

Πανεπιστήμιο Αθηνών
Τμήμα Φυσικής

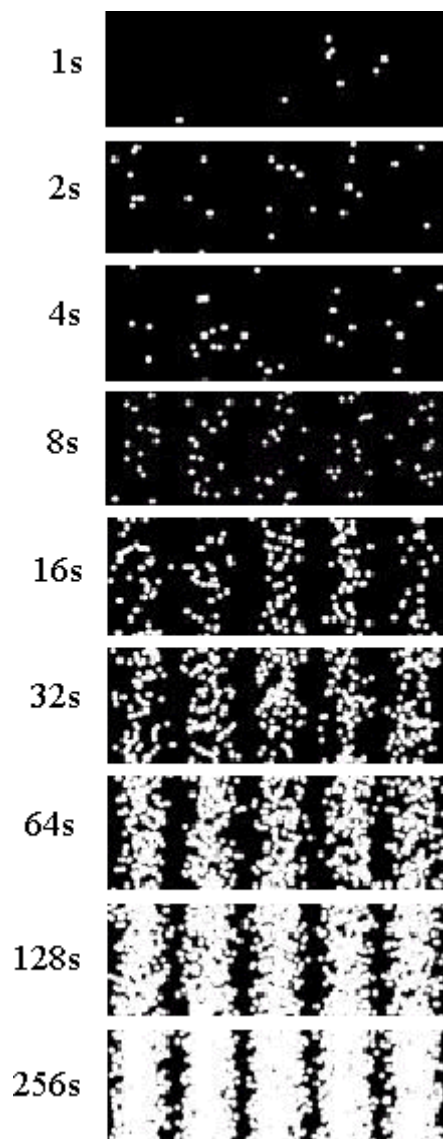
Κβαντομηχανική I

Α. Καρανίκας και Π. Σφήκας

Ασκήσεις I: Εισαγωγικές έννοιες.

1. Η ενέργεια ιονισμού του ατόμου του υδρογόνου είναι 13,60 eV. Υπολογίστε την συχνότητα, το μήκος κύματος και τον κυματαριθμό της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που μπορεί μόλις να ιονίσει το άτομο του H.
2. Υπολογίστε το μήκος κύματος που αντιστοιχεί σε μία μπάλα ποδοσφαίρου μάζας 0.5 kg που κινείται με ταχύτητα 10m/s. Μία σφαίρας 15 g που κινείται με ταχύτητα 800 m/s. Ενός ατόμου Υδρογόνου που κινείται θερμικά (βρίσκεται σε θερμοκρασία 27°C). Του ίδιου ατόμου όταν ιονισθεί και επιταχυνθεί σε ένα δυναμικό 1MV. Σε ποιες περιπτώσεις η κυματική φύση του σώματος θα είναι «ορατή» πειραματικά?
3. Το μέγεθος των πυρήνων των ατόμων μετριέται μέσω πειραμάτων σκέδασης ηλεκτρονίων. Αν το τυπικό μέγεθος ενός πυρήνα είναι 1fm (10^{-15} m) υπολογίστε, με ακρίβεια τάξης μεγέθους, την ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων που χρειάζονται για να μετρηθεί ένας πυρήνας. Η δέσμη είναι σχετικιστική? (Βοήθημα: η σκέδαση πρέπει να «δεί» την συμβολή ηλεκτρονίων που σκεδάζονται από μία περιοχή του μεγέθους του πυρήνα).
4. Στην κλασσική ηλεκτρομαγνητική θεωρία, ένα επιταχυνόμενο φορτίο e ακτινοβολεί ενέργεια με ρυθμό (σε erg/s) $W = (2a^2e^2)/3c^3$ όπου a η επιτάχυνση και c η ταχύτητα του φωτός. Θεωρείστε ότι τον χρόνο $t=0$ ένα άτομο υδρογόνου έχει ακτίνα 0.1μm. Θεωρώντας της κίνηση κυκλική, υπολογίστε: (α) την αρχική επιτάχυνση (β) την αρχική συχνότητα της ακτινοβολίας και (γ) πόσο χρόνο θα χρειαστεί το ηλεκτρόνιο για να πέσει στην μισή απόσταση. Θεωρείστε ότι η επιτάχυνση είναι σταθερή. Μπορεί να υπάρξει σταθερή ύλη όπως τη γνωρίζουμε?
5. Σε ένα πείραμα δύο οπών, ένας ανιχνευτής μετράει την ένταση του φωτός κατά μήκος της οθόνης, y , όταν η μία οπή είναι κλειστή, και το βρίσκει να αντιστοιχεί στο πλάτος $\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-y^2/2} e^{i(\omega t - ay)}$. Η μέτρηση επαναλαμβάνεται με την πρώτη οπή κλειστή και την δεύτερη ανοικτή και καταλήγουμε στο πλάτος $\psi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-y^2/2} e^{i(\omega t - ay - by)}$. Βρείτε την ένταση σου φωτός στην οθόνη όταν και οι δύο οπές είναι ανοικτές.
6. Θεωρείστε την ομοιόμορφη κατανομή πιθανότητας, για το διάστημα $[0, a]$, δηλ. την $p(x)=1/a$. Υπολογίστε την μέση τιμή του x . Επίσης την μέση τιμή του x^2 . Τέλος την διασπορά του x , Δx . Σε ένα κλασσικό σύστημα, μία μπάλα ρίχνεται τυχαία μέσα σε ένα πηγάδι εύρους a . Η μπάλα ρίχνεται κάθετα, δηλ. χωρίς καμία οριζόντια ταχύτητα. Μετράμε την θέση της μπάλας στον άξονα x και την βρίσκουμε ίση με x_0 . Ξαναμετράμε την θέση αυτή άλλες 1000 φορές. Πόσες φορές θα βρούμε τιμή του x τέτοια ώστε $x > x_0 + \Delta x$? Επαναλαμβάνουμε το πείραμα από την αρχή, δηλαδή ξαναρίχνουμε την μπάλα, κάθετα, πάντα, σε διάφορα τυχαία σημεία. Ποια η πιθανότητα τα νέα αυτά σημεία να βρίσκονται σε απόσταση Δx από το x_0 του πρώτου πειράματος? Και η πιθανότητα να βρεθούν στο διάστημα $[0, \beta]$?

Πείραμα δύο σπών: απεικόνιση στην οθόνη για διαφορετικούς χρόνους παρατήρησης. Η πηγή έχει πολύ χαμηλή ένταση, και βλέπουμε την σταθερή αύξηση του αριθμού των φωτονίων. Η στατιστική φύση του φαινομένου είναι προφανής.



7. Η μαγνητική ροπή ενός κυκλικού ρεύματος I είναι $\vec{\mu} = I\vec{A}$ όπου \vec{A} το άνωσμα με μέτρο την επιφάνεια του κύκλου και διεύθυνση κάθετη προς το επίπεδο του κύκλου. Θεωρείστε ένα σωματίδιο με φορτίο e και μάζα m που περιφέρεται γύρω από ένα πυρήνα με συνολική στροφορμή \vec{L} . Χρησιμοποιώντας κλασική μηχανική δείξτε ότι $\vec{\mu} = (e/2m)\vec{L}$. Αν η στροφορμή είναι $|\vec{L}| = \hbar$, υπολογίστε την μαγνητική ροπή για ένα (α) ηλεκτρόνιο και (β) πρωτόνιο.
8. Υπολογίστε την μέση τιμή και την διασπορά της θέσης x ενός σωματιδίου που περιορίζεται σε ένα απειρόβαθο πηγάδι. Υπολογίστε την μέση τιμή και διασπορά της ορμής.