

Μηχανική ρευστών

Τι είναι ρευστά

- Σε αντίθεση με ένα στερεό σώμα, το ρευστό μπορεί να ρέει.
- Το ρευστό προσαρμόζεται στα όρια οποιουδήποτε δοχείου τα βάλουμε και παίρνει το σχήμα του. Αυτό γίνεται γιατί δεν μπορεί να αντισταθεί σε δύναμη που είναι εφαπτόμενη στην επιφάνειά του (ή διαφορετικά δεν μπορεί να εξισορροπήσει οποιαδήποτε διατμητική τάση).
- Ένα ρευστό μπορεί να ασκήσει δύναμη κάθετη στην επιφάνειά του

Υδροστατική: μελέτη των ρευστών σε ηρεμία

Δυναμική των ρευστών (ρευστοδυναμική): μελέτη της κίνησης των ρευστών

Τι είναι ρευστά

Χρησιμοποιούμε τον όρο «ρευστό» τόσο για τα υγρά όσο και για τα αέρια

Τα **υγρά** είναι συνεκτικά:
Τα μόρια των ρευστών είναι κοντά μεταξύ τους, έτσι ώστε να ασκούν ελκτικές δυνάμεις το ένα στο άλλο, οπότε μπορούν να τείνουν να παραμένουν μαζί (δηλαδή να διατηρούν τη συνοχή τους).

Διατηρούν τον όγκο τους

Τα **αέρια** δεν είναι συνεκτικά:
Τα μόρια ενός αερίου απέχουν μεταξύ τους αποστάσεις μεγαλύτερες από τις διαστάσεις ενός μορίου. Επομένως, οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων είναι ασθενείς, η συνοχή είναι πολύ ασθενής ή και ανύπαρκτη,

Μπορούν εύκολα να μεταβάλουν τον όγκο τους

Πυκνότητα και πίεση

Πυκνότητα

Ορισμός: $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$

Ομογενής Πυκνότητα: $\rho = \frac{m}{V}$

Μονάδα στο S.I. : 1kg/m^3

Πίεση

Ορισμός: $p = \frac{\Delta F}{\Delta A}$

Κάθετη δύναμη σε επίπεδη επιφάνεια: $p = \frac{F}{A}$

Μονάδα στο S.I. : $1\text{N/m}^2 = 1\text{Pa}$ (Pascal)

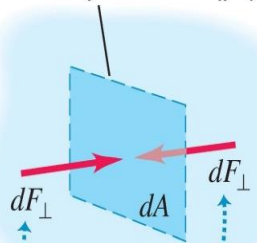
Βαθμωτό μέγεθος
ανεξάρτητη του
προσανατολισμού
της επιφανειας

Πίεση

Δυνάμεις ασκούμενες σε μικρή επιφάνεια στο εσωτερικό ρευστού σε ηρεμία.

12.2 Δυνάμεις ασκούμενες σε μικρή επιφάνεια στο εσωτερικό ρευστού σε ηρεμία.

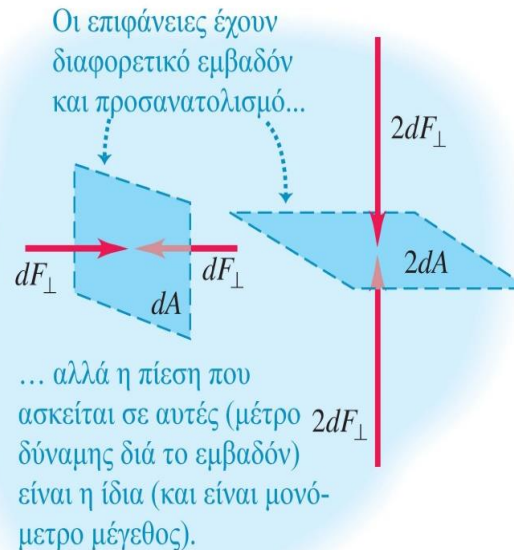
Μικρή επιφάνεια εμβαδού dA μέσα σε ρευστό σε ηρεμία



Η επιφάνεια δεν επιταχύνεται, επομένως το ρευστό που την περιβάλλει ασκεί ίσες κάθετες δυνάμεις και στις δύο πλευρές της. (Το ρευστό δεν μπορεί να ασκήσει δύναμη παράλληλη προς την επιφάνεια, γιατί κάτι τέτοιο θα επιτάχυνε την επιφάνεια.)

Ορίζουμε την πίεση p ως την κάθετη δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας.

12.3 Η πίεση είναι βαθμωτό μέγεθος και έχει μονάδες newton ανά τετραγωνικό μέτρο. Αντιθέτως, η δύναμη είναι διάνυσμα και οι μονάδες της είναι newton.



Διπλάσια δύναμη σε διπλάσια επιφάνεια προκαλεί την ίδια πίεση

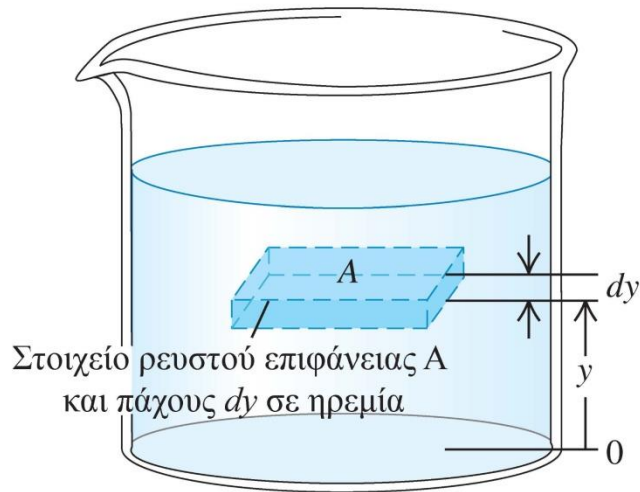
Δεν πρέπει να συγχέεται πίεση με δύναμη: στην καθημερινότητα μπορεί να έχουν παρόμοιο νόημα όμως στη μηχανική είναι διαφορετικές παράμετροι

ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ

Υδροστατική Πίεση: πίεση που ασκούν τα ρευστά σε ηρεμία

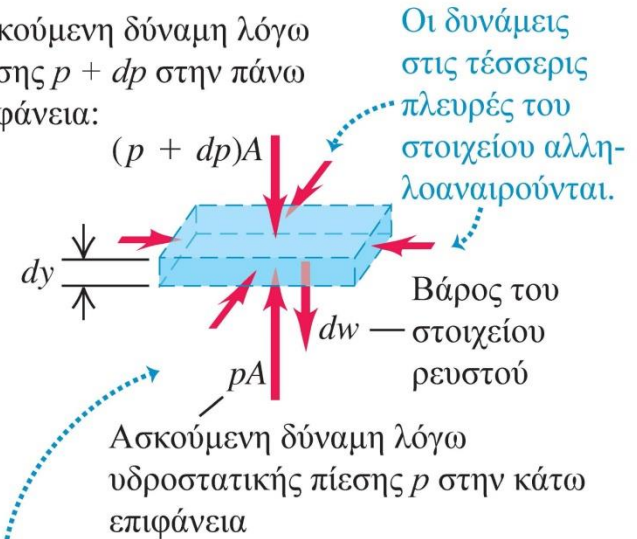
12.4 Δυνάμεις σε ένα στοιχείο ρευστού που ισορροπεί.

(a)



(b)

Ασκούμενη δύναμη λόγω πίεσης $p + dp$ στην πάνω επιφάνεια:



Αφού το ρευστό ηρεμεί, το διανυσματικό άθροισμα των κατακόρυφων δυνάμεων στο στοιχείο του ρευστού πρέπει να είναι μηδέν:

$$pA - (p + dp)A - dw = 0.$$

Θεωρούμε στοιχειώδη κύλινδρο κυλινδρικό όγκο ρευστού με μάζα dm με στοιχειώδη πάχος dy και εμβαδό A

Δυνάμεις που ασκούνται: 1) $P \cdot A$ στο κάτω μέρος του όγκου σε ύψος y από τον πυθμένα και

2) $(P+dP)A$ στο πάνω μέρος του όγκου σε ύψος $y+dy$ από τον πυθμένα

3) Βάρος

$$dF_g = (dm) \cdot g = \rho \cdot g \cdot dV = \rho \cdot g \cdot A \cdot dy$$

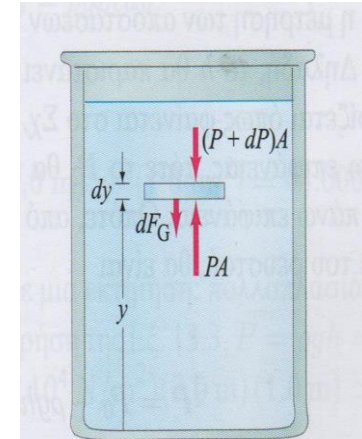
Εφόσον το ρευστό ηρεμεί η συνισταμένη των δυνάμεων θα είναι 0.

$$PA - (P+dP)A - \rho g A dy = 0 \rightarrow \frac{dP}{dy} = -\rho g$$

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = - \int_{y_1}^{y_2} \rho \cdot g \cdot dy \rightarrow P_2 - P_1 = - \int_{y_1}^{y_2} \rho \cdot g \cdot dy$$

a) $\rho = \text{σταθερό}$

b) ρ μεταβάλλεται ανάλογα με την πίεση (πχ ατμόσφαιρα)

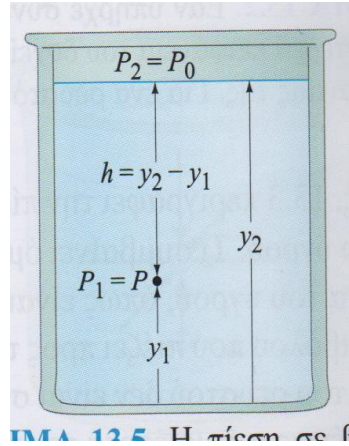


Υγρό $\rho = \text{σταθερό}$
 $P_2 = P_0$ (ατμ. Πίεση).

A) $\rho = \text{σταθερό (υγρό)}$

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1) = -\rho g h$$

$$p_0 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1) = -\rho g h \rightarrow$$
$$P = p_0 + \rho g h$$



Αν $p_2 = p_0$ η ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια του υγρού και $p_1 = p$ Η πίεση σε ένα σημείο σε βάθος h

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0}$$

B) ρ μεταβάλλεται ανάλογα με την πίεση (όπως στην ατμόσφαιρα)

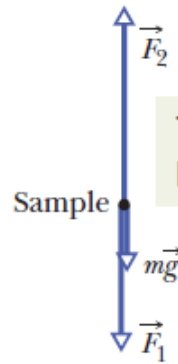
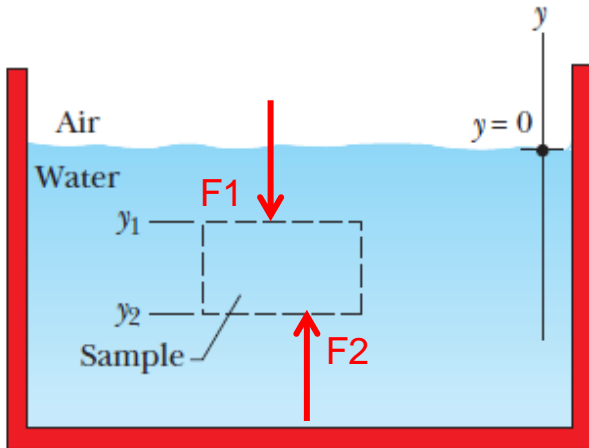
$$\frac{dP}{dy} = -\rho g = -P \frac{\rho_0}{P_0} g \rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{\rho_0}{P_0} g dy \rightarrow$$

$$\int_{p_0}^p \frac{dP}{P} = \frac{\rho_0}{P_0} g \int_0^y dy \rightarrow \ln \frac{P}{P_0} = \frac{\rho_0}{P_0} g y$$

$$\rightarrow P = P_0 e^{-\left(\rho_0 \cdot \frac{g}{P_0}\right) y}$$

ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ

Three forces act on this sample of water.



The three forces balance.

Ισοροπία δυνάμεων που ασκούνται σε ένα δείγμα του ρευστού κυλινδρικού σχήματος, με επιφάνεια βάσης A και πυκνότητα του ρευστού ρ (σταθερή):

$$F_1 + W = F_2$$

$$F_1 + W = F_2 \Rightarrow p_1 A + mg = p_2 A \Rightarrow p_1 A + A(y_2 - y_1)\rho g = p_2 A$$



$$p_1 A + A h \rho g = p_2 A \Rightarrow \boxed{p_2 = p_1 + \rho g h}$$

Υδροστατική Πίεση

$$p_2 = p_1 + \rho gh$$

Η υδροστατική πίεση σε σημείο του ρευστού που βρίσκεται σε ισορροπία εξαρτάται **μόνο από το βάθος** του σημείου και όχι από την οριζόντια επιφάνεια του δοχείου.

Η πίεση επομένως μειώνεται όσο ανεβαίνουμε προς την επιφάνεια του ρευστού ή διαφορετικά αυξάνει με το βάθος

Ατμοσφαιρική Πίεση

Ατμοσφαιρική πίεση, p_a , είναι η πίεση της ατμόσφαιρας της Γης ή πιο συγκεκριμένα η πίεση που ασκεί στο έδαφος το βάρος της αέριας στήλης.

Άλλες μονάδες της πίεσης κυρίως στη μετεωρολογία:

- $1\text{bar}=10^5\text{ Pa}$
- $1\text{ Millibar (mbar)}=1\text{ hectoPascal (hPa)} = 100\text{ Pa.}$
- $1\text{mmHg}=1\text{ torr}$

Η κανονική ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια της θάλασσας (μέση τιμή) είναι 1 ατμόσφαιρα (atm).

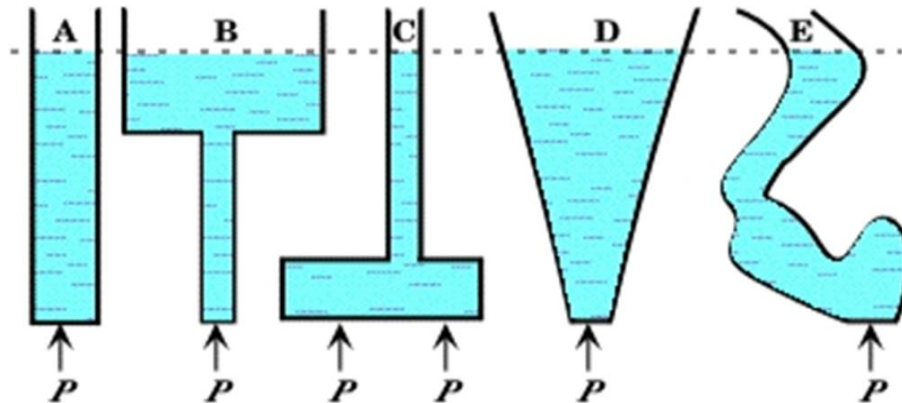
$$1\text{ atm} = 1,013 \times 10^5\text{ Pa} = 1,013\text{ bar} = 1013\text{ millibar}$$

$$1\text{ atm}=760\text{ torr}$$

ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ

Όταν ένα ρευστό βρίσκεται σε στατική ισορροπία, η πίεση σε ένα σημείο του ρευστού εξαρτάται από το **βάθος** αυτού του σημείου **και όχι από κάποια οριζόντια διάσταση** του ρευστού ή του δοχείου.

$$p_2 = p_1 + \rho gh$$



Η υδροστατική πίεση σε οποιοδήποτε σημείο της βάσης των παραπάνω δοχείων, τα οποία περιέχουν το ίδιο ρευστό, είναι η ίδια και ανεξάρτητη του σχήματος του δοχείου ή του ανοίγματός των.

Διαφορική και ολική πίεση

Η διαφορά της ολικής από την ατμοσφαιρική πίεση σε ένα δοχείο καλείται συνήθως **διαφορική ή μανομετρική πίεση**.

Η ολική πίεση στο δοχείο καλείται **απόλυτη πίεση**.

Αν η απόλυτη πίεση είναι μικρότερη της ατμοσφαιρικής, τότε η διαφορική πίεση είναι αρνητική (παράδειγμα: θάλαμοι νοσηλείας αρνητικής (διαφορικής) πίεσης).

Πίεση στα λάστιχα του αυτοκινήτου: η πίεση στα λάστιχα πρέπει να είναι μεγαλύτερη της ατμοσφαιρικής. Η διαφορά των πιέσεων μέσα και έξω θα είναι η διαφορική πίεση

Αρτηριακή πίεση είναι η διαφορική πίεση του αίματος

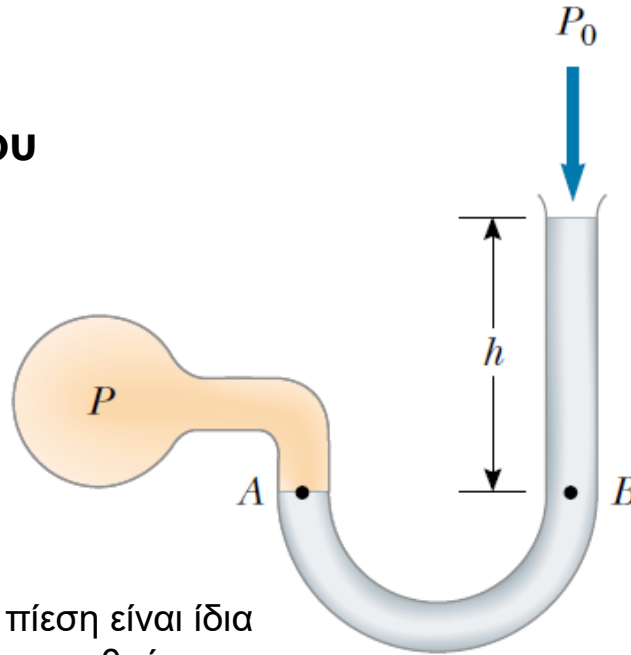
ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ

Δύο διαφορετικοί τύποι μανομέτρων για την μέτρηση σχετικής και απόλυτης πίεσης.

**Δυο τύποι
μανόμετρου**

Μέτρηση της Πίεσης

**Ανοιχτού
τύπου**



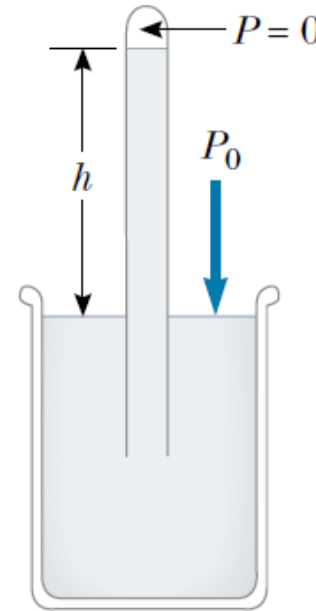
Η πίεση είναι ίδια
στον πυθμένα
του δοχείου

(a)

Μανομετρική
πίεση (θετική
ή αρνητική)
ανάλογα με το
αν $\rho > \rho_0$ ή $\rho < \rho_0$

$$P = P_0 + \rho gh$$
$$P - P_0 = \rho gh$$

Στην κορυφή του σωλήνα
επικρατεί σχεδόν κενό



υδραργυρικό

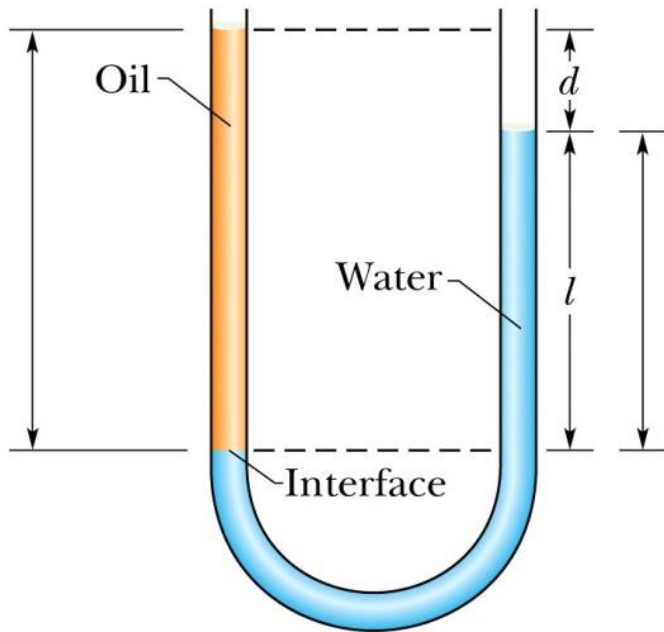
Η στάθμη στην οποία
ανέρχεται ο υδράργυρος
εξαρτάται από την
ατμοσφαιρική πίεση που
ασκείται στη λεκάνη

(b)

$$P_0 = \rho gh$$

Μέτρηση
ατμοσφαιρικής
πίεσης

Παράδειγμα



Ισορροπία διαφορετικών υγρών

Το λάδι στο αριστερό σκέλος φτάνει σε μεγαλύτερο ύψος από το νερό στο δεξιό σκέλος του «υοειδούς» σωλήνα, διότι το λάδι είναι λιγότερο πυκνό από το νερό ($\rho_\lambda < \rho_\nu$).

Και οι δύο στήλες των ρευστών δημιουργούν την ίδια πίεση p_{int} στο επίπεδο της διεπιφάνειας επειδή το νερό βρίσκεται σε στατική ισορροπία

Αριστερό σκέλος: $p_{int} = p_0 + \rho_\lambda g(l + d)$

Δεξιό σκέλος: $p_{int} = p_0 + \rho_\nu g l$



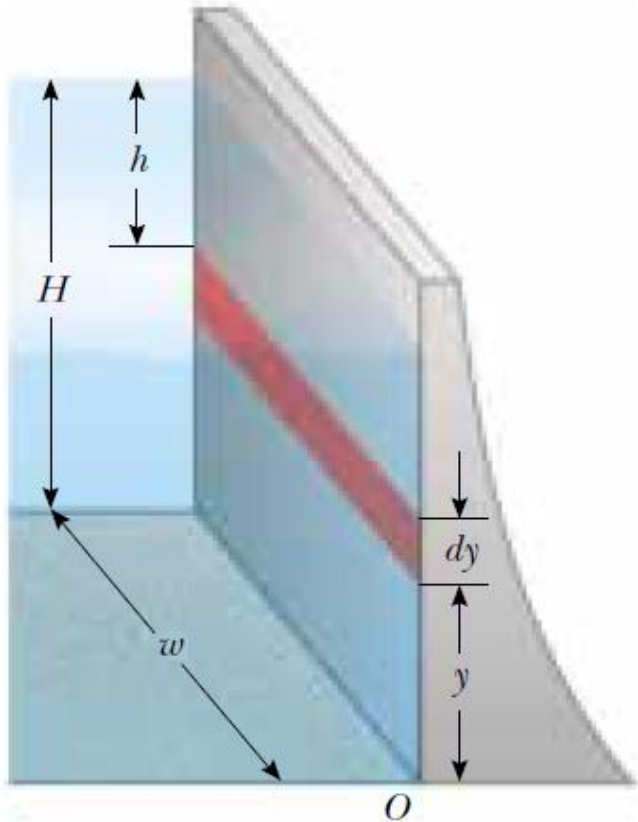
$$p_0 + \rho_\lambda g(l + d) = p_0 + \rho_\nu g l \Rightarrow \rho_\lambda(l + d) = \rho_\nu l \Rightarrow$$

$$\rho_\lambda = \rho_\nu \frac{l}{l + d}$$

Απαιτείται μεγαλύτερο ύψος λαδιού ώστε να ασκηθεί η ίδια πίεση στη βάση του σωλήνα επειδή $\rho_\lambda < \rho_\nu$

Το αποτέλεσμα είναι ανεξάρτητο της ατμοσφαιρικής πίεσης p_0 !

ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ



Υδάτινο Φράγμα

Υπολογισμός της ασκούμενης δύναμης σε φράγμα πλάτους w και ύψους H .

$$P = \rho g h = \rho g (H - y)$$

$$dF = P dA = \rho g (H - y) w dy$$

$$F = \int P dA = \int_0^H \rho g (H - y) w dy$$

Υπολογισμός Μέσης Πίεσης

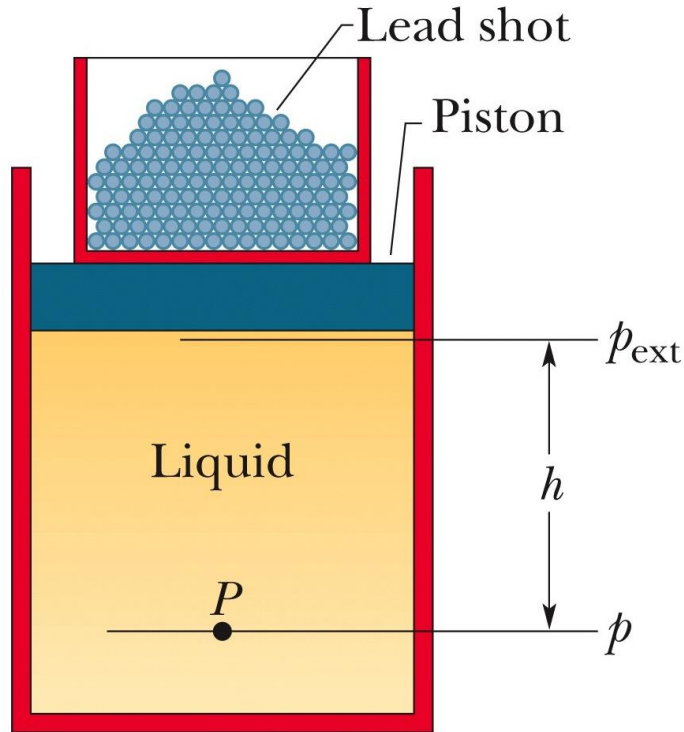
$$p = \frac{1}{2} \rho g H$$

$$A = H \cdot w$$

$$F = \frac{1}{2} \rho g w H^2$$

Η δύναμη που ασκείται στο φράγμα αυξάνει με το τετράγωνο του ύψους!

Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL



Μεταβολή της πίεσης που εφαρμόζεται σε ένα έγκλειστο ασυμπίεστο ρευστό μεταδίδεται αμείωτη σε κάθε τμήμα του ρευστού και στα τοιχώματα του δοχείου.

$$p = p_{\text{ext}} + \rho g h$$

$$\Delta p = \Delta p_{\text{ext}}$$

Αν αυξήσουμε την p_{ext} κατά μια ποσότητα Δp_{ext} (προσθέτοντας για παράδειγμα σκάγια στο δοχείο), η μεταβολή της πίεσης στο σημείο P είναι η ίδια και **ανεξάρτητη από το βάθος h.**

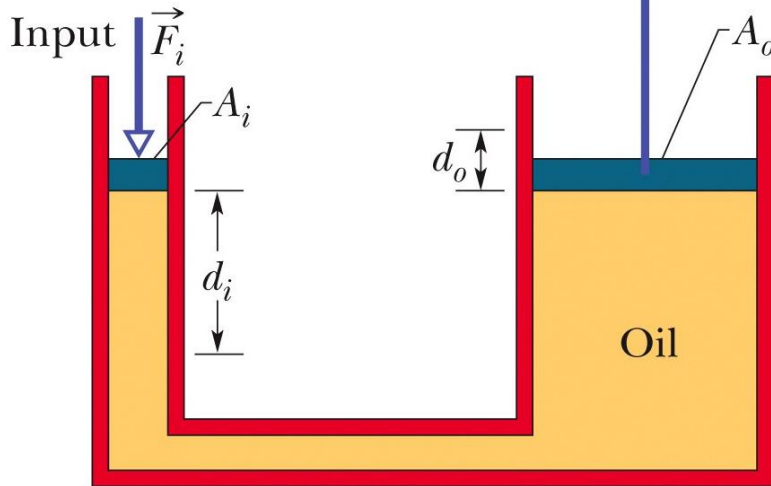
Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL

Μια μικρή δύναμη εισόδου προκαλεί

μια μεγάλη δύναμη εξόδου

ΥΔΡΑΥΛΙΚΟ ΠΙΕΣΤΗΡΙΟ

Υδραυλική διάταξη που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μεγεθυνθεί η δύναμη F_i .



$$\Delta p = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o}$$



$$F_o = F_i \frac{A_o}{A_i}$$

$$d_o = d_i \frac{A_i}{A_o}$$

Μετακίνηση εμβόλου (ίδιος όγκος): $V = d_i A_i = d_o A_o \Rightarrow$

Παραγόμενο Έργο: $W_o = F_o d_o = \left(F_i \frac{A_o}{A_i} \right) \left(d_i \frac{A_i}{A_o} \right) = F_i d_i = W_i \Rightarrow$ $W_o = W_i$

Αρχή του Pascal

Ισχύει όταν η πυκνότητα του ρευστού δεν μεταβάλλεται (ασυμπίεστο ρευστό)

$$p = p_0 + \rho gh$$

Εφαρμογή της αρχής του Pascal:
Ο υδραυλικός ανυψωτής

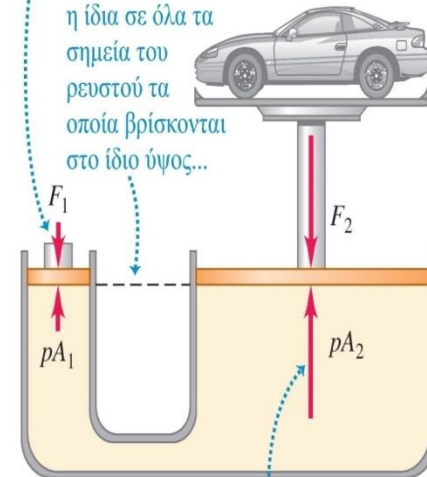
ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL: Η πίεση η οποία ασκείται σε ρευστό περιορισμένο σε ένα δοχείο μεταδίδεται αμείωτη σε κάθε σημείο του ρευστού και σε κάθε σημείο των τοιχωμάτων του δοχείου που το περιέχει.

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \text{και} \quad F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 \quad (12.7)$$

12.7 Ο υδραυλικός ανυψωτής είναι μια εφαρμογή του νόμου του Pascal. Το μέγεθος του δοχείου υγρού έχει μεγεθυνθεί για καλύτερη απεικόνιση.

Μία μικρή πίεση ασκείται σε μικρό έμβολο.

Αφού η πίεση p είναι η ίδια σε όλα τα σημεία του ρευστού τα οποία βρίσκονται στο ίδιο ύψος...

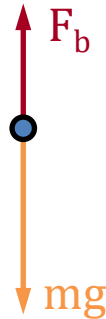
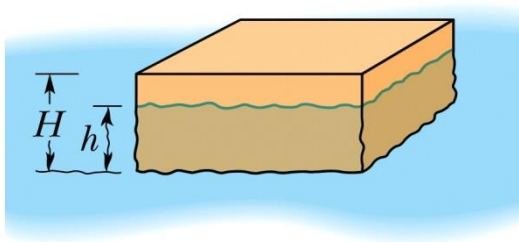


... έμβολο μεγαλύτερης επιφάνειας, ευρισκόμενο στο ίδιο ύψος, δέχεται μεγαλύτερη δύναμη.

Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ

ΑΝΩΣΗ

Σώμα πλήρως ή μερικώς βυθισμένο σε ρευστό δέχεται δύναμη **άνωσης** F_b (κατευθυνόμενη προς τα πάνω) ίση με το βάρος του εκτοπιζόμενου ρευστού.



$$F_b = m_f g = V_f \rho_f g$$

Όταν το σώμα επιπλέει:

$$mg = F_b$$

V_f : Βυθισμένος όγκος
 ρ_f : Πυκνότητα ρευστού
 ρ : Πυκνότητα σώματος

$$mg = F_b \Rightarrow mg = m_f g \Rightarrow V \rho g = V_f \rho_f g \Rightarrow S H \rho g = S h \rho_f g \Rightarrow H \rho = h \rho_f$$



$$h = H \frac{\rho}{\rho_f}$$

Η άνωση δεν ισούται απαραίτητα με το βάρος του σώματος

Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ

Λόγω της άνωσης ένα σώμα βυθισμένο στο νερό φαίνεται να ζυγίζει λιγότερο απ' ό,τι στον αέρα.

Φαινόμενο βάρος είναι η ένδειξη της ζυγαριάς ενός σώματος που βρίσκεται μέσα στο ρευστό λόγω άνωσης

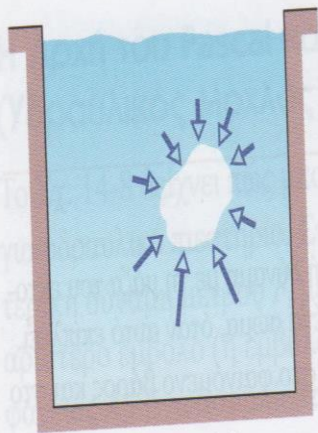
Φαινόμενο βάρος=πραγματικό βάρος-μέτρο της άνωσης

αρχή του Αρχιμήδη:

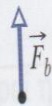
Όταν ένα σώμα εν μέρει ή εξολοκλήρου βυθισμένο σε ένα ρευστό, το ρευστό εξασκεί στο σώμα μια δύναμη προς τα πάνω που είναι ίση με το βάρος του ρευστού που εκτοπίζεται από το σώμα

$$F_b = m_f g$$

Όπου m_f είναι η μάζα του ρευστού που εκτοπίζεται από το σώμα



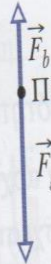
(α)



Η δύναμη της άνωσης οφείλεται στην πίεση του περιβάλλοντος νερού.

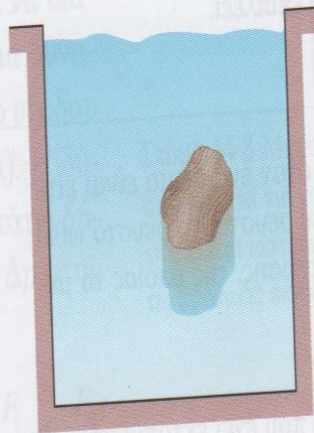


(β)

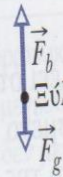


Πέτρα

Η συνισταμένη δύναμη είναι προς τα κάτω, οπότε η πέτρα επιταχύνεται προς κάτω.



(γ)



Ξύλο

Η συνισταμένη δύναμη είναι προς τα πάνω, οπότε το ξύλο επιταχύνεται προς τα πάνω.

Σχήμα 14-10 (α) Το νερό που περιβάλλει την κοιλότητα στο νερό ασκεί μια συνισταμένη δύναμη άνωσης, προς τα πάνω, σε σιδηρή σφαίρα. (β) Για μια πέτρα του ίδιου όγκου με την κοιλότητα η βαρυτική δύναμη υπερβαίνει σε μέτρο τη δύναμη της άνωσης. (γ) Για ένα κομμάτι ξύλο του ίδιου όγκου η βαρυτική δύναμη είναι μικρότερη από τη δύναμη της άνωσης σε μέτρο.

...στη νερό σκούλα τώρα ασκείται στην

Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ

Πλεύση

Όταν ένα σώμα επιπλεει σε ένα ρευστό, το μέτρο της άνωσης είναι ίσο με το μέτρο της βαρυτικής δύναμης στο σώμα

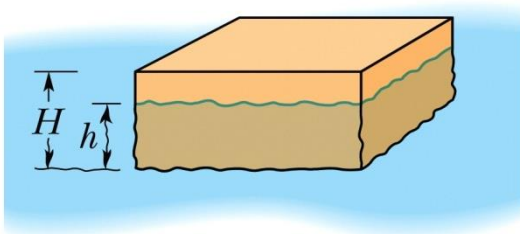
Επομένως, όταν ένα σώμα επιπλεει σε ένα ρευστό, το μέτρο της βαρυτικής δύναμης στο σώμα είναι ίσο με το βάρος του ρευστού που εκτοπίζεται από το σώμα

Παράδειγμα 1

Στο παρακατω σχήμα η πυκνότητα του σώματος είναι $\rho=800 \text{ kg/m}^3$. Το σώμα επιπλεει με τη μεγαλη του επιφάνεια προς τα κάτω σε ένα ρευστό πυκνότητας $\rho_f=1200 \text{ kg/m}^3$. Το σώμα έχει ύψος $H=6 \text{ cm}$.

A) Σε πόσο βαθος έχει βυθιστει το σώμα

B) Αν το σώμα συγκρατειται πλήρως βυθισμένο και μετα αφήνεται ποιο είναι το μέτρο της επιταχυνσης?



Ο ρόλος της άνωσης

Αν το σώμα έχει $\rho < \rho_f$, τότε η συνισταμένη δύναμη θα το ανεβάσει στην επιφάνεια μέχρι να ισορροπήσει με ένα μέρος του να είναι βυθισμένο στο νερό και το υπόλοιπο εκτός νερού

Παράδειγμα

$\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$ (πυκνότητα νερού)

m (ξύλου) = 1200 kg

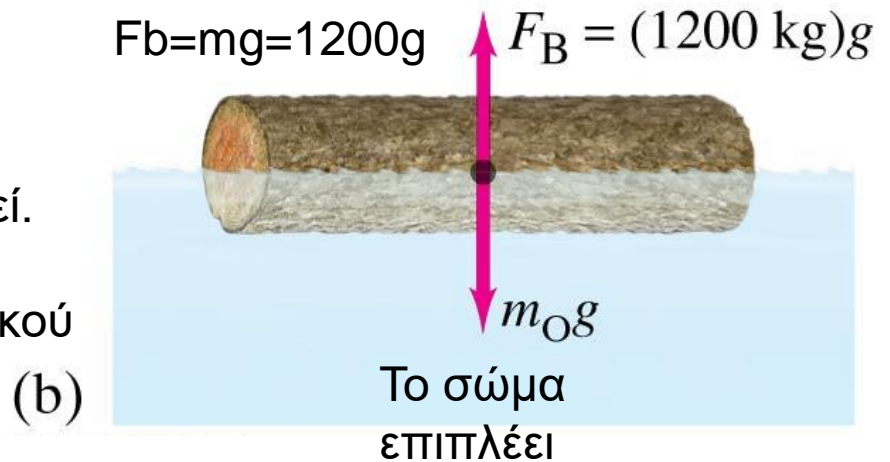
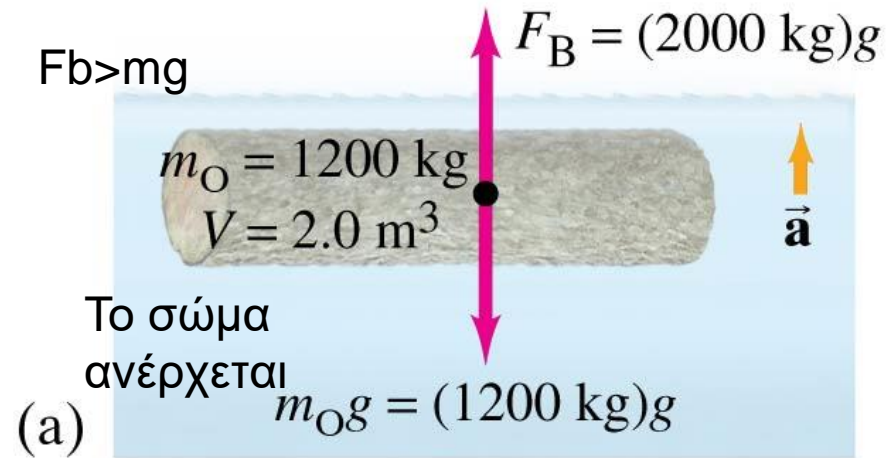
V (ξύλου) = 2 m³

Το ξύλο ισορροπεί όταν $F_b = mg$ και εκτοπίζονται 1200 kg νερού δηλαδή όταν όγκος του σώματος ίσος με 1,2 m³ βυθιστεί.

Η τιμή αυτή αντιστοιχεί στο 60% του συνολικού όγκου του σώματος

$$mg = 1200 \text{ g}$$

$$F_b = \rho_f \cdot V \cdot g = 1000 \times 2 \text{ g} = 2000 \text{ g}$$



Ο ρόλος της άνωσης

Γενικά:

$$F_b = mg \implies \rho_f \cdot V_f \cdot g = \rho_o \cdot V_o \cdot g \implies \frac{V_f}{V_o} = \frac{\rho_o}{\rho_f}$$

Όπου V_f = όγκος του υγρού που εκτοπίζεται = ο όγκος του σώματος που βυθίζεται

Αρα: το ποσοστό του βυθισμένου τμήματος του σώματος δίνεται από το λόγο της πυκνότητας του σώματος προς την πυκνότητα του ρευστού

Ερώτηση1: Ένας πιγκουΐνος **επιπλέει** αρχικά σε ρευστό πυκνότητας ρ_0 , μετά σε ρευστό πυκνότητας $0.95 \rho_0$ και μετά σε ρευστό πυκνότητας $1.1 \rho_0$. α) Να κατατάξετε τις πυκνότητες με βάση το μέτρο της άνωσης που ασκείται στον πιγκουΐνο από τη μεγαλύτερη προς τη μικρότερη. Β) Να κατατάξετε τις πυκνότητες σύμφωνα με την ποσότητα του ρευστού που εκτοπίζεται από τον πιγκουΐνο

Ερώτηση2: Η άνωση που ασκείται σε ένα σώμα πυκνότητας ρ , 2ρ , $\rho/2$ τότε είναι μεγαλύτερη?

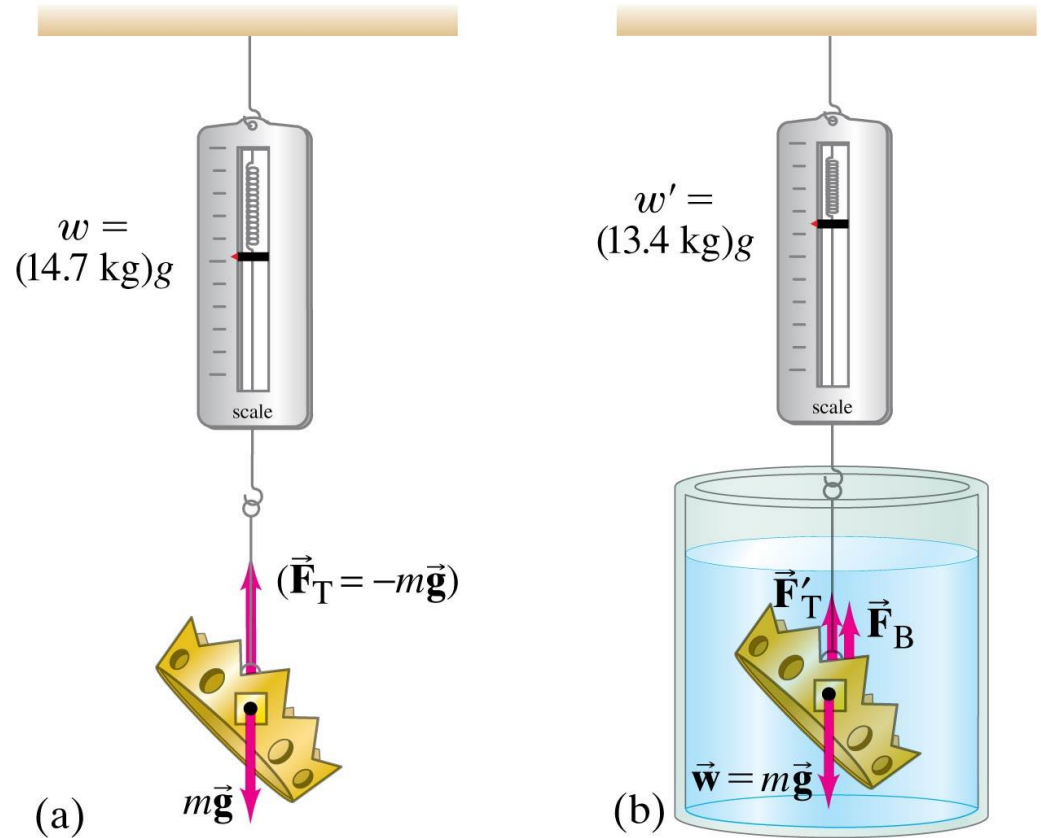
Ερώτηση 3: Θεωρήστε δυο όμοια δοχεία γεμάτα με νερό μέχρι το χείλος τους. Το ένα περιέχει μόνο νερό και το δεύτερο ένα κομμάτι ξύλο που επιπλέει. Ποιο δοχείο έχει μεγαλύτερο βάρος?

Παράδειγμα

Χρυσό άγαλμα βάρους 15 kg ανυψώνεται απο το βυθό της θάλασσας. Ποια είναι η τάση στο συρματόσχοινο ανύψωσης (αβαρές) όταν το άγαλμα α) είναι σε ηρεμία και τελειως βυθισμένο στο νερό β) σε ηρεμία και όλο έξω απο το νερό .

Παράδειγμα

Όταν μια κορώνα μάζας $m=14.7$ Kg βυθιστεί στο νερό ο ζυγός ακριβείας καταγραφει 13.4 kg. Να διερευνηθεί αν η κορώνα είναι κατασκευασμένη από χρυσό



Ρευστά σε κίνηση

Τι σημαίνει ιδανικό ρευστό?

- **Σταθερή (στρωτή) ροή:** η ταχύτητα του κινούμενου ρευστου σε οποιοδήποτε σταθερό σημείο δεν μεταβάλλεται με το χρόνο (Σε αντίθετη περίπτωση η ροή είναι τυρβώδης)
- **Ασυμπίεστη ροή:** η πυκνότητα είναι σταθερή και ομοιόμορφη
- **Ροή χωρίς ιξώδες:** το ιξώδες είναι μέτρο της αντίστασης του ρευστου στη ροή (ανάλογο της τριβής για στερεά). Ρευστό χωρίς ιξώδες είναι αυτό που δεν δέχεται καμμία αντίσταση
- **Αστρόβιλη ροή:** δεν υπάρχει περιστροφική κίνηση γυρω απο άξονα που διέρχεται απο το κέντρο μάζας του

(a) Χαμηλή ταχύτητα:
στρωτή ροή



(b) Υψηλή ταχύτητα:
τυρβώδης ροή



12.20 Η ροή του καπνού από το καμένο σπίρτο είναι στρωτή μέχρι κάποιο ύψος και μετά γίνεται τυρβώδης.



Τύρβη και ιξώδες

Τύρβη (ή τυρβώδης ροή): Ακανόνιστη, χαοτική ροή, όταν η ταχύτητα ροής ενός ρευστού υπερβεί μια ορισμένη κρίσιμη τιμή. Δεν υπάρχει εικόνα μόνιμης ροής και δεν ισχύει η εξίσωση του Bernoulli

Η τυρβώδης ροή καθορίζεται ως ένα βαθμό απο το ιξώδες:όσο μεγαλύτερο ιξώδες τόσο μεγαλύτερη η τάση για στρωτη ροή

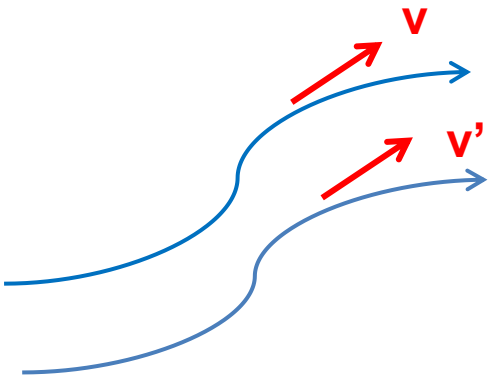
Ιξώδες είναι η εσωτερική τριβή σε ένα ρευστό. Δυνάμεις ιξώδους αντιτίθενται στην κίνηση ενός τμήματος του ρευστού σε σχέση με ένα άλλο γειτονικό του.

Ο συντελεστής ιξώδους όλων των ρευστών εξαρτάται σημαντικά από τη θερμοκρασία και αυξάνεται για τα αέρια καθώς η θερμοκρασία αυξάνεται, ενώ για τα υγρά ελαττώνεται

Ρευστά σε κίνηση

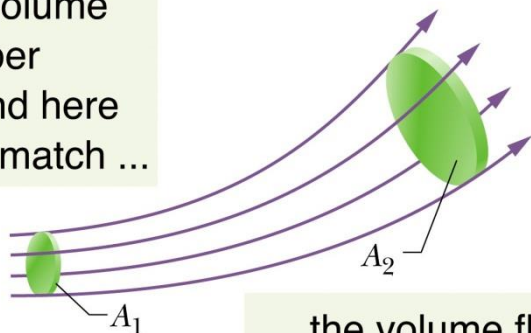
Ρευματική γραμμή είναι μια καμπύλη, σε κάθε σημείο της οποίας η εφαπτομένη συμπίπτει με τη διεύθυνση της ταχύτητας του ρευστού στο συγκεκριμένο σημείο

Οι ρευματικές γραμμές δεν τέμνονται γιατί ένα σωματίδιο που θα έφτανε στην τομή τους θα είχε ταυτόχρονα δυο διαφορετικές ταχύτητες



ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ

The volume flow per second here must match ...



... the volume flow per second here.

Ο ρυθμός ροής όγκου (παροχή) παραμένει σταθερός σε οποιαδήποτε διατομή του σωλήνα.

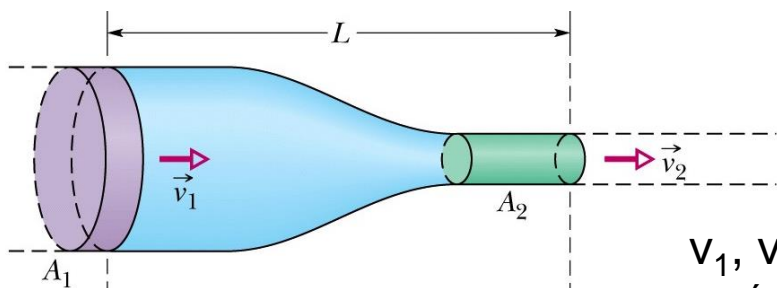
ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Μονάδα m³/s

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \text{σταθερός}$$

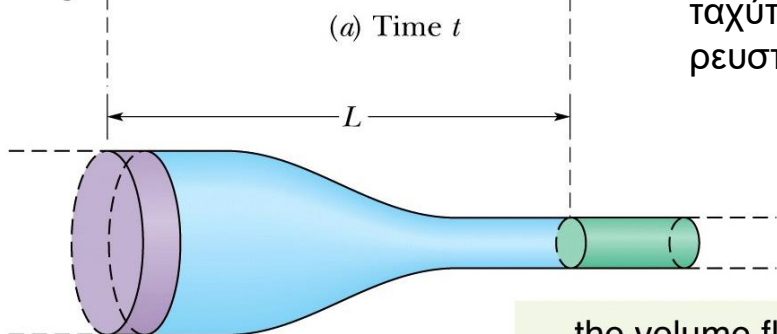
Copyright © 2011 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

halliday_9e_fig_14.17



(a) Time t

v_1, v_2
ταχύτητα
ρευστού



(b) Time $t + \Delta t$

... the volume flow per second here.

$$\frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \frac{\Delta V_2}{\Delta t} \Rightarrow \frac{A_1 \Delta x_1}{\Delta t} = \frac{A_2 \Delta x_2}{\Delta t}$$

Εξίσωση
συνέχειας για
ασυμπίεστο
ρευστό

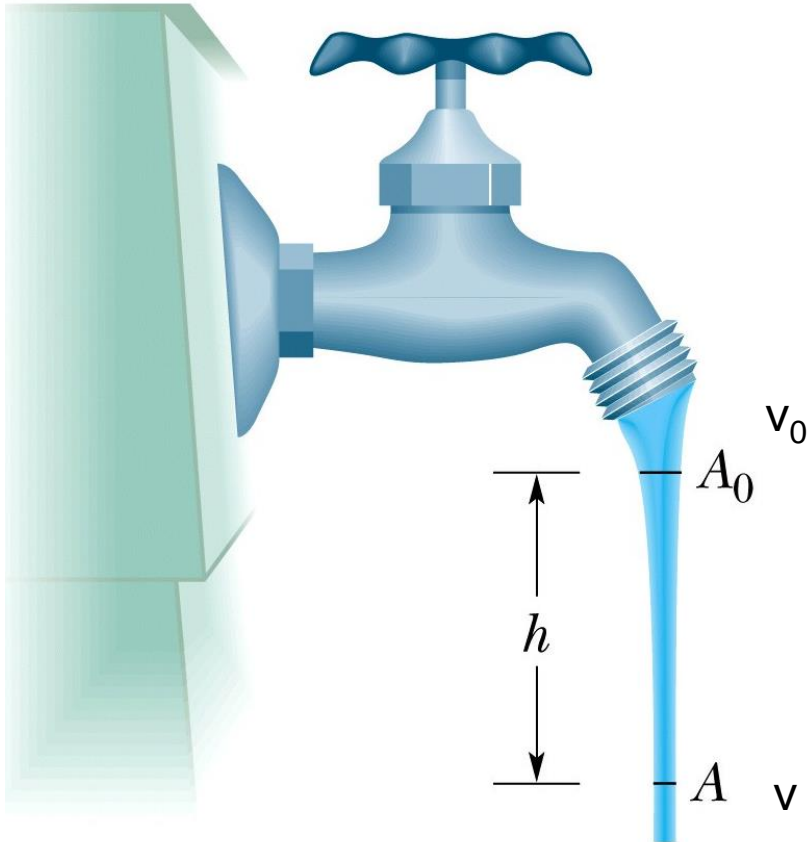
$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Ρυθμός Ροής Μάζας

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t} = \rho A \frac{\Delta x}{\Delta t} = \rho A v = \text{σταθερός}$$

Μονάδα kg/s

ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ



ΕΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Γιατί το ρεύμα νερού από μια βρύση στενεύει καθώς πέφτει;

$$A_0 v_0 = A v$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

Ελεύθερη πτώση του νερού

$$A = A_0 \frac{v_0}{v} = A_0 \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$



$$A = A_0 \frac{1}{\sqrt{1 + 2gh/v_0^2}}$$

Ρυθμός ροής όγκου: $A_0 \cdot v_0$

Καθώς το νερό πέφτει, το μέτρο της ταχύτητάς του αυξάνεται λόγω του βάρους. Επειδή ο ρυθμός ροής του όγκου νερού πρέπει να παραμείνει σταθερός, η διατομή της ροής ελαττώνεται.

ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ

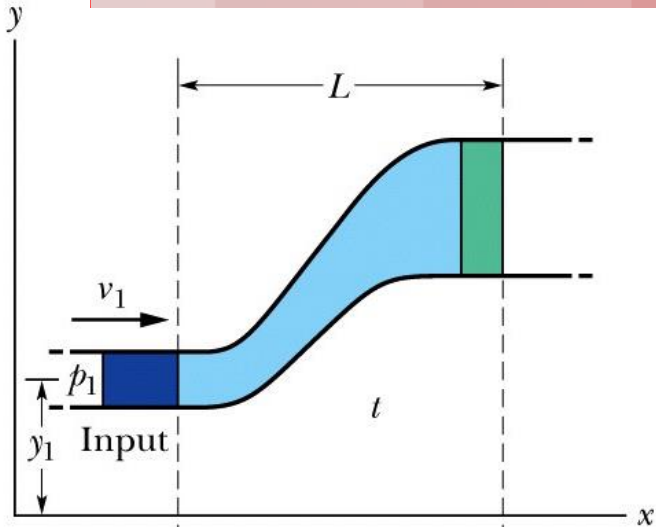
Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ BERNOLLI

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{σταθερά}$$

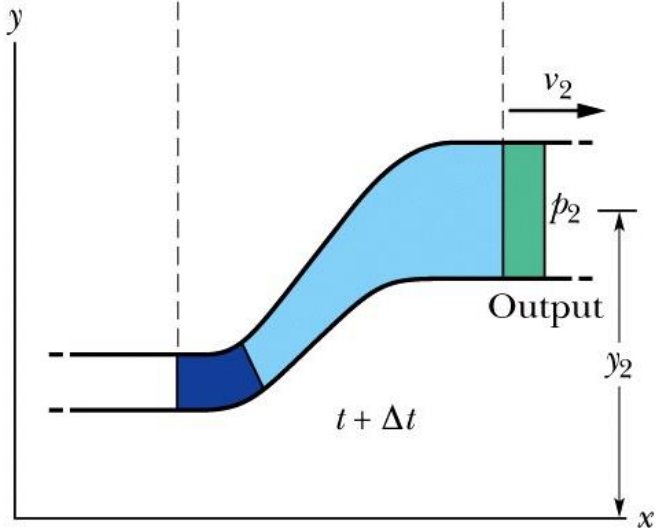
Όταν εκτός από την ταχύτητα μεταβάλλεται και η πίεση στη διάρκεια της ροής, λόγω διαφορετικού ύψους

Ισχύει όταν το ρευστό είναι ιδανικό: στρωτή ροή χωρίς ιξώδες

Έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας



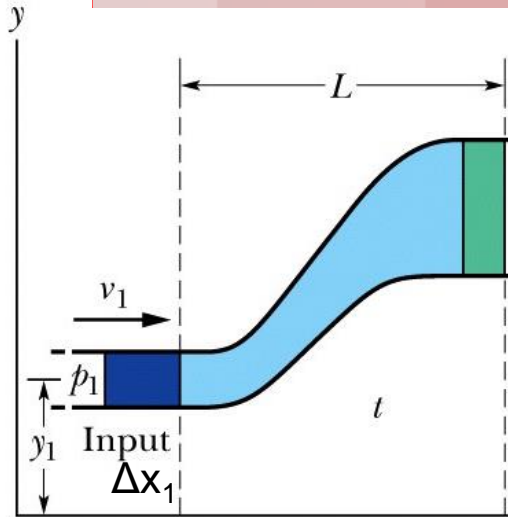
(a)



(b)

Η ΕΙΣΩΣΗ ΤΟΥ BERNOULLI

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{σταθερά} \quad \text{Απόδειξη}$$



(a)

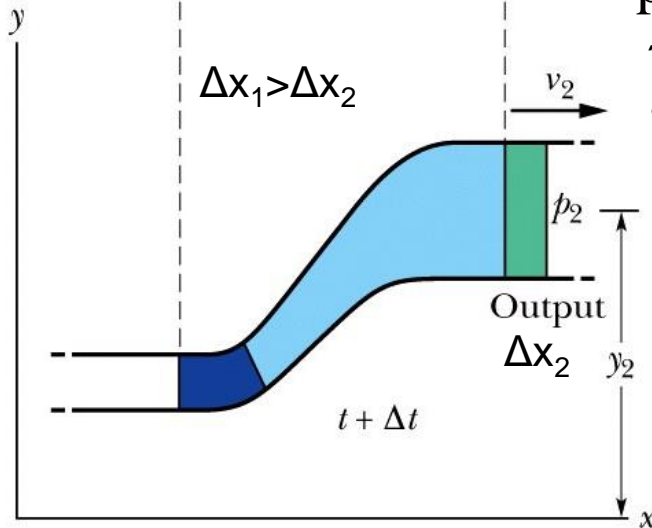
$$W = \Delta K \Rightarrow W_g + W_p = \Delta K$$

$$W_g = -\Delta m g (y_2 - y_1) = -\rho g \Delta V (y_2 - y_1)$$

Έργο λόγω βαρυτικής δύναμης κατά τη διάρκεια της κατακόρυφης ανύψωσης της μάζας από την είσοδο στην έξοδο. Είναι αρνητικό γιατί η μετατόπιση και η δύναμη έχουν αντίθετη φορά

$$W_p = F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2 = (p_1 A_1) \Delta x_1 - (p_2 A_2) \Delta x_2 = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V$$

Έργο λόγω δύναμης που προφέρεται στο ρευστό στην είσοδο (θετικό) και που δαπανείται στην έξοδο (αρνητικό)



(b)

$$\Delta K = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2)$$



$$-\rho g \Delta V (y_2 - y_1) - (p_2 - p_1) \Delta V = \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2)$$

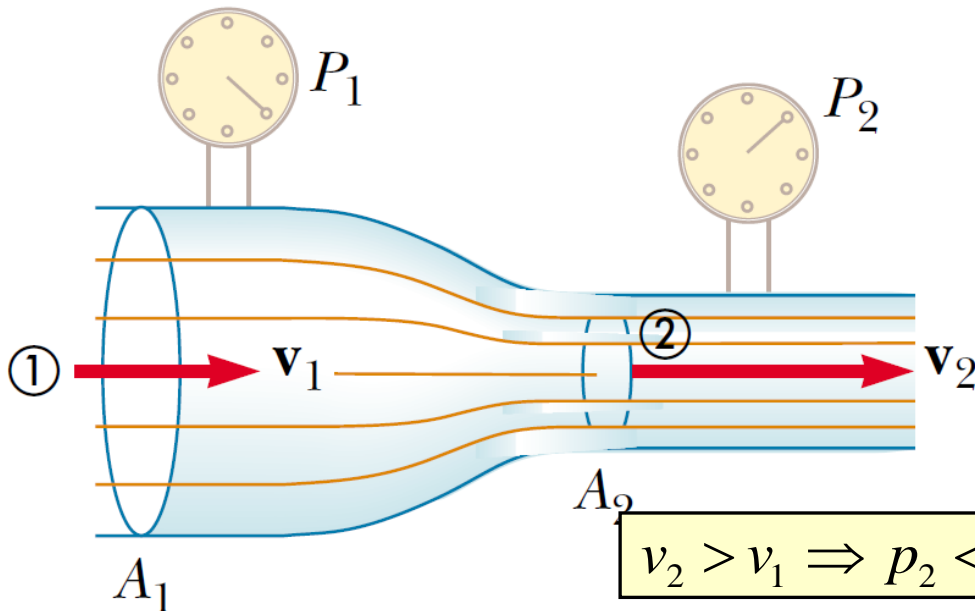
Η ΕΙΣΩΣΗ ΤΟΥ BERNOULLI

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{σταθερά}$$

$$y_1 = y_2$$

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{σταθερά}$$

Όπου y =το ύψος του μέσου του σωλήνα από το επίπεδο αναφοράς



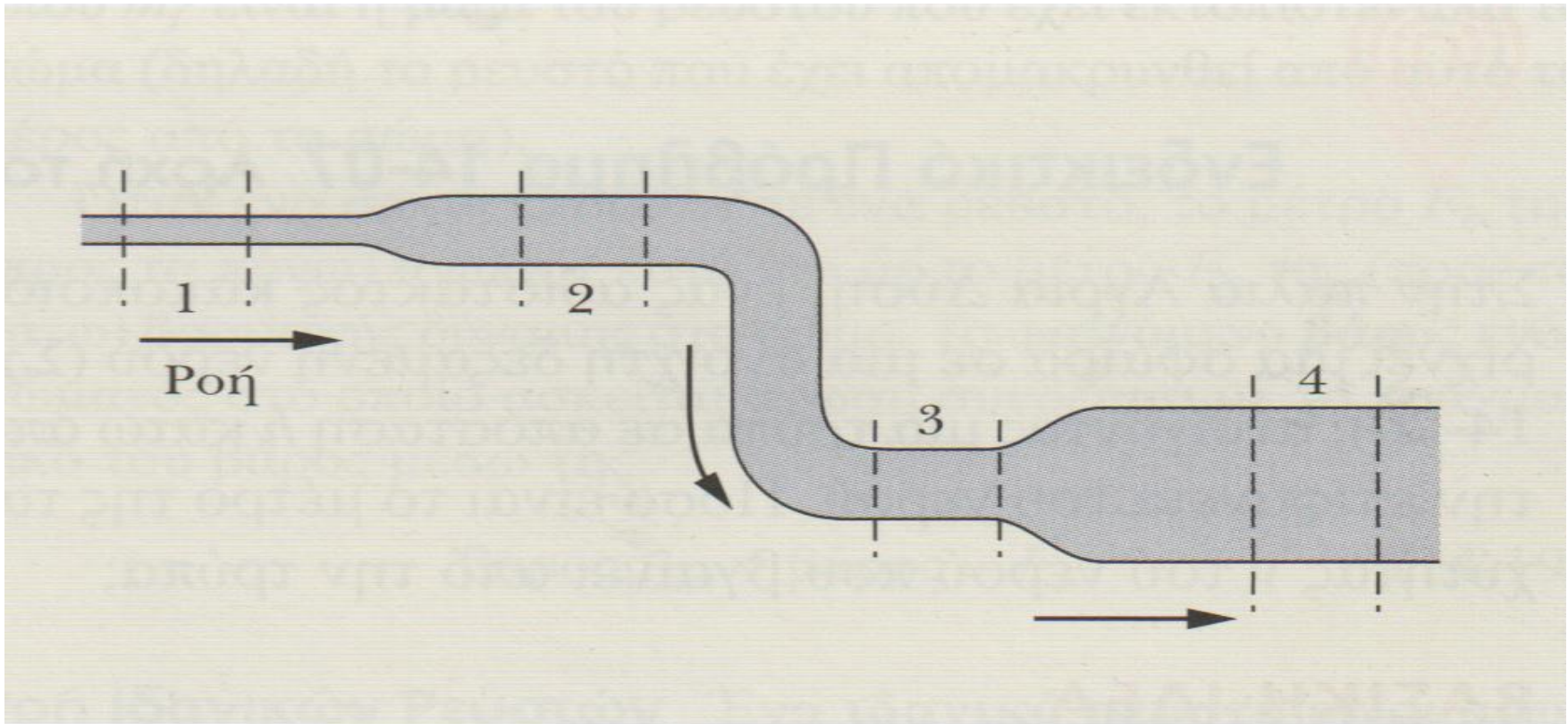
$$v_2 > v_1 \Rightarrow p_2 < p_1$$

Αν το μέτρο της ταχύτητας ενός στοιχείου του ρευστού αυξάνεται καθώς το στοιχείο κινείται κατά μήκος μια οριζόντια ρευματογραμμής η πίεση του ρευστού μειώνεται και αντίστροφα

Όταν οι ρευματογραμμές πυκνώνουν, οπότε η ταχύτητα είναι μεγάλη, τότε η πίεση είναι μικρή και αντίστροφα.

Όταν $v=0$, το ρευστό είναι σε ηρεμία και προκύπτει η υδροστατική εξίσωση

$$p_2 = p_1 + \rho g (y_2 - y_1)$$



Κατατάξτε τα σημεία με βάση α) ροή όγκου β) μέτρο ταχύτητας γ) πίεση νερού (σε φθίνουσα σειρά)

ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ

Η ΕΙΣΩΣΗ ΤΟΥ BERNOULLI

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{σταθερά}$$

Αν η επιφάνεια της οπής a είναι πολύ μικρή σε σχέση με την επιφάνεια A του δοχείου, τότε:

$$v_0 A = v a \Rightarrow v_0 = v \frac{a}{A} \Rightarrow v_0 \ll v$$

Εξίσωση συνέχειας

Από το νόμο του Bernoulli έχουμε: $P_0 = \text{ατμοσφαιρική πίεση}$

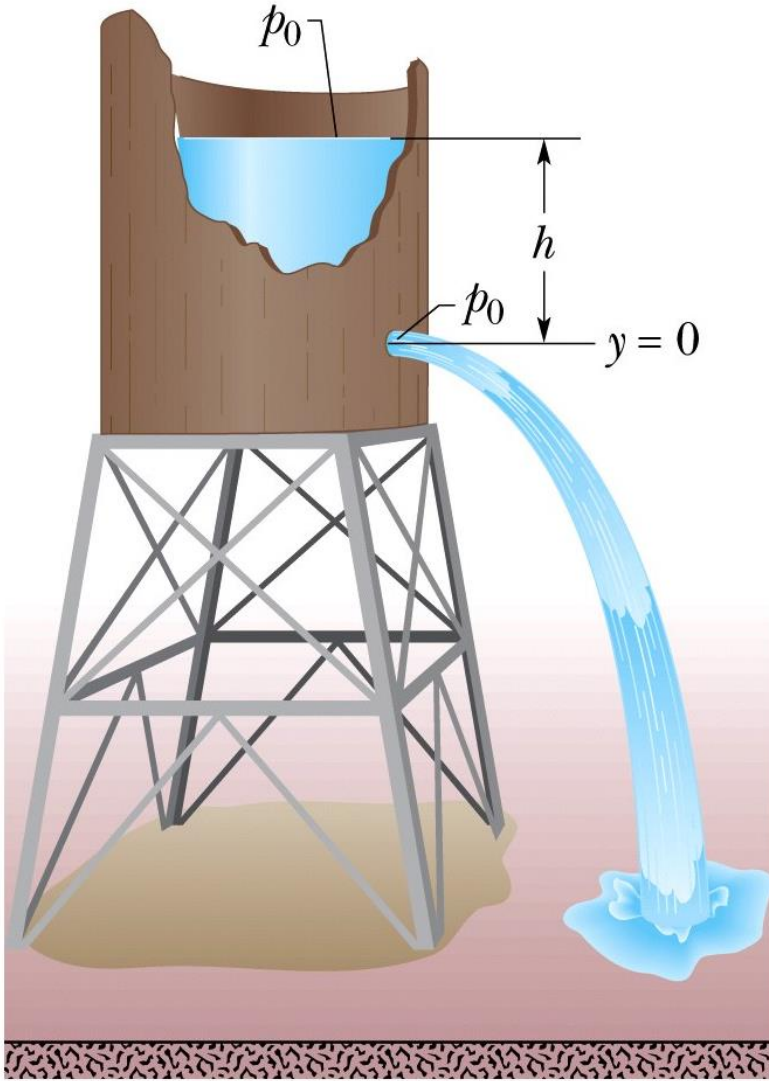
$$p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g 0$$

αμελητέος τρύπα

Δεξαμενή

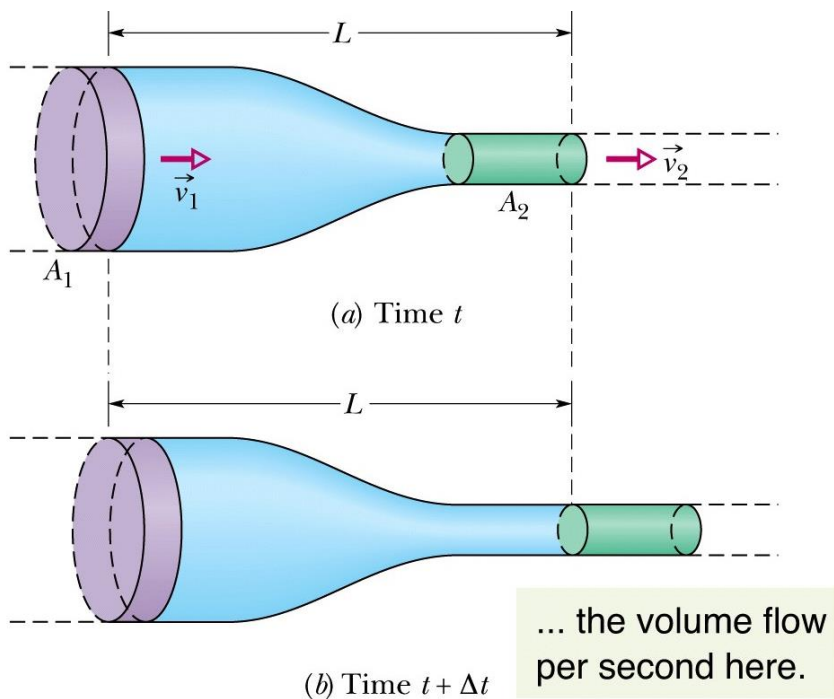
$$v = \sqrt{2gh}$$

Η ταχύτητα εκροής του ρευστού από το στόμιο σε ύψος h είναι ίση με την ταχύτητα που θα αποκτούσε ένα σώμα που θα εκτελούσε ελεύθερη πτώση από το ίδιο ύψος



Παράδειγμα

Αιθανόλη πυκνότητας $\rho=791\text{Kg/m}^3$ ρέει ομαλά μέσω ενός οριζόντιου σωλήνα που στενεύει από εμβαδόν $A_1=1.2\times 10^{-3}\text{ m}^2$ σε $A_2=A_1/2$. Η διαφορά πίεσης ανάμεσα στις 2 διατομές είναι 4120 Pa . Πόσος είναι ο ρυθμός ροής του όγκου?



Παράδειγμα

Μια δεξαμενή βενζίνης διατομής A_1 είναι γεμάτη μέχρι το ύψος h . Ο χώρος πάνω από τη βενζίνη περιέχει αέρα πίεσης p_0 . Η βενζίνη εκρέει από ένα σωλήνα διατομής A_2 . Ποια είναι η ταχύτητα εκροής της βενζίνης και ποιος ο ρυθμός ροής του όγκου?

Στο σημείο 1 : πίεση $p_0 = \text{σταθερή}$

Στο σημείο 2: επικρατεί
ατμοσφαιρική πίεση

$$y_1 = h$$

$$y_2 = 0$$

επειδή $A_1 \gg A_2$ μπορούμε να
θεωρήσουμε ότι $v_1 = 0$

