

Ακαδημαϊκό έτος 2025-26
Εισαγωγή στην Πυρηνική Φυσική και στη Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων
Κ. Βελλίδης – Θ. Μερτζιμέκης
Εξέταση 08.06.2026 - Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες

Να απαντηθούν όλα τα θέματα. Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα. Η ανάπτυξη κάθε θέματος να αρχίζει σε νέα σελίδα και να μην παρεμβάλλονται υπο-ερωτήματα από άλλα θέματα. Να αιτιολογούνται πλήρως οι απαντήσεις και οι αριθμητικοί υπολογισμοί να δίνονται με ακρίβεια δύο σημαντικών ψηφίων, εκτός και αν ζητείται διαφορετικά. **Σημειώστε στην κόλλα σας αν είστε στο παλαιό/νέο πρόγραμμα σπουδών και αν έχετε περάσει ή όχι το εργαστήριο.**

Θέμα [01]

Στην απαρχή του ηλιακού συστήματος, μπορεί να υποτεθεί ότι δημιουργήθηκαν ποσότητες των ισοτόπων ^{238}U και ^{235}U με αναλογία των ενεργοτήτων τους ίση με 2:1. Δεδομένου ότι σήμερα η αναλογία τους έχει διαμορφωθεί αντίστοιχα σε 138:1, πόσα χρόνια πριν δημιουργήθηκε το ηλιακό σύστημα; Δίνονται:

$$t_{1/2}(^{235}\text{U}) = 0.704 \times 10^9 \text{ έτη}$$

$$t_{1/2}(^{238}\text{U}) = 4.468 \times 10^9 \text{ έτη}$$

Θέμα [02] Έστω ο πυρήνας $^{35}_{19}\text{K}$. Να απαντήσετε στα παρακάτω:

- α> Ποιος είναι ο κατοπτρικός πυρήνας του; Ποιο το σπιν και η ομοτιμία της βασικής στάθμης τού κατοπτρικού;
- β> Να εκτιμήσετε τη διαφορά στην ενέργεια σύνδεσης για το ζεύγος των κατοπτρικών
- γ> Ποιες οι τιμές της τρίτης προβολής ισοσπίν των δύο κατοπτρικών πυρήνων; Αν ο πυρήνας $^{35}_{19}\text{K}$ βρίσκεται στην ακραία τιμή, πόσοι άλλοι ισοβαρείς πυρήνες (και ποιοι;) συμπληρώνουν την ομάδα;
- δ> Να σχεδιασθεί η παραβολική καμπύλη ισοβαρών της ομάδας και να σημειώσετε τις διαδρομές διάσπασης μεταξύ τους.

Θέμα [03]

Γράψτε τους αδρονικούς τρόπους διάσπασης του διανυσματικού μεσονίου $\phi(s\bar{s})$ με $\Delta S = 0$ και $\Delta S = 1$ και σχεδιάστε τα διαγράμματα Feynman που τους περιγράφουν. Δίνεται η μάζα του ϕ ίση με 1020 MeV.

Θέμα [04]

Θεωρήστε τη διάσπαση του νετρονίου $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ στο πλαίσιο ηρεμίας του. Δίνονται οι μάζες του νετρονίου $m_n = 939.566 \text{ MeV}$, του πρωτονίου $m_p = 938.272 \text{ MeV}$ και του ηλεκτρονίου $m_e = 0.511 \text{ MeV}$.

- α> (40%) Δείξτε ότι τα όρια της κινητικής ενέργειας T_e του εκπεμπόμενου ηλεκτρονίου είναι $m_n - m_p - m_e \gtrsim T_e \geq 0$. Προσέξτε την προσεγγιστική ανισότητα $\gtrsim$ στο επάνω όριο. Τι έχει παραληφθεί; Δικαιολογήστε την παράλειψη.
- β> (40%) Με δεδομένο ότι η διαθέσιμη κινητική ενέργεια των τριών προϊόντων επιβάλλει η τροχιακή στροφορμή τους να μηδενίζεται, βρείτε τις ελικότητες των προϊόντων της διάσπασης στο επάνω όριο της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου συναρτήσει της τρίτης προβολής του σπιν του νετρονίου, δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.
- γ> (20%) Σχεδιάστε το διάγραμμα Feynman της διάσπασης.

Οδηγούμαστε από τις πιθανές διασπάσεις ($s \rightarrow uW^-$, $\bar{s} \rightarrow \bar{u}W^+$) των κουάρκ του ϕ :

$$s\bar{s} \rightarrow s\bar{s}g \rightarrow (s\bar{s})(u\bar{u}) \rightarrow (s\bar{u})(u\bar{s}) \implies \phi \rightarrow K^- K^+ \quad (1)$$

$$s\bar{s} \rightarrow s\bar{s}g \rightarrow (s\bar{s})(d\bar{d}) \rightarrow (s\bar{d})(d\bar{s}) \implies \phi \rightarrow \bar{K}^0 K^0 \quad (2)$$

$$s\bar{s} \rightarrow uW^- \bar{s} \rightarrow (u\bar{s})(d\bar{u}) \implies \phi \rightarrow K^+ \pi^- \quad (3)$$

$$s\bar{s} \rightarrow s \bar{u}W^+ \rightarrow (s\bar{u})(u\bar{d}) \implies \phi \rightarrow K^- \pi^+ \quad (4)$$

$$s\bar{s} \rightarrow uW^- \bar{s} \rightarrow u(\bar{u}d)\bar{s} \rightarrow (d\bar{s})(u\bar{u}) \implies \phi \rightarrow K^0 \pi^0 \quad (5)$$

$$s\bar{s} \rightarrow s \bar{u}W^+ \rightarrow (\bar{u}s)(u\bar{d}) \rightarrow (s\bar{d})(u\bar{u}) \implies \phi \rightarrow \bar{K}^0 \pi^0 \quad (6)$$

$$s\bar{s} \rightarrow uW^- \bar{u}W^+ \rightarrow (u\bar{u})(d\bar{u})(u\bar{d}) \implies \phi \rightarrow \pi^0 \pi^- \pi^+ \quad (7)$$

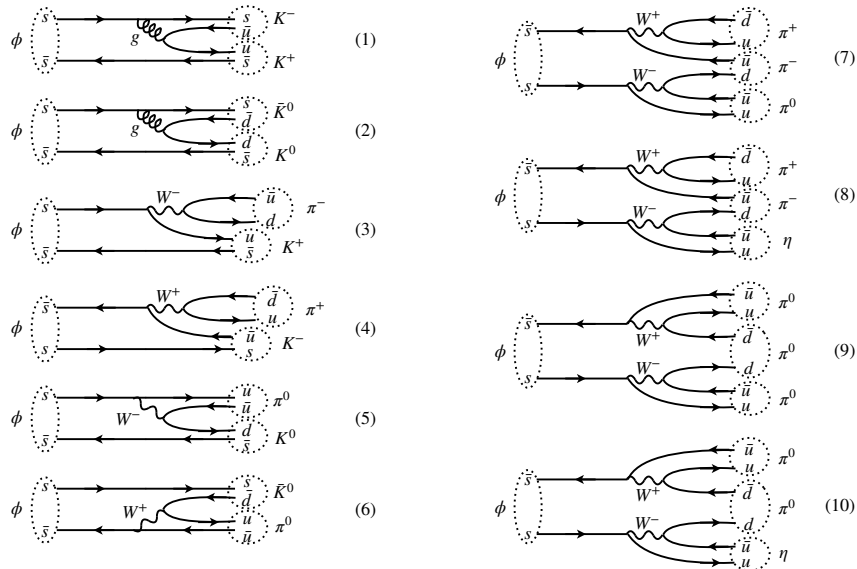
$$s\bar{s} \rightarrow uW^- \bar{u}W^+ \rightarrow (u\bar{u})(d\bar{u})(u\bar{d}) \implies \phi \rightarrow \eta \pi^- \pi^+ \quad (8)$$

$$s\bar{s} \rightarrow uW^- \bar{u}W^+ \rightarrow (u\bar{u})(d\bar{u})(u\bar{d}) \rightarrow (u\bar{u})(u\bar{u})(d\bar{d}) \implies \phi \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 \quad (9)$$

$$s\bar{s} \rightarrow uW^- \bar{u}W^+ \rightarrow (u\bar{u})(d\bar{u})(u\bar{d}) \rightarrow (u\bar{u})(u\bar{u})(d\bar{d}) \implies \phi \rightarrow \eta \pi^0 \pi^0 \quad (10)$$

Σε επίπεδο κουάρκ, οι τρόποι διάσπασης (1) και (2) έχουν $\Delta S = 0$, εφόσον κανένα παράδοξο κουάρκ δεν διασπάται. Έχουμε απλά ένα γλυνόνιο που εκπέμπεται από ένα παράδοξο κουάρκ και παράγει ένα ζεύγος $u\bar{u}$ ή $d\bar{d}$. Οι τρόποι (3), (4) (συζυγείς μεταξύ τους) και (5), (6) (επίσης συζυγείς μεταξύ τους) έχουν $\Delta S = 1$, εφόσον μόνο ένα παράδοξο κουάρκ διασπάται. Οι τρόποι (7) ως (10) έχουν πάλι $\Delta S = 0$, εφόσον τα δύο παράδοξα κουάρκ που διασπώνται έχουν αντίθετες παραδοξότητες, άρα και η αρχική και η τελική συνολική παραδοξότητα είναι 0.

Εναλλακτικά, σε επίπεδο αδρονίων, στους τρόπους (1) και (2) έχουμε ένα αδρόνιο με $S = 0$, το ϕ , να διασπάται σε δύο αδρόνια με αντίθετες παραδοξότητες, τα δύο καόνια, άρα $\Delta S = 0$. Στους τρόπους (3) ως (6) το ϕ διασπάται σε ένα παράδοξο αδρόνιο, το καόνιο, και ένα μη παράδοξο, το πιόνιο, άρα $|\Delta S| = 1$. Στους τρόπους (7) ως (10) ένα μη παράδοξο αδρόνιο, το ϕ , διασπάται σε τρία μη παράδοξα αδρόνια, τα τρία πιόνια ή τα δύο πιόνια και το η , άρα πάλι $\Delta S = 0$. Το σπιν του ϕ ($J^P = 1^-$) διατηρείται ως τροχιακή στροφορμή των ψευδοβαθμωτών μεσονίων (όλα με $J^P = 0^-$) στα οποία διασπάται. Τα διανυσματικά μεσόνια (ρ, ω, K^*) και τα βαρυόνια είναι πολύ βαριά για να παραχθούν από το ϕ . Τα αντίστοιχα διαγράμματα Feynman φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα. Σημειώνεται



ότι διασπάσεις που περιλαμβάνουν το σχηματισμό μεσονίων απευθείας από γλουόνια, π.χ. $g \rightarrow u\bar{u} \rightarrow \pi^0$, απαγορεύονται από τη διατήρηση του χρωματικού φορτίου: το γλουόνιο είναι "έγχρωμο" ενώ το τελικό μεσόνιο "άχρωμο".

Θέμα [04]

Ια> Όταν το ηλεκτρόνιο παράγεται με μηδενική κινητική ενέργεια, το πρωτόνιο και το αντινετρίνιο εκπέμπονται με αντίθετες ορμές, διατηρώντας την αρχική (μηδενική) ορμή του μητρικού νετρονίου. Όταν όμως το ηλεκτρόνιο παράγεται με τη μέγιστη δυνατή κινητική ενέργεια, τα άλλα δύο προϊόντα της διάσπασης δεν μπορούν να είναι ακίνητα, γιατί τότε η τελική ορμή είναι ίση με την ορμή του ηλεκτρονίου (μη μηδενική), οπότε παραβιάζεται η διατήρηση της ορμής. Άρα, στο επάνω όριο της T_e το πρωτόνιο και το αντινετρίνιο πρέπει να εξισορροπούν την ορμή του ηλεκτρονίου. Για να είναι μέγιστη η T_e θα πρέπει το σύστημα πρωτονίου-αντινετρίνιο να έχει την ελάχιστη δυνατή κινητική ενέργεια με συνισταμένη ορμή αντίθετη αυτής του ηλεκτρονίου. Η συνθήκη αυτή ικανοποιείται όταν το πρωτόνιο και το αντινετρίνιο εκπέμπονται ομοπαράλληλα μεταξύ τους και αντιπαράλληλα με το ηλεκτρόνιο. Τότε η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου προσεγγίζεται ως $m_n - m_p - m_e$ **αν παραλείψουμε την κινητική ενέργεια του συστήματος πρωτονίου-αντινετρίνιο.**

Η απάντηση του ερωτήματος Ια> είναι αυτή που δόθηκε παραπάνω. Μπορούμε να την επαληθεύσουμε πιο αναλυτικά με τον ακόλουθο συλλογισμό. Στα παραδείγματα κινηματικής είχαμε μελετήσει τη διάσπαση ενός μητρικού σώματος σε πολλά θυγατρικά, $A \rightarrow B + C + D + \dots$, όπου είχαμε δείξει ότι η συνολική ενέργεια του προϊόντος B έχει εύρος τιμών:

$$\frac{m_A^2 + m_B^2 - (m_C + m_D + \dots)^2}{2m_A} \geq E_B \geq m_B$$

Στην περίπτωση της διάσπασης του νετρονίου ($A = n$, $B = e^-$, $C = p$, $D = \bar{\nu}_e$), όπου από τα τρία προϊόντα σωματίδια το αντινετρίνιο έχει μηδενική μάζα, το εύρος τιμών της συνολικής ενέργειας του ηλεκτρονίου είναι:

$$\frac{m_n^2 + m_e^2 - m_p^2}{2m_n} \geq E_e \geq m_e$$

Άρα η κινητική του ενέργεια έχει τα εξής όρια:

$$\begin{aligned} & \frac{m_n^2 + m_e^2 - m_p^2}{2m_n} - m_e \geq E_e - m_e \geq 0 \\ \Rightarrow & \frac{(m_n - m_e)^2 - m_p^2}{2m_n} \geq T_e \geq 0 \\ \Rightarrow & \frac{(m_n - m_p - m_e)[2m_n - (m_n - m_p) - m_e]}{2m_n} \geq T_e \geq 0 \\ \Rightarrow & (m_n - m_p - m_e) \left(1 - \frac{m_n - m_p + m_e}{2m_n}\right) \geq T_e \geq 0 \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των μαζών, βρίσκουμε ότι ο όρος $(m_n - m_p + m_e)/(2m_n)$ στο επάνω όριο είναι μικρότερος από 1/1000, άρα μπορεί να παραληφθεί. Ο όρος αυτός είναι μια διόρθωση για την ελάχιστη κινητική ενέργεια που μπορεί να έχει το σύστημα πρωτονίου-αντινετρίνιο, το οποίο ανακρούεται έναντι του ηλεκτρονίου ώστε να διατηρείται η μηδενική ορμή του μητρικού νετρονίου. Το αντινετρίνιο, ως άμαζο σωματίδιο, δεν μπορεί να είναι ακίνητο, όμως η κινητική του ενέργεια μπορεί να γίνει απεριορίστα μικρή. Η κινητική ενέργεια του πρωτονίου είναι επίσης πολύ μικρή, επειδή το πρωτόνιο είναι πολύ βαρύ συγκριτικά με το ηλεκτρόνιο:

$$T_p = \frac{p_p^2}{2m_p} \leq \frac{p_e^2}{2m_p} = \frac{E_e^2 - m_e^2}{2m_p} = \frac{(T_e + m_e)^2 - m_e^2}{2m_p} = \frac{(m_n - m_p)^2 - m_e^2}{2m_p} = 753 \text{ eV}$$

όπου χρησιμοποιήθηκε η διατήρηση της ορμής $p_p = p_e - p_{\bar{\nu}_e} \leq p_e$ στον άξονα των τριών συγγραμμικών προϊόντων της διάσπασης. Επομένως η ελάχιστη κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου συστήματος πρωτονίου-αντινετρίνου είναι πράγματι αμελητέα σε αυτό το όριο.

Ιβ> Στο επάνω όριο $T_e^{\max} = m_n - m_p - m_e = 783 \text{ keV}$ της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου, τα τρία προϊόντα σωματίδια εκπέμπονται συγγραμμικά, με το πρωτόνιο και το αντινετρίνο ομοπαράλληλα και το ηλεκτρόνιο αντιπαράλληλο σε αυτά, ώστε να παίρνει τη μέγιστη ανάκρουση. Όλα τα σωματίδια της αντίδρασης είναι φερμιόνια με συνολικό σπιν $1/2$. Η ελικότητα κάθε σωματιδίου είναι η προβολή του σπιν του πάνω στην κατεύθυνση της ορμής του. Για το νεutrόνιο, που είναι ακίνητο, παίρνουμε τον άξονα τρίτης προβολής του σπιν στην κατεύθυνση του ηλεκτρονίου. Το νεutrόνιο μπορεί να έχει το σπιν του είτε στην κατεύθυνση του ηλεκτρονίου, δηλαδή να έχει τρίτη προβολή $+1/2$, είτε στην αντίθετη κατεύθυνση, αυτή του πρωτονίου και του αντινετρίνου, οπότε η τρίτη προβολή του είναι $-1/2$. Αυτή είναι η τρίτη προβολή του συνολικού σπιν στην αρχική κατάσταση της αντίδρασης και πρέπει να διατηρείται στην τελική κατάσταση. Το εκπεμπόμενο αντινετρίνο είναι αναγκαστικά δεξιόστροφο, δηλαδή το σπιν του έχει τρίτη προβολή στην κατεύθυνση της κίνησής του (ελικότητα $+1$). Αν το νεutrόνιο έχει την τρίτη προβολή του στην κατεύθυνση του αντινετρίνου, τότε οι τρίτες προβολές του ηλεκτρονίου και του πρωτονίου θα πρέπει να είναι αντίθετες για να αλληλοαναιρούνται, οπότε είτε θα είναι και τα δύο δεξιόστροφα (ελικότητα $+1$) είτε και τα δύο αριστερόστροφα (ελικότητα -1). Αν το νεutrόνιο έχει την τρίτη προβολή του αντίθετη προς την κατεύθυνση του αντινετρίνου, τότε οι τρίτες προβολές του ηλεκτρονίου και του πρωτονίου θα πρέπει να είναι στην ίδια κατεύθυνση με την τρίτη προβολή του νεutρονίου για να προστίθενται, οπότε το πρωτόνιο θα είναι αριστερόστροφο (ελικότητα -1) και το ηλεκτρόνιο δεξιόστροφο (ελικότητα $+1$).

Ιγ> Το διάγραμμα Feynman της διάσπασης, σε επίπεδο κουάρκ, φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.

