλλη ευθεία. Χαράξτε τις αντίστοιχες ευθείες. Από την κλίση τους προσδιορίστε την πυκνότητά τους. Είναι όλα τα αντικείμενα ιδίας πυκνότητας; Σχολιάστε.

4. Από τα σφάλματα σε μάζα και σε όγκο (μέσω των διαστάσεων του αντικειμένου), υπολογίστε το σύνθετο σφάλμα στη πυκνότητα. Υπολογίστε και τα σχετικά τους σφάλματα δρ/ρ.
5. Από τους υπολογισμούς σας στα σχετικά σφάλματα, ποια αβεβαιότητα (σφάλμα) του όγκου ή της μάζας συνεισφέρει πιο πολύ στην τιμή του σχετικού σφάλματος της πυκνότητας.
6. Τι θα προτείνατε για να βελτιωθεί ο προσδιορισμός της πυκνότητας των σωμάτων;

Πείραμα 3
Μέτρηση της άνωσης μικρών σωμάτων

1. Με την βοήθεια του τροποποιημένου ζυγού μετρήσετε την μάζα μερικών σωμάτων για τις εξής περιπτώσεις: το σώμα βρίσκεται (α) εκτός υγρού, (β) μερικώς βυθισμένο, (γ) εξ ολοκλήρου βυθισμένο, (δ) στηρίζεται στον πυθμένα του δοχείου. Καταχωρίστε σε πίνακα.

Πίνακας 4.

μάζα M ογκομετρικού σωλήνα με νερό (g)	
αρχικός όγκος νερού V (cm^3)	
όγκος V_1 κυλίνδρου (cm^3) εκτός υγρού	
μάζα m_1 κυλίνδρου (g) εκτός υγρού	
ένδειξη ζυγού m_2 (g) με το σώμα μισοβυθισμένο	
όγκος V_2 (βυθισμένο τμήμα) (cm^3)	
ένδειξη ζυγού m_3 (g) με το σώμα όλως βυθισμένο	
όγκος V_3 (όλως βυθισμένο) (cm3	
ένδειξη ζυγού m_4 (g) με το σώμα στον πυθμένα	

2. Συγκρίνατε τις τιμές αυτές με την αντίστοιχη τιμή στον αέρα. Σχολιάστε την άνωση που υφίσταται ένα σώμα βυθισμένο σε ένα υγρό. Με δεδομένο ότι η πυκνότητα του αέρα είναι περίπου χίλιες φορές μικρότερη του νερού σχολιάστε κατά πόσο η μέτρηση μάζας στον αέρα ανταποκρίνεται στη μάζα του σώματος. Η πυκνότητα του αέρα εξαρτάται από τη θερμοκρασία του. Ενδεικτικά παραθέτουμε τιμές πυκνότητας για συνήθεις θερμοκρασίες περιβάλλοντος:

θ(^{o}C)	ρ(kg/m^3)
+30	1.1644
+25	1.1839
+20	1.2041
+15	1.2250

3. Σχολιάστε τα αποτελέσματά σας με αυτά της παραπάνω μέτρησης.

Ερωτήσεις

1. Είναι όντως η άνωση σε κάθε περίπτωση, η διαφορά στο βάρος του σώματος στον αέρα και στο υγρό;
2. Για ένα αντικείμενο που επιπλέει (πλαστικός κύλινδρος) ποιο είναι το βάρος του στο υγρό;

Βιβλιογραφία

- Halliday–Resnick: Τόμος I (Μηχανική)
- Serway: Τόμος I (Μηχανική)

Οδηγίες για την γραπτή εργασία

Α.Μ.	Επώνυμο	Όνομα
…	…	…
Άσκηση	Ημερομηνία άσκησης	Ημερομηνία παράδοσης
…	…	…
Τμήμα (Ώρες)	Υπεύθυνος	
…	…	

Θεωρία

Περιέχει μια **σύντομη** και **περιεκτική** θεωρητική αναφορά στο πείραμα. (Προσοχή, όχι αντιγραφή του φυλλαδίου) Μπορείτε να φτιάξετε την δική σας περίληψη κάνοντας χρήση και άλλων βιβλίων και πηγών που αναφέρονται στη Βιβλιογραφία, στο τέλος κάθε Άσκησης. Η έκταση της Θεωρίας θα μπορούσε να είναι (ενδεικτικά) μία, το πολύ δύο σελίδες.

Πειραματική μέθοδος – Συσκευή

Εδώ κάνετε μια περιγραφή της διάταξης – συσκευής – μεθοδολογίας που χρησιμοποιήσατε στο Εργαστήριο. Συνήθως συνοδεύεται από κάποιο σχήμα ή σχέδιο και με σύντομο και περιεκτικό κείμενο περιγράφετε την Πειραματική μέθοδο, περίπου σε μία σελίδα.

Διαδικασία – Μετρήσεις

Υπάρχουν στο φυλλάδιο για να βοηθάνε στη διαδικασία λήψης των μετρήσεων. Συνήθως σε κάθε Άσκηση υπάρχουν πάνω από ένα Πείραματα. Έτσι κάθε Πείραμα θα πρέπει να έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- Πίνακες μετρήσεων
- Υπολογισμούς – Σφάλματα – Στρογγυλοποιήσεις – Μονάδες
- Γραφικές παραστάσεις – Υπολογισμοί κλίσεων
- Αποτελέσματα - Σχόλια

Τελικά αποτελέσματα – Συμπεράσματα – Συγκριτικά σχόλια

Είναι το πλέον **βασικό σημείο** της γραπτής εργασίας. Τα αποτελέσματα είναι πλέον σε μορφή τελική με το σφάλμα τους και τις μονάδες τους. Γίνεται ο Σχολιασμός σε σχέση με το τι γνωρίζουμε ήδη από την βιβλιογραφία. Οι αποκλίσεις από τις αναμενόμενες τιμές (π.χ. το $g \sim 9.81$ m/s^2) θα πρέπει να εξηγηθούν ποιοτικά αρχικά και αν είναι δυνατό και ποσοτικά. Η κλασσική αναγραφή ότι «τα αποτελέσματα απέχουν από τα αναμενόμενα και τούτο οφείλεται στα σφάλματα των οργάνων» κλπ. δεν είναι προφανώς αποδεκτή επιστημονική αν το σφάλμα σας δεν το καλύπτει. Πρέπει παράγοντες που επηρεάζουν μια μέτρηση να εξηγούν και με το σωστό πρόσημο τους ισχυρισμούς σας. Για παράδειγμα αν το g το βρείτε μεγαλύτερο και λέτε ότι τούτο οφείλεται διότι υπάρχει και η αντίσταση του αέρα στη διαδικασία της ταλάντωσης, τότε αυτό είναι μεν σωστό ως προς το σκέλος ότι πράγματι επηρεάζει την μέτρηση της T, αλλά είναι λάθος εξήγηση στο ότι το βρήκατε μεγαλύτερο αφού η αντίσταση του αέρα οδηγεί σε αύξηση της περιόδου T και επομένως σε μικρότερη τιμή του g! Προσοχή λοιπόν στα συμπεράσματά σας.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του φυλλαδίου

Προσπαθείτε να απαντήσετε **σε όλα τα Ερωτήματα**. Η βιβλιογραφία που παρατίθεται μπορεί να βοηθήσει. Σε κάθε περίπτωση ο Επιβλέπων μπορεί να σας εξηγήσει μετά την σωστή απάντηση.

Δείγμα γραπτής εργασίας

Α.Μ.	Επώνυμο	Όνομα
201100111	Παπαδάκης	Γεώργιος
Άσκηση	Ημερομηνία άσκησης	Ημερομηνία παράδοσης
X1	8/11/2012	15/11/2012
Τμήμα (Ώρες)	Υπεύθυνος	
11:30-14:00	Ν. Μαμαλούγκος	

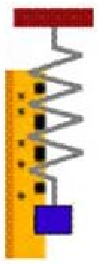
Πειραματική επιβεβαίωση του νόμου του Hooke

Εισαγωγή

Η δύναμη που ασκείται σ' ένα **ελαστικό σώμα**, όπως ένα κοινό σπειροειδές ελατήριο, επιφέρει παραμόρφωση που είναι **ανάλογη** της δύναμης αυτής και περιγράφεται με τον γνωστό νόμο του Hooke: $F = -k \cdot x$

όπου το *x* παριστάνει την επιμήκυνση ή την συμπίεση του ελατηρίου γύρω από τη θέση ισορροπίας του και το *F* την ασκούμενη δύναμη. Η σταθερά αναλογίας *k* που χαρακτηρίζει το ελαστικό σώμα ονομάζεται στην περίπτωση αυτή σταθερά του ελατηρίου.

Για την πειραματική επιβεβαίωση του νόμου του Hooke χρησιμοποιείται η διάταξη του σχήματος, η οποία περιλαμβάνει αβαρές ελατήριο σταθεράς *k* και σύστημα ανάρτησης βάρους. Η κατακόρυφη επιμήκυνση του ελατηρίου μετράται με μετροταινία παράλληλα προς τον άξονά του. Για γνωστές μάζες *m*, δύναται να μετρηθεί η επιμήκυνση *x* που προκαλείται στο ελατήριο από το βάρος του σώματος και έτσι να ελεγχθεί η γραμμικότητα του νόμου του Hooke. Όπως αποδεικνύεται, η ελεύθερη κίνηση μιας αναρτημένης μάζας είναι μια **αρμονική ταλάντωση**, η περίοδος της οποίας σχετίζεται με την σταθερά του ελατηρίου μέσω της σχέσης



$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{M}{k}}$$

σαν άμεση απόρροια του νόμου του Hooke. Μέτρηση, λοιπόν, της περιόδου της κατακόρυφης ταλάντωσης *T* για δεδομένη συνολική μάζα *M* μπορεί να προσδιορίσει την σταθερά του ελατηρίου. Εξ άλλου, η γραμμική εξάρτηση της μάζας από το τετράγωνο της περιόδου $(M \approx T^2)$ αποτελεί μια άλλη επαλήθευση του νόμου.

Οι δύο αυτές εξισώσεις δίνουν δύο τρόπους, εντελώς διαφορετικούς, προσδιορισμού της σταθεράς του ελατηρίου και επιβεβαίωσης του νόμου του Hooke**.** Στα επόμενα αναλύονται οι δύο αυτές μέθοδοι καθώς και η διάδοση σφαλμάτων από τις μετρούμενες ποσότητες.

Επιπροσθέτως, γράφονται οι ορισμοί των βασικών εννοιών, μεγεθών και φαινομένων που εξετάζονται στην άσκηση.

Μεθοδολογία

Μέθοδος Α

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, θέτοντας απόλυτες τιμές στα μεγέθη της δύναμης και της απόστασης, για την σταθερά *k* του ελατηρίου ισχύει:

$$\boxed{k = \frac{|F|}{|x|} = \frac{|m \cdot g|}{|x|} \Rightarrow k = \frac{m \cdot g}{x}} \qquad (1)$$

Κατά συνέπεια, ο τύπος για τον υπολογισμό της διάδοσης του σφάλματος

είναι $\delta k = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial m}\delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial g}\delta g\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial x}\delta x\right)^2}$

δεδομένου ότι $\frac{\partial k}{\partial m} = \frac{g}{x}$, $\frac{\partial k}{\partial g} = \frac{m}{x}$, $\frac{\partial k}{\partial x} = -\frac{mg}{x^2}$

γράφεται: $\delta k = \sqrt{\left(\frac{g}{x}\delta m\right)^2 + \left(\frac{m}{x}\delta g\right)^2 + \left(\frac{mg}{x^2}\delta x\right)^2} = \frac{m \cdot g}{x}\sqrt{\left(\frac{\delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\delta g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\delta x}{x}\right)^2}$, ο-πότε τελικά το σχετικό σφάλμα της σταθεράς του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση:

$$\boxed{\frac{\delta k}{k} = \sqrt{\left(\frac{\delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\delta g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\delta x}{x}\right)^2}} \qquad (2)$$

Παρατηρούμε από τη σχέση αυτή, ότι τα επί μέρους σχετικά σφάλματα των μετρούμενων ποσοτήτων *m* και *x*, καθώς και της επιτάχυνσης της βαρύτητας *g*, υπεισέρχονται ισοδύναμα στον προσδιορισμό του σχετικού σφάλματος της σταθεράς του ελατηρίου *k*.

Μέθοδος Β

Η περίοδος *T* ενός αβαρούς ελατηρίου συνδέεται με την συνολικά αναρτημένη μάζα *M* και την σταθερά του ελατηρίου *k* μέσω της σχέσης:

$$\boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{4\pi^2 \cdot M}{T^2}} \qquad (3)$$

Μέτρηση κατά συνέπεια της περιόδου για γνωστή αναρτημένη μάζα επιτρέπει τον υπολογισμό της σταθεράς του ελατηρίου. Το σφάλμα στην περίπτωση αυτή θα δίνεται από τη σχέση:

$$\delta k = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial M}\delta M\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial T}\delta T\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\delta M\right)^2 + \left(\frac{4\pi^2 \cdot 2}{T^3}\delta T\right)^2} = \frac{4\pi^2 \cdot M}{T^2}\sqrt{\left(\frac{\delta M}{M}\right)^2 + \left(2\frac{\delta T}{T}\right)^2}$$

Οπότε τελικά, το σχετικό σφάλμα της σταθεράς του ελατηρίου υπολογίζεται:

$$\boxed{\frac{\delta k}{k} = \sqrt{\left(\frac{\delta M}{M}\right)^2 + \left(2\frac{\delta T}{T}\right)^2}} \qquad (4)$$

Από τη σχέση αυτή φαίνεται πως το σχετικό σφάλμα στην περίοδο έχει **διπλάσιο** συντελεστή βαρύτητας από τον αντίστοιχο της μάζας στον προσδιορισμό του *k*.

Εκτίμηση Σφαλμάτων

Οι κυριότερες πηγές των συστηματικών σφαλμάτων που υπεισέρχονται στο πείραμα αυτό μπορούν να χωριστούν στις παρακάτω κατηγορίες:

1. Σφάλματα Ανάγνωσης & Ακρίβειας των Οργάνων
2. Σφάλματα Βαθμονόμησης
3. Σφάλματα Οργανολογίας (Μάζα του ελατηρίου)
4. Σφάλματα αστάθμητων παραγόντων (αντίσταση αέρα, θερμοκρασία, κατακόρυφο ταλάντωσης)

Τόσο για τα σφάλματα ανάγνωσης (ακρίβειας οργάνων), όσο και για τα σφάλματα βαθμονόμησης των μετρούμενων φυσικών μεγεθών και των υπεισερχόμενων στο πείραμα σταθερών, βρίσκουμε ότι ισχύουν τα παρακάτω:

Φυσικό μέγεθος	Σφάλμα ανάγνωσης	Σφάλμα βαθμονόμησης	Τυπ. περιοχή μέτρησης	Σχετικό σφάλμα
Θέση	$\delta x = 0.05\,cm$	$\delta x = 0.02\,cm$	(3, 30) cm	$0.002 < \delta x/x < 0.017$
Μάζα	$\delta m = 0.005\,g$	$\delta m = 0.02\,g$	(10, 100) g	$0.0002 < \delta m/m < 0.002$
Χρόνος	$\delta T = 0.005\,s$	$\delta T = 0.005\,s$	(0.75, 1.33) s	$0.004 < \delta T/T < 0.007$
Επιτ.Βαρ.g		$\delta g = 0.02\,m/s^2$	9.80 m/s^2	$\delta g/g \approx 0.002$

Παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα πως η σημαντικότερη πηγή συστηματικού σφάλματος υπεισέρχεται κυρίως από τη μέτρηση της θέσης του ελατηρίου, κυρίως για μικρές επιμηκύνσεις. Τα στατιστικά σφάλματα των μεγεθών αυτών θα αναλυθούν στην επεξεργασία των μετρήσεων. Επίσης, για την εκτίμηση τυχόν οργανολογικών σφαλμάτων μετρήθηκε η μάζα του ελατηρίου σε $m_s = 10.17(2)\,g$.

Επεξεργασία Πειραματικών Δεδομένων

Μέθοδος Α

Σύμφωνα με τον νόμο του Hooke η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ανάλογη της ασκούμενης δύναμης $F = m \cdot g$ και κατά συνέπεια η σταθερά του ελατηρίου θα δίνεται από τη σχέση

$$\boxed{k = \frac{F}{x} = \frac{m \cdot g}{x}}$$

Για γνωστές μάζες m γίνεται μέτρηση της επιμήκυνσης x του ελατηρίου έτσι ώστε να μπορεί να ελεγχθεί η γραμμικότητα της παραπάνω σχέσης. Για κάθε μάζα *m*, η απόλυτη θέση *x* προσδιορίζεται 5 συνολικά φορές (από τους ανεξάρτητους παρατηρητές A, B, C, D, E) και προσδιορίζεται ο μέσος όρος καθώς και το σφάλμα του $\bar{x} \pm \delta\bar{x}$ όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

m(g)	x (cm)					$\bar{x} \pm \delta\bar{x}$ (cm)
	A	B	C	D	E	
0.00 ± 0.02	43.2	42.7	42.6	42.6	42.8	42.80 ± 0.11
20.00 ± 0.02	49.2	49.1	49.1	49.1	49.3	49.20 ± 0.04
50.00 ± 0.02	59.2	58.6	58.6	58.9	58.8	58.80 ± 0.12
70.00 ± 0.02	61.8	61.7	61.7	61.8	61.9	61.80 ± 0.04
100.00 ± 0.02	74.8	74.7	74.9	74.4	74.0	74.60 ± 0.16

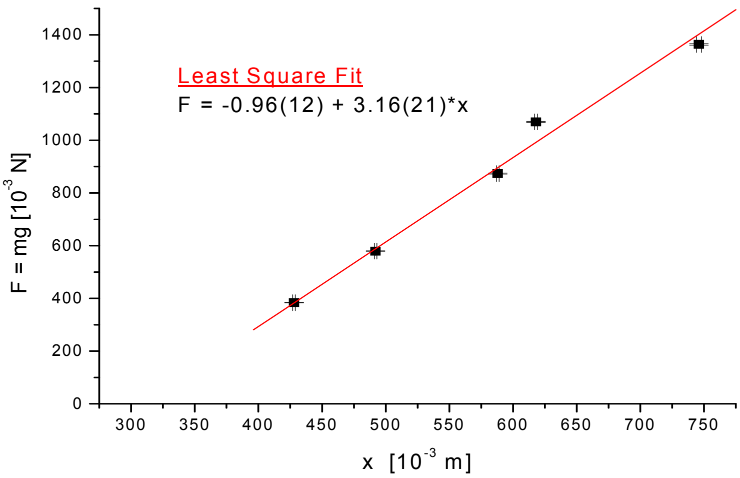
Στη συνέχεια, θεωρώντας μια σταθερή τιμή $g = 9.80(2)\,m/s^2$ για την επιτάχυνση της βαρύτητας, υπολογίζεται η ασκούμενη δύναμη *F* για κάθε μάζα m και από την επιμήκυνση του ελατηρίου $x - x_0$ εξάγεται για κάθε μέτρηση (εξαιρουμένης της πρώτης) η σταθερά του ελατηρίου *k*. Η εκτίμηση του σφάλματος στο *k* γίνεται από τον τύπο διάδοσης σφάλματος (2) της περίπτωσης αυτής. Οι υπολογιζόμενες τιμές παρατίθενται στον παρακάτω πίνακα:

m (10^{-3} kg)	$\frac{\delta m}{m}$	x (10^{-3} m)	$x-x_0$ (10^{-3} m)	$\frac{\delta x}{x}$	g *(m/s^2)*	$\frac{\delta g}{g}$	$k=\frac{m\cdot g}{x-x_0}$ *(N/m)*
0.00 ± 0.02	—	428.0 ± 1.1	**—**	—	**—**	—	**—**
20.00 ± 0.02	0.0010	492.0 ± 0.4	**64.0 ± 1.2**	0.019	**9.80**	0.002	**3.06 ± 0.06**
50.00 ± 0.02	0.0004	588.0 ± 1.2	**160.0 ± 1.6**	0.010	**9.80**	0.002	**3.06 ± 0.03**
70.00 ± 0.02	0.0003	618.0 ± 0.4	**190.0 ± 1.2**	0.006	**9.80**	0.002	**3.611 ± 0.023**
100.00 ± 0.02	0.0002	746.0 ± 1.6	**318.0 ± 1.9**	0.006	**9.80**	0.002	**3.082 ± 0.019**

Παρατηρούμε πως η σημαντικότερη πηγή σφάλματος στον προσδιορισμό του *k* είναι το σχετικό σφάλμα προσδιορισμού της θέσης, κυρίως στις μικρές επιμηκύνσεις, όπου είναι της τάξεως του 2%. Η γραμμικότητα του νόμου του Hooke ελέγχεται στη συνέχεια στο γράφημα **Δύναμης-Επιμήκυνσης** (αφού συνυπολογισθεί και η μάζα του δίσκου $m_0 = 39.14(2)$ g) με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Παρατίθεται ο βοηθητικός πίνακας για τον υπολογισμό των ενδιάμεσων τιμών:

m (10^{-3} kg)	$M = m + m_0$ (10^{-3} kg)	$F = M\cdot g$ (10^{-3} N)	x (10^{-3} m)
0.00 ± 0.02	39.14 ± 0.02	**383.6 ± 0.8**	**428.0 ± 1.1**
20.00 ± 0.02	59.14 ± 0.02	**579.6 ± 1.2**	**492.0 ± 0.4**
50.00 ± 0.02	89.14 ± 0.02	**873.6 ± 1.8**	**588.0 ± 1.2**
70.00 ± 0.02	109.14 ± 0.02	**1069.6 ± 2.2**	**618.0 ± 0.4**
100.00 ± 0.02	139.14 ± 0.02	**1363.6 ± 2.8**	**746.0 ± 1.6**

Η γραφική παράσταση της ασκούμενης δύναμης *F* συναρτήσει της απόλυτης θέσης *x* του ελατηρίου δίνεται στο παρακάτω γράφημα:



Ο προσδιορισμός και η χάραξη της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων γίνεται με την βοήθεια των γνωστών τύπων. Θεωρώντας μια ευθεία της μορφής $Y = a + b\cdot X$ συμπληρώνεται ο παρακάτω πίνακας και από τα επί μέρους αθροίσματα προσδιορίζονται οι σταθερές *a* και *b* με τα αντίστοιχα σφάλματα *δa* και *δb* αντίστοιχα.

i	X_i	Y_i	$X_i^{\,2}$	$X_i \cdot Y_i$
1	428	383.6	183184	164181
2	492	579.6	242064	285163
3	588	873.6	345744	513679
4	618	1069.6	381924	661013
5	746	1363.6	556516	1017246
N=5	$\sum X_i =$ **2872**	$\sum Y_i =$ **4270.0**	$\sum X_i^{\,2} =$ **1709432**	$\sum X_i \cdot Y_i =$ **2641282**

$$a = \frac{\sum X_i^2 \cdot \sum Y_i - \sum X_i \cdot \sum X_i Y_i}{N \cdot \sum X_i^2 - \sum X_i \cdot \sum X_i} = \frac{1709432 \cdot 4270 - 2872 \cdot 2641282}{5 \cdot 1709432 - 2872 \cdot 2872} \cdot 10^{-3} = -959 \cdot 10^{-3}\ N$$

$$b = \frac{N \cdot \sum X_i Y_i - \sum X_i \cdot \sum Y_i}{N \cdot \sum X_i^2 - \sum X_i \cdot \sum X_i} = \frac{5 \cdot 2641282 - 2872 \cdot 4270}{5 \cdot 1709432 - 2872 \cdot 2872} = 3.156\ \ N/m$$

Για τα σφάλματα των παραπάνω συντελεστών υπολογίζεται $\delta a = 123 \cdot 10^{-3}\ N$ και $\delta b = 0.21\ N/m$. Έτσι η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων έχει την αναλυτική μορφή:

$$Y = -0.96(12) + 3.16(21) \cdot X$$

Από τη σχέση αυτή είναι προφανές πως η σταθερά *k* του ελατηρίου ισούται με

$$k = (3.16 \pm 0.21_{stat}) \frac{N}{m} \ \Rightarrow\ \left(\frac{\delta k}{k}\right)_{stat} = 0.07$$

Η τιμή που η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων τέμνει τον οριζόντιο άξονα $(Y = 0)$ αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος του ελατηρίου (χωρίς εξάσκηση οποιασδήποτε δύναμης) και ισούται με:

$$\frac{-(-960 \cdot 10^{-3})\ N}{3.16\ N/m} = 0.303\ m$$ στην συγκεκριμένη περίπτωση.

Πέραν του στατιστικού σφάλματος που δίδεται στον παραπάνω υπολογισμό της τιμής του *k*, κάνοντας χρήση της σχέσης (2) για την διάδοση σφαλμάτων γίνεται μια εκτίμηση του **συστηματικού σφάλματος** της μεθόδου αυτής. Προς τούτο χρησιμοποιούνται τιμές από τον προηγούμενο πίνακα των σφαλμάτων ανάγνωσης και βαθμονόμησης:

$$\left(\frac{\delta k}{k}\right)_{sys} = \sqrt{\left(\frac{\delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\delta g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\delta x}{x}\right)^2} = \sqrt{0.002^2 + 0.002^2 + 0.017^2} = 0.017$$

οπότε η τελική τιμή του *k* ισούται με:

$$\boxed{k = (3.16 \pm 0.21_{stat} \pm 0.05_{sys}) \frac{N}{m} = (3.16 \pm 0.22) \frac{N}{m}}$$

Το συνολικό σφάλμα στην παραπάνω έκφραση προέκυψε από την τετραγωνική άθροιση του στατιστικού και συστηματικού σφάλματος:

$$\delta k_{tot} = \sqrt{\delta k_{stat}^2 + \delta k_{sys}^2} = \sqrt{0.21^2 + 0.05^2} = 0.22$$

Μέθοδος Β

Η μέθοδος αυτή δύναται να προσδιορίσει την σταθερά του ελατηρίου μετρώντας την περίοδο της ταλάντωσης για διαφορετικές μάζες. Από τη σχέση

$$\boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{4\pi^2 \cdot M}{T^2}}$$

είναι προφανές πως το τετράγωνο της περιόδου T^2 και η συνολική μάζα συστήματος *M* (αναρτώμενη μάζα *m* και μάζα δίσκου m_0) έχουν γραμμική εξάρτηση. Για τον καλύτερο προσδιορισμό της περιόδου γίνεται χρονομέτρηση 10 περιόδων σε 5 ανεξάρτητες μετρήσεις. Υπολογίζεται, όπως και προηγούμενα, ο μέσος όρος και το σφάλμα του:

m(g)	$10 \cdot T(s)$					$10 \cdot (\overline{T} \pm \delta\overline{T})(s)$
	A	B	C	D	E	
0 ± 0.02	7.00	6.64	7.16	7.45	7.35	7.12 ± 0.14
20 ± 0.02	8.10	8.10	8.11	8.10	8.14	8.11 ± 0.01
50 ± 0.02	10.38	9.77	9.86	10.16	9.89	10.01 ± 0.11
70 ± 0.02	11.32	10.38	11.22	11.51	10.45	10.98 ± 0.23
100 ± 0.02	12.89	12.26	12.42	12.11	12.45	12.43 ± 0.13

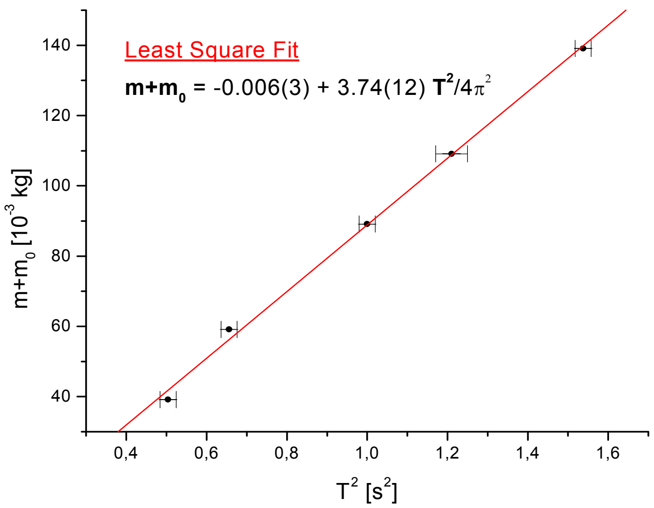
Λαμβάνοντας στην συνέχεια υπ' όψη και την πειραματικά προσδιοριζόμενη μάζα του δίσκου $m_0 = 39.14(2)g$, συμπληρώνεται ο παρακάτω πίνακας και υπολογίζεται για κάθε μέτρηση η σταθερά του ελατηρίου:

$M = m + m_0$ (10^{-3}kg)	$\frac{\delta M}{M}$	$\overline{T} \pm \delta\overline{T}$ (s)	$\frac{\delta\overline{T}}{\overline{T}}$	$k = \frac{4\pi^2 \cdot M}{T^2}$ *(N/m)*
39.14 ± 0.02	0.0005	**0.712 ± 0.015**	0.021	**3.07 ± 0.13**
59.14 ± 0.02	0.0003	**0.811 ± 0.005**	0.006	**3.56 ± 0.04**
89.14 ± 0.02	0.0002	**1.001 ± 0.010**	0.010	**3.52 ± 0.07**
109.14 ± 0.02	0.0002	**1.098 ± 0.025**	0.023	**3.56 ± 0.16**
139.14 ± 0.02	0.0001	**1.243 ± 0.015**	0.006	**3.57 ± 0.04**

Το σχετικό σφάλμα της περιόδου $\delta\overline{T}/\overline{T}$ είναι αυτό που κυρίως καθορίζει στην διάδοση του σφάλματος τον ακριβή προσδιορισμό της σταθεράς του ελατηρίου *k*. Όπως φαίνεται από τον τύπο διάδοσης σφάλματος (4) και με βάση τις τιμές του παραπάνω πίνακα, όπου:

$$\frac{\delta M}{M} << \frac{\delta\overline{T}}{\overline{T}}, \text{ ισχύει } \frac{\delta k}{k} \approx 2 \cdot \frac{\delta\overline{T}}{\overline{T}}.$$

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως στο γράφημα *M* συναρτήσει του $\frac{T^2}{4\pi^2}$ αναμένεται μια γραμμική εξάρτηση ($M = k \cdot \frac{T^2}{4\pi^2}$), η κλίση της οποίας προσδιορίζει το *k*.



Εφαρμόζοντας την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων στα μεγέθη αυτά βρίσκουμε την έκφραση:

$$Y = (-0.006 \pm 0.003) + (3.74 \pm 0.12) \cdot X$$

απ' όπου προσδιορίζεται ο συντελεστής του ελατηρίου:

$$k = (3.74 \pm 0.12_{stat})\frac{N}{m} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\delta k}{k}\right)_{stat} = 0.03$$

Η σχεδόν μηδενική τιμή της σταθεράς $a = -0.006(3)$ στην ευθεία των ελαχίστων τετραγώνων $Y = a + b \cdot X$ είναι μια ακόμη επιβεβαίωση του νόμου του Hooke.

Η εκτίμηση του **συστηματικού σφάλματος** γίνεται, όπως και στην προηγούμενη μέθοδο, με βάση τον τύπο (4) της διάδοσης των σφαλμάτων και τιμές από τον πίνακα σφαλμάτων ανάγνωσης και βαθμονόμησης. Στην περίπτωση αυτή ισχύει:

$$\left(\frac{\delta k}{k}\right)_{sys} = \sqrt{\left(\frac{\delta M}{M}\right)^2 + \left(2\frac{\delta T}{T}\right)^2} = \sqrt{0.002^2 + (2 \cdot 0.007)^2} = 0.014$$

και τελικά, μετά από τετραγωνική άθροιση στατιστικού και συστηματικού σφάλματος:

$$\boxed{k = (3.74 \pm 0.12_{stat} \pm 0.05_{sys})\frac{N}{m} = (3.74 \pm 0.13)\frac{N}{m}}$$

Στην μέθοδο αυτή δεν έχει ληφθεί καθόλου υπόψη η μάζα του ελατηρίου $m_s = 10.17(2)\,g$. Η κατανομή της μάζας του ελατηρίου στην αρμονική ταλάντωση είναι ένα δύσκολο πρόβλημα το οποίο εξέρχεται των ορίων της παρούσας ανάλυσης.

Θέλοντας να προσεγγίσουμε όμως την κατεύθυνση μιας πιθανής διόρθωσης στην τιμή του *k*, μπορούμε να θεωρήσουμε πως ένα κλάσμα της μάζας του ελατηρίου προσαυξάνει την μάζα που ταλαντώνεται. Έτσι στην σχέση $k = \dfrac{4\pi^2 \cdot M}{T^2}$ το *M* θα πρέπει να μειωθεί κατά το ποσοστό αυτό, δίνοντας μικρότερες τιμές για την σταθερά του ελατηρίου *k*. Μια μέση διόρθωση της τάξεως του $1/4 \cdot m_s \approx 2.5g$ στην συνολική μάζα των $M \approx 80g$ επιφέρει διόρθωση στο *k* μεγαλύτερη του 3%. Μια τέτοια διόρθωση όμως έχει σαν αναπόφευκτη συνέπεια την αύξηση του συστηματικού σφάλματος.

Τελικά Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις

Από τις δύο ανεξάρτητες μεθοδολογικά μετρήσεις προσδιορίστηκε η σταθερά του ελατηρίου k και ελέγχθηκε η γραμμικότητα του νόμου του Hooke. Οι τιμές της σταθεράς του ελατηρίου που προσδιορίστηκαν πειραματικά συνοψίζονται παρακάτω και φαίνεται να είναι συμβατές μεταξύ τους.

Μέθοδος Α: $\boxed{k = (3.16 \pm 0.21_{stat} \pm 0.05_{sys})\frac{N}{m} = (3.16 \pm 0.22)\frac{N}{m}}$

Μέθοδος Β: $\boxed{k = (3.74 \pm 0.12_{stat} \pm 0.05_{sys})\frac{N}{m} = (3.74 \pm 0.13)\frac{N}{m}}$

Το συστηματικό σφάλμα είναι και στις δύο περιπτώσεις το ίδιο.

Στην μεν πρώτη μέθοδο η βασική πηγή του είναι η αβεβαιότητα στην μέτρηση της θέσης $\frac{\delta x}{x}$, στην δε δεύτερη, τόσο η ασάφεια στην μέτρηση της περιόδου $\frac{\delta T}{T}$, όσο και ο πολλαπλασιαστικός παράγοντας 2 στην διάδοση του σφάλματος εξ αιτίας της τετραγωνικής εξάρτησης του *k* από το χρόνο. Η δεύτερη μέθοδος έδωσε καλύτερο στατιστικό σφάλμα, ενώ το τελικό σφάλμα προέκυψε από τετραγ66ωνική άθροιση των επιμέρους σφαλμάτων.

Σύνοψη αποτελεσμάτων και των δύο τμημάτων

Οι πειραματικές τιμές που αναλύθηκαν παραπάνω προέρχονται από τις μετρήσεις του απογευματινού τμήματος. Για την πληρότητα της ανάλυσης παρατίθενται και οι αντίστοιχες μετρήσεις της θέσης *x* του ελατηρίου και της περιόδου $10 \cdot T$ από το πρωινό τμήμα, καθώς και τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα στον υπολογισμό της σταθεράς του ελατηρίου *k*.

Πρωινό Τμήμα (9:00-12:00)

m (g)	x (cm)				
	A	B	C	D	E
0 ± 0.02	42.8	42.7	42.7	42.7	42.8
20 ± 0.02	49.0	49.2	49.1	49.0	49.1
50 ± 0.02	58.0	58.6	58.8	58.9	58.9
70 ± 0.02	65.3	65.0	65.3	63.0	65.5
100 ± 0.02	74.9	74.6	74.4	74.6	74.8

m(g)	$10 \cdot T(s)$				
	A	B	C	D	E
20 ± 0.02	8.05	7.98	8.83	8.21	9.14
50 ± 0.02	9.73	10.92	9.84	9.73	11.96
70 ± 0.02	10.83	11.96	11.57	10.83	14.14
100 ± 0.02	12.19	13.00	12.11	12.30	17.28

Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων

	Μέθοδος Α (N/m)	**Μέθοδος Β** (N/m)
Πρωινό τμήμα	$k = 3.077 \pm 0.015_{stat} \pm 0.05_{sys}$ $k = 3.08 \pm 0.05$	$k = 2.90 \pm 0.09_{stat} \pm 0.05_{sys}$ $k = 2.90 \pm 0.10$
Απογευματινό τμήμα	$k = 3.16 \pm 0.21_{stat} \pm 0.05_{sys}$ $k = 3.16 \pm 0.22$	$k = 3.74 \pm 0.12_{stat} \pm 0.05_{sys}$ $k = 3.74 \pm 0.13$

Για όλες τις παραπάνω συγκεντρωτικές τιμές της σταθεράς του ελατηρίου *k* γίνεται συμψηφισμός των μετρήσεων και εξάγεται μια κεντρική τιμή ανάλογα με τα επιμέρους σφάλματα, σύμφωνα με τους τύπους:

$$k = \frac{\sum_i^N k_i \cdot w_i}{\sum_i^N w_i} \quad \text{και} \quad \delta k = \sqrt{\frac{1}{\sum_i^N w_i}} \quad \text{όπου} \quad w_i = \frac{1}{(\delta k_i)^2}$$

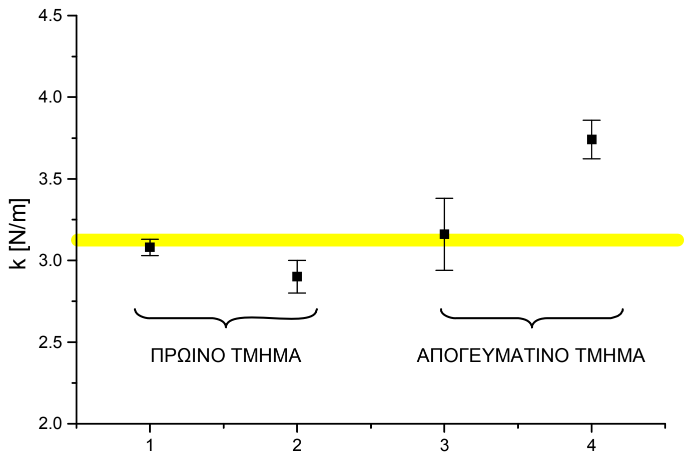
i	k_i	δk_i	w_i	$k_i \cdot w_i$
1	3.08	0.05	400.0	1232.0
2	2.90	0.10	100.0	290.0
3	3.16	0.22	20.7	65.4
4	3.74	0.13	59.2	221.4
N=4			$\sum_i^N w_i = 579.9$	$\sum_i^N k_i w_i = 1808.8$

Οπότε η κεντρική τιμή για την σταθερά k υπολογίζεται από όλες τις μετρήσεις ίση με:

$$\boxed{k = (3.12 \pm 0.04)\ \frac{N}{m}}$$

Είναι προφανές πως το μικρό στατιστικό σφάλμα της Μεθόδου Α του πρωινού τμήματος υπερκαλύπτεται από το μεγαλύτερο συστηματικό. Παρόλα αυτά, δίνει τον μεγαλύτερο συντελεστή βαρύτητας στην εύρεση της κεντρικής τιμής της σταθεράς *k*.

Όλα τα προηγούμενα αποτελέσματα συνοψίζονται γραφικά στο παρακάτω διάγραμμα:



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι

Ακαδημαϊκό Έτος 2024 - 2025

ΗΜΕΡΕΣ - ΩΡΕΣ - ΤΜΗΜΑΤΑ

ΤΜΗΜΑ	ΗΜΕΡΑ	ΩΡΑ
Α	Δευτέρα	13:00-15:30
Β	Τρίτη	13:00-15:30
Γ	Πέμπτη	10:00-12:30
Δ	Πέμπτη	13:00-15:30

Σειρά Ασκήσεων (Αίθουσα)

α/α	1ος κύκλος			2ος κύκλος		
1	Α1 (2)	Α2 (3)	Α3 (2)	Α4 (2)	Α5 (3)	Α6 (4)
2	Α1 (3)	Α2 (26)	Α3 (4)	Α4 (28)	Α5 (26)	Α6 (6)
3	Α1 (4)	Α2 (6)	Α3 (28)	Α5 (3)	Α6 (4)	Α4 (2)
4	Α1 (6)	Α3 (2)	Α2 (3)	Α5 (26)	Α6 (6)	Α4 (28)
5	Α1 (26)	Α3 (4)	Α2 (26)	Α6 (4)	Α4 (2)	Α5 (3)
6	Α1 (28)	Α3 (28)	Α2 (6)	Α6 (6)	Α4 (28)	Α5 (26)