Θέμα [03]

Στην Κλασσική Φυσική, το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο σε μια περιοχή όγκου V περιγράφεται από την επαλληλία των 'κανονικών τρόπων' ταλάντωσης του διανυσματικού δυναμικού $\mathbf{A}$:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}(\mathbf{r},t) &= \frac{i}{2c\sqrt{V}}\sum_{\mathbf{k}}\omega_{\mathbf{k}}\left[\mathbf{A}_{\mathbf{k}}(t)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \mathbf{A}^*_{\mathbf{k}}(t)e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\right] \\
\mathbf{B}(\mathbf{r},t) &= \frac{i}{2\sqrt{V}}\sum_{\mathbf{k}}\mathbf{k}\times\left[\mathbf{A}_{\mathbf{k}}(t)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \mathbf{A}^*_{\mathbf{k}}(t)e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\right],
\end{aligned}$$

όπου η κυκλική συχνότητα $\omega_{\mathbf{k}}$ και το κυματοδιάνυσμα $\mathbf{k}$ ενός τρόπου ταλάντωσης συνδέονται με τη σχέση

$$\mathbf{k} = \frac{\omega_{\mathbf{k}}}{c}\hat{\mathbf{k}} \qquad \hat{\mathbf{k}}^2 = 1.$$

Στην Κβαντική Φυσική, κάθε τρόπος ταλάντωσης ερμηνεύεται ως ένα φωτόνιο με ενέργεια $E = \hbar\omega_{\mathbf{k}}$ και ορμή $\mathbf{p}_{\mathbf{k}} = \hbar\mathbf{k}$, έτσι ώστε

$$\mathbf{p}_{\mathbf{k}} = \frac{E_{\mathbf{k}}}{c}\hat{\mathbf{k}},$$

και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο περιγράφεται από την επαλληλία φωτονίων που συνεπώς χαρακτηρίζονται 'φορείς' της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης. Αυτή η σωματιδιακή εικόνα της αλληλεπίδρασης έχει γενική ισχύ τόσο για τα μικροσκοπικά όσο και για τα μακροσκοπικά φαινόμενα. Περιγράψτε τα φωτόνια που ανταλλάσσουν δύο ηλεκτρικά φορτία σε ηρεμία, καθώς και τα φωτόνια που ανταλλάσσουν δύο μόνιμοι μαγνήτες σε ηρεμία.

Λύση

Το πεδίο αλληλεπίδρασης δύο φορτίων σε ηρεμία είναι αμιγώς ηλεκτρικό, άρα στο ανάπτυγμα του μαγνητικού πεδίου σε κανονικούς τρόπους όλα τα κυματοδιανύσματα πρέπει να μηδενίζονται. Συνεπώς οι ορμές όλων των φωτονίων στην κβαντική περιγραφή της αλληλεπίδρασης πρέπει επίσης να μηδενίζονται. Επομένως όλα τα φωτόνια πρέπει να είναι εικονικά με τετραγωνικές μάζες $[(E_{\mathbf{k}}/c)^2 - \mathbf{p}^2_{\mathbf{k}}]/c^2 = E^2_{\mathbf{k}}/c^4 > 0$. Δηλαδή όλα είναι χρονοειδή εικονικά φωτόνια. Το πεδίο αλληλεπίδρασης δύο μόνιμων μαγνητών σε ηρεμία είναι αμιγώς μαγνητικό, άρα στο ανάπτυγμα του ηλεκτρικού πεδίου σε κανονικούς τρόπους όλες οι κυκλικές συχνότητες πρέπει να μηδενίζονται. Συνεπώς οι ενέργειες όλων των φωτονίων στην κβαντική περιγραφή της αλληλεπίδρασης πρέπει επίσης να μηδενίζονται. Επομένως όλα τα φωτόνια πρέπει να είναι πάλι εικονικά, αλλά με τετραγωνικές μάζες $[(E_{\mathbf{k}}/c)^2 - \mathbf{p}^2_{\mathbf{k}}]/c^2 = -\mathbf{p}^2_{\mathbf{k}}/c^2 < 0$. Δηλαδή τώρα όλα είναι χωροειδή εικονικά φωτόνια.

Θέμα [04]

Δίνεται η αντίδραση

$$x_1 + x_2 \quad \rightarrow \quad y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5$$

στην οποία δύο άγνωστα αλλά σταθερά αδρόνια x_1 και x_2 συγκρούονται και παράγουν πέντε νέα άγνωστα αδρόνια $y_{1,\ldots,5}$. Η αρχική κατάσταση έχει κβαντικούς αριθμούς ισοσπίν και παραξενιάς $(I\,,\,I_3\,,\,S) = (1\,,\,+1\,,\,0)$, ενώ η τελική κατάσταση έχει τους κβαντικούς αριθμούς $(I\,,\,I_3\,,\,S) = (2\,,\,-1\,,\,+2)$.

α. (50%) Προτείνετε τις ταυτότητες των αδρονίων που συμμετέχουν στην αντίδραση.

β. (50%) Σχεδιάστε το διάγραμμα Feynman χαμηλότερης τάξης της αντίδρασης σε επίπεδο κουάρκ και χαρακτηρίστε την αλληλεπίδραση ή τις αλληλεπιδράσεις που λαμβάνουν χώρα.

Λύση

α. Από την τριγωνική ανισότητα $|I(x_1) - I(x_2)| \leq I \leq I(x_1) + I(x_2)$ και τη συνθήκη $I_3 = I_3(x_1) + I_3(x_2) \leq I$, το ισοσπίν $(I\,,\,I_3)$ της αρχικής κατάστασης είναι συμβατό μόνο με την επιλογή $I(x_1) = I(x_2) = 1/2$, $I_3(x_1) = I_3(x_2) = +1/2$ που για σταθερά αδρόνια $x_{1,2}$ σημαίνει ότι και τα δύο είναι πρωτόνια. Αυτή η επιλογή είναι αποκλειστική (δεν υπάρχει άλλη).

Στην τελική κατάσταση μπορούμε να υποθέσουμε ότι έχουμε πάλι δύο νουκλεόνια $y_{1,2}$ όπως στην αρχική, ώστε να διατηρείται ο βαρυονικός αριθμός, τα οποία έχουν συνολικό ισοσπίν 1/2 το καθένα και συνεπώς, από την τριγωνική ανισότητα, έχουν μαζί και τα δύο συνολικό ισοσπίν 0 ή 1. Για να πάμε σε συνολικό ισοσπίν 2 που δίνεται στην εκφώνηση, μπορούμε να υποθέσουμε τα δύο νουκλεόνια να βρίσκονται στην κατάσταση $(I\,,\,I_3) = (1\,,\,0)$ ή $(0, 0)$, δηλαδή το ένα είναι πρωτόνιο με $I_3 = +1/2$ και το άλλο νετρόνιο με $I_3 = -1/2$, και μετά να επιλέξουμε ένα τρίτο αδρόνιο με $(I\,,\,I_3) = (1\,,\,-1)$. Ένα τέτοιο αδρόνιο είναι το αρνητικό πιόνιο, οπότε $y_3 = \pi^-$. Με αυτές τις επιλογές, η σύνθεση του ισοσπίν μέσω της τριγωνικής ανισότητας ανάμεσα στο ισοσπίν του ζεύγους νουκλεονίων και το ισοσπίν του πιονίου επιτρέπει τις καταστάσεις $(I\,,\,I_3) = (2\,,\,-1)$ ή $(1\,,\,-1)$. Επιλέγουμε την πρώτη, η οποία είναι αυτή που δίνει η εκφώνηση. Επιπλέον αναζητούμε δύο ακόμη αδρόνια με μηδενικό ισοσπίν, ώστε η τελική κατάσταση να κρατήσει τους κβαντικούς αριθμούς $(I\,,\,I_3) = (2\,,\,-1)$, τα οποία φέρουν συνολικά δύο μονάδες παραξενιάς που λείπουν από την αρχική κατάσταση. Για να έχουν μηδενικό συνολικό ισοσπίν το καθένα, τα δύο αυτά αδρόνια δεν πρέπει να περιέχουν κουάρκ της πρώτης γενιάς συνδυασμένο με το κουάρκ $\bar{s}$ που δίνει στο καθένα από τα δύο αδρόνια παραξενιά $+1$, διότι η πρώτη γενιά έχει μη μηδενικό ισοσπίν. Η απλούστερη υπόθεση είναι το κουάρκ που συνοδεύει το $\bar{s}$ να ανήκει στη δεύτερη γενιά, δηλαδή να είναι το c. Το αδρόνιο με δομή κουάρκ $c\bar{s}$ είναι το D_s^+. Άρα μια αντίδραση με αρχική και τελική κατάσταση που έχουν τους δοσμένους κβαντικούς αριθμούς, οι οποίοι επιβάλλουν και διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου, είναι η ακόλουθη:

$$p + p \quad \rightarrow \quad p + n + \pi^- + 2D_s^+.$$

Προφανώς, αντίθετα με την αρχική κατάσταση, η επιλογή της τελικής κατάστασης δεν είναι αποκλειστική. Π.χ. η ακόλουθη αντίδραση είναι επίσης αποδεκτή:

$$p + p \quad \rightarrow \quad n + n + \pi^0 + 2D_s^+.$$

β. Σε επίπεδο κουάρκ η αντίδραση $p + p \ \rightarrow \ p + n + \pi^- + 2D_s^+$ γράφεται:

$$uud + uud \quad \rightarrow \quad uud + udd + \bar{u}d + 2c\bar{s}.$$

Το διάγραμμα Feynman της αντίδρασης στη χαμηλότερη τάξη φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Οι αλληλεπιδράσεις που λαμβάνουν χώρα είναι η ισχυρή, που διεγείρει το κουάρκ u εκτός φλοιού μάζας στην αλληλεπίδραση των δύο αρχικών πρωτονίων, και η ασθενής, που προκαλεί τις διαδοχικές διασπάσεις του διεγερμένου u έως ότου καταλήξει σε ένα d κουάρκ επί του φλοιού μάζας μέσα στο τελικό νετρόνιο.