

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ & ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΣΩΜΑΤΙΑ

Θεόδωρος Μερτζιμέκης

tmertzi@phys.uoa.gr

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ - I

Κ. Βελλίδης - Θ. Μερτζιμέκης

ώρες διδασκαλίας

Τρίτη 10' 00-12' 00

Πέμπτη 10' 00-13' 00

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi



Εισαγωγή στην Πυρηνική Φυσική και στη Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων (10ΕΚΑ04)

Κ. Βελλίδης, Θ. Μερτζιμέκης

Περιγραφή

- Η Πυρηνική & Σωματιδιακή Επιστήμη (Ιστορία του Σύμπαντος - Ύλη και Δυνάμεις - Μεθοδολογία)
- Χαρακτηριστικές Κλίμακες & Μονάδες
- Φερμιόνια και Μποζόνια - Αντισωματίδια - Ο Σωματιδιακός Κήπος - Θεωρία Yukawa
- Διαγράμματα Feynman - Οι τρεις αλληλεπιδράσεις (Ηλεκτρομαγνητική - Ισχυρή - Ασθενής)
- Σχετικιστική Κινηματική - Μετασχηματισμοί Lorentz - Αναλλοίωτη Μάζα
- Σκέδαση Σωματιδίων - Χρώμα και Αλληλεπιδράσεις
- Spin και Χρώμα των κουάρκ - Βαρυονική Δεκάδα & Οκτάδα - Ψευδοβαθμωτά και Διανυσματικά Μεσόνια
- Ομοτιμία - Συζυγία Φορτίου - Χρονική Αντιστροφή
- Πυρηνικά Συστήματα και Φαινόμενα - Χαρακτηριστικά Μεγέθη - Ο Χάρτης των Νουκλιδίων
- Ιδιότητες των Πυρήνων - Μάζα & Ενέργεια Σύνδεσης - Ημιεμπειρικός Τύπος - Ραδιενέργεια & Κουάδα β-Σταθερότητας
- Κατανομή Φορτίου και Ύλης στους Πυρήνες
- Θεωρία της α-Διάσπασης - Χρόνοι ημιζωής α-Ραδιενεργιών
- Ισοτοπικό Spin (Isospin) και Κατοπτρικοί Πυρήνες
- Πυρηνικές Δυνάμεις - Το Δευτέριο - Έννοια του Πυρηνικού Μεσου Πεδίου - Φλοιώδης Δομή του Πυρήνα
- Πρότυπο Φλοίων - Ενεργειακοί Φοιοί

Περισσότερα ↓

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ - I

▶ Introductory Nuclear Physics

Kenneth Krane

▶ Basic Ideas & Concepts in Nuclear Physics

Kris Heyde

▶ Introductory Nuclear Physics

S.S.M. Wong

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ - II

- ▶ Nuclear Physics in a Nutshell

C. Bertulani

- ▶ Εισαγωγή στην Πυρηνική Φυσική

W.N. Cottingham & D.A. Greenwood

- ▶ Fundamentals of Nuclear Physics

N.A. Jelley

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ - III

- ▶ National Nuclear Data Center

<http://www.nndc.bnl.gov>

- ▶ [nucleide.org](http://www.nucleide.org) (Laraweb)

<http://www.nucleide.org/Laraweb>

- ▶ IAEA Table of Nuclides

<http://www-nds.iaea.org/relnsd/vchart/>

- [NuDAT2](#)
- [Magnetic Moments](#)
- [Adopted B\(E2\) values](#)
- [catkin \(XLS for rel. kinematics by Prof. W. Catford\)](#)
- [LBL Isotopes Project](#)
- [ENSDF](#)
- [EXFOR](#)
- [IBANDL](#)
- [XUNDL](#)
- [NIST – Proton Stopping Powers in Materials](#)
- [NIST – Electron Stopping Powers in Materials](#)
- [NIST – Alpha Stopping Powers in Materials](#)
- [Stopping Powers \(MSTAR\)](#)
- [Radiation sources](#)
- [Q-Value calculator](#)
- [X-ray chart](#)
- [Chemistry Reference](#)

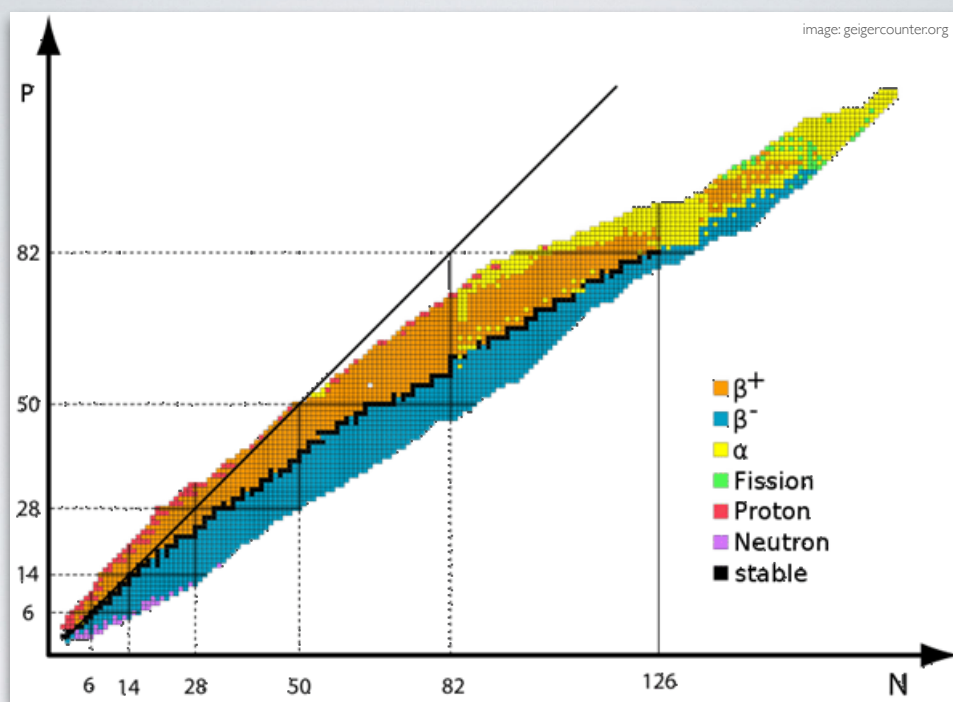
ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

- ▶ Εισαγωγικές έννοιες Πυρηνικής Φυσικής
- ▶ Εμπέδωση στα μαθήματα Κατεύθυνσης
- ▶ Βασική εστίαση στον πυρήνα και τα βασικά του συστατικά, **πρωτόνια & νετρόνια**

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

- ▶ Διερεύνηση της πυρηνικής αλληλεπίδρασης
- ▶ Δομή πυρήνα & Αστάθεια
- ▶ Κβαντική περιγραφή & Πρότυπο φλοιών
- ▶ Πυρηνική Αστροφυσική
- ▶ Εφαρμογές

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi



ΙΣΟΤΟΠΙΚΟΣ ΧΑΡΤΗΣ
το πεδίο έρευνας της Πυρηνικής Φυσικής

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΕΞΕΤΑΣΗ-ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ

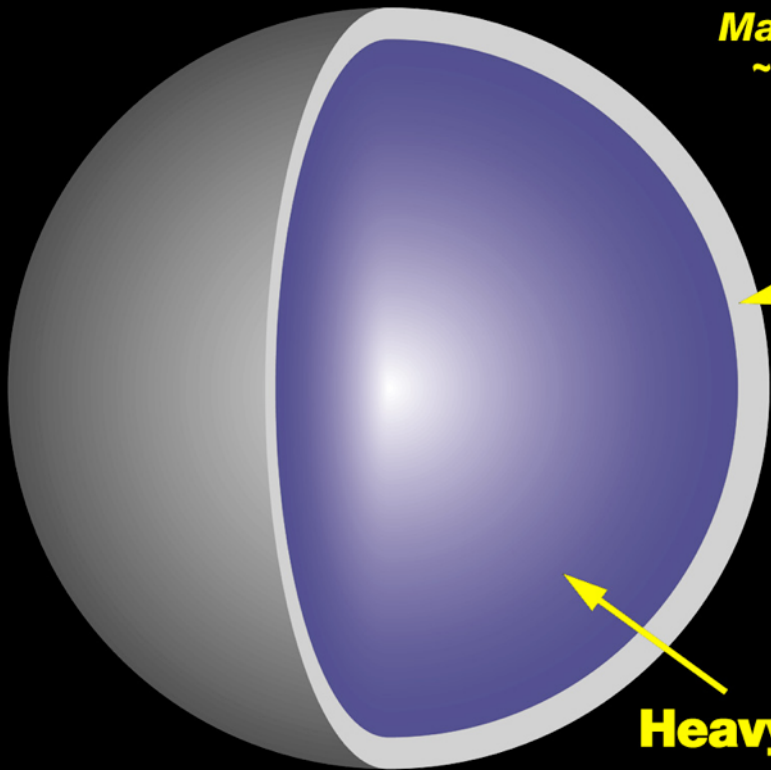
- ▶ **Μία** τελική εξέταση
- ▶ **ΔΕΝ** υπάρχει πρόοδος
- ▶ **ΔΕΝ** υπάρχουν εργασίες ή ασκήσεις
- ▶ **50%** Πυρηνική + **50%** Στοιχειώδη

ΣΗΜΑΣΙΑ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ

- ▶ Καλύπτει μια ευρεία κλίμακα διαστάσεων
- ▶ **Πρωτογενές** αντικείμενο. Σήμερα υπάρχουν πολλά αναπάντητα ερωτήματα
- ▶ Τεράστιας σημασίας για την **Αστροφυσική**
- ▶ Πληθώρα καθημερινών εφαρμογών, ιδιαίτερη βαρύτητα στην **Ενέργεια** και την **Ιατρική**

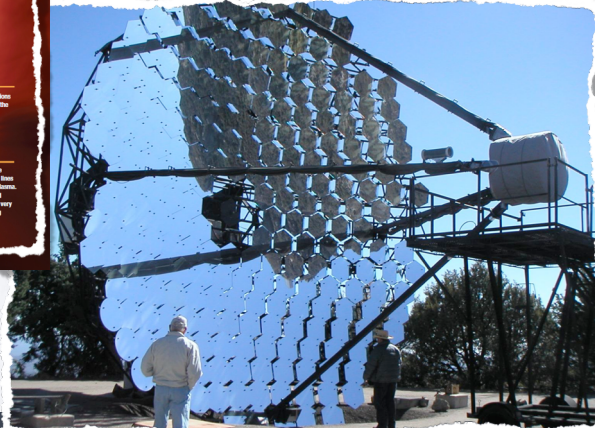
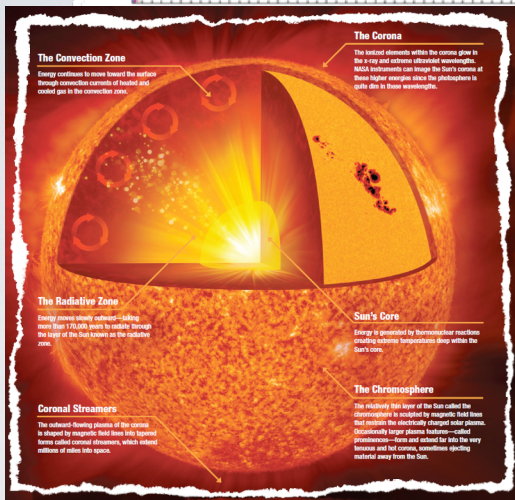
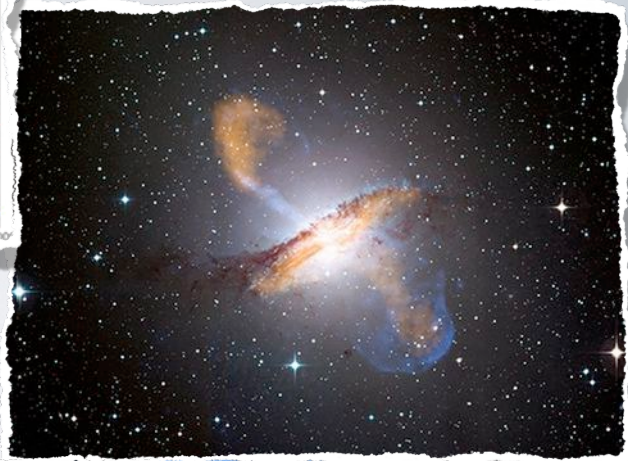
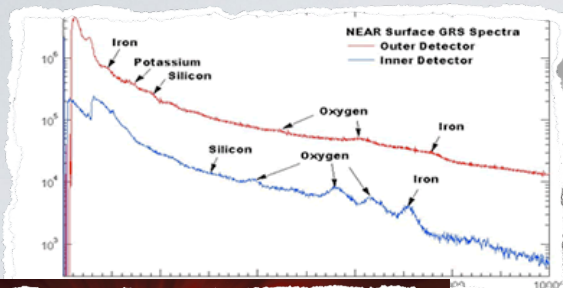
Neutron Star

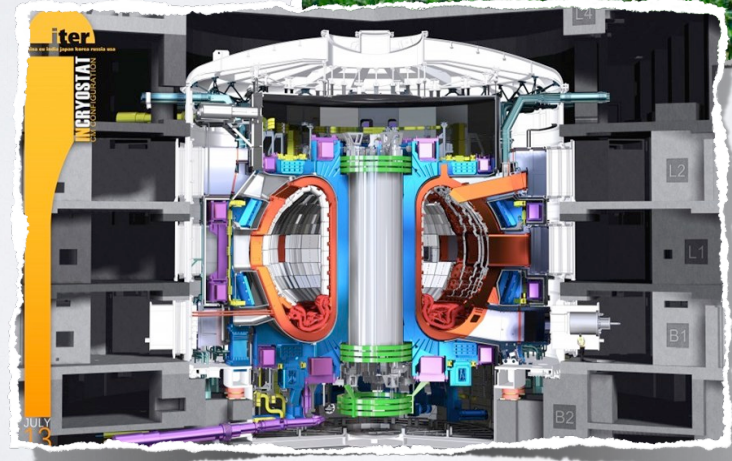
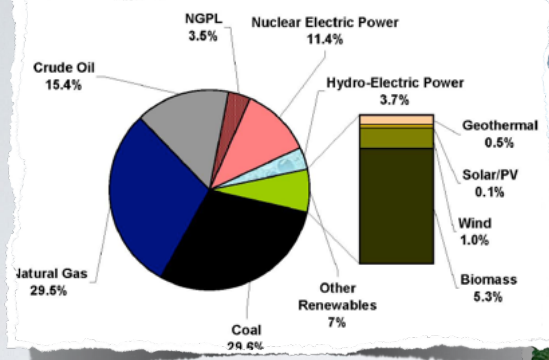
Mass ~ 1.5 times the Sun
~12 miles in diameter



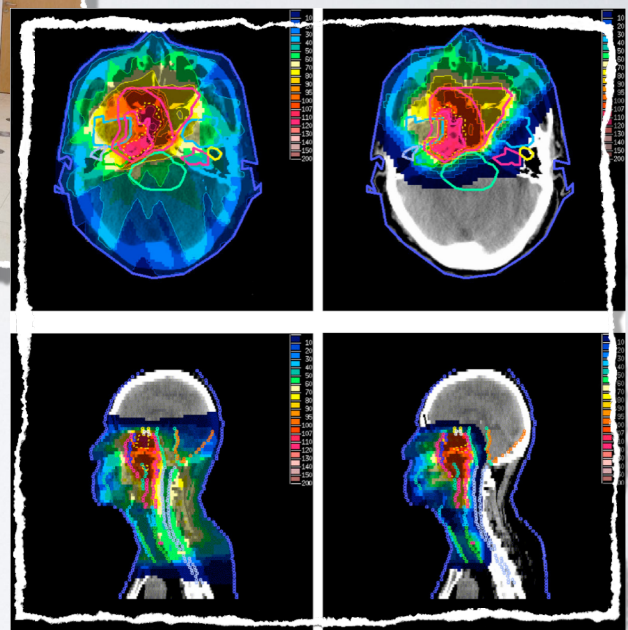
Solid crust
~1 mile thick

Heavy liquid interior
Mostly neutrons,
with other particles



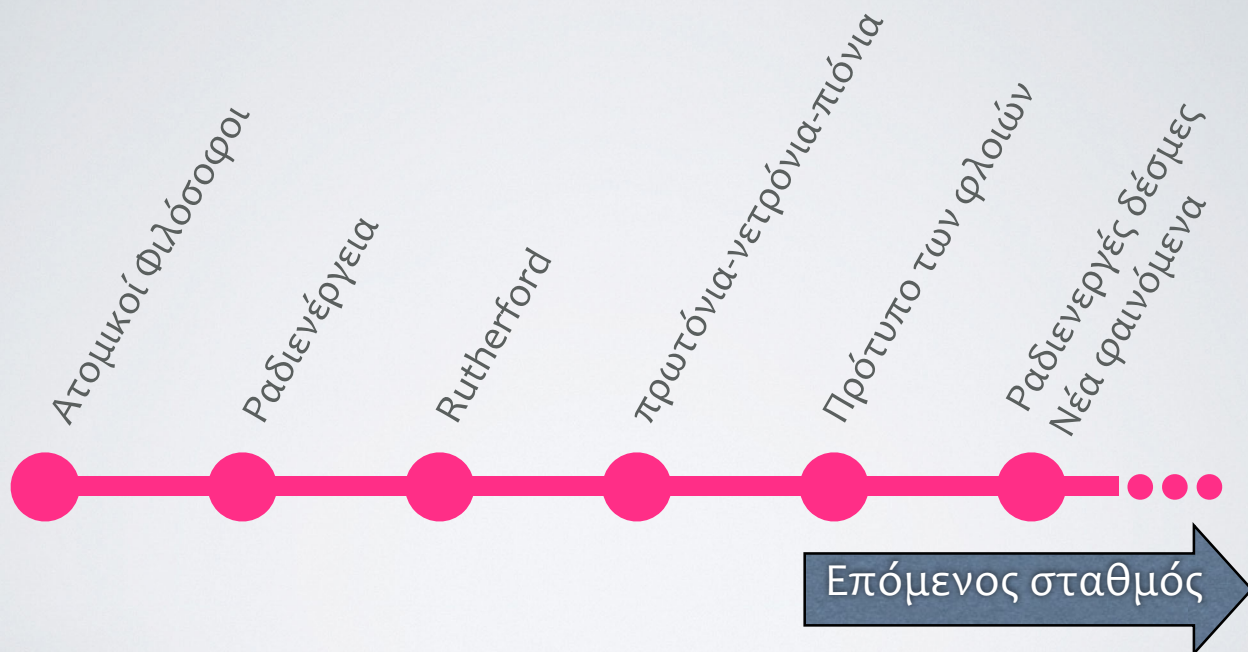


<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΣΥΝΤΟΜΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ



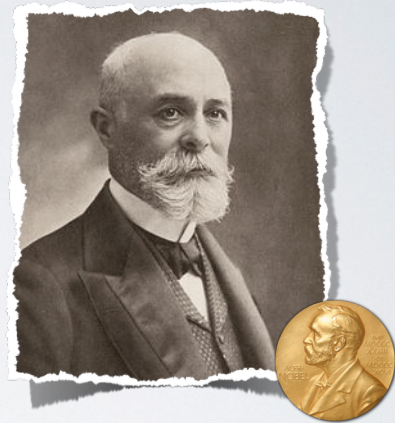
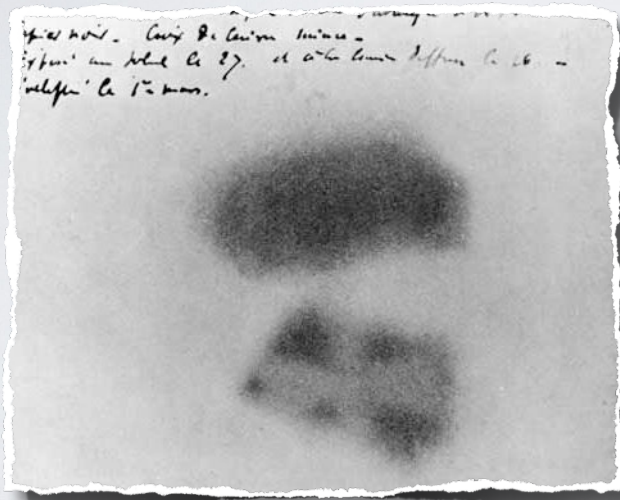
<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΕΝΑΣ ΠΑΛΙΟΣ ΓΝΩΡΙΜΟΣ



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

1896 - ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑ



Henri Becquerel
Nobel 1903

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΟΙ ΠΡΩΤΟΙ ΑΛΧΗΜΙΣΤΕΣ



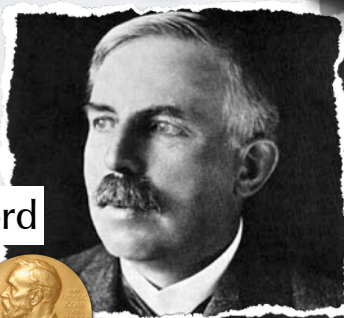
Curie



Wu



Goeppert-Mayer



Rutherford



Bohr



Fermi

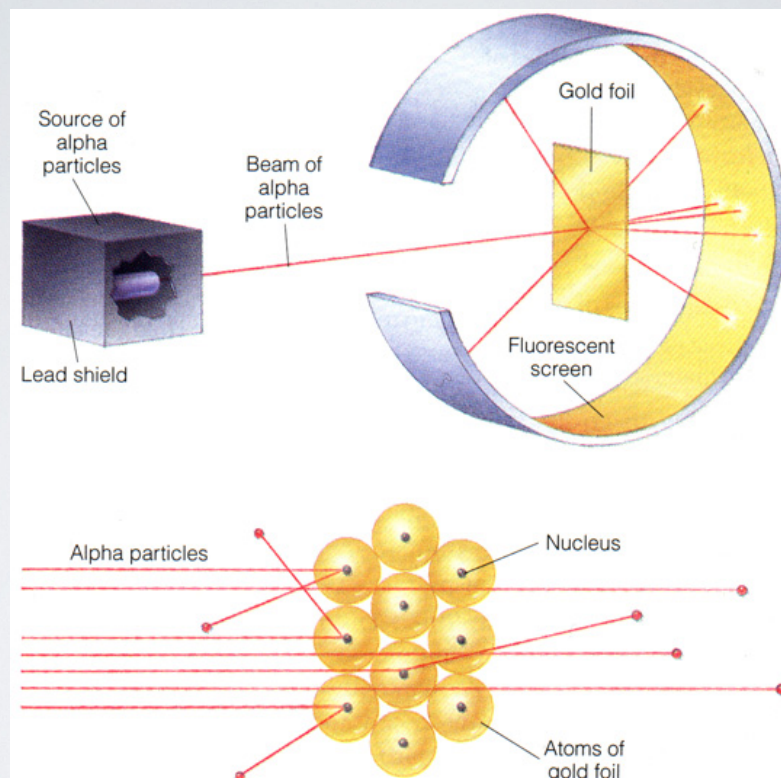


<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

Η ΥΠΕΡΒΑΣΗ ΤΟΥ ΑΤΟΜΟΥ

- ▶ Ο Rutherford σπάει το φράγμα του ατόμου
- ▶ Σωματία α (πυρήνες ηλίου) πάνω σε φύλλα χρυσού **οπισθοσκεδάζονται** ισχυρά
- ▶ Η κατανομή θετικών/αρνητικών φορτίων δεν είναι -συνεπώς- ομοιόμορφη

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΜΙΑ ΝΕΑ ΕΠΟΧΗ

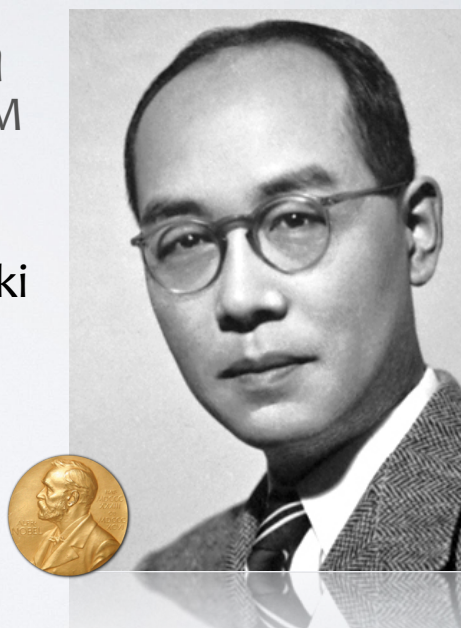
- ▶ Το θετικό φορτίο δεν είναι ισοκατανεμημένο. Υπάρχουν ισχυρά κέντρα σκέδασης με θετικό φορτίο => **πυρήνες**
- ▶ Οι πυρήνες έχουν το **99.5%** της μάζας του ατόμου και **1/100'000** του μεγέθους
- ▶ Ο ατομικός χώρος είναι **σχεδόν κενός**

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΤΟΝ ΠΥΡΗΝΑ

- Ο πυρήνας είναι σταθερός, επομένως υπάρχει μια ελκτική δύναμη ανταγωνιστική της H/M
- Η έννοια του πεδίου στον πυρήνα εισάγεται από το Hideki Yukawa με φορέα της αλληλεπίδρασης το πιόνιο
- Το πείραμα τον δικαιώνει

image: wikipedia

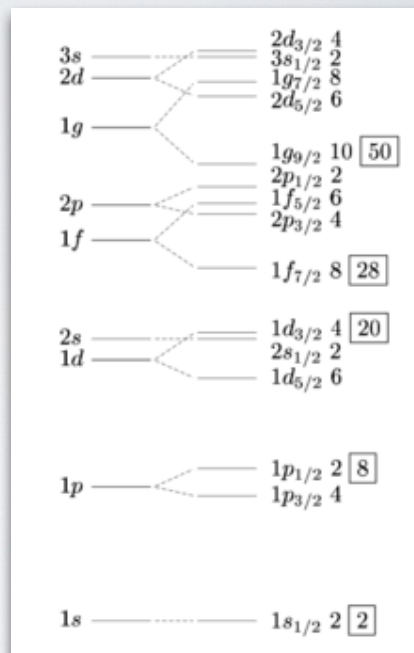


<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΤΟ ΠΡΟΤΥΠΟ ΤΩΝ ΦΛΟΙΩΝ



Maria Goeppert-Mayer
Nobel 1963

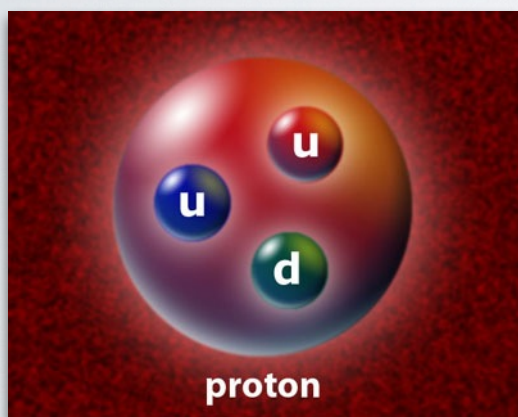


<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΤΟ ΣΧΗΜΑ ΤΩΝ ΝΟΥΚΛΕΟΝΙΩΝ

Βαθύτερα στον πυρήνα, τα πρωτόνια και τα νετρόνια εμφανίζουν τη δική τους δομή.

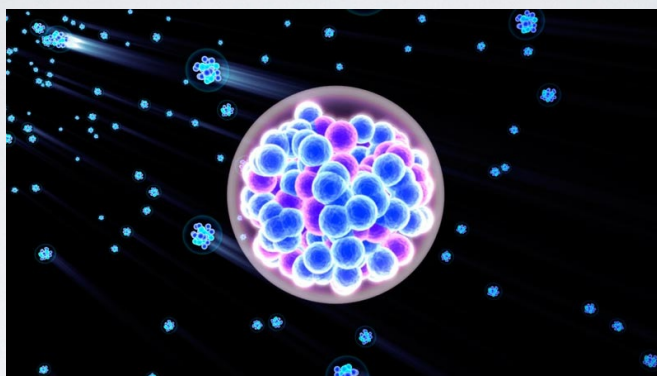
Αποτελούμενα από κουάρκ, τα νουκλεόνια εμφανίζουν κατανομή μάζας και φορτίου, παρεκκλίνοντας από το απόλυτα σφαιρικό σχήμα.



Το **πόσο** και **γιατί** είναι ενεργό πεδίο έρευνας της Πυρηνικής Φυσικής.

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

Ο ΔΡΟΜΟΣ ΓΙΑ ΤΟ ΜΕΛΛΟΝ



- ▶ Ελευση επιταχυντών νέας γενιάς με χρήση ασταθών δεσμών
- ▶ Επέκταση του ισοτοπικού πίνακα
- ▶ **Νέα** φαινόμενα, **νέοι** μαγικοί αριθμοί, **νέες** θεωρίες

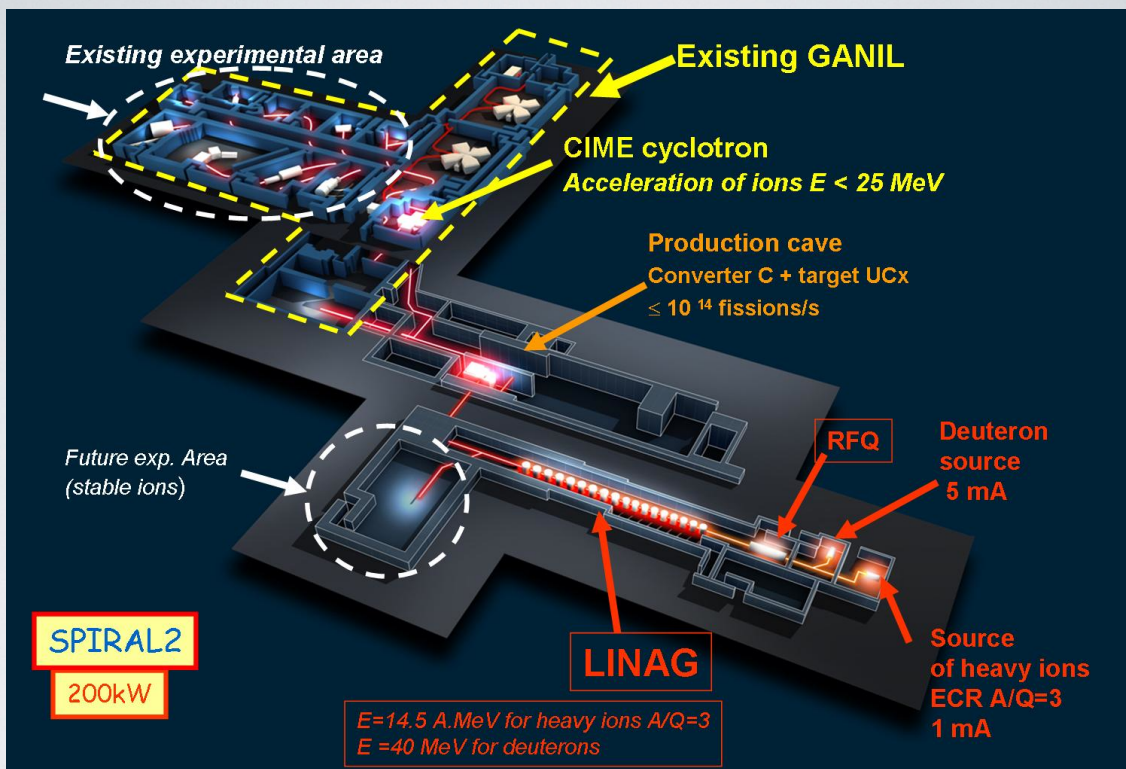
<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

Εικόνα: GSI



FAIR @ GSI

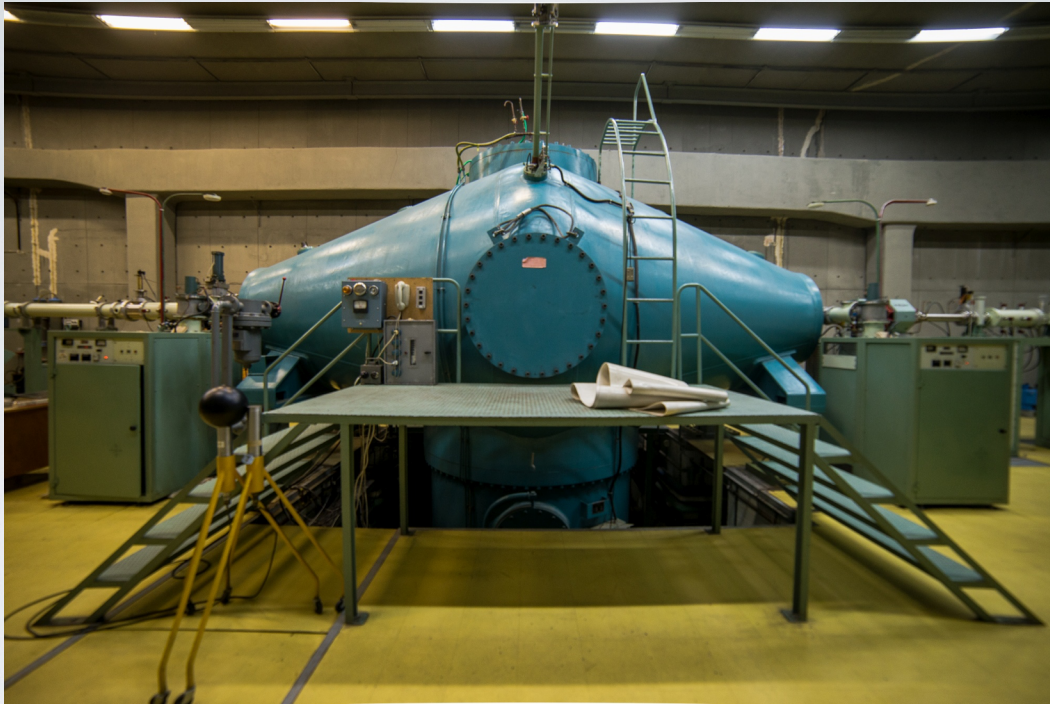
<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi



SPIRAL2



AGATA



ΕΠΙΤΑΧΥΝΤΗΣ ΤΑΝΔΕΜ VAN DE GRAAFF ΕΚΕΦΕ “ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ”

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΠΡΩΤΟΣ ΣΤΑΘΜΟΣ: ΤΟ ΑΤΟΜΟ

- ▶ Η θεώρηση των Ατομικών για τη δομή του κόσμου επανήλθε το 19^ο αιώνα.
- ▶ Η ανακάλυψη του ηλεκτρονίου άνοιξε το δρόμο για τη φυσική στοιχειωδών σωματιδίων
- ▶ Οι πρώτες ενδείξεις ήρθαν με την ανακάλυψη της **ραδιενέργειας** και των **ακτίνων X**
- ▶ Το ατομικό πρότυπο του Bohr έδωσε το θεωρητικό υπόβαθρο (**κβαντική θεώρηση**) για την εξήγηση του υποατομικού κόσμου

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

εικόνα: wikipedia

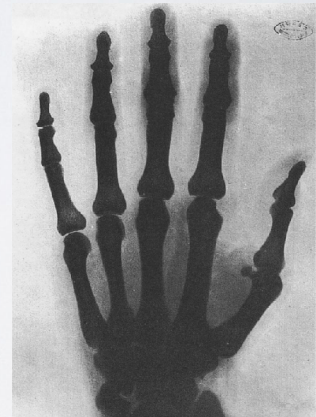


Wilhelm Roentgen (1845-1923)

Παρατηρεί την εκπομπή ακτινοβολίας στον καθοδικό σωλήνα.

Ανακάλυψη ακτίνων X

Nobel 1901



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi



J.J. Thomson (1856-194)

Ανακάλυψε το ηλεκτρόνιο

Ατομικό πρότυπο

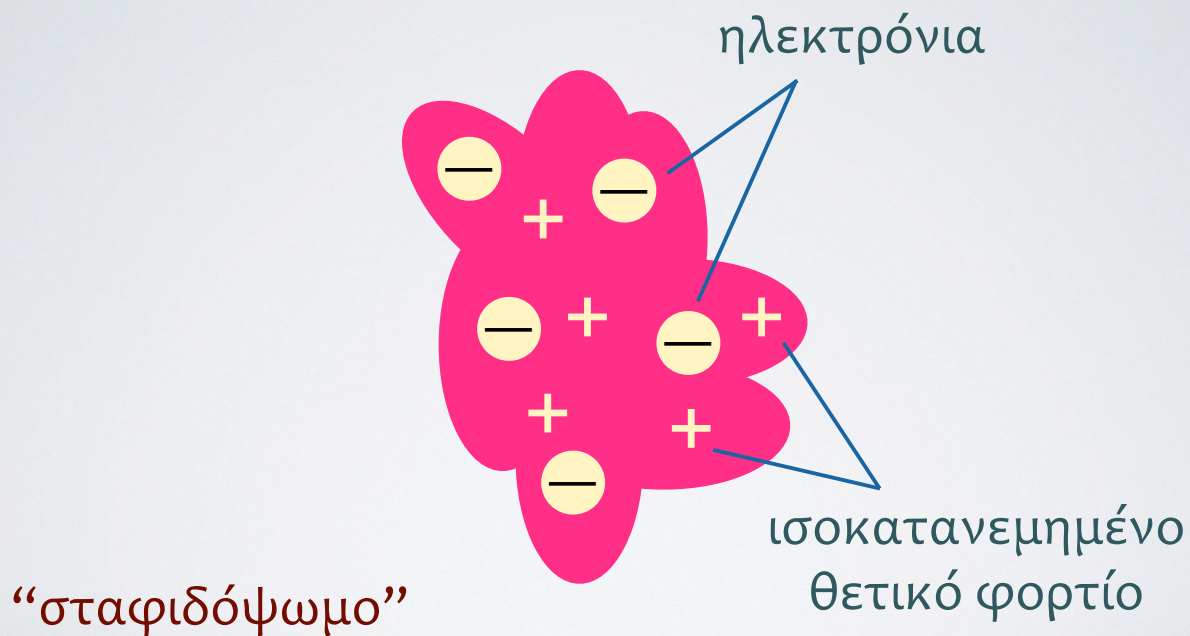
Φασματογράφος μάζας

Nobel 1906

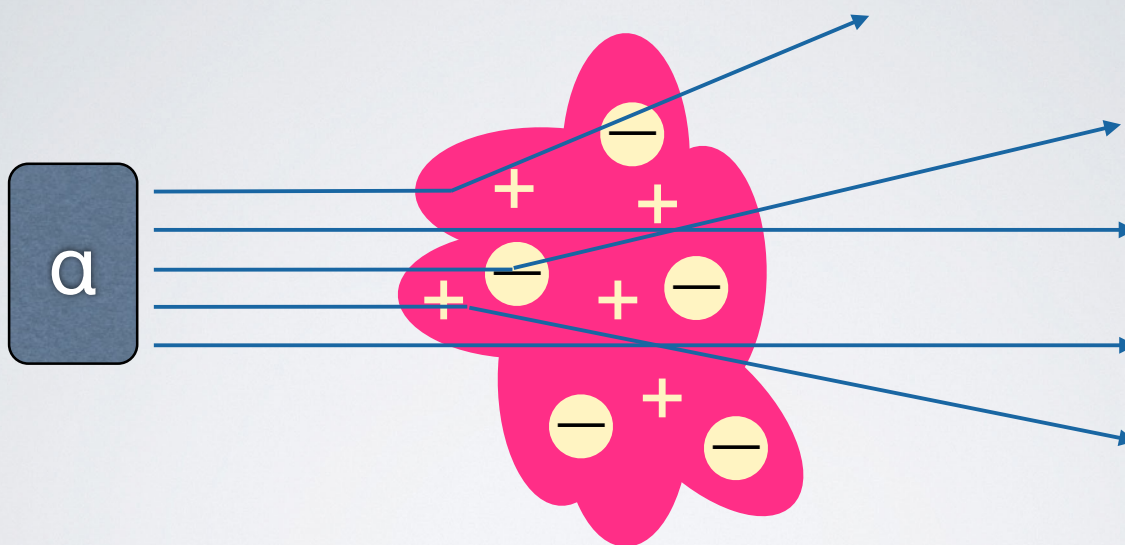
εικόνα: wikipedia

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

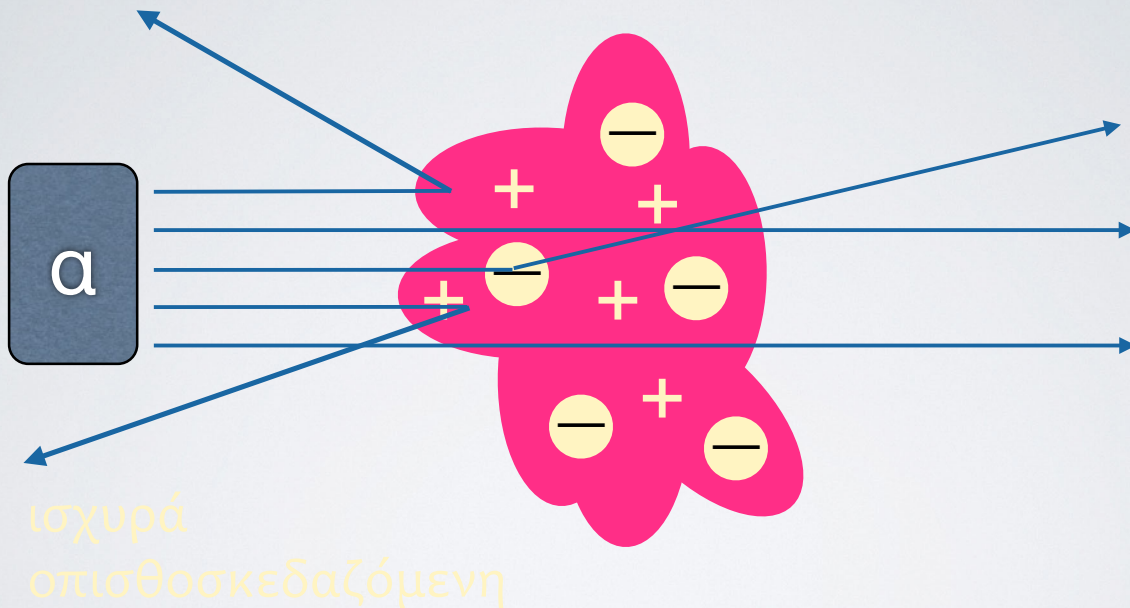
ΤΟ ΑΤΟΜΟ ΤΟΥ THOMSON



ΣΚΕΔΑΣΗ (ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ)



ΣΚΕΔΑΣΗ RUTHERFORD



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΣΚΕΔΑΣΗ RUTHERFORD

- ▶ Η πειραματική παρατήρηση της ισχυρής οπισθοσκέδασης ήταν **ισοδύναμη με κοσμογονία**
- ▶ Ενας νέος κόσμος άνοιξε προς μελέτη
- ▶ Στο κέντρο του ενδιαφέροντος ένας άγνωστος:

Ο ΠΥΡΗΝΑΣ

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ERNEST RUTHERFORD

*“Ήταν σαν να έριξες
ένα βλήμα 15 ιντσών
σε ένα φύλλο χαρτιού
και αυτό γύρισε και σε
χτύπησε.”*

Ernest Rutherford
Nobel 1908



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΕΝΕΡΓΟΣ ΔΙΑΤΟΜΗ

- ▶ Ο Rutherford υπολογίζει με αναλυτικό τρόπο την **ενεργό διατομή σκέδασης**
- ▶ Ο υπολογισμός του είναι ακριβής ακόμη και όταν παύει η κλασική θεώρηση
- ▶ Σκέδαση από **πεδίο Coulomb**

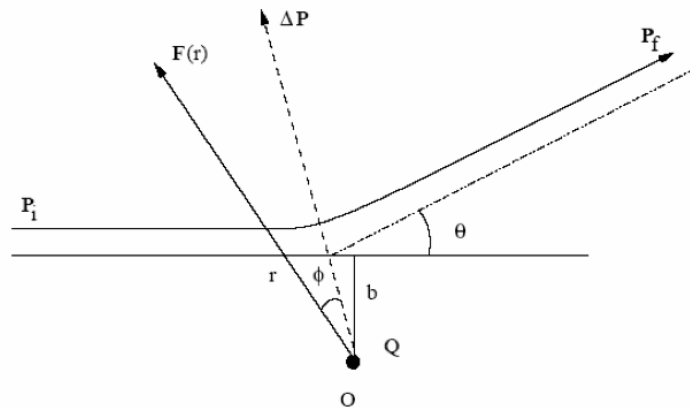
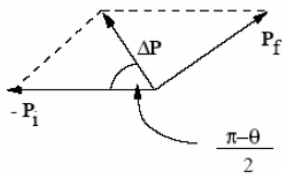
<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΣΚΕΔΑΣΗ COULOMB

Αρχή Διατήρησης Ορμής

$$\Delta \vec{P} = \int \vec{F}(r) dt$$

αλλά



$$\frac{\Delta p}{\sin \theta} = \frac{p_2}{\sin \frac{1}{2}(\pi - \theta)} \quad \rightarrow \quad |\Delta \vec{P}| = 2mv \sin(\theta/2)$$

Παράλληλη συνιστώσα F με ΔP

$$2mv \sin(\theta/2) = \int_0^\infty |\vec{F}(r)| \cos \phi dt$$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΣΚΕΔΑΣΗ

Αρχή διατήρησης στροφορμής $mr^2\omega = mvb$ με $\omega = d\phi/dt$

και
$$2mv \sin(\theta/2) = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} |\vec{F}(r)| \cos \phi \frac{dt}{d\phi} d\phi$$

→
$$2mv^2 b \sin(\theta/2) = \int r^2 |\vec{F}(r)| \cos \phi d\phi$$

αλλά
$$|\vec{F}(r)| = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \rightarrow r^2 |\vec{F}(r)| = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0}$$

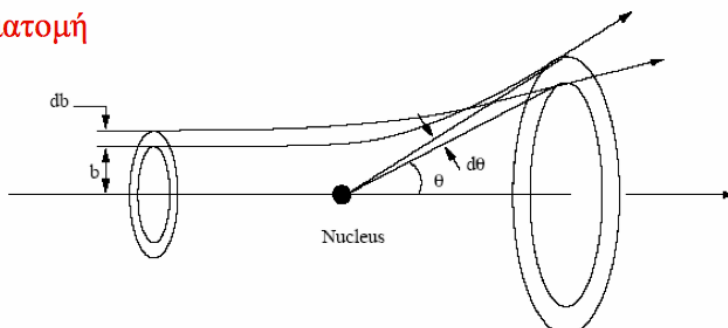
οπότε
$$b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{mv^2} \cot(\theta/2)$$

> q, Q → > γωνία σκέδασης
 > mv^2 → < γωνία σκέδασης
 > b → < γωνία σκέδασης

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΟΣ ΔΙΑΤΟΜΗ

Ενεργός Διατομή



$$d\sigma = 2\pi b|db| = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) d\Omega \quad (d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta) \quad \longrightarrow \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi b|db|}{2\pi \sin\theta d\theta}$$

$$\longrightarrow \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{qQ}{2mv^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

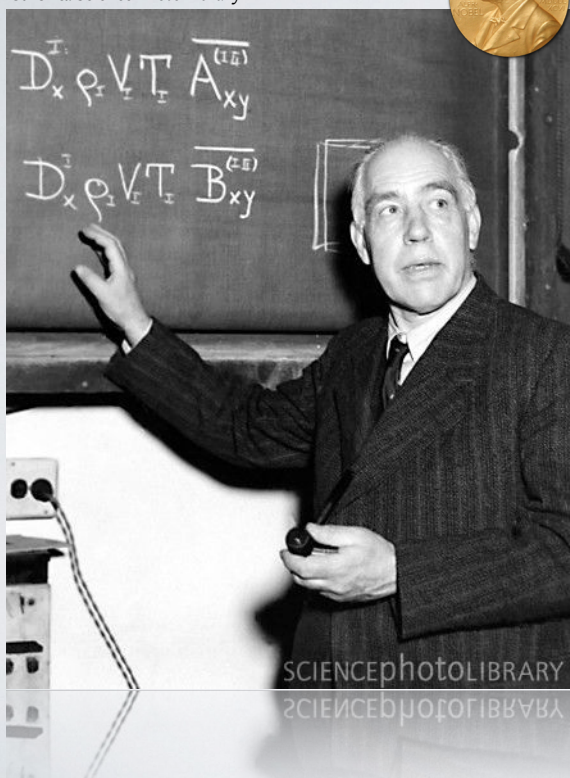
<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΤΟ ΝΕΟ ΑΤΟΜΟ

- ▶ Ο Rutherford διατυπώνει τις πρώτες αρχές για το νέο άτομο με βάση τις παρατηρήσεις του
- ▶ Η κλασική φυσική τον περιορίζει
- ▶ Ο Niels Bohr σπεύδει σε βοήθεια, θέτοντας ως βάση την Κβαντομηχανική

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

εικόνα: Science Photo Library



Niels Bohr (1885-1962)

Θεμελιωτής της
Κβαντομηχανικής

Κβαντισμένες τροχιές

Ατομο Bohr

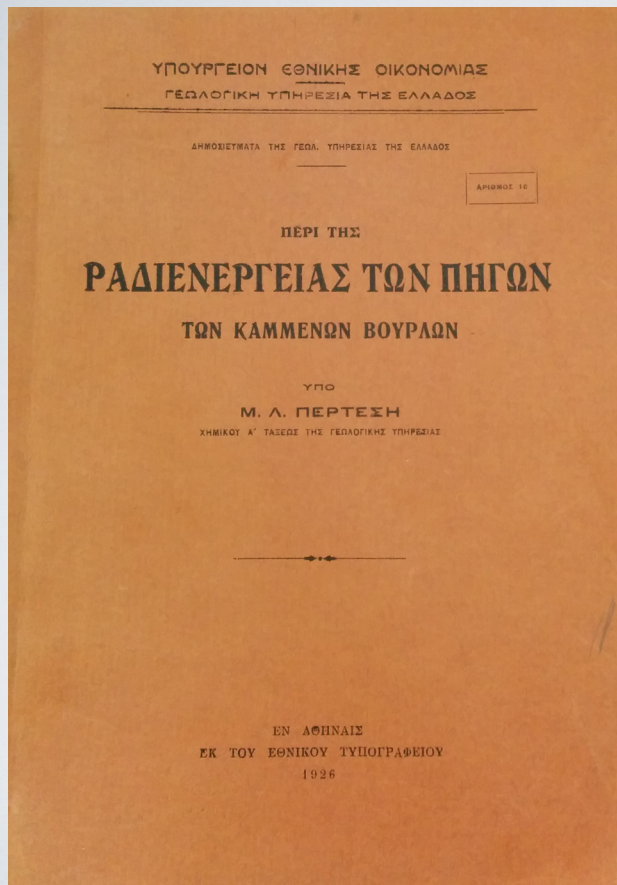
Nobel 1922

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΤΟ ΝΕΟ ΑΤΟΜΟ

- ▶ Ως το 1932, ο πυρήνας “περιέχει” μόνο πρωτόνια
- ▶ Το νέο ατομικό πρότυπο δεν εξηγεί πώς τα πρωτόνια παραμένουν στον (σταθερό) πυρήνα
- ▶ Από τα ερωτήματα αυτά θεμελιώνονται οι έννοιες της **πυρηνικής αλληλεπίδρασης** και του **νετρονίου**

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi



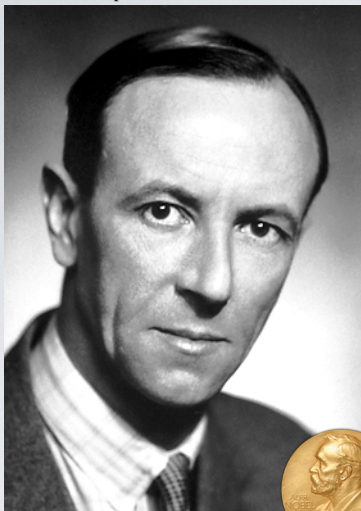
1926 - Ελλάδα

“...ο πυρήν του υδρογόνου φέρει τη μονάδα του θετικού ηλεκτρισμού, το όλον δε άτομον του υδρογόνου αποτελείται εκ του πυρήνος τούτου και ενός αρνητικού ηλεκτρονίου, περί τον πυρήνα αυτόν κινουμένου...”

“...ο πυρήν του ηλίου αποτελείται από τέσσαρας πυρήνας υδρογόνου και δύο αρνητικά ηλεκτρόνια...”

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

εικόνα: wikipedia



Παρέχει τη βάση για
μια νέα
αλληλεπίδραση

James Chadwick (1871-1974)

Ανακαλύπτει πειραματικά το
νετρόνιο

Ανοίγει το δρόμο για τα
ισότοπα

Nature **129**, 312 (27 February 1932) doi:10.1038/129312a0;

Possible Existence of a Neutron

J. CHADWICK

I have made some experiments using the valve counter to examine the properties of this radiation excited in beryllium. The valve counter consists of a small ionisation chamber connected to an amplifier, and the sudden production of ions by the entry of a particle, such as a proton or a-particle, is recorded by the deflexion of an oscillograph.

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

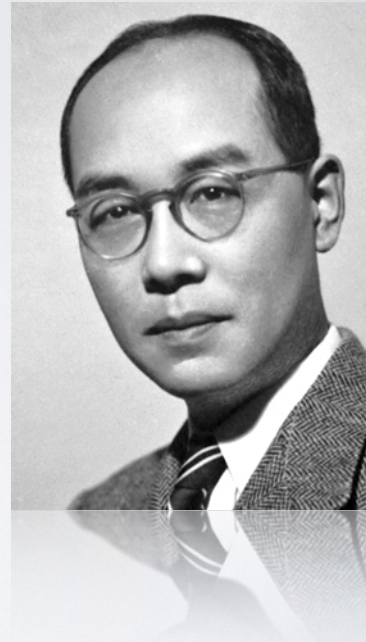
Hideki Yukawa (1907-1981)

Με τα νέα δεδομένα για τον πυρήνα, εφαρμόζει την πεδιακή θεωρία το 1935

Εκφράζει την ισχυρή αλληλεπίδραση ως υπεύθυνη για τη σταθερότητα

Υπολογίζει με σχετική ακρίβεια τη μάζα του φορέα αλληλεπίδρασης, του **πιονίου**

εικόνα: wikipedia



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

Η ΙΣΧΥΡΗ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ

- ▶ Αποτελεί πρωτοπορία στη φυσική γιατί διαφέρει δραστικά από τις γνωστές δυνάμεις της εποχής
- ▶ Περιορισμένης εμβέλειας, υψηλής ισχύος
- ▶ Βασικό νέο χαρακτηριστικό: **ισοσπίν**

ΜΑΓΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΜΑΓΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

- ▶ Είναι στα αλήθεια μαγικοί;

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

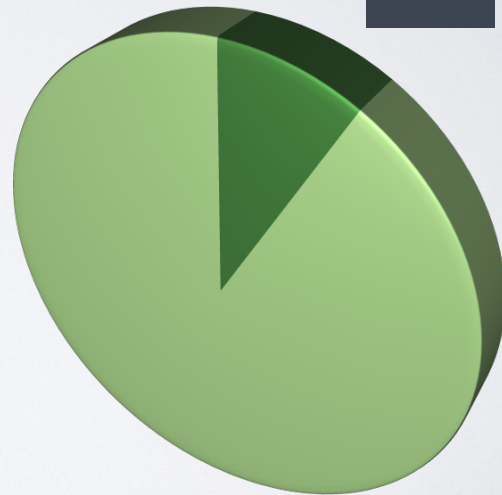
- ▶ Ποια είναι η σημασία τους;
- ▶ Υπάρχουν και άλλοι εκτός από αυτούς;

ΒΑΣΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ

- ▶ Ενέργεια: 1 MeV = $1.6 \cdot 10^{-13}$ J
- ▶ Μάζα πρωτονίου = 938.27 MeV/c²
- ▶ Μάζα νετρονίου = 939.56 MeV/c²
- ▶ Μάζα ηλεκτρονίου = 0.511 MeV/c²

ΜΟΝΑΔΕΣ & ΣΥΝΤΟΜΕΥΣΕΙΣ

- ▶ $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$
- ▶ $e^2 = 1.44 \text{ MeV fm}$
- ▶ $\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$
- ▶ $1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2$



ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΥΜΒΑΣΕΙΣ

Z
ατομικός
αριθμός

N
αριθμός
νετρονίων

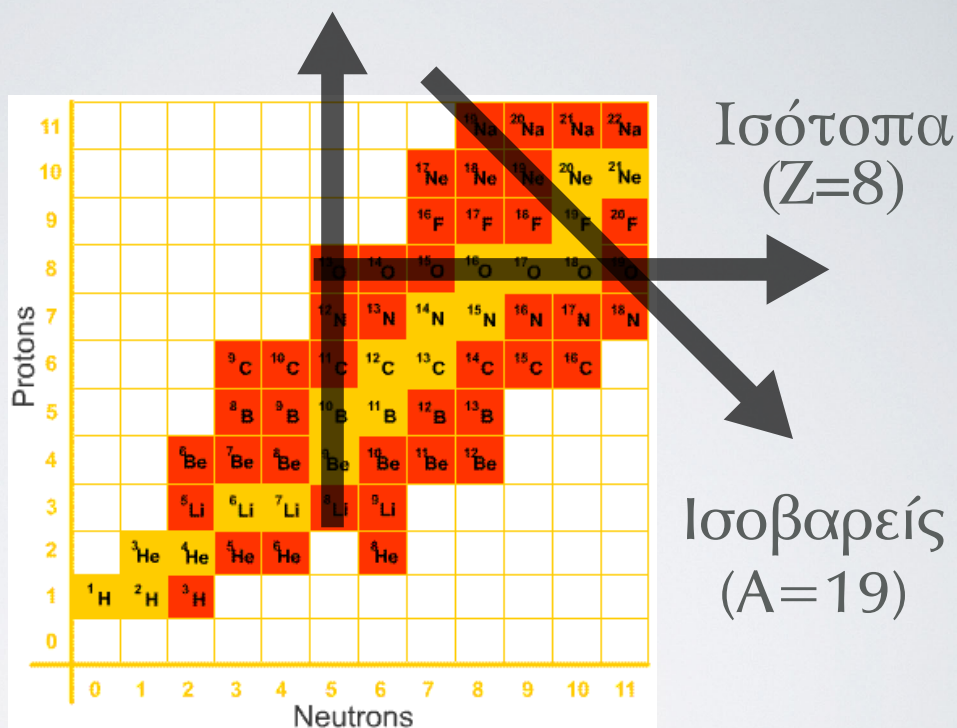
A=Z+N
μαζικός
αριθμός

ΙΣΟΤΟΠΑ & ΑΛΛΑ

- ▶ **Ισότοποι** πυρήνες: έχουν τον ίδιο αριθμό πρωτονίων, αλλά διαφορετικό αριθμό νετρονίων
- ▶ **Ισοβαρείς**: ίδιος μαζικός αριθμός
- ▶ **Ισότονοι**: ίδιος αριθμός νετρονίων
- ▶ **Κατοπτρικοί** πυρήνες: ίδιο A, εναλλαγή Z,N
π.χ. ^{35}S (N=19,Z=16) – ^{35}K (N=16,Z=19)

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

Ισότονα (N=5)



εικόνα: schoolsscience.co.uk

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΙΣΟΤΟΠΑ ΚΑΙ ΑΛΛΑ

► Συμβολισμός ισοτόπου

π.χ. ${}_{19}^{40}\text{K}$, ${}_{92}^{238}\text{U}$, ${}^{137}\text{Cs}$



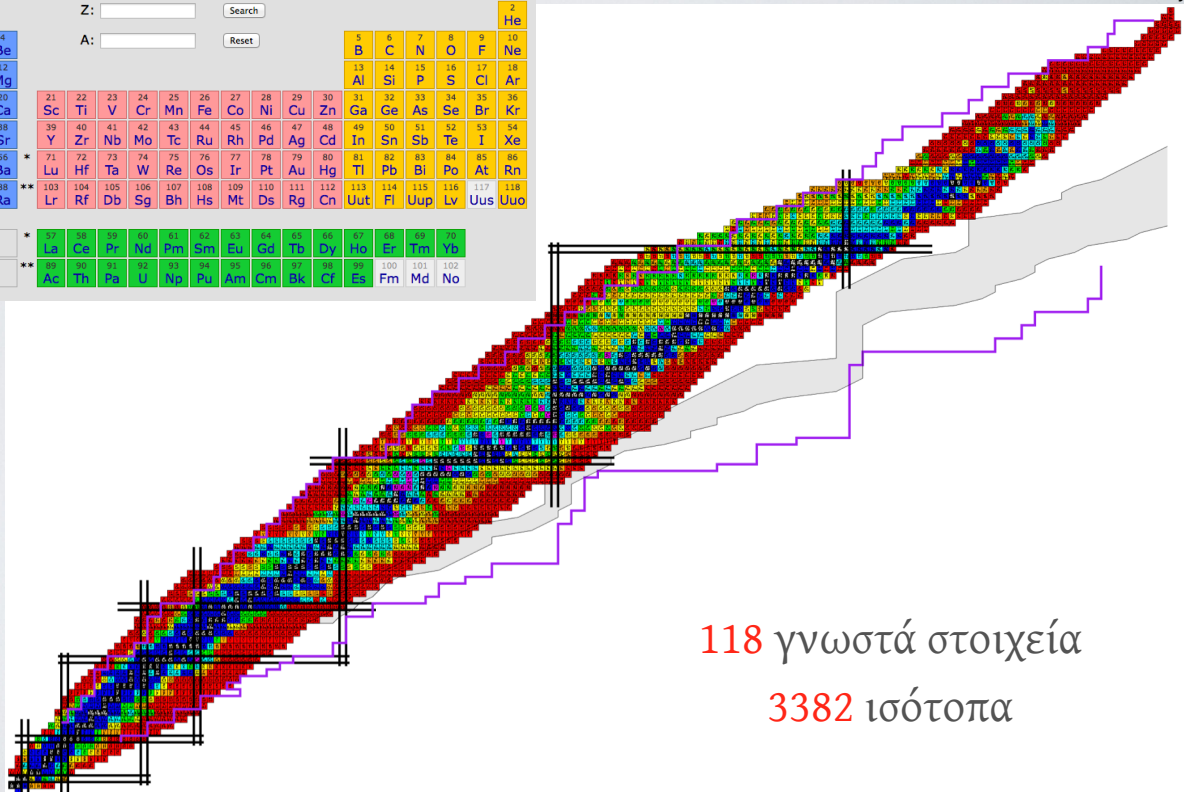
<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

εικόνα: magneticmoments.info

Group	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	H	He																
2	Li	Be																
3	Na	Mg																
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
6	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
7	Fr	Ra	Lr	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Ds	Rg	Cn	Uut	Fu	Uup	Lv	Uus	Uuo

*Lanthanides
**Actinides

εικόνα: Univ.Surrey

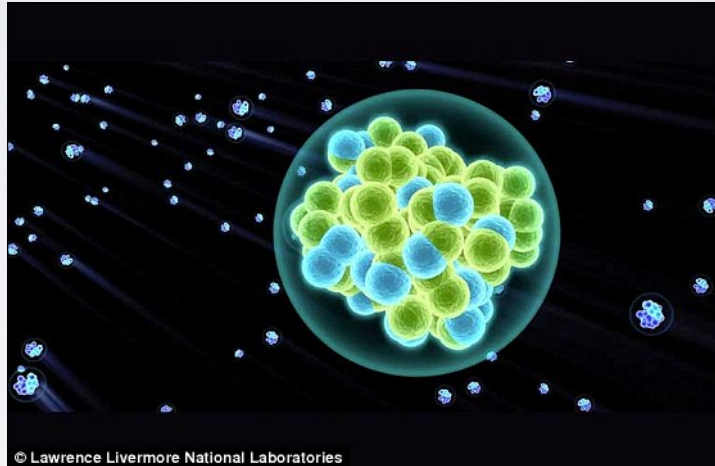


118 γνωστά στοιχεία

3382 ισότοπα

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

**New element set to join the periodic table:
Scientists confirm that the super-heavy
element 117 DOES exist**



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΑΣΤΑΘΕΙΑ-I

- ▶ Βασικό χαρακτηριστικό των ισοτόπων
- ▶ Η **ραδιενέργεια** εκφράζει την εκπομπή ακτινοβολίας από ασταθή ισότοπα
- ▶ Τεράστιας σημασίας για το πώς έχει δημιουργηθεί και εξελιχθεί το Σύμπαν

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

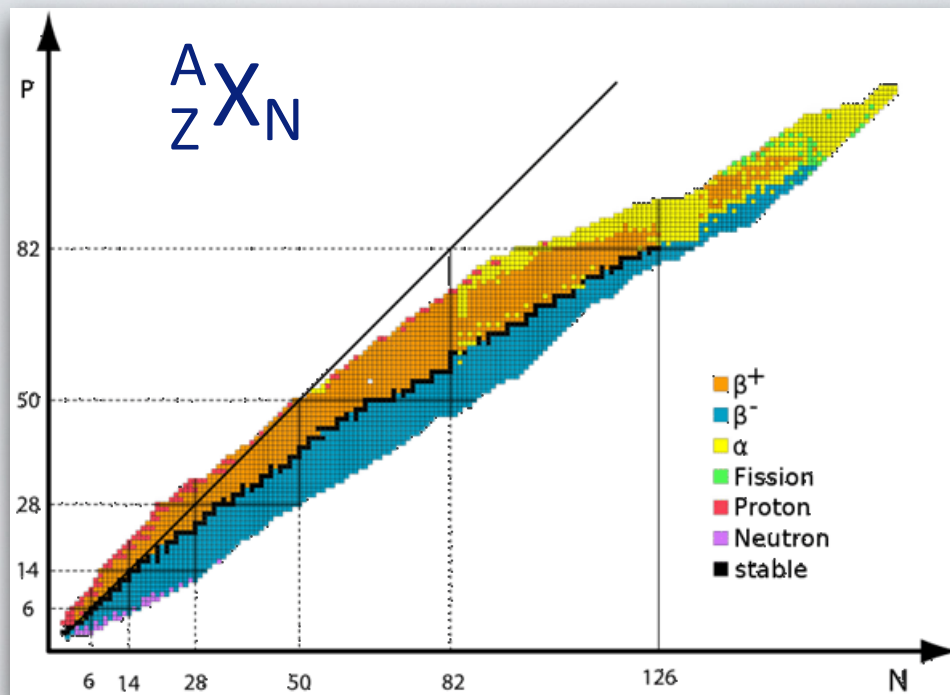
ΑΣΤΑΘΕΙΑ-II

- ▶ Η αστάθεια έχει από κοσμολογικές ως καθημερινές προεκτάσεις
- ▶ Βασικό μέγεθος που τη χαρακτηρίζει:
χρόνος ημιζωής, $t_{1/2}$
- ▶ Για την κατανόησή της απαιτείται γνώση της πυρηνικής δομής

ΑΣΤΑΘΕΙΑ-III

- ▶ Υπάρχουν περίπου **200 σταθερά** ισότοπα στον ισοτοπικό χάρτη
- ▶ Το βαρύτερο σταθερό ισότοπο είναι το **^{209}Bi**
- ▶ Το ελαφρύτερο ασταθές ισότοπο είναι το τρίτιο (**^3H**) με χρόνο ημιζωής **12.32 y**

ΙΣΟΤΟΠΙΚΟΣ ΧΑΡΤΗΣ - ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ SEGRÉ



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΣΤΑΘΕΡΑ & ΑΣΤΑΘΗ ΙΣΟΤΟΠΑ

► **118** χημικά στοιχεία

► **3382** ισότοπα

► **254** σταθερά ισότοπα

► **35** ισότοπα με μεγάλους χρόνους ζωής (>80 Ma)

► Το βαρύτερο σταθερό ισότοπο είναι το ^{209}Bi

► Το ελαφρύτερο ασταθές είναι το ^3H

^{208}Po 2.898 Y α : 100.00% ϵ : 4.0E-3%	^{209}Po 102 Y α : 99.52% ϵ : 0.48%	^{210}Po 138.376 D α : 100.00%	^{211}Po 0.516 s α : 100.00%	^{212}Po 0.299 μs α : 100.00%
^{207}Bi 31.55 Y ϵ : 100.00%	^{208}Bi 3.68E+5 Y ϵ : 100.00%	^{209}Bi STABLE 100%	^{210}Bi 5.012 D β^- : 100.00% α : 1.3E-4%	^{211}Bi 2.14 M α : 99.72% β^- : 0.28%
^{206}Pb STABLE 24.1%	^{207}Pb STABLE 22.1%	^{208}Pb STABLE 52.4%	^{209}Pb 3.253 H β^- : 100.00%	^{210}Pb 22.20 Y β^- : 100.00% α : 1.9E-6%
^{205}Tl STABLE 70.48%	^{206}Tl 4.202 M β^- : 100.00%	^{207}Tl 4.77 M β^- : 100.00%	^{208}Tl 3.053 M β^- : 100.00%	^{209}Tl 2.161 M β^- : 100.00%

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗΣ

- ▶ Βασική σχέση: $E=mc^2$
- ▶ Ο πυρήνας αποτελείται από πρωτόνια & νετρόνια
- ▶ Ομως, $Zm_p + Nm_n \neq m(\text{πυρήνα})$
- ▶ Διαφορά μάζας \rightarrow Διαφορά ενέργειας
αυτό εξηγεί και την εκλυόμενη ενέργεια
στη σχάση, σύντηξη

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗΣ

- ▶ Το “πόσο” ασταθές είναι ένα ισότοπο σχετίζεται με την **ενέργεια σύνδεσης**, BE (Binding Energy)
- ▶ $BE = (\text{μάζα συστατικών} - \text{μάζα πυρήνα}) \cdot c^2$
- ▶ Γιατί **δεν είναι** ίση με το μηδέν;

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗΣ

- ▶ $BE = c^2 \cdot [Zm_p + Nm_n - m_N(^AX)]$
- ▶ Με μετρήσιμες ποσότητες:
 - ▶ $BE = c^2 \cdot \{Zm_p + Nm_n - [m_A(^AX) - Zm_e]\}$
 - ▶ $m_p = 938.27 \text{ MeV}/c^2$
 - ▶ $m_n = 939.56 \text{ MeV}/c^2$
 - ▶ $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗΣ

Για σταθερούς πυρήνες πάντα:
 $BE > 0$

ΤΙ ΕΠΗΡΕΑΖΕΙ ΤΗ ΒΕ;

Αρχικά:

- ▶ δε διερευνούμε τη λεπτομερή φύση της πυρηνικής αλληλεπίδρασης
- ▶ η πυρηνική δύναμη παρουσιάζει **κορεσμό**
- ▶ η πυρηνική δύναμη έχει **πεπερασμένη εμβέλεια**

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ

- ▶ Η ενέργεια διαχωρισμού είναι η ενέργεια αφαίρεσης του σωματίου από τον πυρήνα.
- ▶ Π.χ. για το νετρόνιο είναι η ενέργεια που απαιτείται για να αφαιρέσω ένα νετρόνιο από τον πυρήνα, S_n .
- ▶ Αντίστοιχα για το πρωτόνιο (S_p)
- ▶ για το n: $S_n = BE(Z,A) - BE(Z,A-1)$

ΜΕΓΕΘΟΣ ΠΥΡΗΝΑ

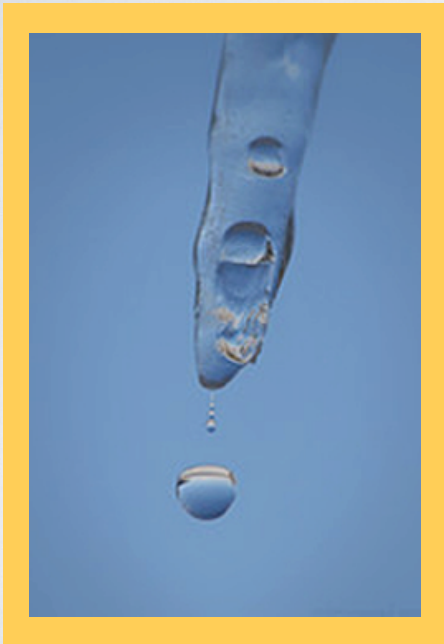
- ▶ Εξαρτάται από τον αριθμό νουκλεονίων
- ▶ Η ακτίνα του πυρήνα μπορεί να γραφεί χονδρικά ως: $R = R_0 A^{1/3}$
- ▶ $R_0 \approx 1.2 \text{ fm} = 1.2 \times 10^{-15} \text{ m}$

ΗΜΙΕΜΠΕΙΡΙΚΟΣ ΤΥΠΟΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ

$$M(Z,A) = Zm({}^1\text{H}) + Nm_n - BE(Z,A) / c^2$$

- ▶ Γνωρίζοντας την ενέργεια σύνδεσης για Z,A μπορούμε να βρούμε τη μάζα του πυρήνα
- ▶ Απλή θεώρηση: πρότυπο της **υγρής σταγόνας**

ΠΡΟΤΥΠΟ ΤΗΣ ΥΓΡΗΣ ΣΤΑΓΟΝΑΣ



εικόνα: flicker.com

- ▶ Ο πυρήνας συμπεριφέρεται ως μια υγρή σταγόνα
- ▶ Η ενέργεια σύνδεσης περιέχει **πέντε όρους**, που συνδέονται με τα χαρακτηριστικά της σταγόνας

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

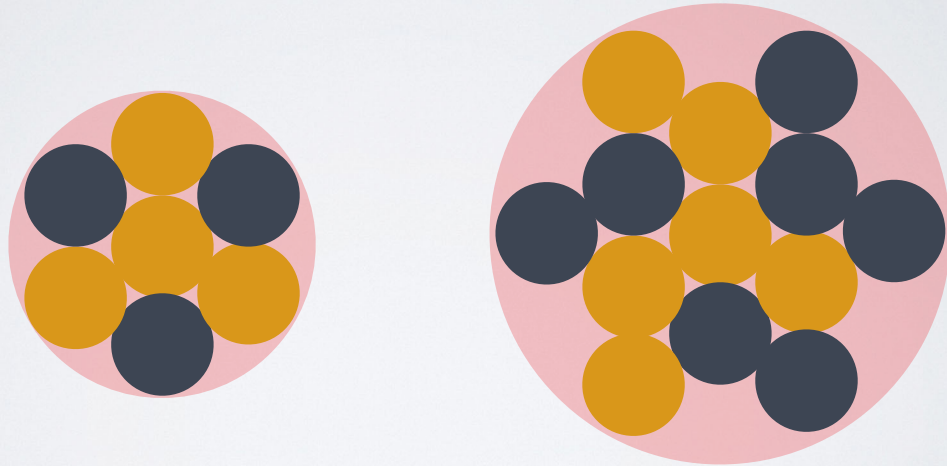
ΠΥΡΗΝΑΣ - ΥΓΡΗ ΣΤΑΓΟΝΑ

- ▶ Ογκος
- ▶ Επιφάνεια
- ▶ Coulomb
- ▶ Συμμετρία πρωτονίων-νετρονίων
- ▶ Σύζευξη

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

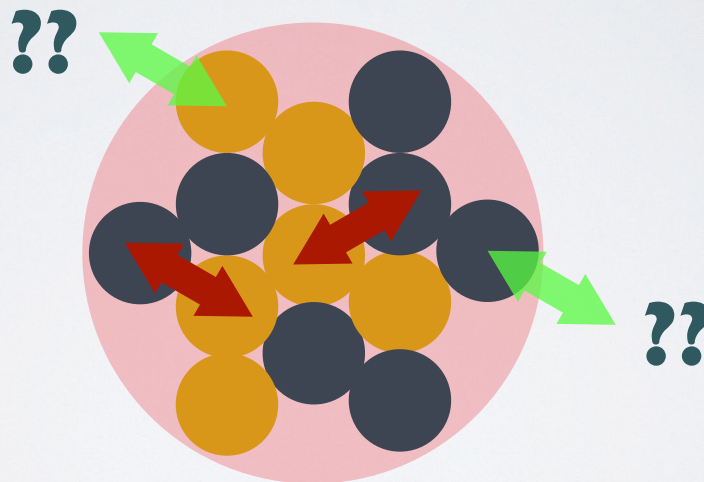
ΒΕ & ΜΕΓΕΘΟΣ ΠΥΡΗΝΑ

$ΒΕ \sim A$ εξαρτάται από τον **όγκο**



ΒΕ & ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

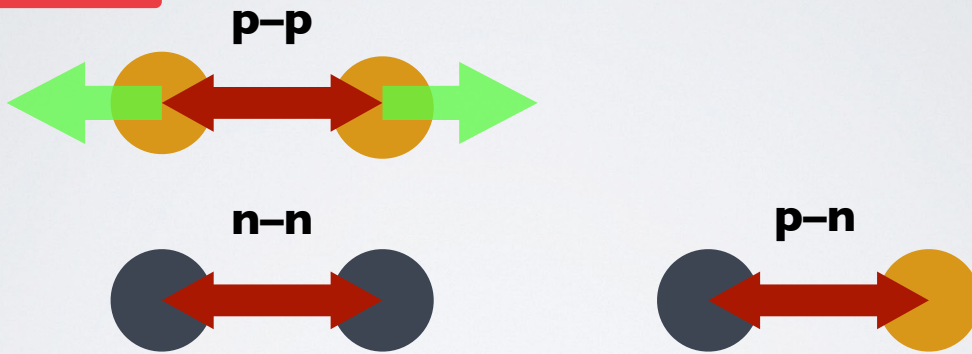
$ΒΕ \sim -A^{2/3}$ εξαρτάται αρνητικά από την **επιφάνεια**



BE & COULOMB

$$BE \sim -Z^2 / A^{1/3}$$

εξαρτάται αρνητικά από τη δύναμη **Coulomb**



BE & ΚΑΝΟΝΑΣ PAULI

$$BE \sim -(N-Z)^2 / A = -(A-2Z)^2 / A$$

Πρωτόνια – νετρόνια : μη αλληλεπιδρόν αέριο Fermi

Ενέργεια Fermi: η τελευταία, “μη κενή” ενεργειακή στάθμη. Διαφορετική για νετρόνια και πρωτόνια

Η ασυμμετρία $N-Z$ αφαιρεί ενέργεια από τη BE

BE & ΣΥΞΕΥΞΗ ΖΕΥΓΟΥΣ

BE ~ δ

Το πείραμα δείχνει ότι οι σταθερότεροι πυρήνες είναι αυτοί με **άρτιο-άρτιο** αριθμό p, n

δ = -1	άρτιος-άρτιος
0	άρτιος-περιττός
+1	περιττός-περιττός

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

$$\begin{aligned} BE(Z,A) = & a_v A && \text{Όγκος} \\ & - a_s A^{2/3} && \text{Επιφάνεια} \\ & - a_c Z^2 / A^{1/3} && \text{Coulomb} \\ & - a_{\text{sym}} (A-2Z)^2 / A && \text{Συμμετρία} \\ & - \delta a_p / A^{1/2} && \text{Ζεύγος} \end{aligned}$$

Carl Friedrich
von Weizsäcker



εικόνα: wikimedia doi:10.1007/BF01337700

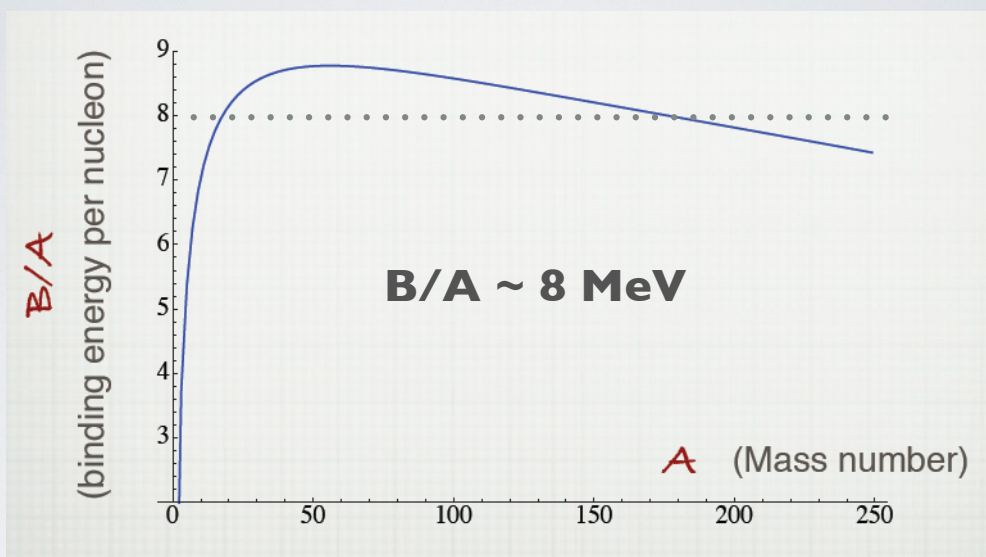
<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

Atomic Mass Evaluation 2022

a_v	15.247 MeV
a_s	16.325 MeV
a_c	0.685 MeV
a_{sym}	22.098 MeV
a_p	10.608 MeV

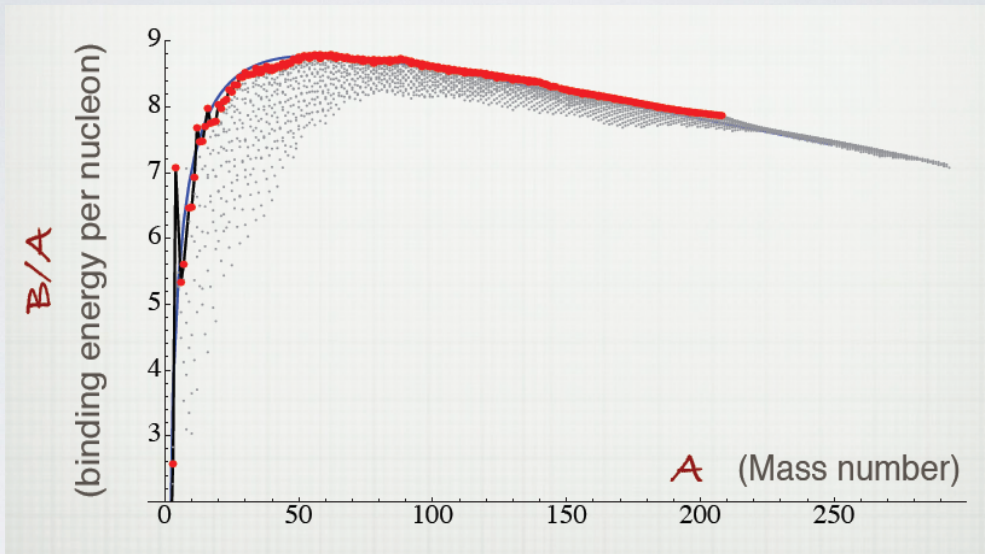
<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΗΜΙΕΜΠΕΡΙΚΟΣ ΤΥΠΟΣ



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

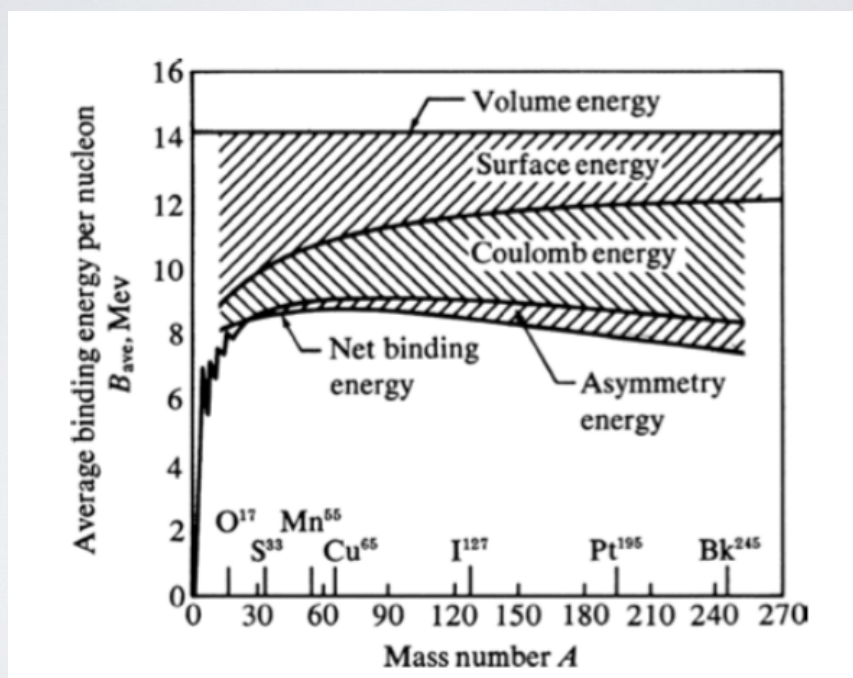
ΗΜΙΕΜΠΕΙΡΙΚΟΣ ΤΥΠΟΣ



Υπάρχουν “άλματα” σε συγκεκριμένα σημεία
(από πειραματικές παρατηρήσεις)

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΕΣ



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

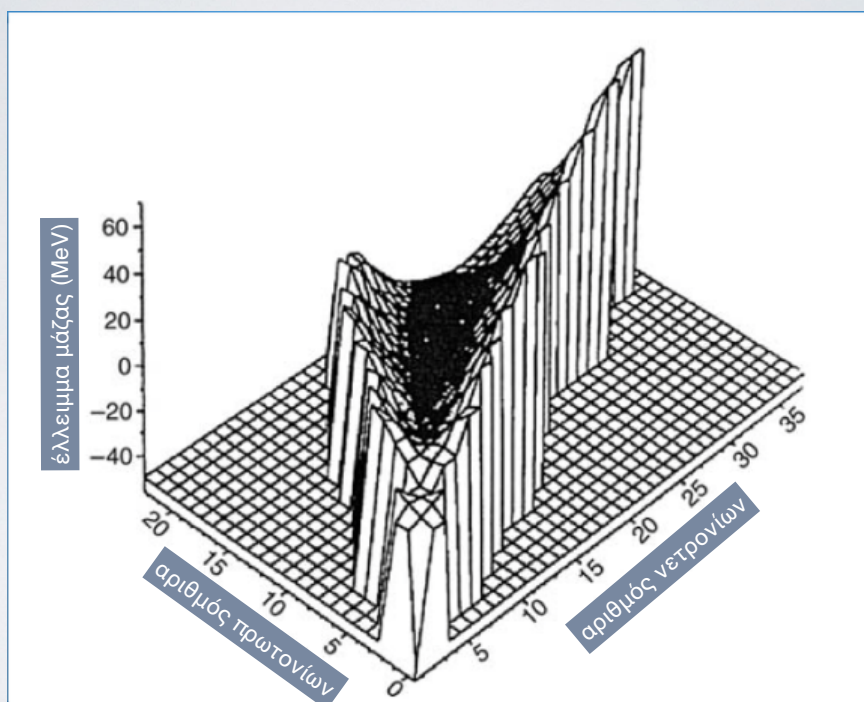
ΠΑΡΑΒΟΛΗ ΙΣΟΒΑΡΩΝ

Αν ο ημειμπειρικός τύπος εκφραστεί ως συνάρτηση του Z (με $N=A-Z$), τότε προκύπτει ότι:

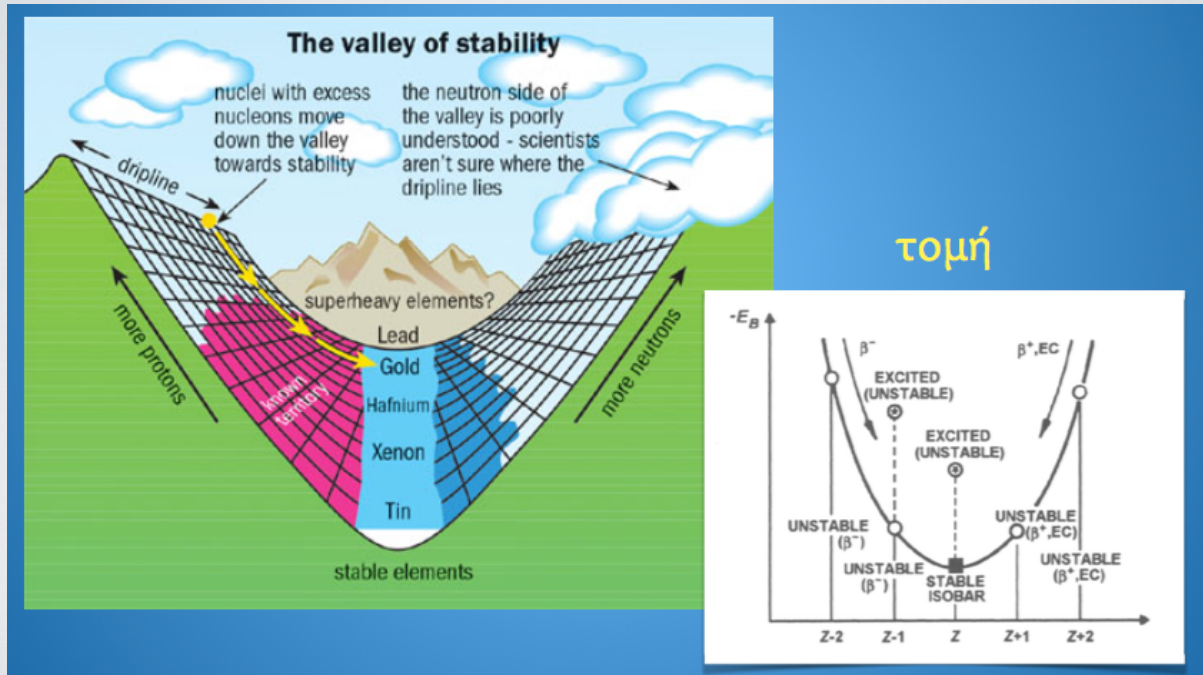
$$BE = aZ^2 + bZ + c \pm dA^{-1/2}$$

Οι σταθερές a, b, c είναι συναρτήσεις του A και για ισοβαρείς πυρήνες η καμπύλη είναι μια παραβολή. Κάθε σύνολο ισοβαρών πυρήνων ανήκει σε μια τέτοια παραβολή.

ΚΟΙΛΑΔΑ ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑΣ



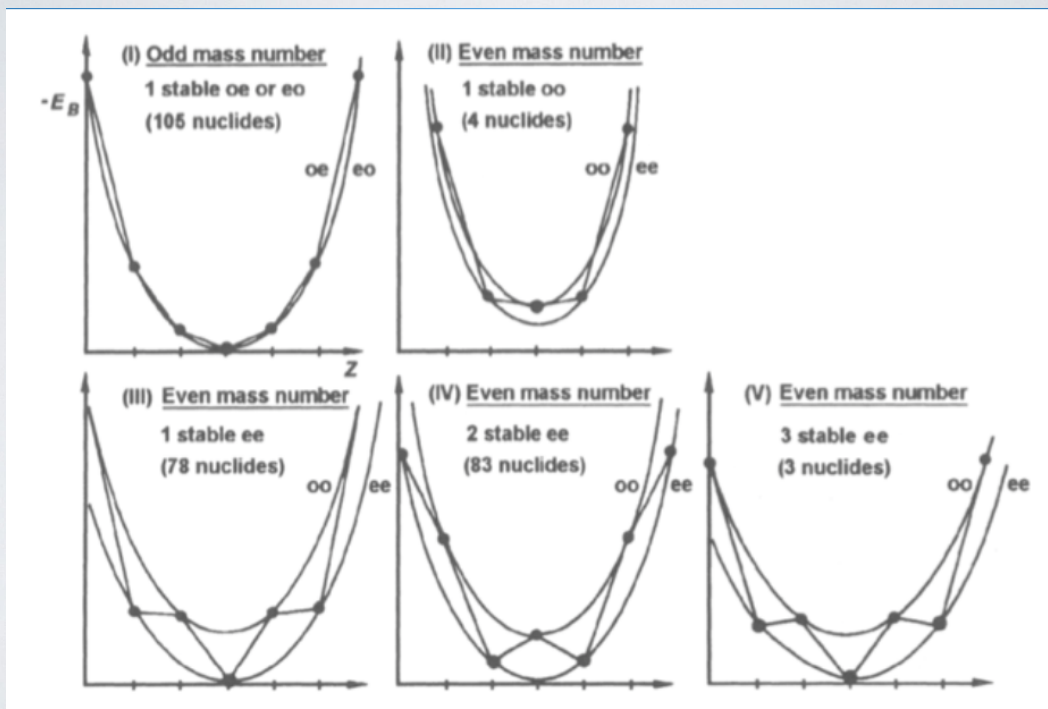
ΚΟΙΛΑΔΑ ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑΣ



τομή

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΚΟΙΛΑΔΑ ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑΣ



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ

- ▶ Από τον ημ εμπειρικό τύπο, το ελάχιστο ισχύει όταν:

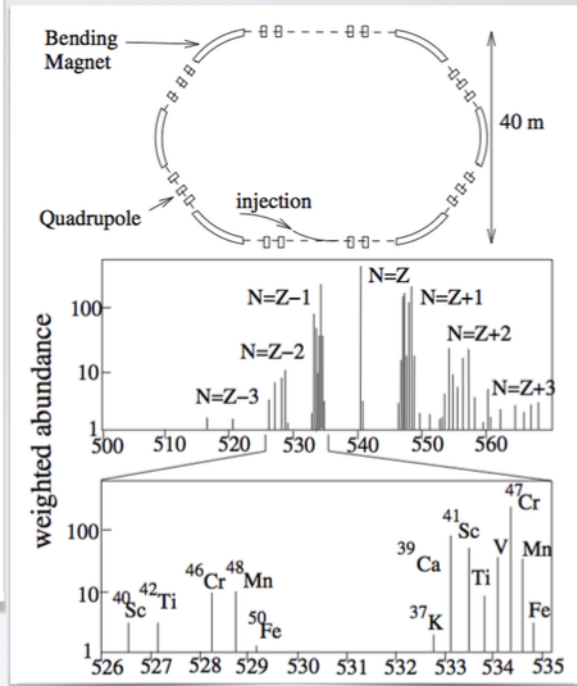
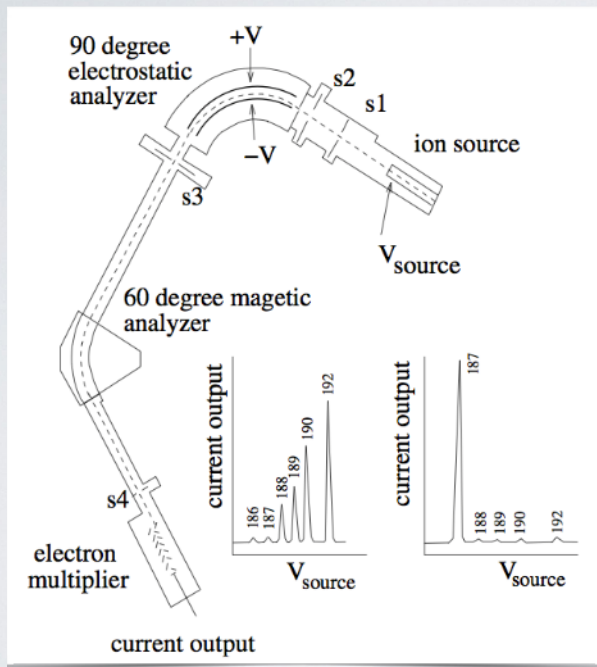
$$Z = \frac{2A}{4 + \left(\frac{a_c}{a_{sym}}\right) A^{2/3}}$$

- ▶ Για μικρές τιμές A, $Z=A/2$ ή $N=Z$

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΑΖΩΝ

- ▶ Οι πυρηνικές μάζες μετριοούνται με ειδικές τεχνικές και οργανολογία, π.χ. φασματογράφους μάζας, ιοντικές παγίδες
- ▶ Οι μάζες μετριοούνται με τυπική ακρίβεια 10^{-8}
- ▶ Αντίστοιχα, οι ενέργειες σύνδεσης μετριοούνται με ακρίβεια της τάξης του 10^{-6}

ΦΑΣΜΑΤΟΓΡΑΦΟΙ ΜΑΖΑΣ



<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΑΖΩΝ

- Φορτίο (q, m) σε μαγνητικό πεδίο B με ενέργεια $E=qV$ διανύει κυκλική τροχιά με ακτίνα R . Η μέτρηση της μάζας γίνεται μέσω μέτρησης της διαφοράς δυναμικού V

$$R = \frac{\sqrt{2Em}}{qB} = \frac{\sqrt{2V}}{B} \sqrt{\frac{m}{q}}$$

- Η κρίσιμη παράμετρος είναι ο λόγος q/m των ιόντων

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΜΑΖΑ ΝΕΤΡΟΝΙΟΥ

$$m_d = m_p + m_n - B(2,1)/c^2$$

- ▶ Σύλληψη από πρωτόνιο: $n+p \rightarrow {}^2\text{H}+\gamma$
- ▶ Τα θερμικά νετρόνια έχουν αγνοήσιμη ενέργεια σε σχέση με την ενέργεια σύνδεσης, επομένως:

$$B(2,1) = E_\gamma \left(1 + \frac{E_\gamma}{2m_d c^2} \right)$$

- ▶ Η ενέργεια σύνδεσης και άρα η μάζα του νετρονίου καθορίζεται από την ενέργεια των φωτονίων όπου εκπέμπονται

ΜΕΣΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΖΩΗΣ, τ

- ▶ Είναι ο μέσος χρόνος ζωής ενός πυρήνα πριν αποδιεγερθεί/μετασηματισθεί

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N, \quad \lambda = \frac{1}{\tau}$$

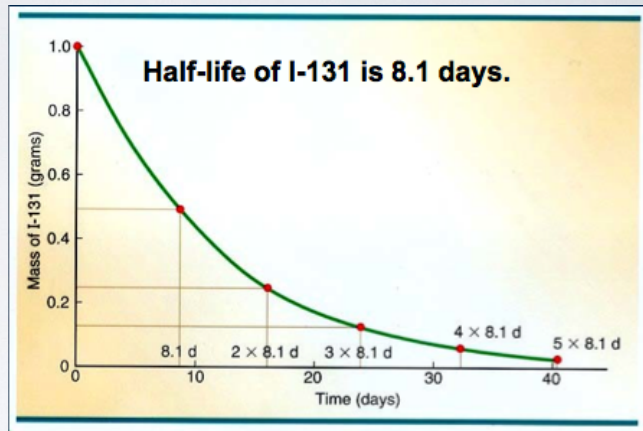
$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \Rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda dt \Rightarrow \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt \Rightarrow \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$N(t) = N(0) e^{-\lambda t}$$



ΧΡΟΝΟΣ ΗΜΙΖΩΗΣ, $t_{1/2}$

- ▶ Η αστάθεια χαρακτηρίζεται από το χρόνο ημίσειας ζωής: $t_{1/2}$



- ▶ Είναι ο χρόνος στον οποίο μια αρχική ποσότητα ασταθούς ισοτόπου υποδιπλασιάζεται

ΧΡΟΝΟΣ ΗΜΙΖΩΗΣ - ΜΕΣΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΖΩΗΣ

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$t_{1/2} = \tau \ln 2$$

$$\tau = 1/\lambda$$

- ▶ Ο χρόνος ημιζωής είναι μικρότερος από το μέσο χρόνο ζωής
- ▶ Η σταθερά χρόνου έχει μονάδες αντίστροφου χρόνου (συχνότητα διάσπασης)
- ▶ Πρακτικά, μια αρχική ποσότητα ασταθών ισοτόπων παύει να είναι σημαντική μετά από περίπου 4-5 μέσους χρόνους ζωής

ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑ

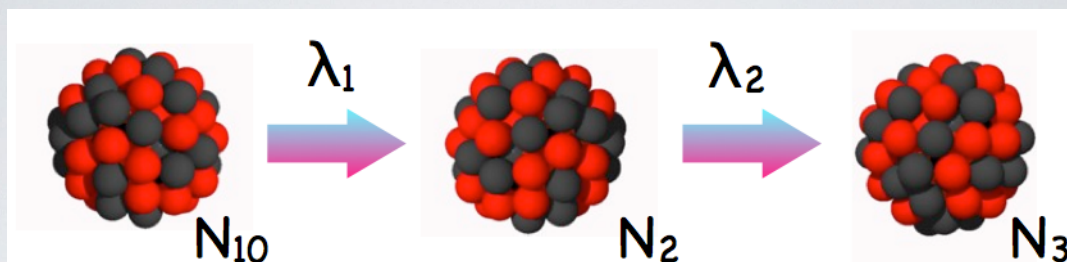
- ▶ Ο αριθμός γεγονότων ακτινοβολίας από μια πηγή ορίζεται ως η ενεργότητα της πηγής

$$C = \lambda N = \frac{dN}{dt}$$

- ▶ Μονάδες ενεργότητας στο SI είναι το **Becquerel** (Bq). Χρησιμοποιείται και το **Curie** (Ci)

$$1 \text{ Curie (Ci)} = 3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}$$

ΑΛΥΣΙΔΕΣ ΔΙΑΣΠΑΣΗΣ



$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t)$$

ασταθής

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t)$$

ασταθής

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = +\lambda_2 N_2(t)$$

σταθερός

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΒΑΤΕΜΑΝ

- Γενίκευση για σύστημα n πυρήνων στην αλυσίδα, το οποίο προέρχεται από την ύπαρξη **ΜΟΝΟ** του πατρικού πυρήνα

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = +\lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t)$$

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = +\lambda_2 N_2(t) - \lambda_3 N_3(t)$$

.....

$$\frac{dN_n(t)}{dt} = +\lambda_{n-1} N_{n-1}(t) - \lambda_n N_n(t)$$

$$N_{10} \neq 0$$

$$N_{20} = N_{30} = \dots = N_{n0} = 0$$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΓΕΝΙΚΗ ΛΥΣΗ

$$N_n(t) = \sum_{m=1}^n A_m e^{-\lambda_m t}$$

για $n \neq 1$

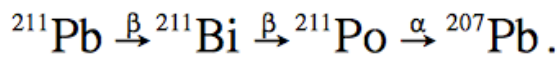
- π.χ. σύστημα δύο πυρήνων ($n=2$)

$$N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2(0)e^{-\lambda_2 t}$$

$$A_1 = \frac{\prod_{i=1}^{n-1} \lambda_i}{\prod_{i=2}^n (\lambda_i - \lambda_1)} \cdot N_{10}$$
$$A_2 = \frac{\prod_{i=1}^{n-1} \lambda_i}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq 2}}^n (\lambda_i - \lambda_2)} \cdot N_{10}$$
$$\vdots$$
$$A_m = \frac{\prod_{i=1}^{n-1} \lambda_i}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^n (\lambda_i - \lambda_m)} \cdot N_{10}$$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi



$$N_{\text{Bi}}(T) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_0 (e^{-\lambda_1 T} - e^{-\lambda_2 T})$$

$$\begin{aligned} N_{\text{Po}}(T) &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} N_0 e^{-\lambda_3 T} \left(\frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} (e^{(\lambda_3 - \lambda_1) T} - 1) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_2} (e^{(\lambda_3 - \lambda_2) T} - 1) \right) \\ &= \lambda_1 \lambda_2 N_0 \left(\frac{e^{-\lambda_1 T}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{e^{-\lambda_2 T}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} + \frac{e^{-\lambda_3 T}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \right) \right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{\text{Pb}}(T) &= \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 N_0 \left(\frac{e^{-\lambda_1 T}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_4 - \lambda_1)} + \right. \\ &\quad \left. \frac{e^{-\lambda_2 T}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_4 - \lambda_2)} + \frac{e^{-\lambda_3 T}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \right). \end{aligned}$$

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

(α) $\lambda_1 \ll \lambda_2$

- Ουσιαστικά ο μητρικός είναι μακροβιότερος του θυγατρικού

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_1(0) \cdot (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2(0) \cdot e^{-\lambda_2 t}$$

$$N_2(t) \approx \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot N_1(0) \cdot e^{-\lambda_1 t} (1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}) + N_2(0) \cdot e^{-\lambda_2 t}$$

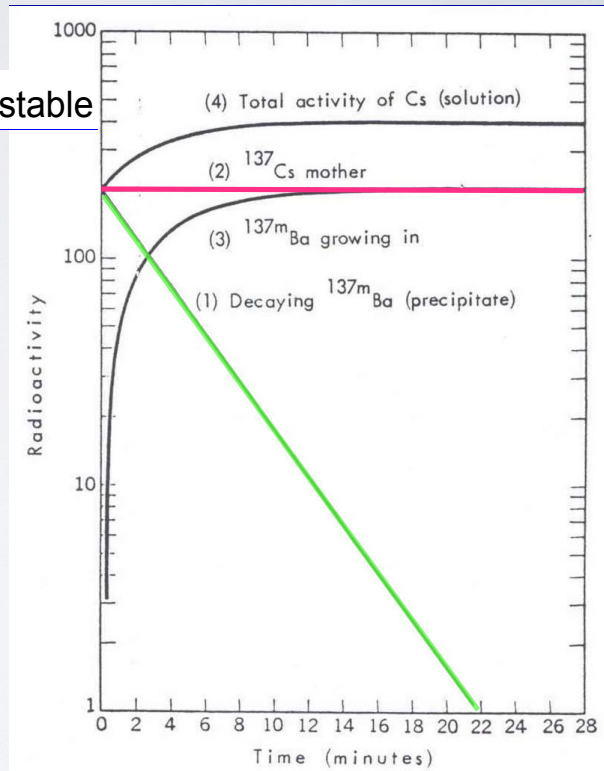
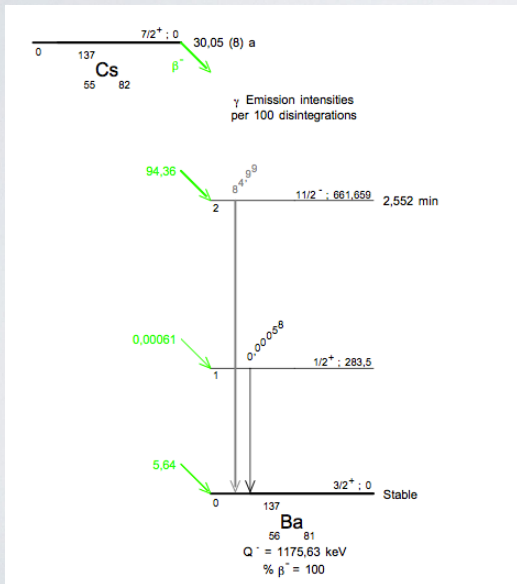
$$t \rightarrow \infty: N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot N_1(0) \cdot e^{-\lambda_1 t} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot N_1(t)$$

$$\frac{N_2(t)}{N_1(t)} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \text{const.} \quad \underline{\text{radioactive equilibrium}}$$

$$A_2(t) = \lambda_2 \cdot N_2(t) = \lambda_1 \cdot N_1(t) = A_1(t)$$

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

(α) $\lambda_1 \ll \lambda_2$



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

(β) $\lambda_1 \gg \lambda_2$

► Ουσιαστικά ο θυγατρικός είναι μακροβιότερος του μητρικού

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_1(0) \cdot (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2(0) \cdot e^{-\lambda_2 t}$$

$$A_2(t) = \frac{\lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \cdot A_1(0) \cdot (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + A_2(0) \cdot e^{-\lambda_2 t}$$

$$A_2(t) = \frac{\lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \cdot A_1(0) \cdot e^{-\lambda_2 t} \cdot (e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t} - 1) + A_2(0) \cdot e^{-\lambda_2 t}$$

$$t \rightarrow \infty: (e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t} - 1) \rightarrow -1 \Rightarrow$$

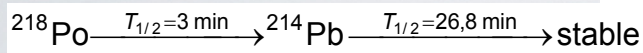
$$A_2(t) = \frac{\lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \cdot A_1(0) \cdot e^{-\lambda_2 t} + A_2(0) \cdot e^{-\lambda_2 t}$$

$$A_1(t) = A_1(0) \cdot e^{-\lambda_1 t}$$

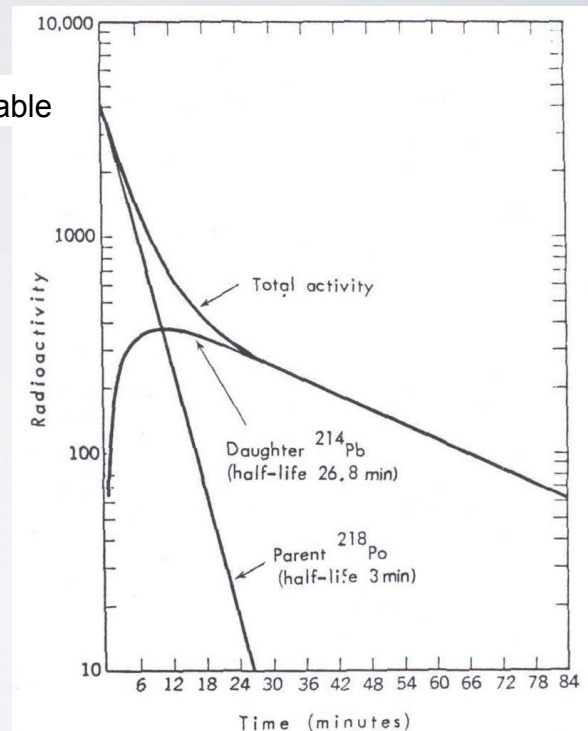
ανυπαρξία ισορροπίας

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

(β) $\lambda_1 \gg \lambda_2$



ανυπαρξία ισορροπίας



(γ) $\lambda_1 \leq \lambda_2$

- Ουσιαστικά ο θυγατρικός είναι λίγο μακροβιότερος του μητρικού

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_1(0) \cdot (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2(0) \cdot e^{-\lambda_2 t}$$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \cdot N_1(0) \cdot e^{-\lambda_1 t} (1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}) + N_2(0) \cdot e^{-\lambda_2 t}$$

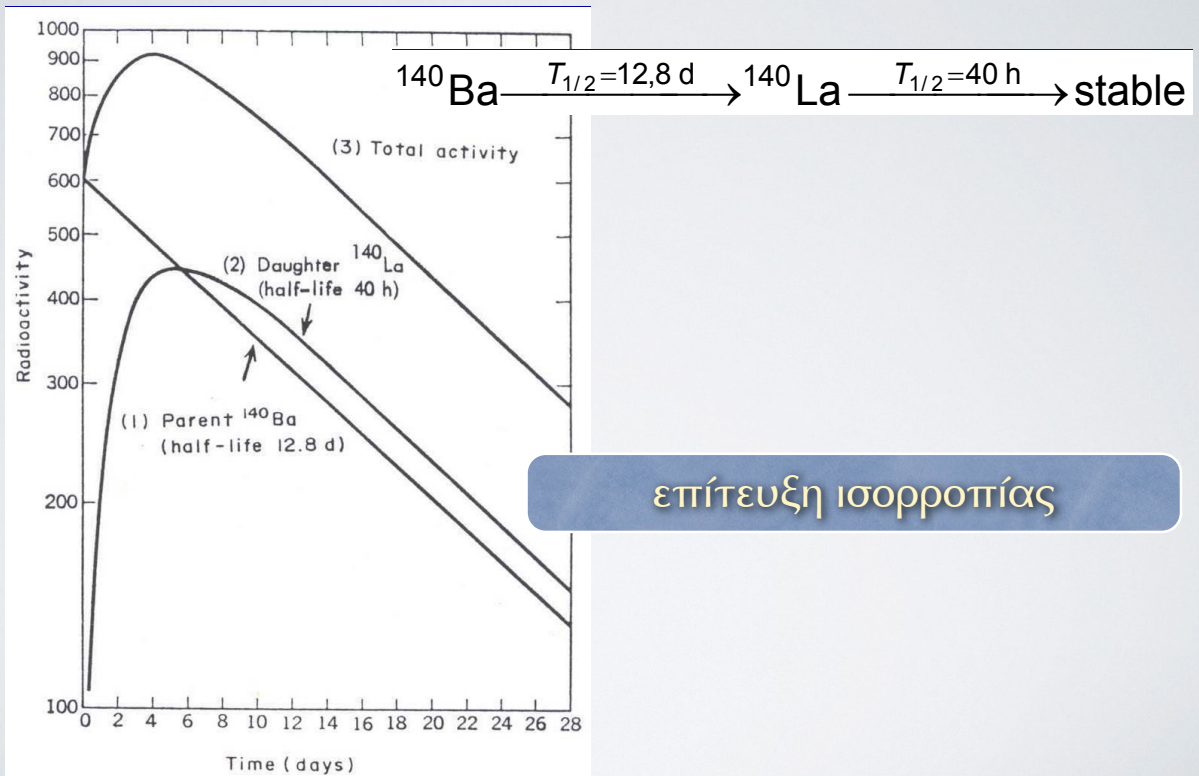
$$t \rightarrow \infty: N_2(t) = \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \cdot N_1(t)$$

$$\frac{N_2(t)}{N_1(t)} = \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} = \text{const.}$$

$$\frac{A_2(t)}{A_1(t)} = \frac{\lambda_2 \cdot N_2(t)}{\lambda_1 \cdot N_1(t)} = \frac{\lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

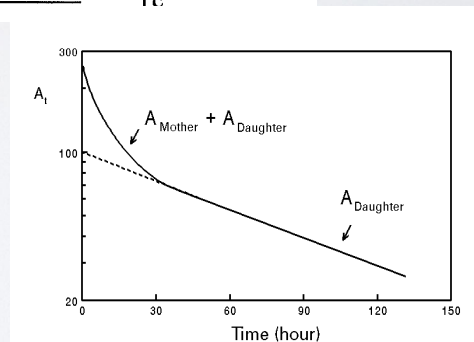
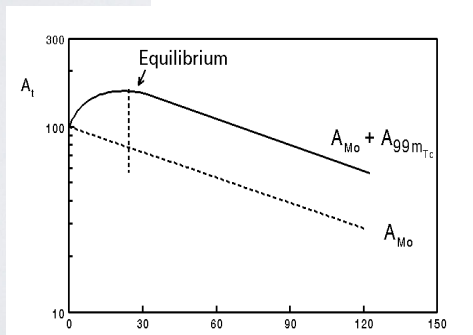
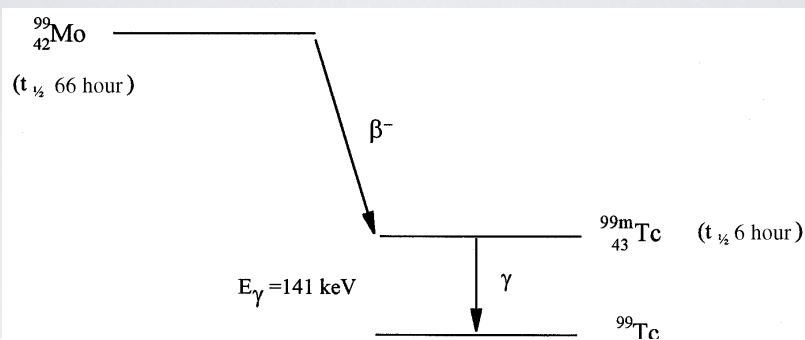
επίτευξη ισορροπίας

$$(\gamma) \lambda_1 \leq \lambda_2$$



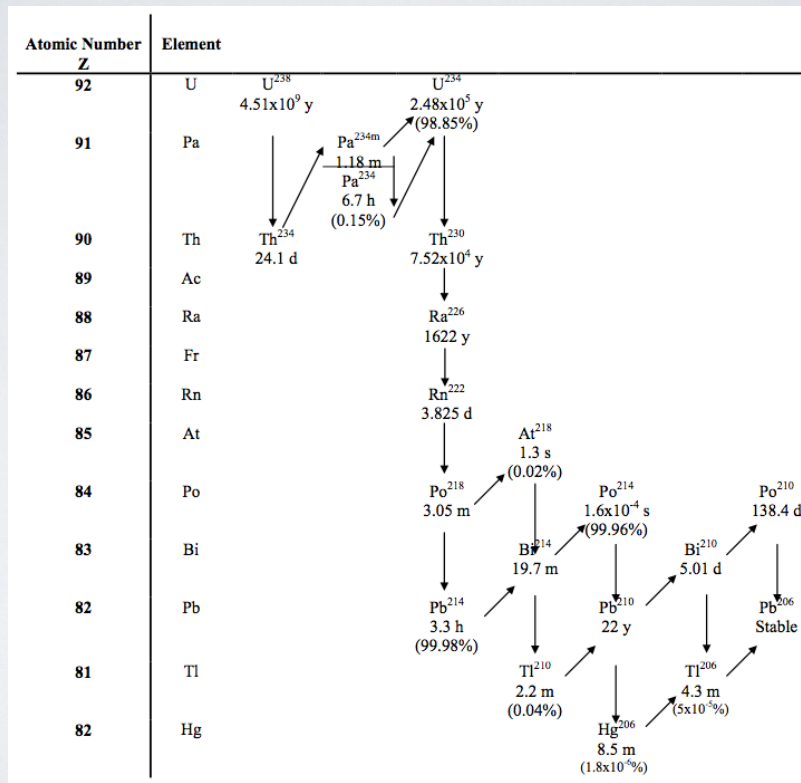
<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ $^{99}\text{Mo}/^{99\text{m}}\text{Tc}$

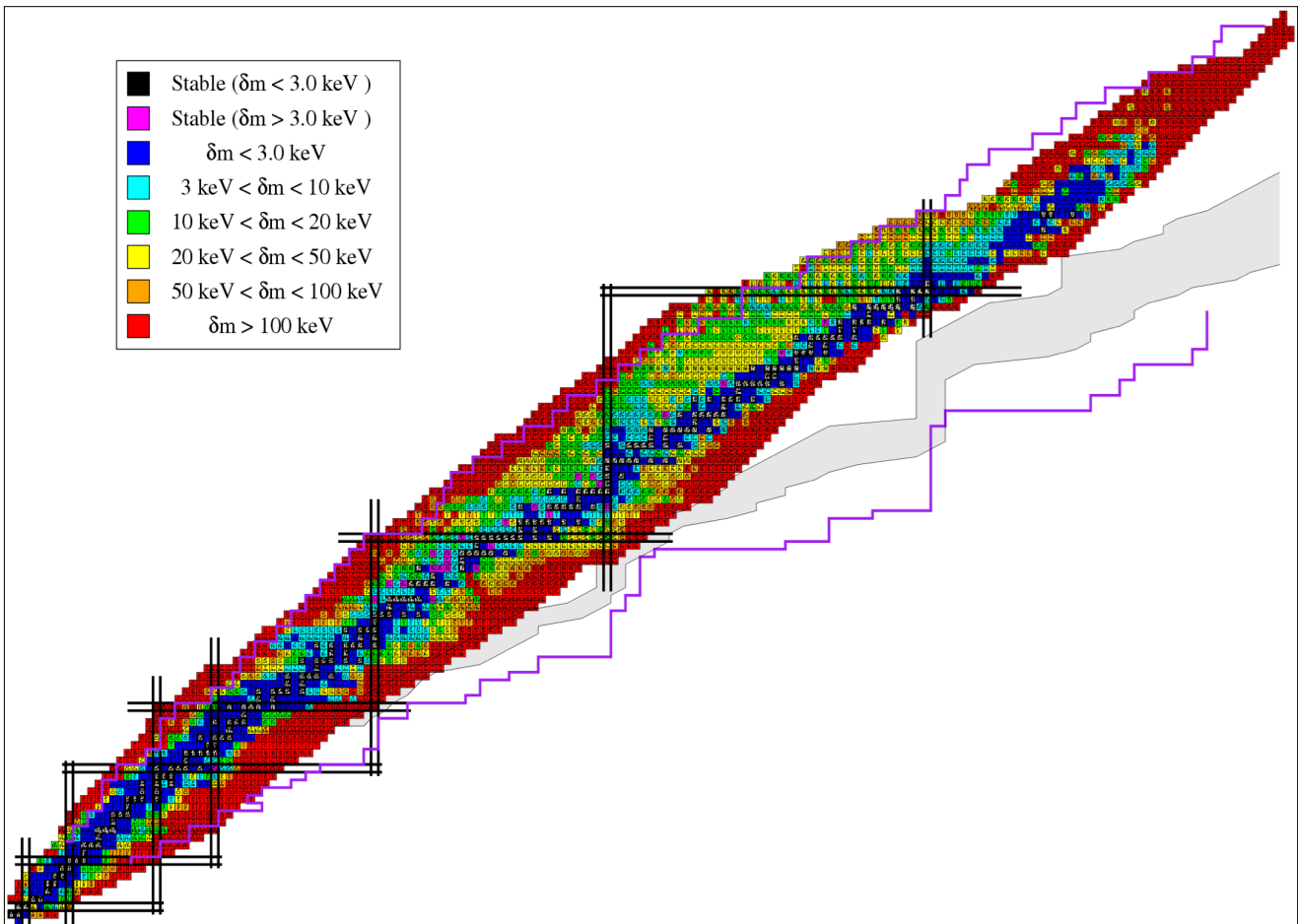


<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

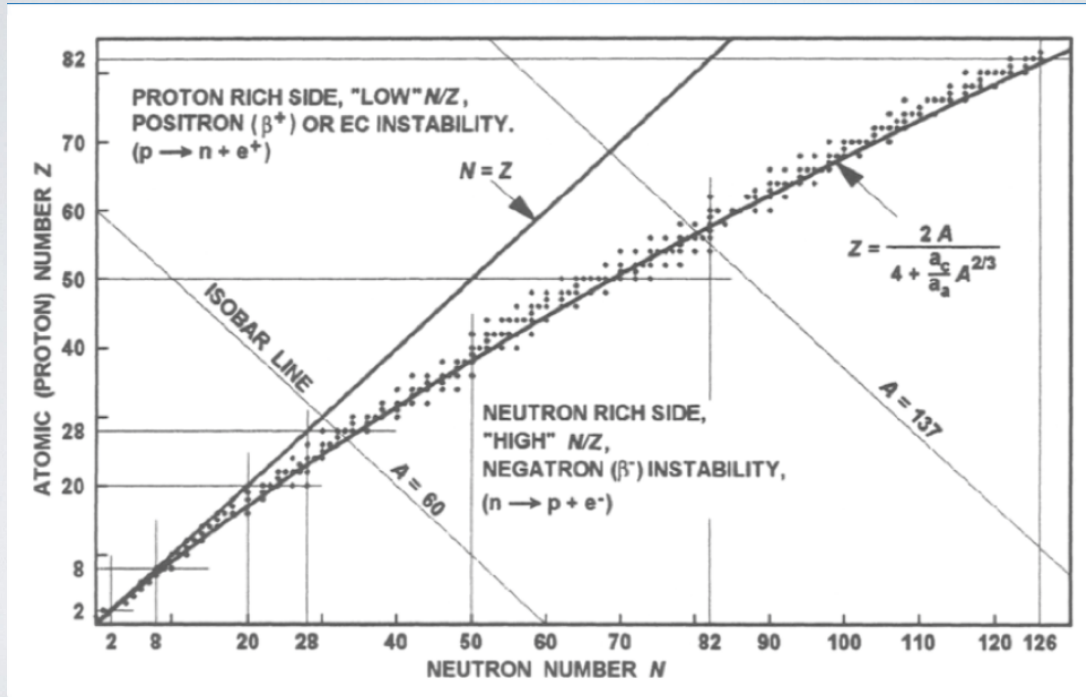
ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- ▶ Υπάρχουν ≈ 275 ισότοπα χωρίς αστάθεια. Από αυτά:
 - ▶ $\approx 60\%$ είναι ισότοπα με **άρτιο Z, άρτιο N** (even-even)
 - ▶ $\approx 40\%$ είναι μοιρασμένα σε **άρτιο-περιττό** (e-o) και **περιττό-άρτιο** (o-e)
 - ▶ **ΜΟΝΟ** πέντε (5) είναι με **περιττό-περιττό** (o-o):
 ${}^2\text{H}, {}^6\text{Li}, {}^{10}\text{B}, {}^{14}\text{N}, {}^{50}\text{V}$

ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ - I

- ▶ Τα άρτια-άρτια **ισότοπα** προτιμούν τη σταθερότητα
- ▶ Αυτό επιπλέον βεβαιώνεται από το ότι **στοιχεία** με άρτιο Z έχουν πολλά σταθερά ισότοπα, 3 και άνω
- ▶ Αντίθετα, στοιχεία με περιττό Z έχουν ως 2 σταθερά ισότοπα, και αυτά είναι με άρτιο N

ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ - II



<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

Z			69Kr	70Kr	71Kr	72Kr	73Kr	74Kr	75Kr	76Kr	77Kr	78Kr	79Kr	80Kr	81Kr	82Kr	
		67Br	68Br	69Br	70Br	71Br	72Br	73Br	74Br	75Br	76Br	77Br	78Br	79Br	80Br	81Br	
34	64Se	65Se	66Se	67Se	68Se	69Se	70Se	71Se	72Se	73Se	74Se	75Se	76Se	77Se	78Se	79Se	80Se
	63As	64As	65As	66As	67As	68As	69As	70As	71As	72As	73As	74As	75As	76As	77As	78As	79As
32	62Ge	63Ge	64Ge	65Ge	66Ge	67Ge	68Ge	69Ge	70Ge	71Ge	72Ge	73Ge	74Ge	75Ge	76Ge	77Ge	78Ge
	61Ga	62Ga	63Ga	64Ga	65Ga	66Ga	67Ga	68Ga	69Ga	70Ga	71Ga	72Ga	73Ga	74Ga	75Ga	76Ga	77Ga
30	60Zn	61Zn	62Zn	63Zn	64Zn	65Zn	66Zn	67Zn	68Zn	69Zn	70Zn	71Zn	72Zn	73Zn	74Zn	75Zn	76Zn
	59Cu	60Cu	61Cu	62Cu	63Cu	64Cu	65Cu	66Cu	67Cu	68Cu	69Cu	70Cu	71Cu	72Cu	73Cu	74Cu	75Cu
28	58Ni	59Ni	60Ni	61Ni	62Ni	63Ni	64Ni	65Ni	66Ni	67Ni	68Ni	69Ni	70Ni	71Ni	72Ni	73Ni	74Ni
	30	32	34	36	38	40	42	44	N								

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΛΟΓΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

- ▶ Η σταθερότητα εκφράζεται από την ύπαρξη ζευγών πρωτονίων - πρωτονίων, νετρονίων - νετρονίων
- ▶ Η ισχυρή πυρηνική αλληλεπίδραση θα πρέπει να αναζητηθεί και στην εμφάνιση ζεύγους νουκλεονίου-νουκλεονίου
- ▶ Η ύπαρξη ζεύγους εξασφαλίζει ενεργειακά συμφέρουσες καταστάσεις, ώστε να ενισχύεται η σταθερότητα

ΟΜΩΣ...

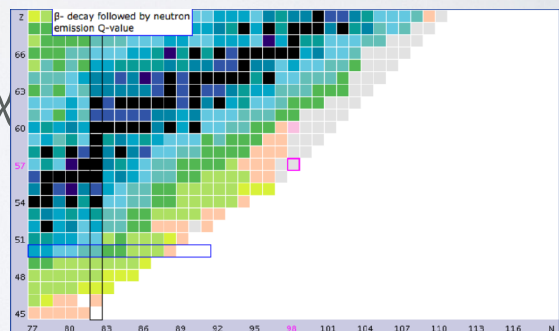
- ▶ Η ύπαρξη ζεύγους από μόνη της δεν αρκεί
- ▶ Σε χαμηλές μάζες, η σταθερότητα εμφανίζεται σε $N/Z \approx 1$, ενώ αποκλίνει ως και 1.5 στο ^{209}Bi
- ▶ Απαιτείται δηλ. και συγκεκριμένη τιμή του N/Z
- ▶ Ομως, για ισότοπα βαρύτερα από το ^{209}Bi , ούτε αυτό αρκεί και υπάρχει μόνο αστάθεια

ΙΣΟΤΟΠΑ ΠΛΟΥΣΙΑ ΣΕ ΝΕΤΡΟΝΙΑ

- ▶ Αν ο λόγος N/Z είναι πολύ μεγάλος τότε μιλάμε για **ισότοπα πλούσια σε νετρόνια** (neutron-rich)
- ▶ Η αστάθεια σε αυτήν την περιοχή τείνει να μειώσει το N και να αυξήσει το Z
- ▶ β^- αποδιέγερση π.χ. $^{116}\text{In} \longrightarrow ^{116}\text{Sn} + e^- + \nu$

ΙΣΟΤΟΠΑ ΠΛΟΥΣΙΑ ΣΕ ΝΕΤΡΟΝΙΑ

- ▶ Αν ο λόγος N/Z είναι πολύ μεγάλος (>2) τότε μιλάμε για **εξωτικά ισότοπα**
- ▶ Υπάρχει όριο σταθερότητας για αυτά. Ορίζεται ως η **γραμμή απορροής νετρονίων** (neutron dripline)
- ▶ Υπάρχει εκπομπή n
- ▶ Ευρέως ανεξερεύνητη περιοχή

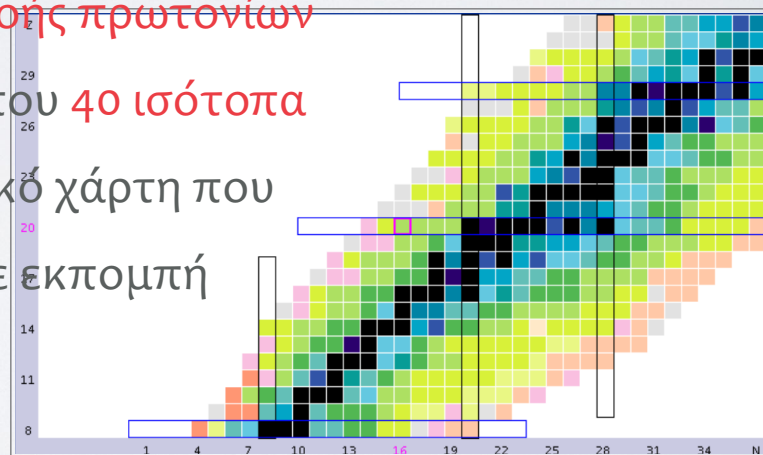


ΙΣΟΤΟΠΑ ΠΤΩΧΑ ΣΕ ΝΕΤΡΟΝΙΑ

- ▶ Αν ο λόγος N/Z είναι μικρός τότε μιλάμε για **ισότοπα πτωχά σε νετρόνια** (neutron-deficient)
- ▶ Η αστάθεια στην περιοχή αυτή τείνει να μειώσει το Z και να αυξήσει το N
- ▶ β^+ αποδιέγερση ή σύλληψη ατομικού ηλεκτρονίου (EC) π.χ. $^{116}\text{Sb} \rightarrow ^{116}\text{Sn} + e^+ + \nu$

ΙΣΟΤΟΠΑ ΠΤΩΧΑ ΣΕ ΝΕΤΡΟΝΙΑ

- ▶ Η EC αυξάνει όσο αυξάνει ο Z , πιο έντονη σε βαρείς πυρήνες
- ▶ Αν ο αριθμός N/Z είναι πολύ μικρός αγγίζει τα όρια της **γραμμής απορροής πρωτονίων**
- ▶ Υπάρχουν περίπου **40 ισότοπα** “ΒΔ” στον ισοτοπικό χάρτη που αποδιεγείρονται με εκπομπή πρωτονίου



ΑΡΧΕΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ

- ▶ Σε κάθε ραδιενεργή διάσπαση, διατηρούνται συγκεκριμένες αρχές
- ▶ Οι αρχές διατήρησης θέτουν όρια στα γεγονότα τα οποία μπορούν να συμβούν
- ▶ Η γενική περίπτωση είναι για ένα γεγονός της μορφής



ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

- ▶ Η συνολική ενέργεια του συστήματος πρέπει να διατηρείται.
- ▶ Αυτή περιλαμβάνει όλα τις μορφές ενέργειας κινητική, μάζα, ηλεκτρομαγνητική κ.ο.κ

$$E_1 + E_2 \rightarrow E_3 + E_4$$

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΟΡΜΗΣ

- ▶ Η ορμή του συστήματος διατηρείται.

$$p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4$$

- ▶ Σχέση ορμής - κινητικής ενέργειας

$$E = p^2 / 2m$$

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΦΟΡΤΙΟΥ

- ▶ Το συνολικό φορτίο διατηρείται

$$Z_1 + Z_2 \rightarrow Z_3 + Z_4$$

- ▶ Η μονάδα φορτίου μετριέται σε μονάδες στοιχειώδους φορτίου, e

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΜΑΖΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

- ▶ Ο συνολικός αριθμός νουκλεονίων διατηρείται



- ▶ Εκφράζεται η διατήρηση του βαρυονικού αριθμού

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ

- ▶ Ο συνολική στροφορμή διατηρείται



- ▶ Λόγω της ύπαρξης τροχιακής στροφορμής και σπιν, πρακτικότερο είναι:

$$\Delta I = I_3 + I_4 - I_1 - I_2$$

- ▶ Κβαντομηχανικά πρέπει: $\Delta I = 0, 1, 2, 3, \dots$

ΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΑΡΧΕΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ

- ▶ Υπάρχουν και άλλες αρχές διατήρησης που εφαρμόζονται στις πυρηνικές αντιδράσεις Θα αναφερθούν αργότερα καθώς είναι πιο ειδικής φύσεως

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΤΟΝ ΠΥΡΗΝΑ

- ▶ Τέσσερις γνωστές θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις
βαρυτική, ηλεκτρομαγνητική, ισχυρή, ασθενής
- ▶ Μόνο τρεις παίζουν ρόλο στον πυρήνα
- ▶ Βασική για τη δομή των ισοτόπων: **ισχυρή**
- ▶ Βασικό χαρακτηριστικό όλων:

Αλληλεπιδράσεις ανταλλαγής

ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΑΝΤΑΛΛΑΓΗΣ

- ▶ Αλληλεπίδραση ανταλλαγής: τα “σώματα” αντιδρούν με την ανταλλαγή **δυνητικού** φορέα

Ο δυνητικός φορέας δεν μπορεί να ανιχνευθεί πειραματικά

- ▶ Εκφράζεται μέσω της ανισότητας Heisenberg

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$$

ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ HEISENBERG

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$$

$$\Delta t \approx \hbar / \Delta E$$

- ▶ Στο χρόνο Δt μπορούν να παραβιαστούν οι ΑΔΕ και ΑΔΟ ανάμεσα στα παρατηρούμενα σωματίδια
- ▶ Για δυνητικό φωτόνιο με ταχύτητα c $R = c\Delta t \approx \hbar c / E_\gamma$
- ▶ Για δυνητικό σωματίο μάζας m , η εμβέλεια είναι:

$$R = c\Delta t \approx \hbar c / mc^2 = \hbar / mc$$

- ▶ Για την ισχυρή αλληλεπίδραση η εμβέλεια είναι ~ 1.4 fm, η οποία αντιστοιχεί σε μάζα του φορέα ~ 140 MeV/c²

Η/Μ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ - ΑΤΟΜΟ

- ▶ Στο άτομο, η βασική αλληλεπίδραση είναι η Η/Μ, που έχει (θεωρητικά) άπειρη εμβέλεια
- ▶ Παρά την κάποια δυσκολία στα μαθηματικά, το σύστημα είναι κβαντομηχανική επιλύσιμο ==> περιγραφή του ατόμου
- ▶ Στον πυρήνα δεν υπάρχει τέτοια αντιστοιχία και συνεπώς υπάρχει δυσκολία αυστηρής περιγραφής των πυρηνικών φαινομένων

ΚΒΑΝΤΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ - ΑΤΟΜΟ

- ▶ Βασική ιδιότητα είναι το **σπιν** του ηλεκτρονίου
- ▶ Σε ένα άτομο με πολλά ηλεκτρόνια, τα σπιν τείνουν να **ευθυγραμμιστούν**
- ▶ Υπάρχει **ολική τροχιακή στροφορμή L** και **ολικό σπιν S**
- ▶ Υπάρχει **σύζευξη σπιν-τροχιάς L-S**

ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΙΣΧΥΡΗΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ

- ▶ Υπάρχει **κορεσμός** της ισχυρής αλληλεπίδρασης
- ▶ Έχει **περιορισμένη εμβέλεια**, εμφανίζεται μεταξύ γειτονικών νουκλεονίων ($\approx 10^{-15}$ m ή 1 fm)
- ▶ Είναι **ισχυρά ελκτική**, αλλά μπορεί να εμφανίσει και έντονα απωστικό χαρακτήρα σε πολύ μικρές αποστάσεις (επιβεβαιωμένο από πειράματα σκέδασης). Αυτό σημαίνει ότι **ο πυρήνας δεν καταρρέει**

ΔΕΥΤΕΡΙΟ, ^2D

- ▶ Ισότοπο του χημικού στοιχείου υδρογόνου (H)
- ▶ Είναι το απλούστερο δέσμιο πυρηνικό σύστημα (**π - ν**)
- ▶ Διαθέτει μόνο μία δέσμια κατάσταση
- ▶ Παρουσιάζει απόκλιση από το σφαιρικό σχήμα
- ▶ Συνεπώς υπάρχει συνδυασμός ενός κεντρικού δυναμικού με κάποιο ασύμμετρο δυναμικό (**τανυστικό**)

ΝΟΥΚΛΕΟΝΙΑ ΚΑΙ ΣΠΙΝ

- ▶ Τα πρωτόνια και τα νετρόνια είναι **φερμιόνια**
- ▶ Υπάρχει συνολική τροχιακή στροφορμή, συνολικό σπιν
- ▶ $S(\pi)=1/2, S(\nu)=1/2$
- ▶ Αν αυτά συνδυασμού στο δευτέριο, τότε

$$S(\pi) + S(\nu) = 0$$

$$S(\pi) + S(\nu) = 1$$

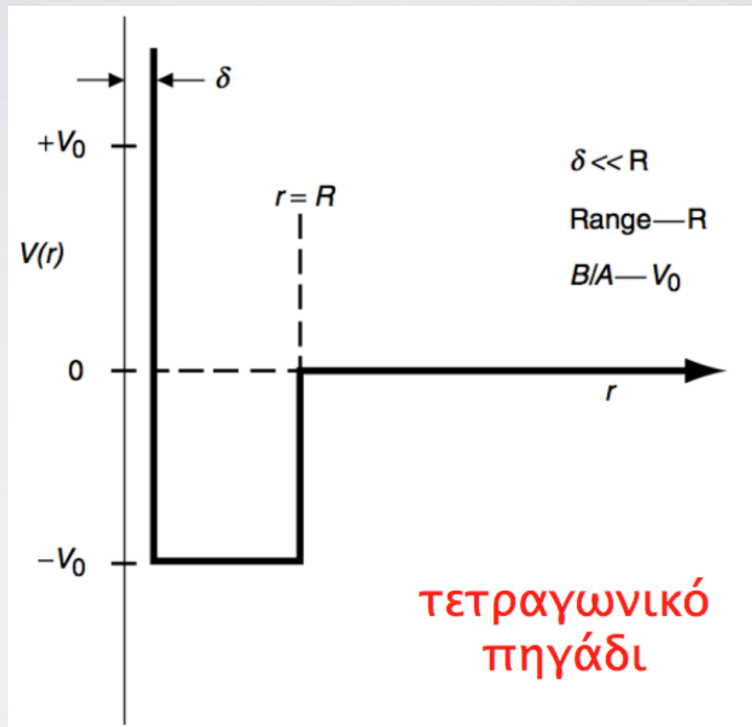

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΔΕΥΤΕΡΙΟ, ^2D

- ▶ Στο δευτέριο, η δέσμια κατάσταση έχει ολικό σπιν **ίσο με τιμή 1**
- ▶ Η κατάσταση με **ολικό σπιν 0 ΔΕΝ είναι δέσμια**
- ▶ Από την παρατήρηση αυτή συνεπάγεται ότι το η πυρηνική δύναμη εξαρτάται από το σπιν

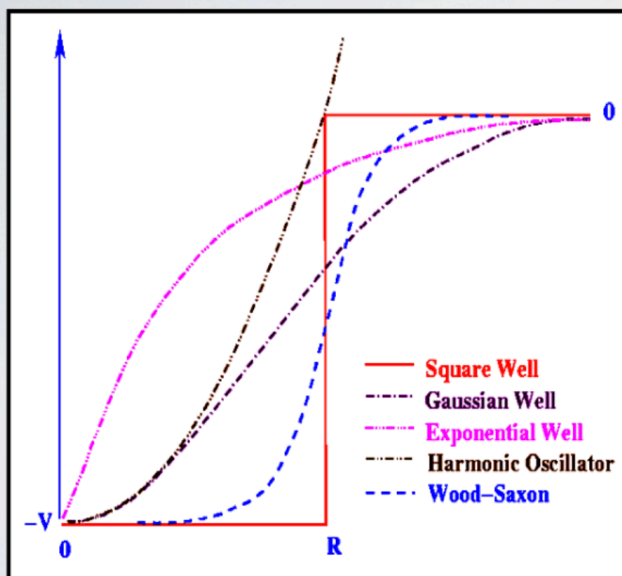
<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΠΥΡΗΝΙΚΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΡΕΑΛΙΣΤΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ



Yukawa

$$V(r) = -V_0 \frac{e^{-(r/R)}}{(r/R)}$$

Woods-Saxon

$$V(r) = \frac{V_0}{1 + \exp((r - R)/\alpha)}$$

τυπικές τιμές:

- $V_0 = 30-60 \text{ MeV}$
- $R = 1.5-2 \text{ fm}$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ ΦΟΡΤΙΟΥ

- ▶ Η ανεξαρτησία φορτίου της πυρηνικής αλληλεπίδρασης σημαίνει ότι η ασκούμενη δύναμη ανάμεσα στους συνδυασμούς π-π, ν-ν, ν-π είναι **ακριβώς η ίδια**
- ▶ Πειραματικά παρατηρείται στις ενέργειες σύνδεσης ελαφρών κατοπτρικών πυρήνων (εναλλαγή ενός πρωτονίου από ένα νετρόνιο

A	Nucleus	Net Nuclear Binding Energy (MeV)
3	${}^3\text{H}$	-8.486
	${}^3\text{He}$	-8.552
13	${}^{13}\text{C}$	-104.734
	${}^{13}\text{N}$	-104.770
23	${}^{23}\text{Na}$	-209.67
	${}^{23}\text{Na}$	-209.42
41	${}^{41}\text{Ca}$	-416.44
	${}^{41}\text{Sc}$	-416.63

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΚΒΑΝΤΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ - ΠΥΡΗΝΑΣ

- ▶ Τα νουκλεόνια υφίστανται ισχυρή σύζευξη
- ▶ Καλός κβαντικός αριθμός είναι το ολικό πυρηνικό σπιν,
 $j = l + s$
- ▶ **Άρτιοι** πυρήνες (A = άρτιο) έχουν **άρτιο ολικό σπιν** (0,1,2...)
- ▶ **Περιττοί** πυρήνες (A=περιττό) έχουν **ημιακέραιο ολικό σπιν** (1/2, 3/2, 5/2, ...)

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΣΠΙΝ

- ▶ Η περιορισμένη εμβέλεια της πυρηνικής αλληλεπίδρασης και η ισχυρή σύζευξη κοντινών νουκλεονίων περιορίζει το μέχρι της ολικής στροφορμής σε βαρείς πυρήνες
- ▶ Η πυρηνική αλληλεπίδραση τείνει να βάλει τα νουκλεόνια σε αλληλοαναιρούμενα σπιντ

ΟΜΟΤΙΜΙΑ

- ▶ Η ομοτιμία (parity) αναφέρεται στη συμμετρία της κυματοσυνάρτησης ενός νουκλεονίου ή ενός συστήματος νουκλεονίων
- ▶ $\Psi(\mathbf{r}, t) = \pm \Psi(-\mathbf{r}, t)$ → άρτια + / περιττή -
- ▶ Για κεντρικό (σφαιρικό) δυναμικό υπάρχει εξάρτηση μόνο από την απόσταση. Από τις ιδιότητες των σφαιρικών αρμονικών, εξάγεται ότι οι ιδιοτιμές της ομοτιμίας είναι $\pi = (-1)^l$

ΙΣΟΣΠΙΝ

- ▶ Η ανεξαρτησία φορτίου μπορεί να εκφρασθεί μέσω της παραδοχής ότι τα πρωτόνια και τα νετρόνια είναι εκφάνσεις ενός και μόνο πυρηνικού σωματιδίου
- ▶ Το σωματίο αυτό το ονομάζουμε νουκλεόνιο
- ▶ Σε κβαντικό επίπεδο, η παραδοχή αυτή εκφράζεται μέσω ενός μεγέθους, το οποίο λαμβάνει ξεχωριστές ιδιοτιμές ανάλογα με το αν είναι πρωτόνιο ή νετρόνιο
- ▶ Το μέγεθος αυτό είναι το **ισοσπίν ή ισοτοπικό σπιν, T**

ΙΣΟΣΠΙΝ

- ▶ Το ισοσπίν μπορεί να εκφρασθεί μαθηματικά ως στροφορμή. Για τιμή T, υπάρχουν $2T+1$ προβολές που αντιστοιχούν σε ιδιοκαταστάσεις
- ▶ $T(\pi) = +1/2$, $T(\nu) = -1/2$
- ▶ Για πυρήνα (N,Z), **$T=(Z-N)/2$**
- ▶ **Βασική ιδιότητα: το ισοσπίν διατηρείται στην ισχυρή πυρηνική αλληλεπίδραση**

ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΔΟΜΗ

- ▶ Με τον όρο πυρηνική δομή εννοούμε όλα εκείνα τα χαρακτηριστικά του πυρήνα που μας βοηθούν να καταλάβουμε το **σχηματισμό του πυρήνα**, τα **ενεργειακά του επίπεδα**, και άλλες ιδιότητες στηριζόμενοι στο **συνδυασμό των δυνάμεων** μεταξύ των νουκλεονίων

ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΔΥΟ ΝΟΥΚΛΕΟΝΙΩΝ

- ▶ **p-p, p-n, n-n**
- ▶ Από τους δυνατούς συνδυασμούς μόνο ο p-n (δευτέριο) υπάρχει σε δέσμια κατάσταση => τάση για ίσο αριθμό p,n ακόμη και σε ελαφρείς πυρήνες

$$A = 2$$

- ▶ Λόγω αρχής Pauli δύο νετρόνια που συνδέονται (**δινετρόνιο!!**) δεν μπορούν να είναι σε κατάσταση $l=0$ ή $s=0$
- ▶ Αναγκαστικά πρέπει $l=1$ \rightarrow επομένως η ενέργεια αυξάνεται και το σύστημα γίνεται ασταθές

ΜΗ ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ

- ▶ Η τετραπολική ροπή Q του δευτερίου είναι μη μηδενική \rightarrow
 - ▶ το σχήμα αποκλίνει από το σφαιρικό
 - ▶ μη κεντρικότητα των δυνάμεων
 - ▶ τανυστικό δυναμικό



$$A = 3$$

▶ ${}^3\text{Li}$, $(3p)$, $(3n)$: ασταθή

▶ ${}^3\text{He}$

▶ ${}^3\text{H}$

▶ Ολικό σπιν $\frac{1}{2}$ \rightarrow ζεύγος + ασύζευκτο νουκλεόνιο

▶ Το πλούσιο σε νετρόνια ${}^3\text{H}$ είναι λίγο πιο ασταθές από το κατοπτρικό του και αποδιεγείρεται μέσω αποδιέγερσης β^- (χρόνος ημιζωής 12.7 έτη)

		8C	9C	10C	11C	12C
	6B	7B	8B	9B	10B	11B
	5Be	6Be	7Be	8Be	9Be	10Be
3Li	4Li	5Li	6Li	7Li	8Li	9Li
	3He	4He	5He	6He	7He	8He
1H	2H	3H	4H	5H	6H	7H

$$A = 4$$

▶ Από όλους τους πιθανούς συνδυασμούς με τέσσερα

νουκλεόνια, μόνο το σωματίο α , (πυρήνας ηλίου)

είναι σταθερό και με μεγάλη ενέργεια σύνδεσης

▶ Ολικό σπιν $S=0$

▶ Στο ${}^4\text{He}$ υπάρχουν 2 ισχυρά συζευγμένα ζεύγη pp, nn

		8C	9C	10C	11C	12C
	6B	7B	8B	9B	10B	11B
	5Be	6Be	7Be	8Be	9Be	10Be
3Li	4Li	5Li	6Li	7Li	8Li	9Li
	3He	4He	5He	6He	7He	8He
1H	2H	3H	4H	5H	6H	7H

$$A = 5$$

- ▶ Ο συνδυασμός

4He + ασύζευκτο νουκλεόνιο

οδηγεί αμέσως σε αστάθεια!

- ▶ Αυτό θέτει σημαντικά ερωτήματα για το πώς οικοδομήθηκαν στοιχεία βαρύτερα από το ήλιο στο αρχέγονο σύμπαν μιας και δεν υπάρχουν σταθερά ισότοπα με $A=5$

		8C	9C	10C	11C	12C
	6B	7B	8B	9B	10B	11B
	5Be	6Be	7Be	8Be	9Be	10Be
3Li	4Li	5Li	6Li	7Li	8Li	9Li
	3He	4He	5He	6He	7He	8He
1H	2H	3H	4H	5H	6H	7H

$$A = 6$$

- ▶ 6Li : σταθερό

- ▶ 6He : ασταθές αλλά μπορεί

να βρεθεί σε δεσμική κατάσταση ($t_{1/2} = 801 \text{ ms}$)

- ▶ 6He : αποδιεγείρεται με β^- σε 6Li

		8C	9C	10C	11C	12C
	6B	7B	8B	9B	10B	11B
	5Be	6Be	7Be	8Be	9Be	10Be
3Li	4Li	5Li	6Li	7Li	8Li	9Li
	3He	4He	5He	6He	7He	8He
1H	2H	3H	4H	5H	6H	7H

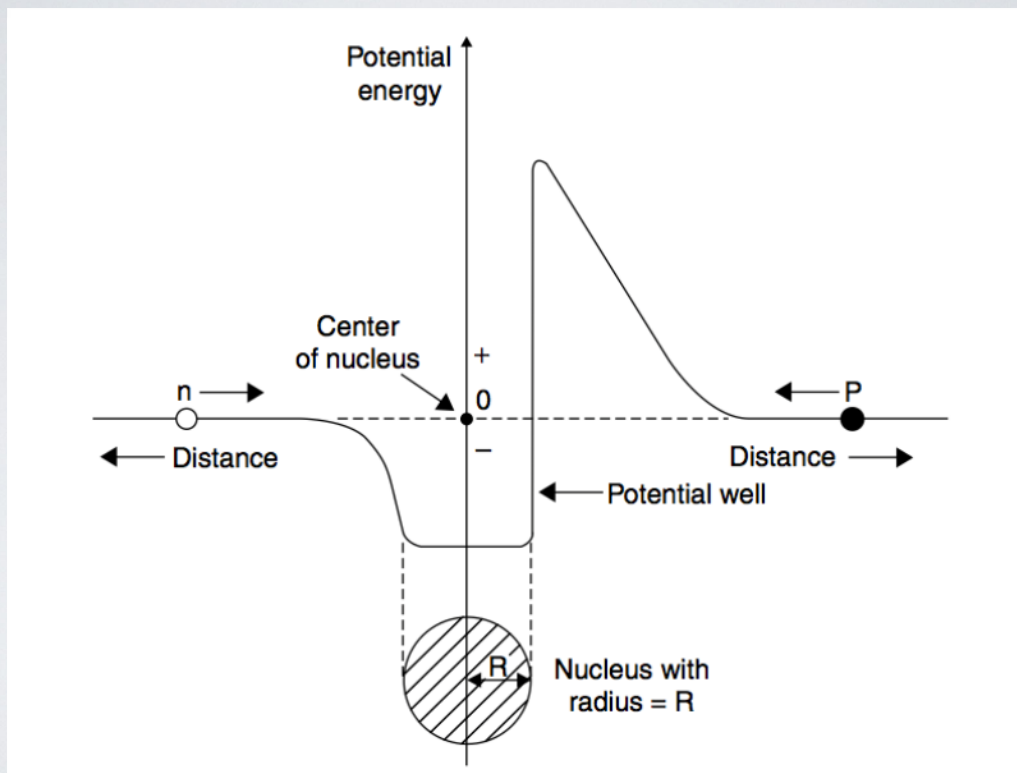
A = 6-209

- ▶ Υπάρχει ένα τουλάχιστον δέσμιο ισότοπο για όλα τα ισότοπα μέχρι $A=209$
- ▶ Εξαίρεση είναι οι ισοβαρείς με $A=8$
- ▶ Υπάρχουν **το πολύ τρία σταθερά ισοβαρή** για κάθε A

ΠΥΡΗΝΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ

- ▶ Το πυρηνικό δυναμικό πρέπει να περιέχει αναγκαστικά τα βασικά χαρακτηριστικά της ισχυρής πυρηνικής αλληλεπίδρασης
- ▶ Λόγω της ύπαρξης της αλληλεπίδρασης Coulomb στα πρωτόνια, μπορεί να υποτεθεί ότι αυτά και τα νετρόνια “ζουν” σε διαφορετικά δυναμικά (αν και αλληλοεπικαλύπτονται)

ΓΕΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ



<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

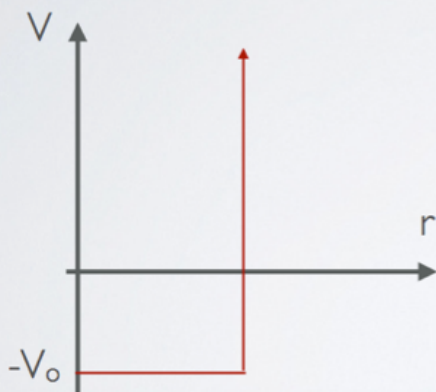
ΣΧΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ ΤΩΝ ΦΛΟΙΩΝ

- ▶ Κβαντικό πηγάδι → **διακριτά** ενεργειακά επίπεδα
- ▶ Υπάρχουν δέσμιες καταστάσεις (παρόμοιες με αυτές των ηλεκτρονίων σε ένα άτομο)
- ▶ Η εύρεση των σταθμών και των ενεργειών τους πραγματοποιείται με επίλυση της εξίσωσης Schrödinger η οποία περιλαμβάνει το δυναμικό του πυρήνα

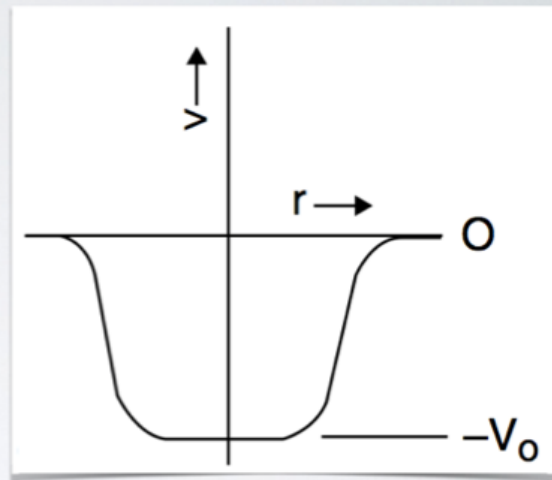
<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΚΛΗΡΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ

- ▶ Πρώτη προσέγγιση: τετραγωνικό πηγάδι



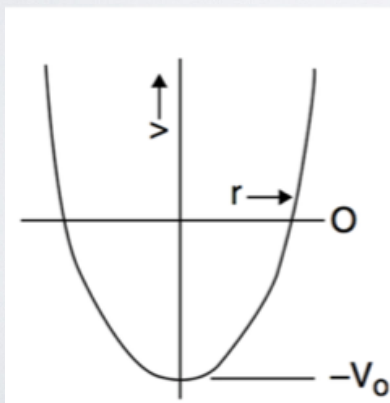
απειρόβαθο (μη ρεαλιστικό)



πεπερασμένου βάθους
(ρεαλιστικό)

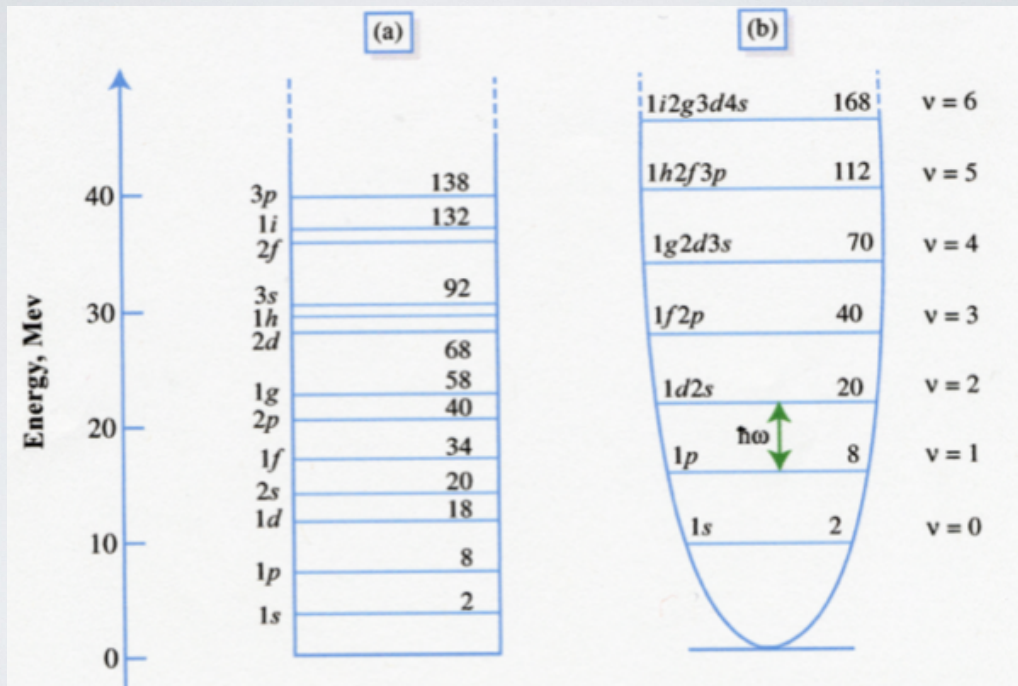
ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ

- ▶ Παραβολικό σχήμα
- ▶ Απειρόβαθο
- ▶ Ρεαλιστικό μόνο για χαμηλές ενέργειες



- ▶ Οι ενεργειακές καταστάσεις είναι εκφυλισμένες ($2N+1$) και ισοδιαχωρίζονται στην ενέργεια
- ▶ Ο αριθμός κατάληψης στον ΑΤ είναι $2(2N+1)$ με $N=0,1,2,\dots$
- ▶ Αριθμός κατάληψης σταθμών 2, 6, 10, ...
- ▶ Χρήσιμο για ελαφρείς, αποκλίνει σε βαρείς πυρήνες

ΠΡΩΤΕΣ ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΕΣ



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΣΥΖΕΥΞΗ ΣΠΙΝ-ΤΡΟΧΙΑΣ

- ▶ Σημαίνει την τάση που έχουν σχετικιστικά σωμάτια να ευθυγραμμίζουν την τροχιακή στροφορμή με την ιδιοστροφορμή
- ▶ Η προσθήκη ενός όρου **σπιν-τροχιάς** στο δυναμικό του ΑΤ, άρει τον εκφυλισμό με βάση πλέον την ολική στροφορμή $J=L+S$
- ▶ Προτιμούνται στάθμες **με μεγαλύτερη** ολική στροφορμή J

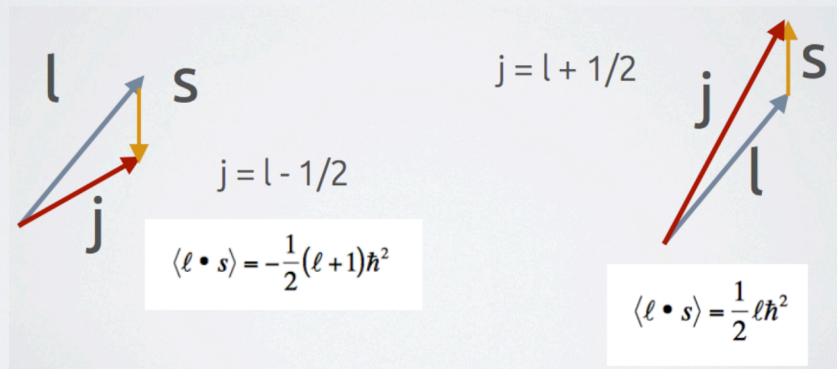
<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΣΥΖΕΥΞΗ ΣΠΙΝ-ΤΡΟΧΙΑΣ

Για κάθε νουκλεόνιο

$$j^2 = (l + s)^2 = l^2 + s^2 + 2l \cdot s$$

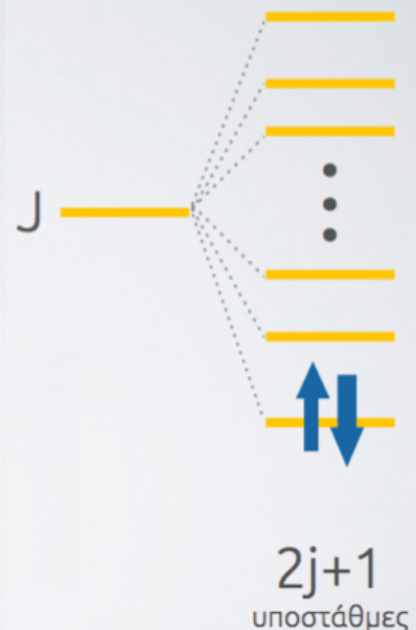
$$\langle l \cdot s \rangle = \frac{1}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \hbar^2$$



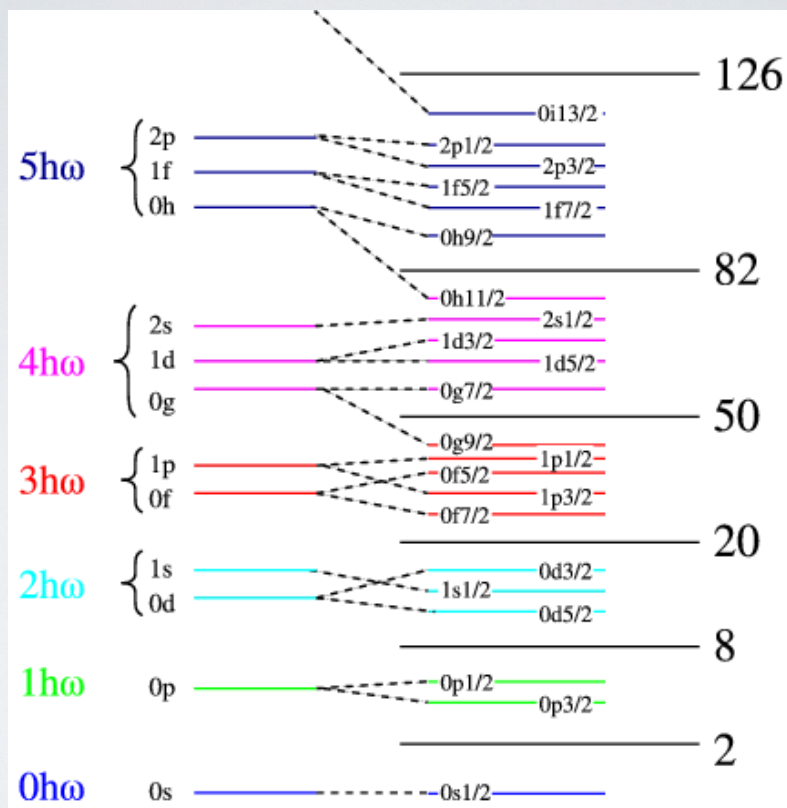
<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΣΥΖΕΥΞΗ ΣΠΙΝ-ΤΡΟΧΙΑΣ

- ▶ Κάθε στάθμη έχει $2J+1$ υποστάθμες
- ▶ Υπάρχουν ξεχωριστές στάθμες για πρωτόνια και νετρόνια
- ▶ Pauli: το πολύ δύο πρωτόνια ή δύο νετρόνια σε κάθε υποστάθμη

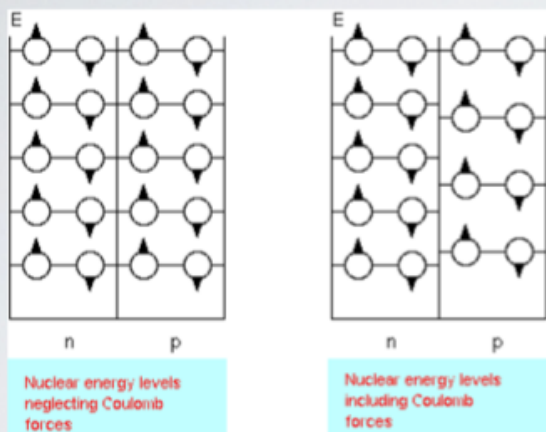


<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

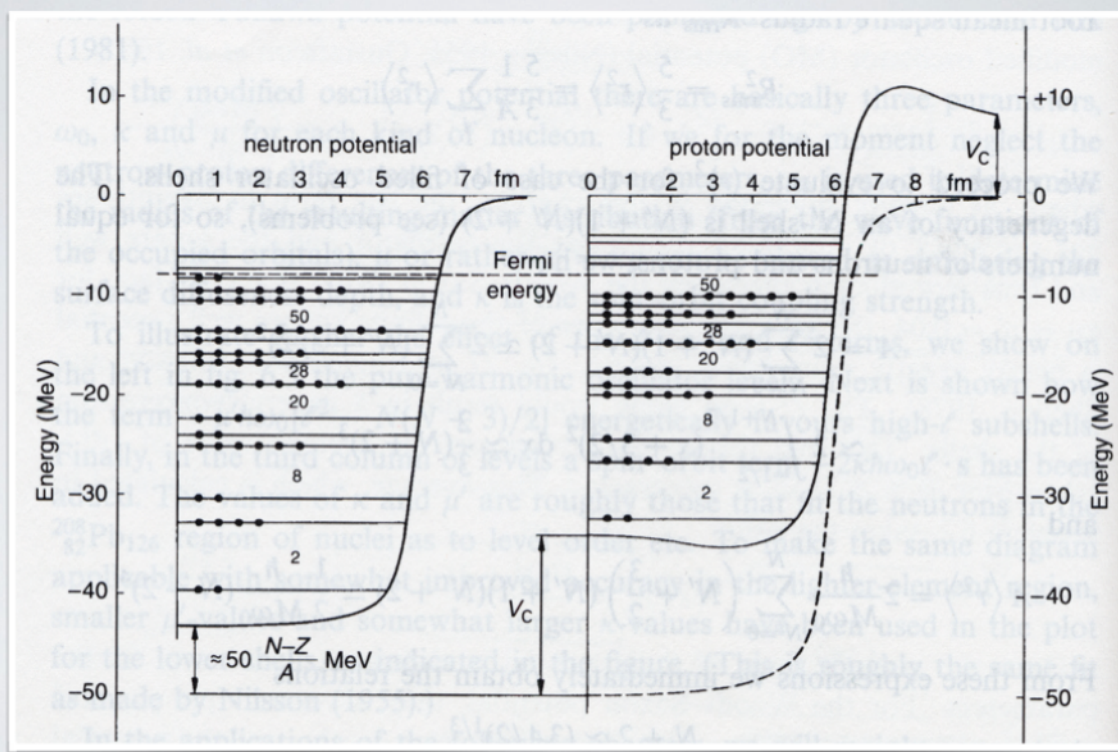
ΕΠΙΔΡΑΣΗ COULOMB



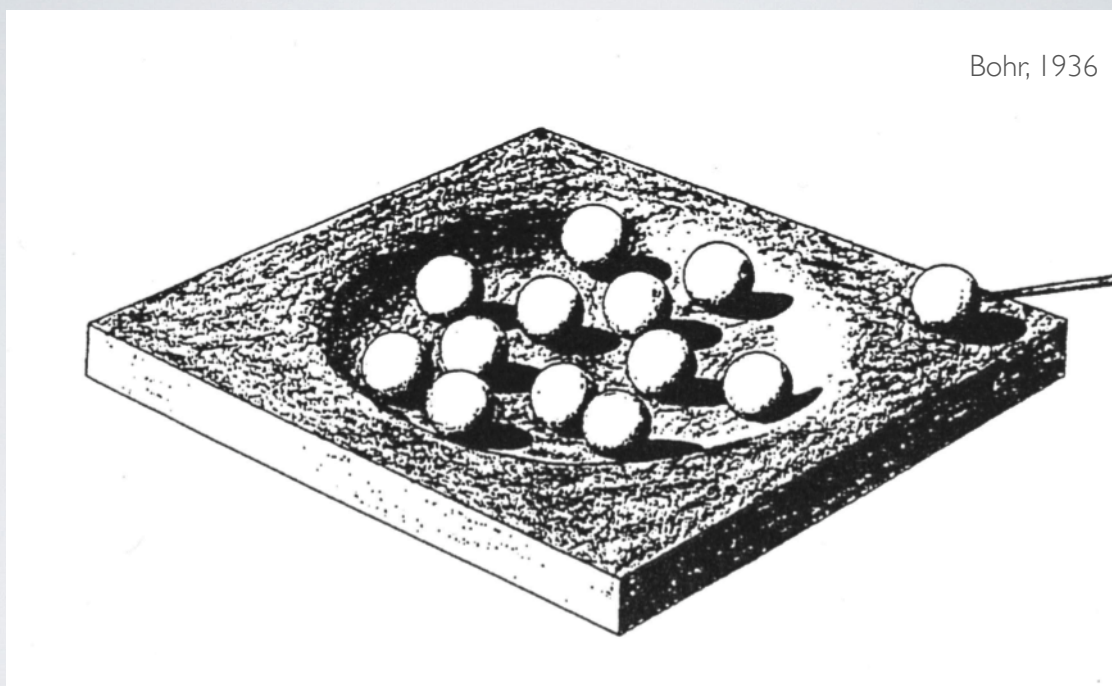
► Η άπωση Coulomb είναι υπεύθυνη για την άνοδο της ενέργειας στα πρωτόνια, άρα αυξάνει την αστάθεια

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΡΕΑΛΙΣΤΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ

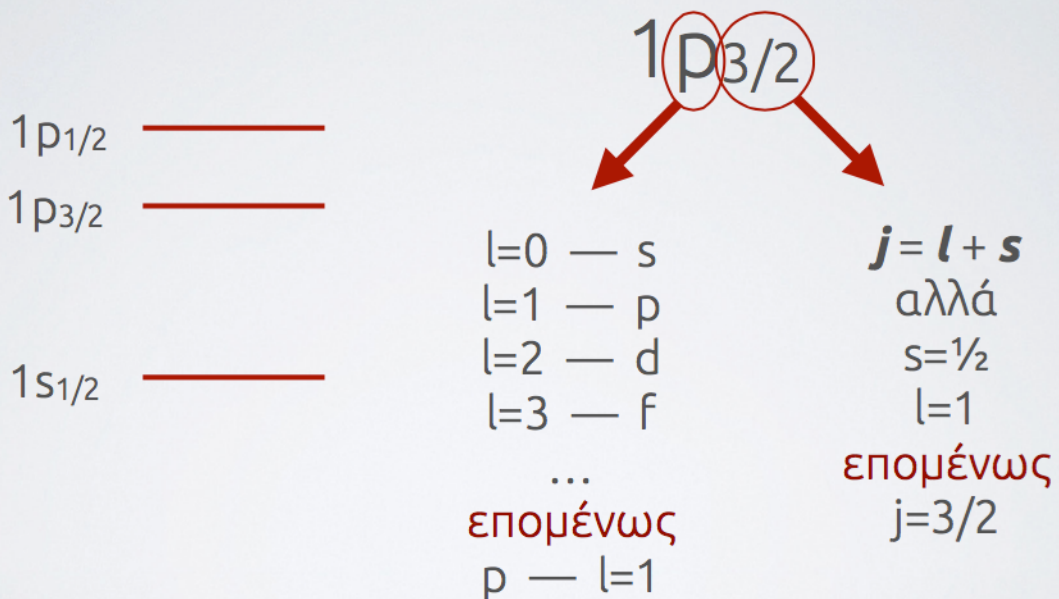


<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

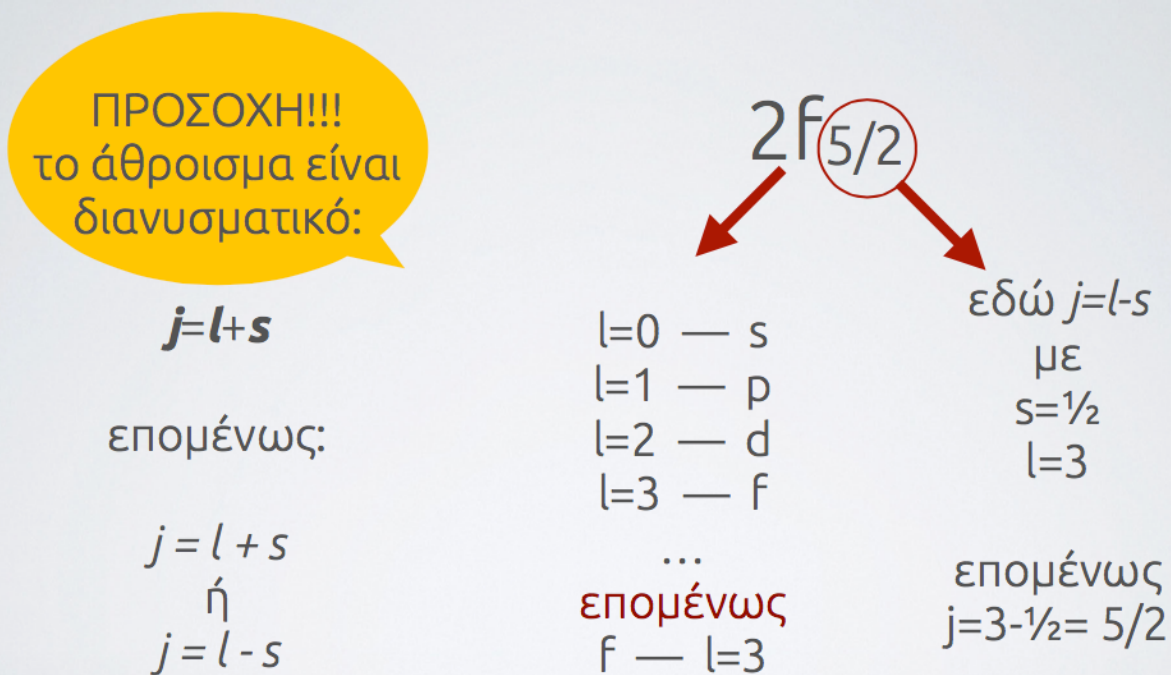


<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

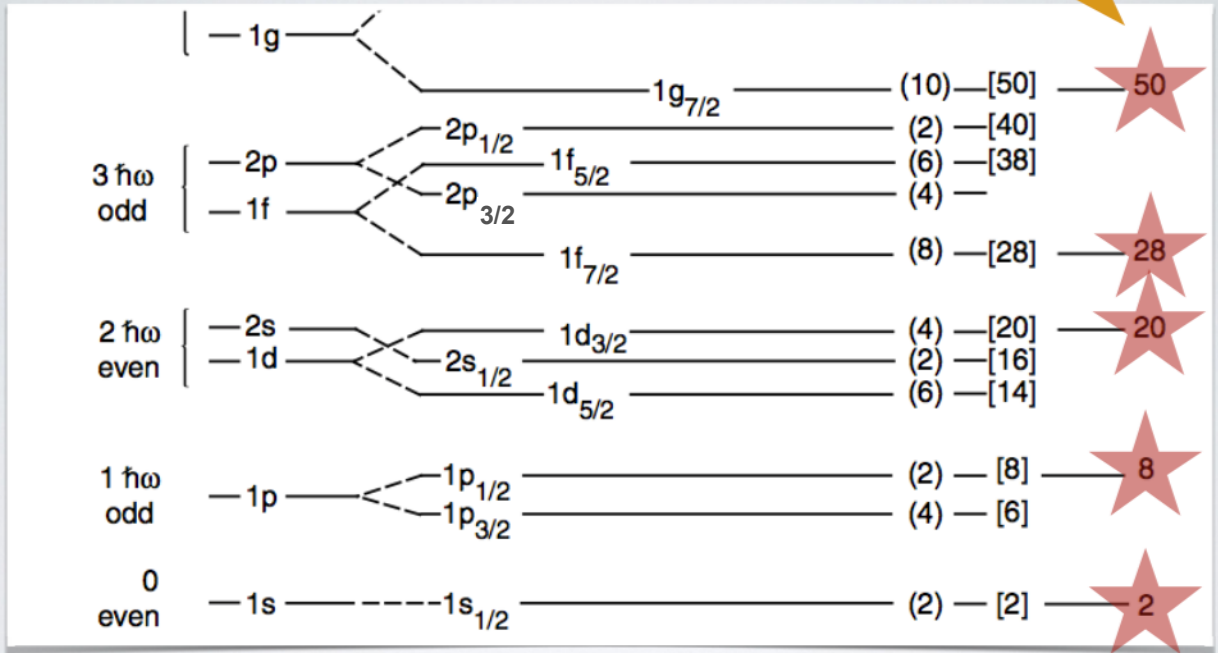
ΦΑΣΜΑΤΟΣΚΟΠΙΚΟΣ ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ



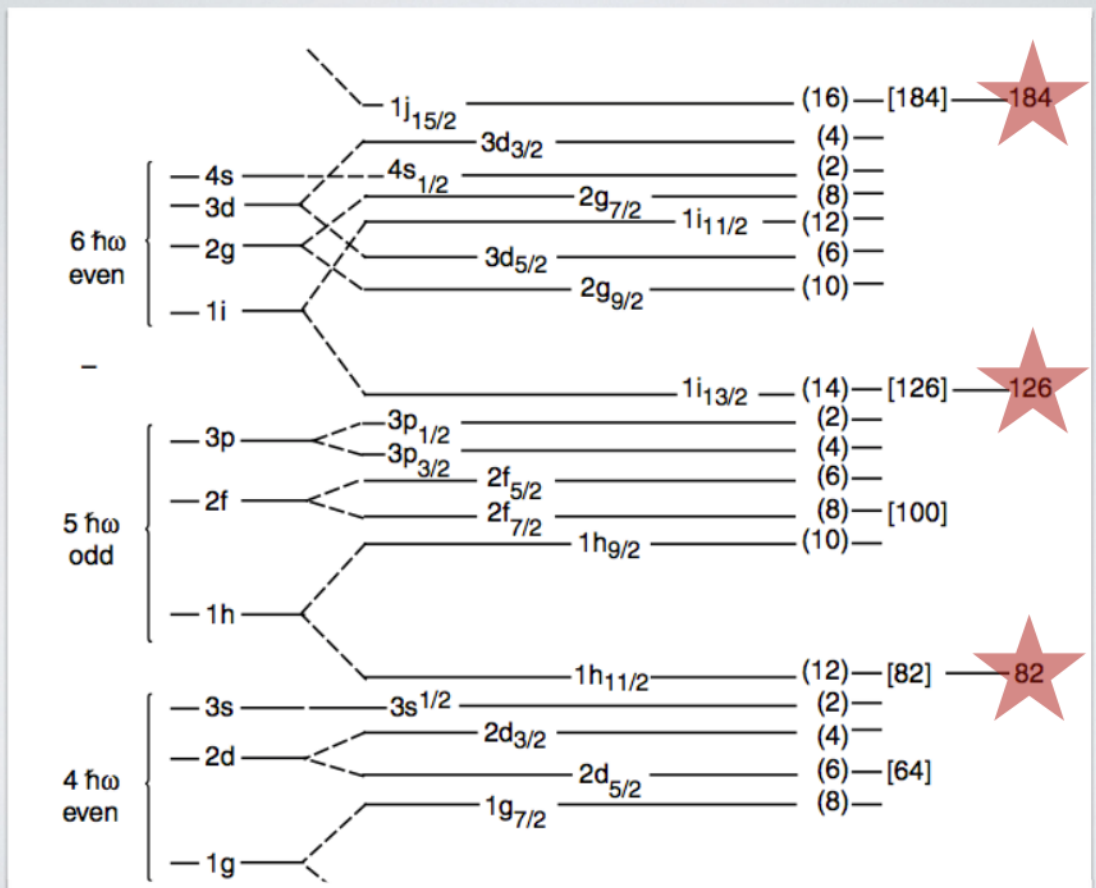
ΦΑΣΜΑΤΟΣΚΟΠΙΚΟΣ ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ



magic numbers



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

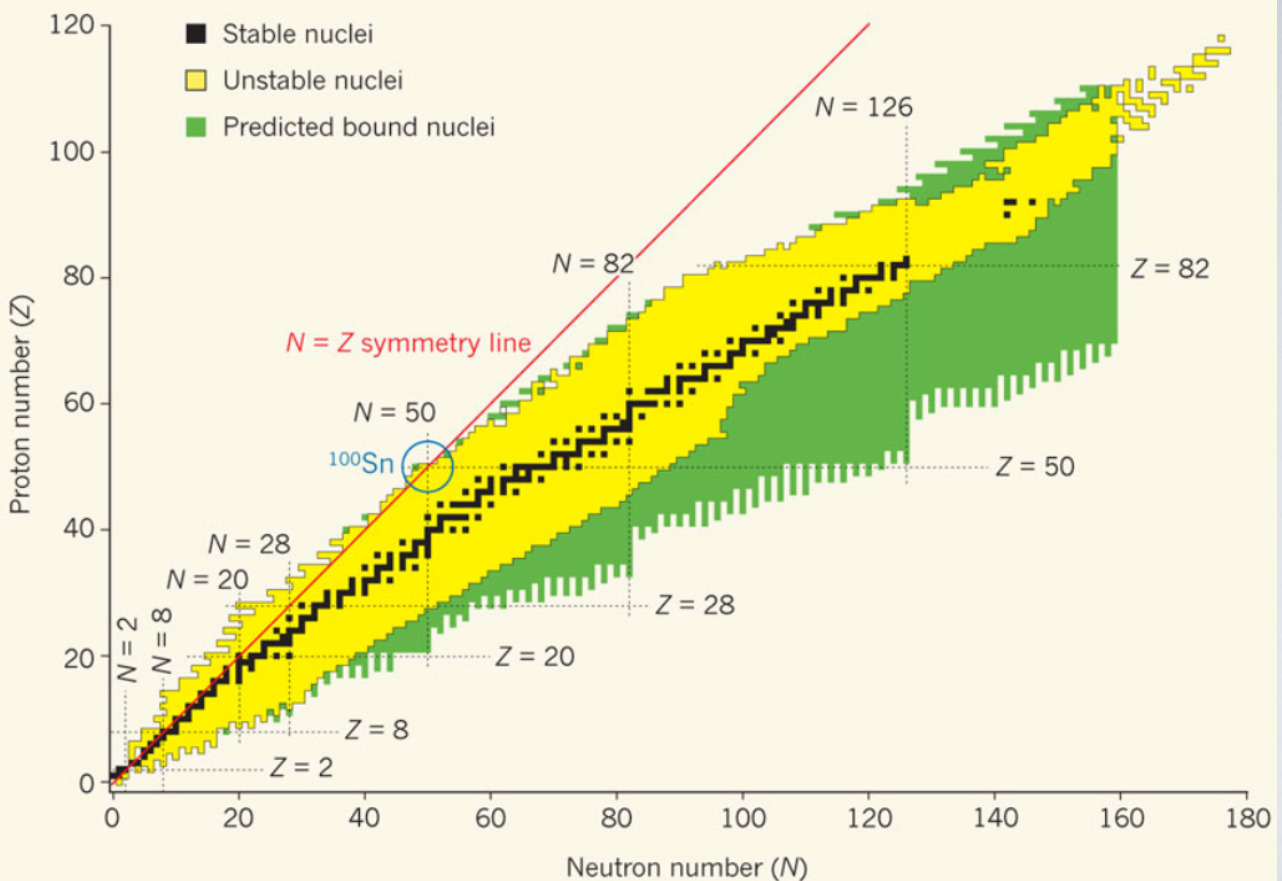


<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΜΑΓΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

- ▶ Στο συνδυασμό $AT+$ σπιν-τροχιάς υπάρχουν μεγάλα ενεργειακά κενά
- ▶ Τα κενά αντιστοιχούν σε συγκεκριμένους αριθμούς Z ή N και συνοδεύονται από πειραματικές παρατηρήσεις μεγάλης σταθερότητας για τα ισότοπα αυτά, π.χ ${}^4\text{He}$ ($Z=N=2$), ${}^{16}\text{O}$ ($Z=N=8$) κ.ά.
- ▶ Ισότοπα με δύο μαγικούς αριθμούς εμφανίζουν εξαιρετικά μεγάλη σταθερότητα π.χ ${}^{48}\text{Ca}$, ${}^{56}\text{Ni}$
- ▶ Κάποιοι διπλά μαγικοί πυρήνες βρίσκονται εκτός κοιλάδας σταθερότητας π.χ ${}^{56}\text{Ni}$, ${}^{100}\text{Sn}$, ${}^{132}\text{Sn}$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi



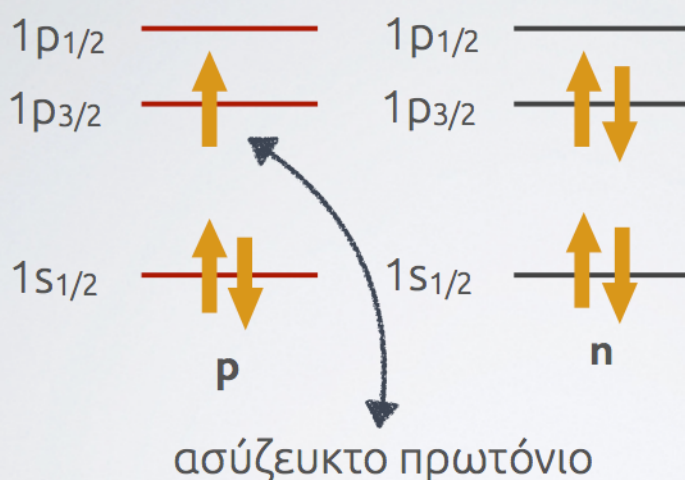
<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΑΥΦΒΑΥ ΠΡΙΝΖΙΠ

- Πώς συμπληρώνουμε στάθμες σε γειτονικά ισότοπα;
 1. Συμπληρώνουμε τη **χαμηλότερη** δυνατόν ενεργειακή στάθμη
 2. Σχηματίζουμε **ζεύγη** με σπιν πάνω/σπιν κάτω (κανόνας Katz)
 3. Για την εύρεση σπιν/ομοτιμίας του ισότοπου χρησιμοποιούμε τους εμπειρικούς κανόνες **Brennan-Bernstein**

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΟΥ ΛΙΘΙΟΥ-7



ασύζευκτο πρωτόνιο



Διαμόρφωση:
 $p: (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^1$
 $n: (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^2$

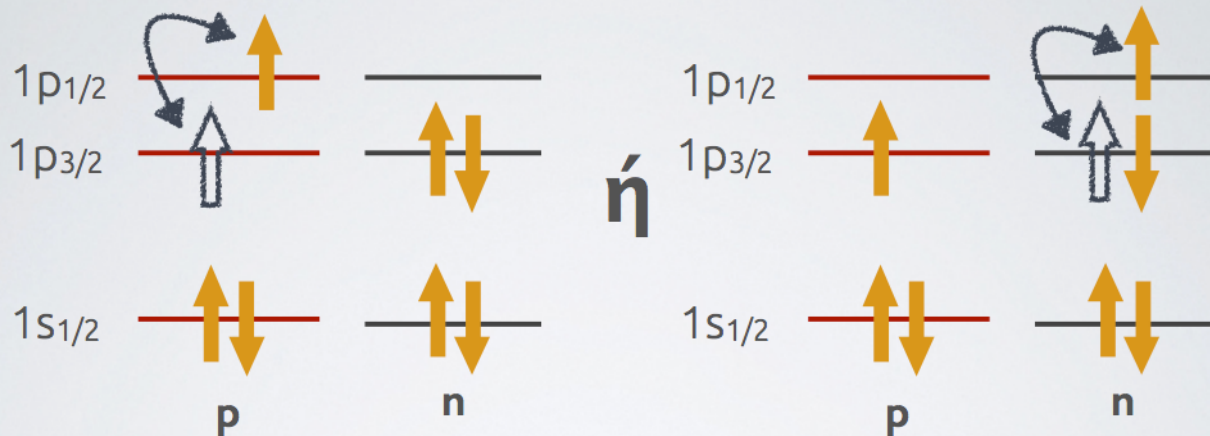
Συνολικό σπιν:
 $3/2$

Ομοτιμία
 $(-1)^l = (-1)^1 = -1$

Επομένως:
 $J^P = (3/2)^-$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΗ ΣΤΑΘΜΗ



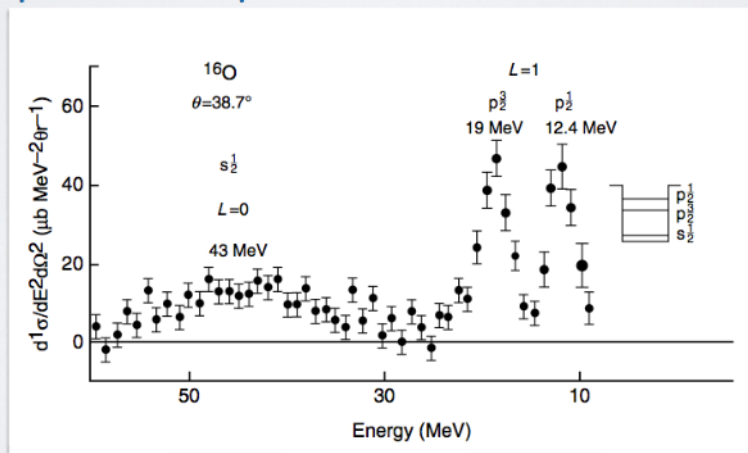
Στη φύση παρατηρείται μόνο μια διεγερμένη στάθμη που αντιστοιχεί στην προώθηση του πρωτονίου στην $1p_{1/2}$

Απαιτείται μεγάλη ενέργεια για να σπάσει το ζεύγος

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΑΘΜΗΣ

- ☼ Ο πειραματικός έλεγχος των προηγούμενων γίνεται μέσω αντιδράσεων αφαίρεσης ή πρόσληψης ενός νουκλεονίου
- ☼ π.χ. αντίδραση $(p,2p)$ στοχεύει στη μέτρηση της ενέργειας του φλοιού στον οποίο βρίσκεται το πρωτόνιο



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ - I

- ☀ Λόγω ισχυρής σύνδεσης του ζεύγους, τα ισότοπα με **άρτιο-άρτιο** αριθμό πρωτονίων-νετρονίων θα έχουν ολικό σπιν 0
- ☀ Οι κυματοσυναρτήσεις θα έχουν αντίστοιχα **άρτια** ομοτιμία
- ☀ Ειδικότερα, η βασική στάθμη σε **α-α** πυρήνες θα είναι **0+**

ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ - II

- ☀ Οι πυρήνες **α-π** ή **π-α** αριθμό θα έχουν στη βασική τους στάθμη το σπιν και την ομοτιμία του τελευταίου ασύζευκτου νουκλεονίου
- ☀ Ασύζευκτα νουκλεόνια και οπές σε κάποια στάθμη συμπεριφέρονται απόλυτα ισοδύναμα

ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ - ΙΙΙ

- ☀ Για τους π - π πυρήνες οι προβλέψεις κυλούν ισοδύναμα. Πρέπει να συζευχθούν ασύζευκτα πρωτόνια και νετρόνια στις αντίστοιχες υποστάθμες
- ☀ Υπάρχουν πάντα δύο επιλογές για τη φορά των στροφορμών. Πώς αποφασίζουμε;
- ☀ Βασικό κλειδί είναι το δευτέριο (ιδιοστροφορμές πρωτονίου και νετρονίου ευθυγραμμισμένες)

BRENNAN-BERNSTEIN

- ☀ Βάσει συστηματικής, υπάρχουν τρεις περιπτώσεις:
- ☀ Αν είναι και τα δύο σωματάρια ή και τα δύο οπές σε στάθμες με ολικό σπιν j_1, j_2 τότε
 - ☀ #1: αν $j_1 = l_1 \pm \frac{1}{2}$ και $j_2 = l_2 \mp \frac{1}{2}$ τότε $J = |j_1 - j_2|$
 - ☀ #2: αν $j_1 = l_1 \pm \frac{1}{2}$ και $j_2 = l_2 \pm \frac{1}{2}$ τότε $J = |j_1 \pm j_2|$
- ☀ Αν είναι συνδυασμός σωματίων με οπές, τότε
 - ☀ #3: αν $j_1 = l_1 \pm \frac{1}{2}$ και $j_2 = l_2 \pm \frac{1}{2}$ τότε $J = j_1 + j_2 - 1$

ΑΡΙΘΜΟΣ NORDHEIM

☼ Εναλλακτικά, μπορεί να υπολογιστεί ο αριθμός

Nordheim:

$$N = (j_p - l_p) + (j_n - l_n)$$

$N=0$ —> Κανόνας #1

$N = \pm 1$ —> Κανόνας #2

$N = \text{περιττός (σωμ-οπή)}$ —> Κανόνας #3

Πρόβλημα [14]

Να βρείτε το ολικό σπιν και την ομοτιμία των ^{38}Cl , ^{26}Al , ^{56}Co

^{38}Cl $Z=17$, $N=21$

άρα π: $(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^6(2s_{1/2})^2(1d_{3/2})^1$

και ν: $(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^6(2s_{1/2})^2(1d_{3/2})^4(1f_{7/2})^1$

επομένως η περίπτωση είναι σωμάτιο σε $j=l-1/2$ με σωμάτιο σε $j=l+1/2$ δηλ. κανόνας #1

$J = |3/2 - 7/2| = 2$ με ομοτιμία $P = (-1)^{2+3} = -1$

Άρα η βασική στάθμη έχει 2^-

Ground and isomeric state information for $^{38}_{17}\text{Cl}$

E(level) (MeV)	J^{π}	Δ (MeV)	$T_{1/2}$	Decay Modes
0.0	2-	-29.7981	37.24 m 5	β^- : 100.00 %
0.6714	5-	-29.1267	715 ms 3	IT : 100.00 %

Πρόβλημα [14] συνέχεια

Να βρείτε το ολικό σπιν και την ομοτιμία των ^{38}Cl , ^{26}Al , ^{56}Co

^{26}Al $Z=13$, $N=13$

άρα π : $(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^5$ οπές
 και ν : $(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^5$

επομένως η περίπτωση είναι οπή σε $j=l+1/2$ με οπή σε $j=l+1/2$
 δηλ. κανόνας #2

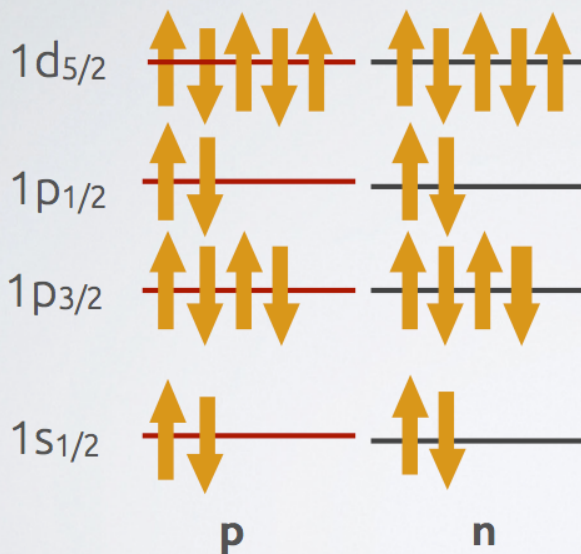
$J = 5/2 + 5/2 = 5$ με ομοτιμία $P = (-1)^{2+2} = +1$

Άρα η βασική στάθμη έχει 5^+

Ground and isomeric state information for $^{26}_{13}\text{Al}$

E(level) (MeV)	J π	Δ (MeV)	$T_{1/2}$	Decay Modes
0.0	5+	-12.2101	7.17E+5 y 24	ϵ : 100.00 %
0.2283	0+	-11.9818	6.3464 s 7	ϵ : 100.00 %

^{26}Al ($Z=13$, $N=13$)



π $(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^5$

ν $(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^5$

Ολική διαμόρφωση:

$\pi(1d_{5/2})^{-1} \odot \nu(1d_{5/2})^{-1}$

$j = 5/2 \pm 5/2 = 0$ ή 5

Brennan-Bernstein:

Βασική στάθμη 5^+

Παράδειγμα

Να βρείτε το ολικό σπιν και την ομοτιμία των ^{38}Cl , ^{26}Al , ^{56}Co

^{56}Co $Z=27$, $N=29$

άρα π: $(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^6(2s_{1/2})^2(1d_{3/2})^4(1f_{7/2})^7$

και ν: $(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^6(2s_{1/2})^2(1d_{3/2})^4(1f_{7/2})^8(2p_{3/2})^1$

επομένως η περίπτωση είναι οπή σε $j=l+1/2$ με σωματίο σε $j=l+1/2$ δηλ. κανόνας #3

$J = 3/2 + 7/2 - 1 = 4$ με ομοτιμία $P = (-1)^{3+1} = +1$

Άρα η βασική στάθμη έχει 4^+

Ground and isomeric state information for $^{56}_{27}\text{Co}$

E(level) (MeV)	J π	Δ (MeV)	$T_{1/2}$	Decay Modes
0.0	4+	-56.0397	77.236 d 26	ϵ : 100.00 %

Παράδειγμα

Να βρείτε το ολικό σπιν και την ομοτιμία του ^{64}Cu

Βασική στάθμη στο ^{64}Cu ($Z=29$, $N=35$)

περιττό πρωτόνιο στην $(2p_{3/2})$

π: $l=1$, $j=3/2=l+1/2$

περιττό νετρόνιο στην $(1f_{5/2})$

ν: $l=3$, $j=5/2=l-1/2$

#1: αν $j_1 = l_1 \pm 1/2$

και $j_2 = l_2 \mp 1/2$

τότε $J = |j_1 - j_2|$

Επομένως $j = |5/2 - 3/2| = 1$

Ομοτιμία: $P = (-1)^{l_1} * (-1)^{l_2} = (-1)^3 * (-1)^1 = (-1)*(-1) = +1$

Τελικά η στάθμη έχει 1^+

BRENNAN-BERNSTEIN

- ☼ Οι κανόνες βασίζονται σε συστηματική
- ☼ Δεν έχουν απόλυτη εφαρμογή ($20 < A < 120$)

Brennan-Bernstein Rules for Spins of Odd-Odd Nuclei.

Rule	Apply when	Predicted spin(s) ^a	Success ^b No. correct predictions No. levels applicable
R1	Both particle or hole states $j_p = l_n \pm 1/2$ $j_n = l_n \pm 1/2$	$I = J_p - J_n $	50/55
R2	Both particle or hole states $j_p = l_p \pm 1/2$ $j_n = l_n \pm 1/2$	$I = J_p + J_n$ or $ J_p - J_n $	92/102
R3	Mixed hole-particle states	$I = J_p + J_n - 1$	22/35

^a The distinction between j and J is as follows: j is the angular momentum of the orbital occupied by the uncoupled particle and J is the total angular momentum of the odd proton or neutron group. Normally $j = J$, but there are anomalous cases in which a peculiar coupling, e.g., $J = j - 1$ is observed. For example, in some odd- A silver isotopes, the proton configuration $g^{3/2-2}$ has ground state $J = 7/2$.

^b Reference (22).

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΕΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ

- ☼ Στις διεγερμένες καταστάσεις υπάρχει ανάλογη συλλογιστική
- ☼ Αν υπάρχει π-π κατάσταση τότε $j=j_1+j_2$ ή $j=j_1-j_2$
- ☼ Η μία εκ των δύο έχει χαμηλότερη ενέργεια. Η άλλη όμως εμφανίζεται **ΠΑΝΤΟΤΕ** με τη μορφή **ισομερούς** κατάστασης
- ☼ Υπάρχει αποδιέγερση της ισομερούς με ακτινοβολία γ στη βασική στάθμη με μεγάλο χρόνο ημιζωής (μεγάλη διαφορά στροφορμής)

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

Παράδειγμα

Να βρείτε το ολικό σπιν και την ομοτιμία του ^{198}Au

☼ ^{198}Au ($Z=79, N=119$)

Ολική διαμόρφωση: $\pi(1h_{11/2})^9, \nu(1i_{13/2})^7$ σωμάτια
 $\pi(1h_{11/2}) \odot \nu(1i_{13/2})$ ή οπές

$$j = 13/2 \pm 11/2 = 1 \text{ ή } 12$$

Προβλέψεις Brennan-Bernstein:

Βασική στάθμη 1^-

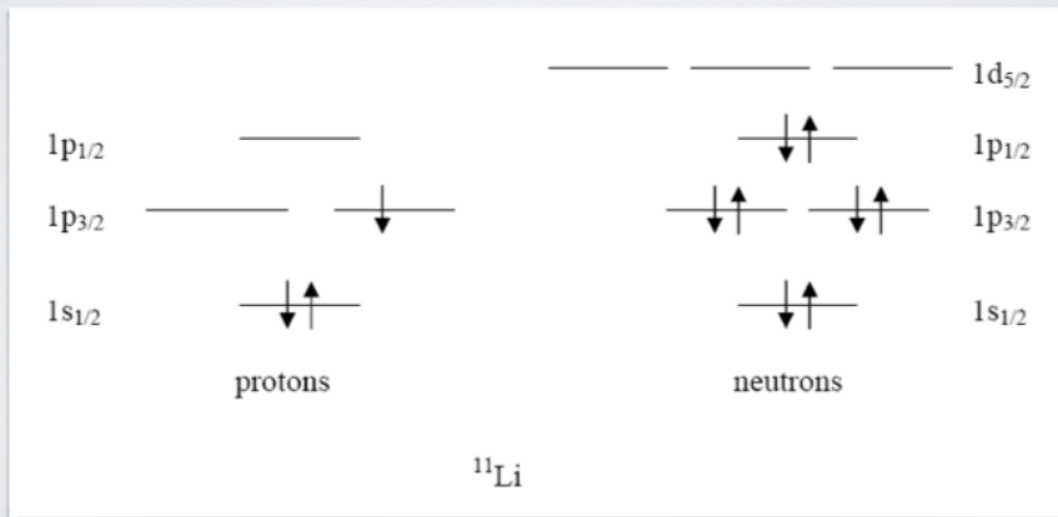
Ισομερής στάθμη 12^-

Ground and isomeric state information for $^{198}_{79}\text{Au}$

E(level) (MeV)	J π	Δ (MeV)	$T_{1/2}$	Decay Modes
0.0	2-	-29.5819	2.6948 d 12	β^- : 100.00 %
0.8117	(12-)	-28.7702	2.272 d 16	IT : 100.00 %

ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΤΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ ΦΛΟΙΩΝ

- ☼ Σπιν, ομοτιμία των βασικών σταθμών (κ.ά.)
- ☼ Αρκετές πληροφορίες για διεγερμένες στάθμες



ΚΑΤΟΠΤΡΙΚΟΙ ΠΥΡΗΝΕΣ

- ☀ Πυρήνες με αμοιβαία ανταλλαγή Z-N
- ☀ Αναμένεται η ίδια δομή με μόνη διαφορά την ενεργειακή μετατόπιση λόγω Coulomb στον πυρήνα με τα περισσότερα πρωτόνια
- ☀ Η ενεργειακή διαφορά σε τέτοιο ζεύγος είναι:

$$\Delta E_c = \frac{3e^2}{5R} [Z^2 - (Z-1)^2] = \frac{3e^2}{5R} (2Z-1) \approx \frac{Ze^2}{R}$$

$$E_c = \frac{3Ze^2}{5R}$$

3/2-	_____	4.70	3/2-	_____	4.583
5/2-	=====	3.857	5/2-	=====	3.841
1/2-	_____	3.104	1/2-	_____	3.055
1/2+	=====	0.495	1/2+	_____	0.871
5/2+	_____	0	5/2+	_____	0
		¹⁷ F			¹⁷ O

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΙΣΟΣΠΙΝ

- ☀ Το ισοσπίν (ισοτοπικό) σπιν είναι μια κβαντική ιδιότητα
- ☀ Στη σωστή του ερμηνεία θα έπρεπε να αποκαλείται **ισοβαρικό** σπιν μιας και ενοποιεί τους ισοβαρείς πυρήνες
- ☀ Μετασχηματίζεται όπως η στροφορμή

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΙΣΟΣΠΙΝ

☼ Το ισοσπίν T είναι ο τρόπος να ομαδοποιήσει τα νουκλεόνια θεωρώντας τα ιδιοκαταστάσεις του τελεστή (προβολές)

☼ Στην πυρηνική φυσική

$$T_z(p) = -\frac{1}{2} \text{ και } T_z(n) = +\frac{1}{2}$$

☼ Γενικά $T=(N-Z)/2$

ΙΣΟΣΠΙΝ & ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ

☼ Η ανεξαρτησία της ισχυρής πυρηνικής δύναμης από το φορτίο του νουκλεονίου συμφωνεί με $[T, H_N]=0$

☼ Οι στάθμες του ισοσπίν είναι εκφυλισμένες

☼ $2T+1$ στάθμες ισοσπίν συνολικά

☼ Οι διαφορές στις μάζες p, n είναι καθαρά λόγω H/M αλληλεπίδρασης σε επίπεδο κουάρκ

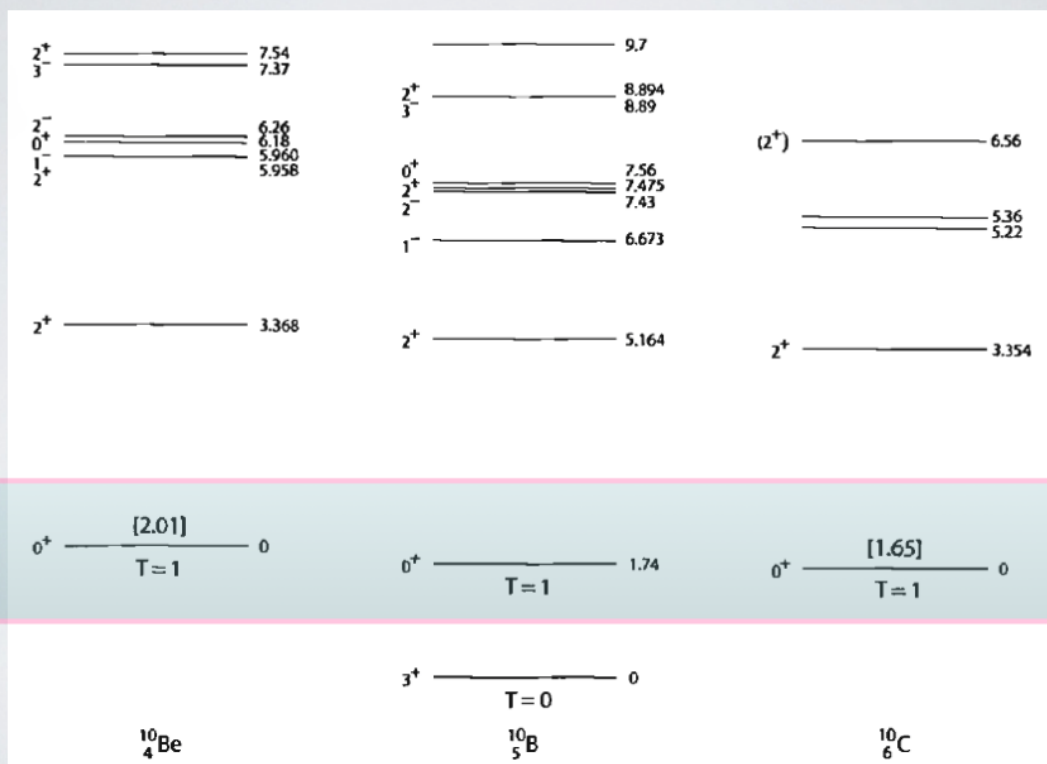
ΙΣΟΒΑΡΕΙΣ ΑΝΑΛΟΓΙΚΕΣ ΣΤΑΘΜΕΣ

- ☀ Αν αγνοηθεί η H/M αλληλεπίδραση στον πυρήνα, τότε οι $2T+1$ εκφυλισμένες θα πρέπει να έχουν την ίδια ενέργεια
- ☀ Οι στάθμες αυτές ανήκουν σε ισοβαρείς πυρήνες (ίδιο A, διαφορετικό Z) και ονομάζονται **ισοβαρείς αναλογικές στάθμες**
- ☀ $\frac{1}{2}(Z-N) \leq T \leq \frac{1}{2}(Z+N)$

ΙΣΟΒΑΡΕΙΣ ΑΝΑΛΟΓΙΚΕΣ ΣΤΑΘΜΕΣ

- ☀ Σε ελαφρείς πυρήνες, αν υπάρχουν k νουκλεόνια πέρα από την καρδιά με Z=N, μπορούν να διαμορφωθούν k+1 πυρήνες
- ☀ Το ισοσπίν είναι μεταξύ $|Tz| \leq T \leq (k/2)$
- ☀ π.χ. η περίπτωση με A=10 (Z=N=4, k=2)

ΙΣΟΒΑΡΕΙΣ ΑΝΑΛΟΓΙΚΕΣ ΣΤΑΘΜΕΣ ΓΙΑ A=10



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΑΝΑΛΟΓΙΚΕΣ ΣΤΑΘΜΕΣ ΚΑΙ ΔΕΥΤΕΡΙΟ

- ☀ Στο δευτέριο οι αναλογικές στάθμες θα πρέπει να υπάρχουν και στα συστήμα $p-p$, $n-n$
- ☀ Ομως η στάθμη με $T=0$ στο δευτέριο είναι μη δέσμια, άρα και οι αντίστοιχες στο $p-p$, $n-n$ είναι μη δέσμιες καταστάσεις

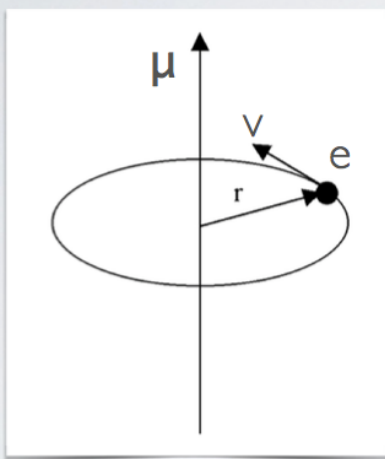
<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΕΣ ΡΟΠΕΣ

- Αναφέρονται κυρίως η **μαγνητική διπολική** ροπή, μ , και η **ηλεκτρική τετραπολική** ροπή, Q
- Υπάρχουν κλασσικά ανάλογα, αλλά στον πυρήνα αφορούν κβαντομηχανικές ιδιότητες που εκφράζουν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, π.χ. σχήμα πυρήνα

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΔΙΠΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ



Στο κλασσικό όριο:

$$|\mu| = iA = \left(\frac{ev}{2\pi r}\right)(\pi r^2) = \frac{evr}{2}$$

$$l = m_0 vr$$

$$|\mu| = \frac{evr}{2} \times \frac{m_0}{m_0} = \frac{el}{2m_0}$$

Γυρομαγνητικός λόγος, γ :

$$|\mu|/l = e/2m_0$$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΔΙΠΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ

Στο κβαντικό όριο:

$$l = m\hbar$$

$$\mu = (e/2m_0)m_l\hbar = m_l\mu_B$$

μαγνητόνη Bohr:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_0} = 5.78 \times 10^{-11} \text{ MeV} \cdot T^{-1}$$

πυρηνική μαγνητόνη:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 3.15 \times 10^{-14} \text{ MeV} \cdot T^{-1}$$

ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΔΙΠΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ

$$\mu^{\text{proton}} = m_l\mu_N$$

Σε σχέση με το γυρομαγνητικό λόγο:

$$\mu = g_l m_l \mu_N$$

Για πρωτόνια αναμένουμε: $g_l = 1$

Για νετρόνια αναμένουμε: $g_l = 0$

τροχιακή
στροφορμή

$$\mu = g_s m_s \mu_N$$

e: $g_s = 2.0023$

p: $g_s = 5.58694713 (46)$

n: $g_s = -3.82608545 (90)$

σπιν

ΜΑΓΝΗΤΙΚΕΣ ΡΟΠΕΣ

☀ Για ένα σωματίδιο:

$$\mu = g_l l + g_s s$$

Οπότε για νουκλεόνιο:

$$s = \frac{1}{2} \Rightarrow \mu = g_l l + \frac{1}{2} g_s$$

p $g_l = l\mu_0 \quad g_s = 5.5845\mu_0$

$$\mu_0 = eh/2m_p c$$

n $g_l = 0 \quad g_s = -3.8263\mu_0$

$$j = l + s,$$

$$\mu = lg_l + \frac{1}{2}g_s$$

$$j = l - s,$$

$$\mu = (j/j + 1)[(l + 1)g_l - \frac{1}{2}g_s]$$

☀ Υπό μια εξίσωση:

$$\mu = j [g_l \pm (\frac{1}{2}l + 1)(g_s - g_l)]$$

ΜΑΓΝΗΤΙΚΕΣ ΡΟΠΕΣ

περιττό πρωτόνιο

$$j=l-1/2 \quad \mu = \frac{1}{2} \frac{j}{j+1} (2j+3 - g_s^p) \mu_N$$

$$j=l+1/2 \quad \mu = \frac{1}{2} (2j-1 + g_s^p) \mu_N$$

περιττό νετρόνιο

$$j=l-1/2 \quad \mu = -\frac{1}{2} \frac{j}{j+1} g_s^v \mu_N$$

$$j=l+1/2 \quad \mu = \frac{1}{2} g_s^v \mu_N$$

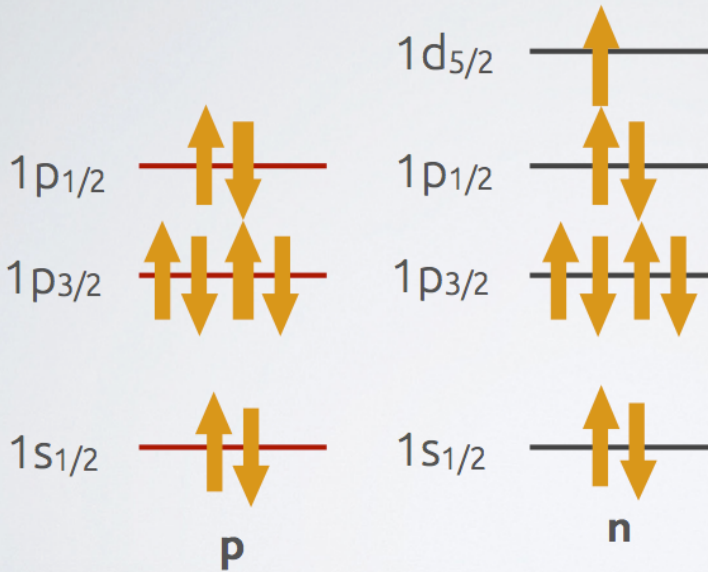
Οι παραπάνω τιμές είναι γνωστές και ως **όρια Schmidt**

Παράδειγμα

Να βρείτε τη μαγνητική διπολική ροπή του ^{17}O

Βασική στάθμη στο ^{17}O ($Z=8, N=9$)

περιττό νετρόνιο στην ($1d_{5/2}$)
 $v: l=2, j=5/2=l+1/2$



$$\mu = (1/2) * g^v_s \mu_N$$

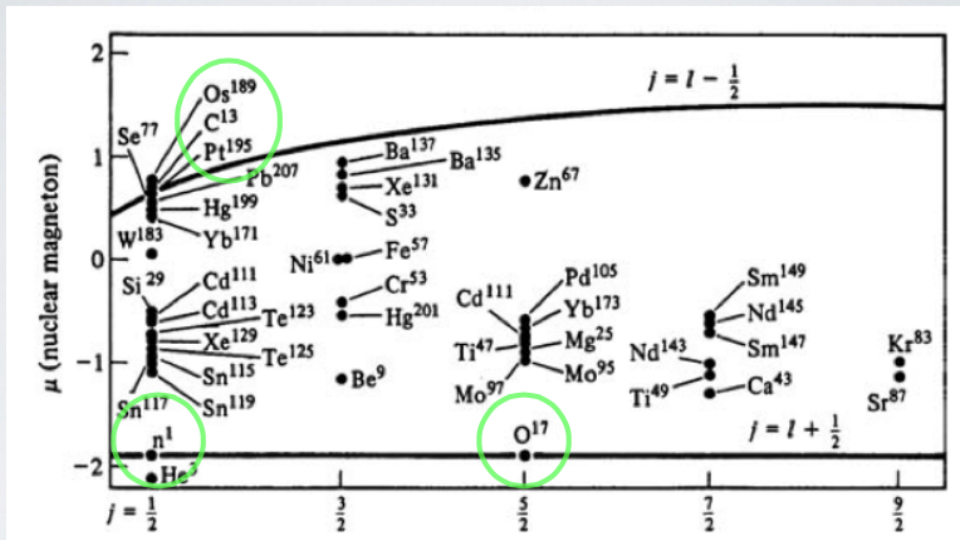
$$\mu = (1/2) * 3.826 \mu_N$$

$$\mu = -1.913 \mu_N$$

Πειραματική τιμή:
 $-1.89379(9) \mu_N$

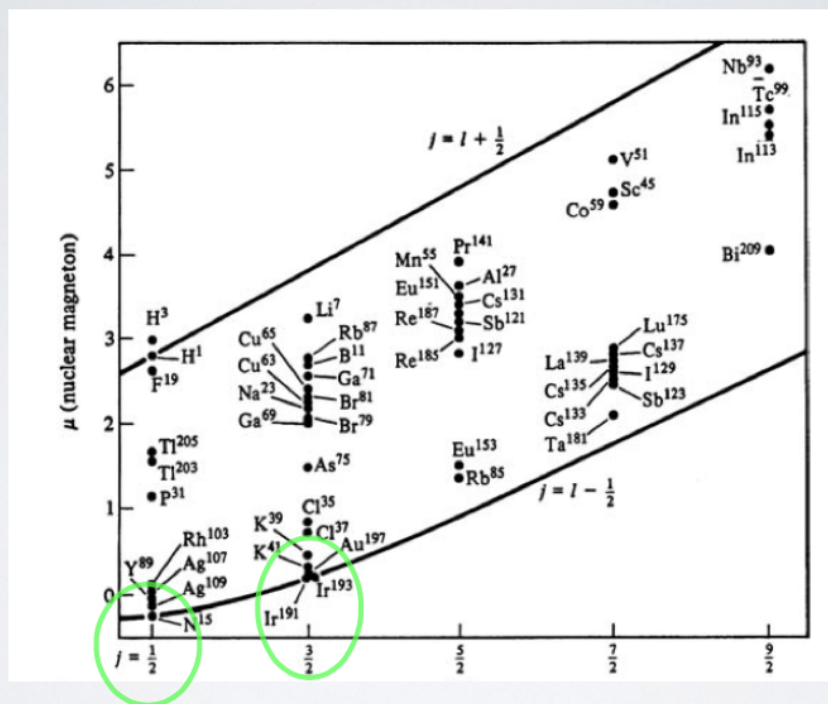
ασύζευκτο νετρόνιο

ΟΡΙΑ SCHMIDT



περιττά νετρόνια

ΟΡΙΑ SCHMIDT



περιττά πρωτόνια

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

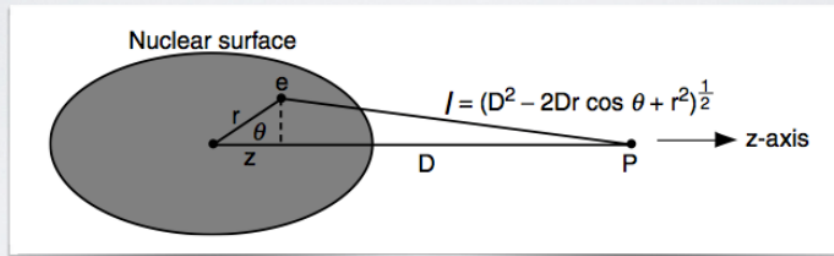
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΟΡΙΑ SCHMIDT

- ☀ Ελάχιστες τιμές βρίσκονται ακριβώς στα όρια. Οι περισσότερες τιμές βρίσκονται στο ~60% των ακραίων τιμών
- ☀ Αναδεικνύεται η **μείξη διαμορφώσεων**. Συνεισφέρουν συνήθως περισσότερες από μία δυνατές καταστάσεις στην τελική τιμή
- ☀ Υποδεικνύεται επίσης η **ΜΗ ΠΛΗΡΗΣ** ακύρωση των ζευγών, αλλά και άλλα φαινόμενα.

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΤΕΤΡΑΠΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ

Αν ο πυρήνας δεν είναι σφαιρικός, τότε υπάρχει κατανομή φορτίου που ακολουθεί το σχήμα του, $\rho = \rho(\theta, \varphi, r)$



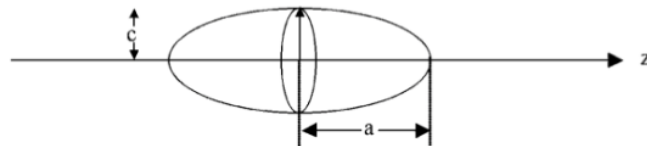
Το δυναμικό σε απόσταση D λόγω της κατανομής μπορεί να υπολογιστεί:

$$d\Phi = \rho d\tau / \delta = \rho d\tau [D^2 + r^2 - 2Dr \cos \theta]^{-1/2}$$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΤΕΤΡΑΠΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ

Η Q είναι μέτρο της μη σφαιρικότητας του πυρήνα

$$Q = \frac{2}{5} Ze(a^2 - c^2)$$



$$R^2 = \frac{1}{2}(a^2 + c^2) = (r_0 A^{1/3})^2$$

Μπορεί να υπολογιστεί μονοσήμαντα το μήκος των αξόνων του ελλειψοειδούς

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΤΕΤΡΑΠΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ

Με απαλοική της απόστασης D και χρήση πολυωνύμων

Legendre:

$$P_1(\cos \theta) = \cos \theta$$

$$P_2(\cos \theta) = \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2}$$

$$d\Phi = \frac{\rho}{D} d\tau \left[1 + \frac{r}{D} P_1(\cos \theta) + \left(\frac{r}{D}\right)^2 P_2(\cos \theta) + \dots \right]$$

το δυναμικό μπορεί να γραφεί:

$$V = \frac{1}{D} \left[\int_{\text{volume}} \rho d\tau \right] + \frac{1}{D^2} \left[\int_{\text{volume}} \rho r \cos \theta d\tau \right] + \frac{1}{D^3} \left[\int_{\text{volume}} \rho r^2 \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) d\tau + \dots \right]$$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΤΕΤΡΑΠΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ

$$V = \frac{1}{D} \left[\int_{\text{volume}} \rho d\tau \right] + \frac{1}{D^2} \left[\int_{\text{volume}} \rho r \cos \theta d\tau \right] + \frac{1}{D^3} \left[\int_{\text{volume}} \rho r^2 \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) d\tau + \dots \right]$$

Μονόπολο
 Ze

Δίπολο = 0

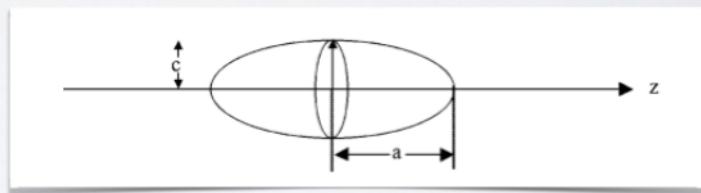
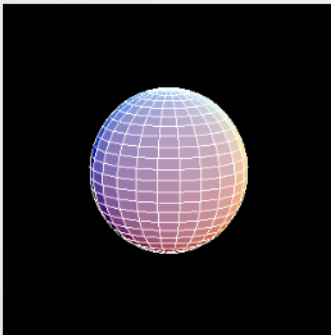
Τετράπολο

Η τετραπολική κατανομή ΔΕ θα είναι μηδενική
αν ο πυρήνας αποκλίνει από το σφαιρικό σχήμα

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΗΛΕΚ. ΤΕΤΡΑΠΟΛΙΚΕΣ ΡΟΠΕΣ

- ☀ Για “κανονικούς” πυρήνες $\langle r^2 \rangle \approx (3/5) R^2$
- ☀ Η τιμή αναμένεται να είναι διαφορετική για πυρήνες με άλω, άρα “μη κανονικές” κατανομές φορτίου στον πυρηνικό όγκο
- ☀ Η μονάδα είναι μονάδα εμβαδού, άρα m^2
- ☀ Συνήθως είναι το barn = $10^{-28} m^2$



αποδεικνύεται ότι $Q = (2/5)Z(a^2 - c^2)$

ΟΠΕΣ - ΣΩΜΑΤΙΑ

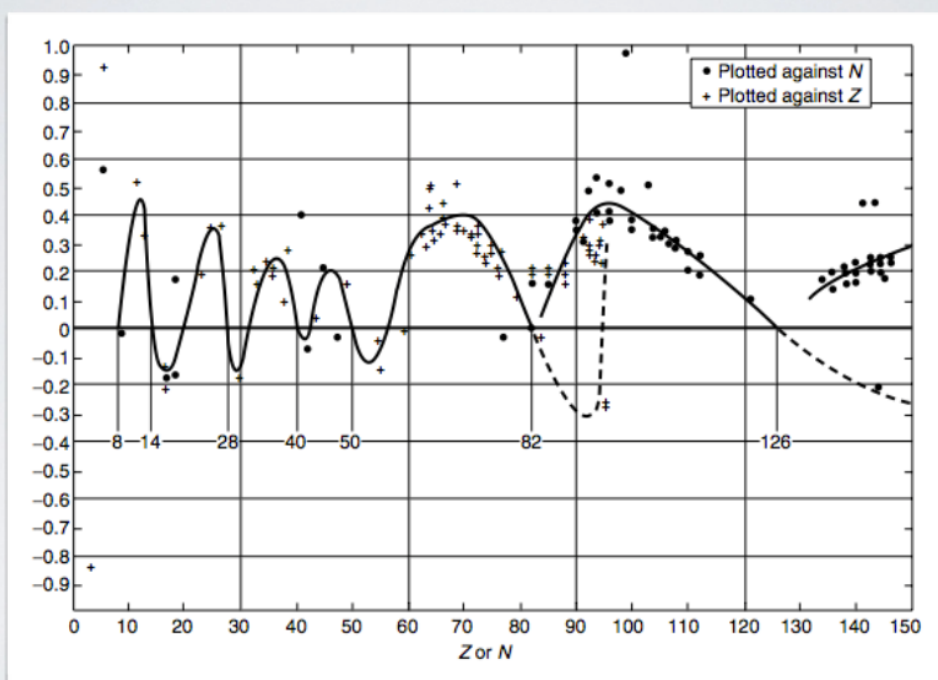
- ☀ Αν υποθέσουμε ότι υπάρχει σπή πρωτονίου, τότε λόγω του αντίθετου φορτίου της σπής, αναμένεται $Q_p^{\text{σπής}} = -Q_p$, δηλ. **ΘΕΤΙΚΗ**
- ☀ Έχει βρεθεί ότι η Q εξαρτάται γραμμικά από τον περιττό αριθμό των πρωτονίων.
- ☀ Συνεπώς τα όρια των Q κυμαίνονται ανάμεσα στις τιμές της σπής και του σωματίου

ΝΕΤΡΟΝΙΑ

- ☼ Αναμένεται ότι λόγω απουσίας φορτίου, το περιττό νετρόνιο δε διαθέτει ηλεκ. 4-πολική ροπή
- ☼ Ομως, το σύστημα νετρονίου-(υπόλοιπου πυρήνα) αποτελεί περιστρεφόμενο σύστημα με φορτίο ==> υπάρχει Q
- ☼ Αναμένεται πυρήνες με περιττά νετρόνια να έχουν
$$Q_n = (Z/A^2) Q_p$$
- ☼ Επομένως για βαρείς πυρήνες, είναι σχεδόν αμελητέα

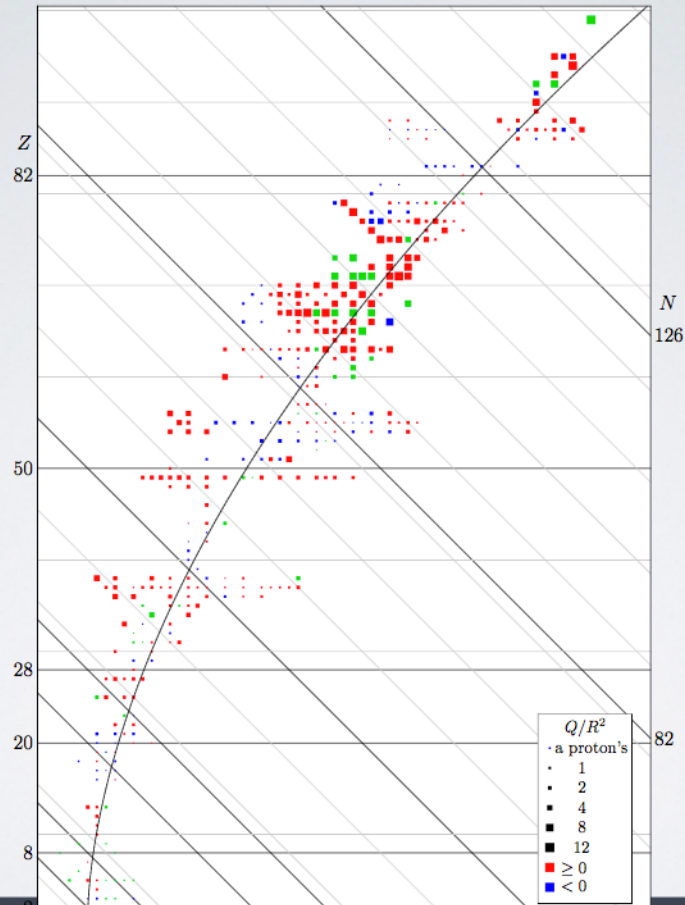
<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΤΕΤΡΑΠΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ



<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

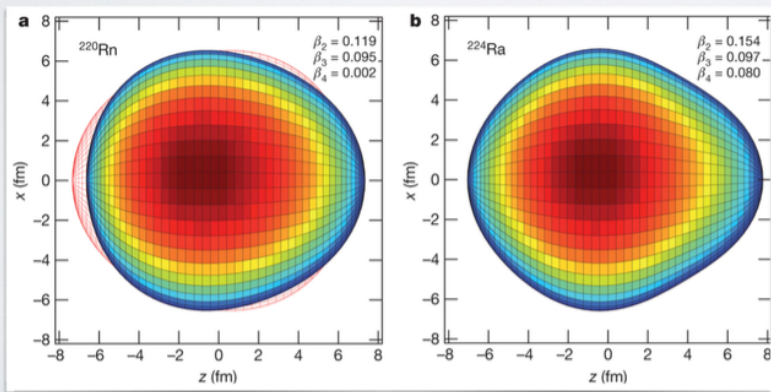
Electric Quadrupole Moment



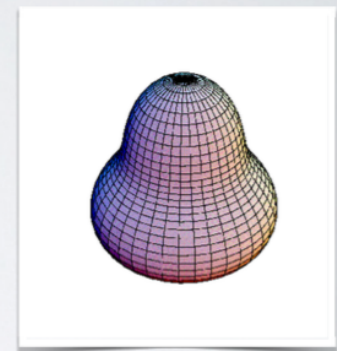
<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΡΟΠΕΣ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ

Σε διεγερμένες καταστάσεις του πυρηνικού συστήματος μπορούν να παρατηρηθούν Η/Μ ροπές ανώτερης τάξης (οκταπολικές κτλ)



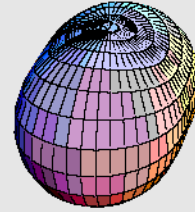
Nature **497**, 199 (2013)



<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΣΥΛΛΟΓΙΚΑ ΠΡΟΤΥΠΑ

- ▶ Πέρα από το πρότυπο των φλοιών, μπορούν να εξετασθούν φαινόμενα που οφείλονται σε συνδυαστική κίνηση (ασύζευκτων) νουκλεονίων με συλλογικό τρόπο, π.χ. σε διεγερμένος στάθμες
- ▶ Η συλλογικότητα δεν αντιμετωπίζεται από το πρότυπο των φλοιών
- ▶ Υπάρχει ανάγκη εξέτασης της “μαζικότητας”
—> **συλλογικά πυρηνικά πρότυπα**



ΣΥΛΛΟΓΙΚΑ ΠΡΟΤΥΠΑ

- ▶ Πρότυπο της υγρής σταγόνας
- ▶ Πυρηνικές δονήσεις
- ▶ Πυρηνικές περιστροφές

ΠΡΟΤΥΠΟ ΥΓΡΗΣ ΣΤΑΓΟΝΑΣ

- ▶ Ο πυρήνας (λόγω της ασυμπίεστότητάς του) μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι μια **υγρή σταγόνα με επιφανειακή τάση**
- ▶ Το πρότυπο αυτό είναι απλοϊκό και μπορεί να περιγράψει χοντροκομμένα χαρακτηριστικά με ικανοποιητικό τρόπο
- ▶ Εκφράζονται σωστά **δονήσεις του πυρήνα**, αλλά και η **σχάση** βαρύτερων πυρήνων (πχ. στην περιοχή του ουρανίου)
- ▶ Βασική διαφορά του πυρήνα με την κλασική σταγόνα: υπάρχει κβαντική περιγραφή κι επομένως **δεν υπάρχουν απειροστές μεταβολές δονήσεων**

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΔΟΝΗΣΕΙΣ

$$\rho_N = \frac{Am_p}{\frac{4}{3}\pi R_o^3} \quad \text{πυκνότητα μάζας}$$

$$\rho_q = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R_o^3} \quad \text{πυκνότητα φορτίου}$$

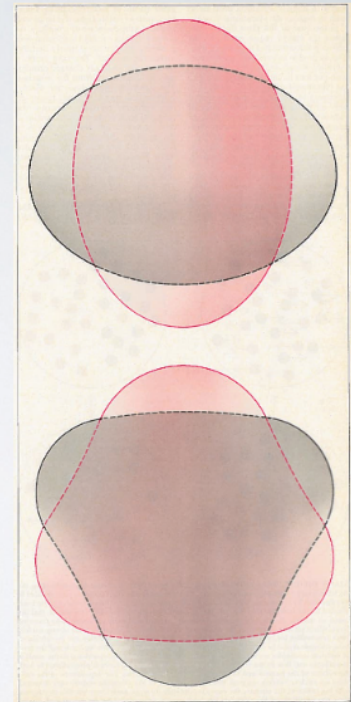
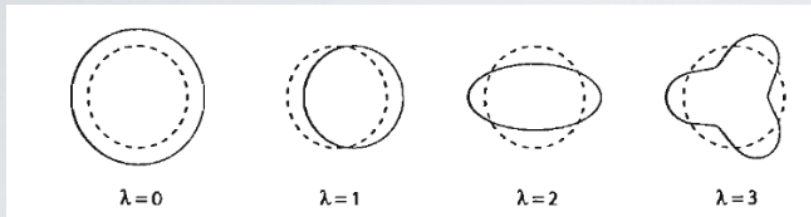
$$\sigma = \frac{\alpha_s A^{2/3}}{4\pi R_o^2} = \frac{\alpha_s}{4\pi R^2} \quad \text{επιφανειακή τάση}$$

Αποδεικνύεται ότι η συχνότητα ταλάντωσης είναι:

$$\omega^2 = \frac{(l-1)l(l+2)}{3} \frac{C_s}{R_A^2 m_p} \frac{1}{A} - \frac{2(l-1)l}{2l+1} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_A^3 m_p} \frac{Z^2}{A^2}$$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΔΟΝΗΣΕΙΣ



- ☀ $\lambda = 0$ ασύμβατη (ρ_N)
- ☀ $\lambda = 1$ ασύμβατη (μετατόπιση του c.m.)
- ☀ $\lambda = 2$ δονήσεις τετραπόλου
- ☀ $\lambda = 3$ δονήσεις οκταπόλου κοκ

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΔΟΝΗΣΕΙΣ

$$\omega = \sqrt{\frac{E_{s,l}^2}{\hbar^2} \frac{1}{A} - \frac{E_{c,l}^2}{\hbar^2} \frac{Z^2}{A^2}}$$

$$E_{s,2} \approx 35 \text{ MeV} \quad E_{c,2} \approx 5.1 \text{ MeV}$$

$$E_{s,l} = \frac{\hbar c}{R_A} \sqrt{\frac{(l-1)l(l+2)}{3} \frac{C_s}{m_p c^2}} \quad E_{c,l} = \frac{\hbar c}{R_A} \sqrt{\frac{2(l-1)l}{2l+1} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_A m_p c^2}}$$

Το πρότυπο της υγρής σταγόνας υπερεκτιμά τις ενέργειες ταλάντωσης συστηματικά στην περίπτωση μικρών αποκλίσεων από το σφαιρικό σχήμα.

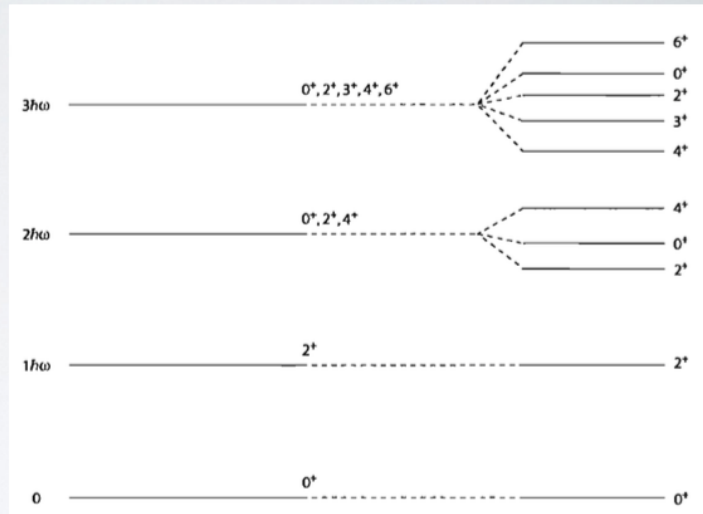
Αντίθετα είναι επιτυχές στη σχέση

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΔΟΝΗΤΙΚΑ ΕΠΙΠΕΔΑ

☀ Ο πυρήνας μπορεί να θεωρηθεί ως ασυμπίεστο ρευστό και επομένως το ενεργειακό πρόβλημα είναι επιλύσιμο μαθηματικά (βλ. π.χ. Bertulani, κεφ. 5)

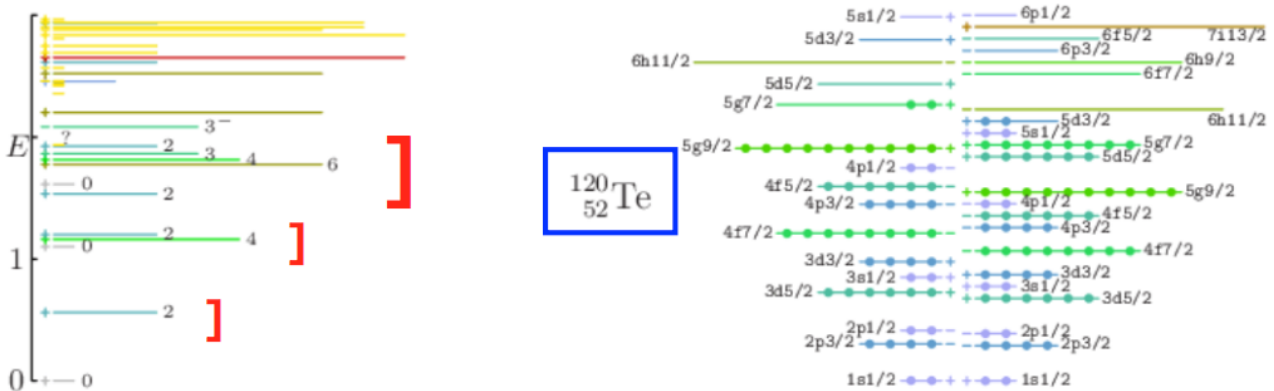
☀ Τα ενεργειακά επίπεδα είναι κβαντισμένα (φωνόνια) και διατάσσονται με συγκεκριμένο εκφυλισμό



δονητικές στάθμες για $\lambda=2$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

☀ Το ισότοπο ^{180}Te θεωρείται τυπικός πυρήνας που παρουσιάζει δόνηση, ιδιαίτερα στις χαμηλές ενέργειες δόνησης



ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΕΣ

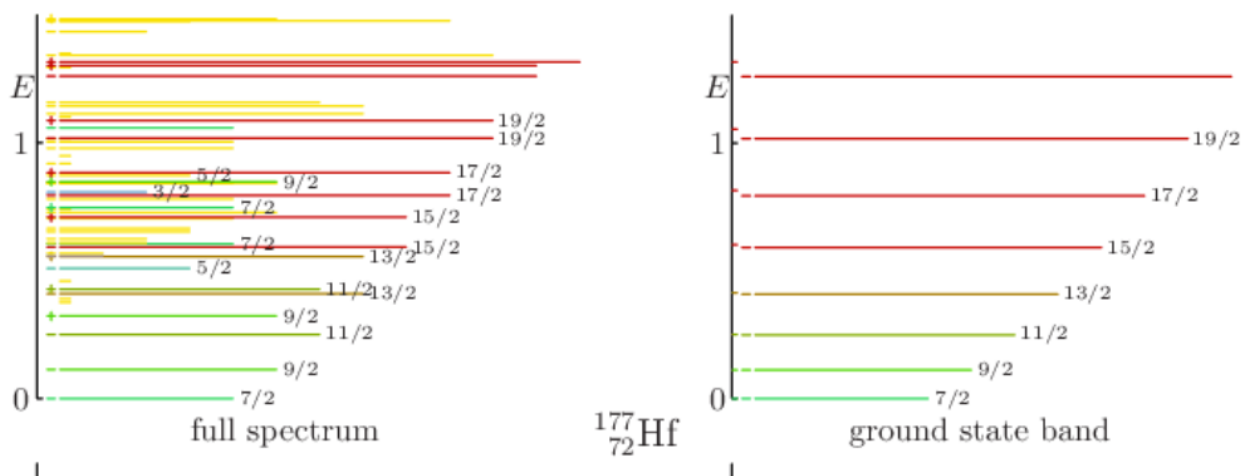
- ☼ Η περιστροφή είναι μια ακόμη ημι-κλασική συλλογική κίνηση που μπορεί να συμβεί είτε από σφαιρικούς είτε από παραμορφωμένους πυρήνες
- ☼ Στην περιστροφή, η ενέργεια περιστροφής είναι

$$T_R = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_R} j(j+1) - \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_R} j_{\min}(j_{\min}+1) \quad (j_{\min} \neq \frac{1}{2})$$

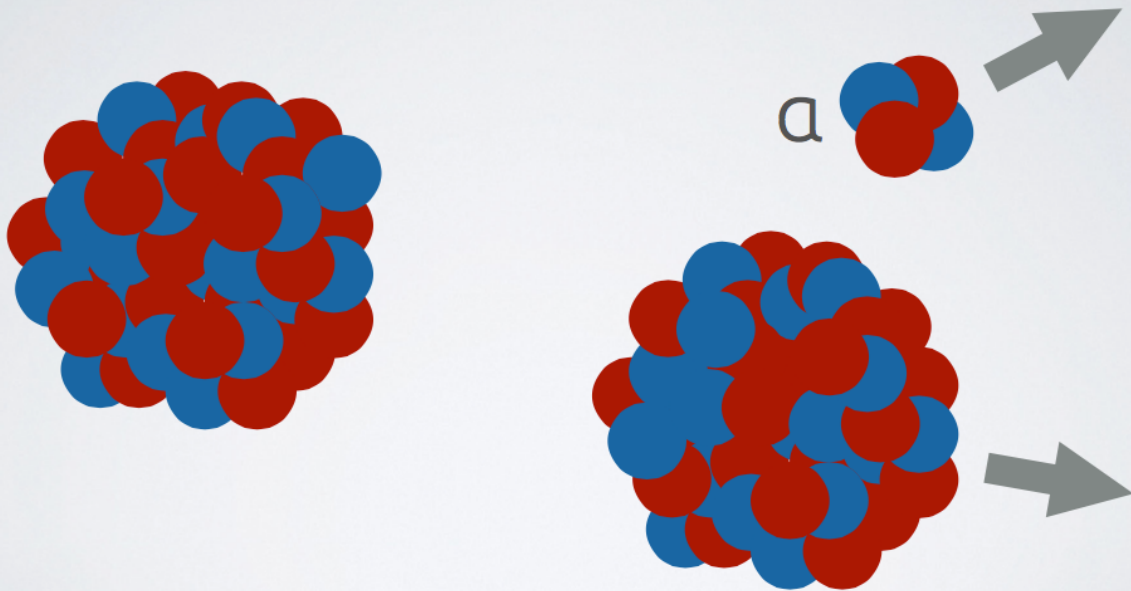
$$E_j = E_{\min} + T_R$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

- ☼ Το ισότοπο ^{177}Hf θεωρείται τυπικός πυρήνας που παρουσιάζει περιστροφική συμπεριφορά



ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

- ▶ Η διάσπαση άλφα παρατηρήθηκε από το Rutherford
- ▶ Τα σωμάτια α είναι πυρήνες ηλίου ($Z=2$, $N=2$, $A=4$)
- ▶ Οι βαρείς πυρήνες αποδιεγείρονται σχεδόν αποκλειστικά μέσω διάσπασης α (γιατί;)

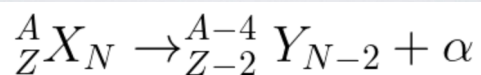
<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

COULOMB

- ▶ Η εκπομπή των σωματιδίων α επηρεάζεται σημαντικά από την ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση
- ▶ Γιατί προτιμάται το σωματίο α και όχι κάποιο άλλο συσσωμάτωμα, πχ. ^{12}C ;
- ▶ Το σωματίο α έχει μεγάλη ενέργεια σύνδεσης, $B(4,2) = 28.3 \text{ MeV}$
- ▶ Η Κ.Ε. γίνεται μέγιστη με την εκπομπή ενός σωματίου α

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΛΟΓΙΑ



αρχικά
τελικά

$m_x c^2$

$T_Y + m_Y c^2$

$T_\alpha + m_\alpha c^2$

$$m_x c^2 = T_Y + m_Y c^2 + T_\alpha + m_\alpha c^2$$
$$m_x c^2 - m_Y c^2 - m_\alpha c^2 = T_Y + T_\alpha$$
$$Q = T_Y + T_\alpha$$
$$Q = (m_x - m_Y - m_\alpha) c^2$$

Q-value της διάσπασης α

Αν $Q > 0$ τότε υπάρχει αυθόρμητη εκπομπή α

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ

$$Q = T_Y + T_\alpha$$

Αν ο αρχικός πυρήνας είναι ακίνητος τότε ανυσματικά:

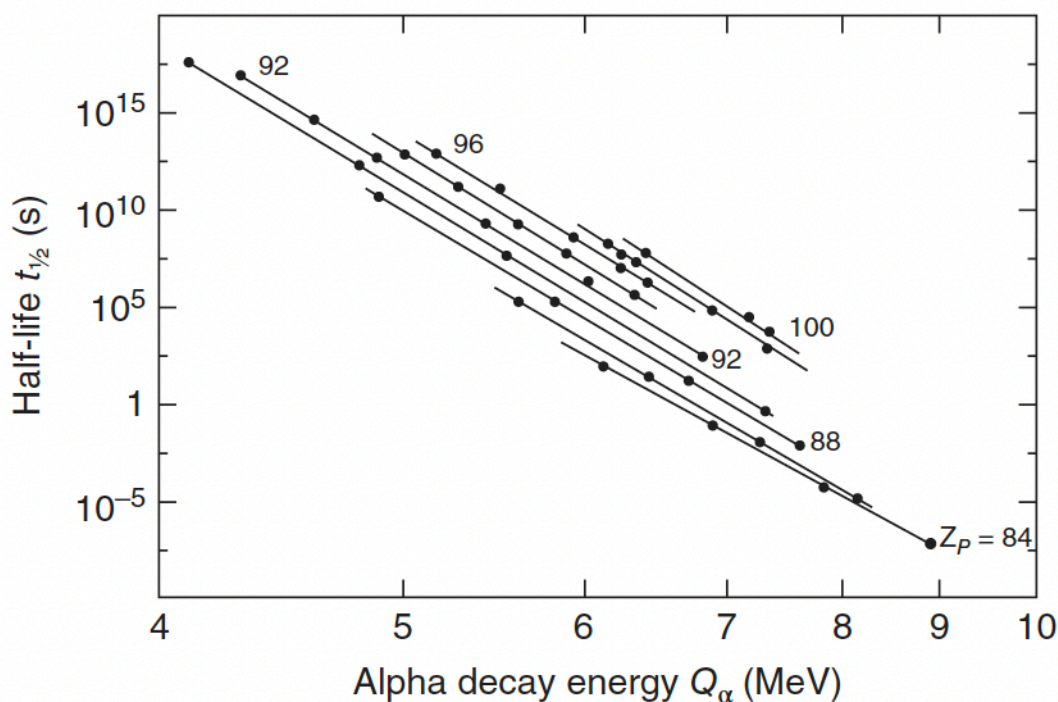
$$\vec{p}_x = 0 \Rightarrow \vec{p}_Y + \vec{p}_\alpha = 0 \Rightarrow \vec{p}_Y = -\vec{p}_\alpha$$

- τυπικές ενέργειες εκπομπής σωματίων α ~5 MeV
- επειδή $T_\alpha \ll m_\alpha c^2$, δεν υπάρχει σχετικιστική κίνηση

Αποδεικνύεται ότι:

$$T_\alpha \approx Q \left(1 - \frac{4}{A} \right)$$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΗ



ΝΟΜΟΣ GEIGER-NUTTALL

$$\log_{10}(\lambda) = A + B \log_{10}(R_\alpha)$$

Η εμβέλεια R_α του σωματίου α σχετίζεται με το χρόνο ημιζωής του ισότοπου που το εκπέμπει (σταθερά λ)

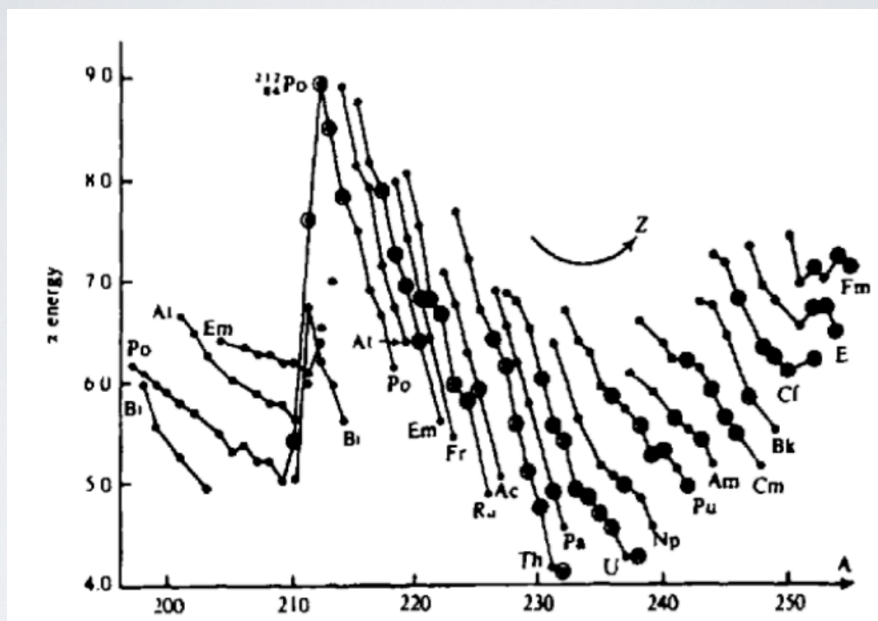
Αντίστοιχα, σχετίζεται και με την ενέργεια του σωματίου α

Ο εμπειρικός νόμος των Geiger-Nuttall εκφράζει τη σχέση $Q_\alpha \sim t_{1/2}$

Το εύρος τιμών των χρόνων ημιζωής είναι **τεράστιο**:

$$E \rightarrow 2E \rightarrow t_{1/2} \rightarrow t_{1/2} \times 10^{24}$$

ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΔΟΜΗΣ



Q-VALUE & ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ ΣΥΝΔΕΣΗΣ

$$Q = B(\alpha) + B\left(\frac{A-4}{Z-2}X_{N-2}\right) - B\left(\frac{A}{Z}X_N\right)$$

$$Q = B(4, 2) + B(A - 4, Z - 2) - B(A, Z)$$

$$Q = 28.3 - 4a_V + \frac{8}{3}a_S A^{-1/3} + 4a_C Z A^{-1/3} \left(1 - \frac{Z}{3A}\right) - 4a_{sym} \left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^2 + 3a_P A^{-7/4}$$

βλ. K. Krane

$${}^{226}\text{Th} \rightarrow Q = 6.75 \text{ MeV}$$

$$Q_{\text{exp}} = 6.45 \text{ MeV}$$

$${}^{232}\text{Th} \rightarrow Q = 5.71 \text{ MeV}$$

$$Q_{\text{exp}} = 4.08 \text{ MeV}$$

$${}^{220}\text{Th} \rightarrow Q = 7.77 \text{ MeV}$$

$$Q_{\text{exp}} = 8.95 \text{ MeV}$$

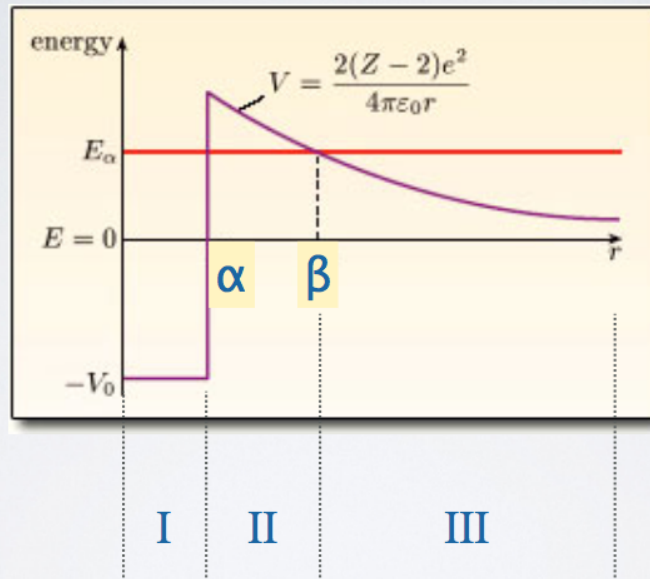
<http://mertimekis.gr> • @tmertzi

ΘΕΩΡΙΑ ΕΚΠΟΜΠΗΣ

- ▶ Αναπτύχθηκε σχεδόν ταυτόχρονα, αλλά ανεξάρτητα από το Gamow και τους Gurney & Condon
- ▶ Μονοδιάστατη προσέγγιση
- ▶ Θεωρεί αυτόνομο σωματίο μέσα σε πηγάδι δυναμικού (χωρίς να υπάρχει φυσική αναγκαιότητα!)
- ▶ Η εκπομπή του σωματίου α είναι το κβαντομηχανικό φαινόμενο σήραγγας

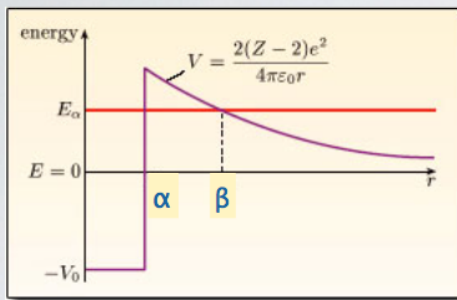
<http://mertimekis.gr> • @tmertzi

ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ



<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ



περιοχή I: $Q + V_0 = T_\alpha$

περιοχή II: απαγορευμένη περιοχή

περιοχή III: επιτρεπτή περιοχή
ελεύθερο σωματίο

Η εκπομπή διέπεται από κβαντομηχανικούς κανόνες που επιτρέπουν με κάποια πιθανότητα τη διέλευση εντός απαγορευμένων περιοχών

Ο φραγμός Coulomb (ή πυρηνικός φραγμός καλύτερα) είναι αυτός που εμποδίζει την εκπομπή

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΕΠΙΛΥΣΗ SCHROEDINGER

$$\lambda = f \cdot P$$

λ : σταθερά διάσπασης
 f : συχνότητα εμφάνισης στο φραγμό
 P : κβαντική πιθανότητα διέλευσης

$$f = \text{ταχύτητα/εύρος} = \mathbf{v/a}$$
$$V_0 \approx 35 \text{ MeV}$$

Υπολογίζεται ότι $f \approx 6 \cdot 10^{21}$ όταν $Q = 5 \text{ MeV}$

ΕΠΙΛΥΣΗ SCHRÖDINGER

$$\lambda = f P$$

λ : σταθερά διάσπασης
 f : συχνότητα εμφάνισης στο φραγμό δυναμικού
 P : πιθανότητα διέλευσης μέσω του φραγμού

$$f = \text{ταχύτητα} / \text{εύρος} = \mathbf{v/a}$$
$$V_0 \approx 35 \text{ MeV}$$

Υπολογίζεται ότι $\mathbf{f = 6 \cdot 10^{21}}$

ΕΠΙΛΥΣΗ SCHROEDINGER

Μέσο ύψος φραγμού: $(1/2)\{B(A,Z) - Q\}$
Μέσο εύρος φραγμού: $(1/2)(\beta - \alpha)$

$P = e^{-2G}$ όπου
G ο παράγοντας Gamow

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_{\alpha}^{\beta} (V(r) - Q)^{1/2} dr$$

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \frac{zZ'e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\arccos \sqrt{x} - \sqrt{x(1-x)} \right)$$

$$\mu\epsilon \quad x = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{Q}{B} \quad \& \quad x \ll 1$$

<http://mertimekis.gr> • @tmertzi

ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΣ GAMOW

Με ασυμπτωτική θεώρηση (και αρκετές πράξεις)
ο παράγοντας Gamow μπορεί να γραφεί απλά ως:

$$G = 3.97 \cdot ZE_{\alpha}^{-1/2} - 1.73Z^{-2/3}$$

Και οδηγεί στη σχέση για τη σταθερά διάσπασης:

$$\log \lambda = 21 - G \log(e) = 21 - 1.72 \cdot ZE_{\alpha}^{-1/2} + 0.75Z^{2/3}$$

<http://mertimekis.gr> • @tmertzi

ΧΡΟΝΟΣ ΗΜΙΖΩΗΣ

Με τελική αντικατάσταση προκύπτει ότι:

$$t_{1/2} = \ln 2 \left(\frac{a}{c} \right) \sqrt{\frac{mc^2}{2(V_0 + Q)}} \exp \left(2 \sqrt{\frac{2mc^2}{(\hbar c)^2 Q}} \left(\frac{zZ'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \left(\frac{\pi}{2} - 2 \sqrt{\frac{Q}{B}} \right) \right)$$

βλ. N.A. Jelley

ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ & ΟΜΟΤΙΜΙΑ

$$|I_i\rangle \longrightarrow |I_f\rangle$$
$$|I_i - I_f| \leq \Delta I \leq I_i + I_f$$

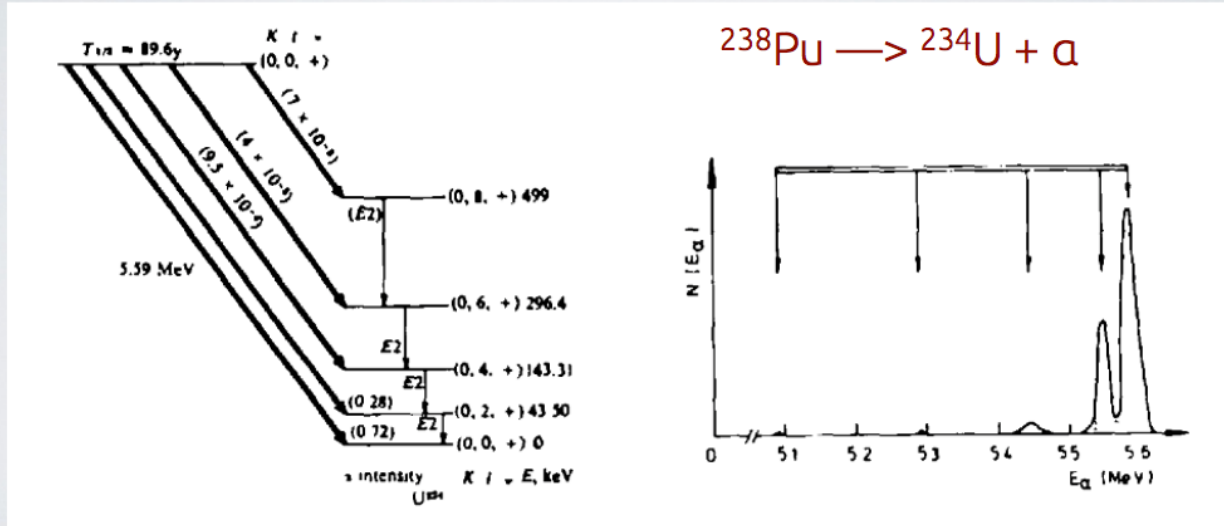
Όμως $J_\alpha = 0^+$
Επομένως $\Psi_\alpha \sim Y_{lm}$
και $P = (-1)^l$

Κανόνες επιλογής:

Ίδια ομοτιμία = l_α άρτια
Διαφορετική ομοτιμία = l_α περιττή

ΤΕΛΙΚΕΣ ΣΤΑΘΜΕΣ

Στην αποδιέγερση α, μπορούν να τροφοδοτηθούν περισσότερες από μια τελικές στάθμες στο θυγατρικό πυρήνα



γραμμικό φάσμα

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΤΕΛΙΚΕΣ ΣΤΑΘΜΕΣ

Η αποδιέγερση σε στάθμες με υψηλότερη στροφορή, το σωματίο α πρέπει να διασχίσει σύνθετο φραγμό **(Coulomb + φυγοκεντρικό)**

$$V^{\text{eff}}(r) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2}$$

Η σχετική αύξηση του φραγμού σε σχέση με το Coulomb, σ

$$\sigma = \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mR^2} \cdot \frac{4\pi\epsilon_0 R}{2Z_D e^2} = \frac{\pi\epsilon_0 \hbar \ell(\ell+1)}{m R Z_D e^2}$$

Z_D : φορτίο θυγατρικού

$$\sigma \simeq 0.002 \ell(\ell+1)$$

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΤΕΛΙΚΕΣ ΣΤΑΘΜΕΣ

$$\lambda_\alpha \cong \frac{z Z_D e^2}{2\epsilon_0 \hbar v} - \frac{1}{\hbar} \left(\frac{8z Z_D e^2 m R}{\pi \epsilon_0} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{\sigma}{2} \right)$$

Για
 $Z_D = 86$
 $R = 9.87 \text{ fm}$
 $Q_\alpha = 4.88 \text{ MeV}$

ℓ	$\frac{\lambda_\alpha(\ell)}{\lambda_\alpha(\ell=0)}$
0	1
1	0.7
2	0.37
3	0.137
4	0.037
5	7.1×10^{-3}
6	1.1×10^{-3}

ΤΕΛΙΚΑ, ΓΙΑΤΙ ΑΛΦΑ ΚΑΙ ΟΧΙ ΑΛΛΟ;

Για οποιοδήποτε σύστημα με φορτίο Z_1 , ο συντελεστής διέλευσης εξαρτάται από τον εκθέτη γ_{12}

$$\gamma_{12} \propto \sqrt{\frac{m_1}{E}} Z_1 (Z - Z_1)$$

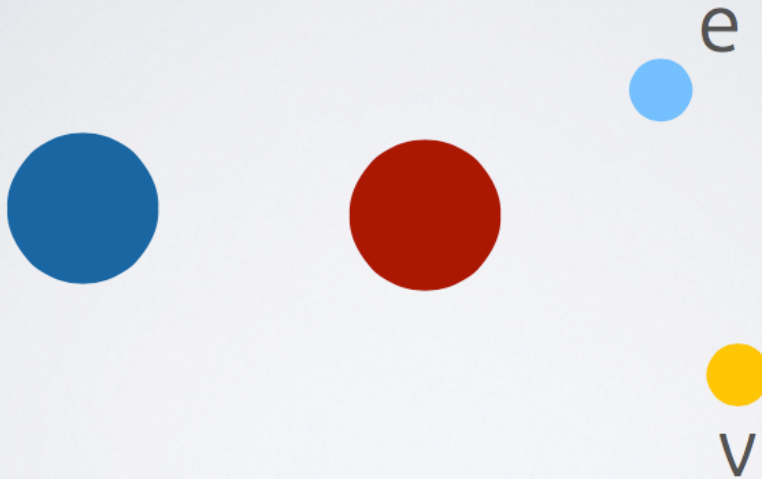
Αργή συνάρτηση ως προς τη μάζα
Όσο πιο ελαφρύς, τόσο πιο πιθανός

p,n: Δεν έχουν ενέργεια σύνδεσης B

d: η ενέργεια σύνδεσης είναι ανάμεσα σε p-n και οδηγεί σε αρνητική εκπομπή ενέργειας → άτομο

^{12}C : μπορεί να εκπεμφεί αλλά με ΠΟΛΥ ΜΙΚΡΟΤΕΡΗ πιθανότητα

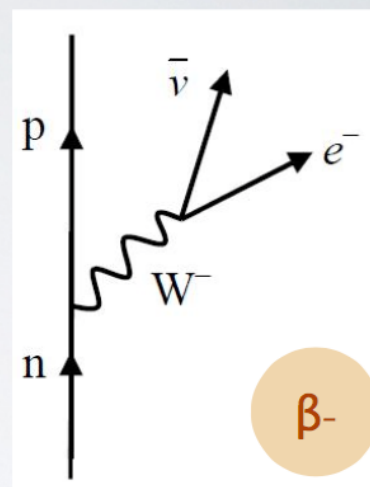
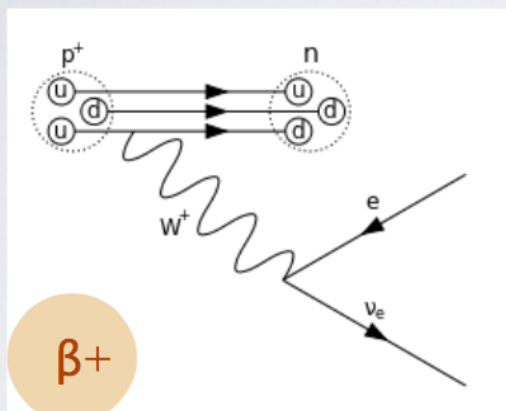
Η ΔΙΑΣΠΑΣΗ ΒΗΤΑ



ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

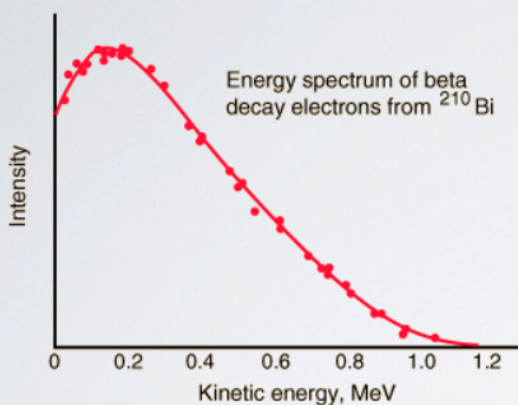
- ▶ Παρατηρήθηκε από τη χαραυγή της Πυρηνικής Φυσικής
- ▶ Σωματία β \longleftrightarrow ηλεκτρόνια ή ποζιτρόνιο
- ▶ Η ασθενής πυρηνική αλληλεπίδραση είναι υπεύθυνη για τη διάσπαση β
- ▶ Η διάσπαση β είναι βασικό εργαλείο για την παρατήρηση του (αποκλειστικά) ασθενώς αλληλεπιδρώντος νετρίνο
- ▶ Έχει πολλές εφαρμογές πχ. τομογραφία PET, βηταβολταϊκά στοιχεία, βραχυθεραπεία κ.ά.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΦΕΥΝΜΑΝ



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

Η ΑΠΟΔΙΕΓΕΡΣΗ



αποδιέγερση β^-
 $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

αποδιέγερση β^+
 $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$

σύλληψη ατομικού ηλεκτρονίου (EC)

$e^- + p \rightarrow n + \nu_e$

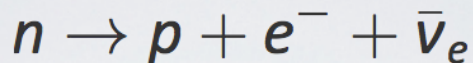
<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΠΡΩΙΜΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- ▶ Η φασματοσκοπία των σωματίων β που εκπέμπονται από τα ασταθή ισότοπα δεν μπορεί να περιγραφεί από μια θεωρία ανάλογη της εκπομπής των σωματίων α (δυναμικό)
- ▶ Το φάσμα της διάσπασης β δεν είναι γραμμικό (αυστηρά καθορισμένη ενέργεια), αλλά **συνεχές**
- ▶ Πρώιμη εξήγηση: τα ηλεκτρόνια εκπέμπονται και αλληλεπιδρούν με το ατομικό περιβάλλον. Πειράματα ολικής θερμιδομετρίας έδειξαν ασυμφωνία με την υπόθεση αυτή
- ▶ **PAULI**: ταυτόχρονη εκπομπή ενός ακόμη σωματιδίου (νεutrino)

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

Q-VALUE



αρχικά
τελικά

m_n

m_p

m_e

m_ν

$$Q = (m_n - m_p - m_e - m_\nu)c^2$$

Q-value της αποδιέγερσης β
Αν $Q > 0$ τότε υπάρχει αυθόρμητη εκπομπή

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΜΑΖΑ ΝΕΤΡΙΝΟΥ

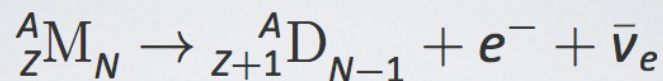
$$Q_{\beta^-} = 939.565 - 938.271 - 0.511 - m_\nu c^2$$
$$Q_{\beta^-} = 0.783 - m_\nu c^2$$

$$Q_{\beta^-}(\text{exp}) = 0.782347 \pm 0.000001 \text{ MeV}$$

Σημερινό όριο μάζας νετρίνου
 $m_\nu < 2.2 \text{ eV}$

Πρακτική για την αποδιέγερση β
 $m_\nu = 0 \Rightarrow u_\nu = c$

B-



$$Q_{\beta^-} = [m_N(A, Z) - m_N(A, Z+1) - m_e] c^2$$

$m_N(A, Z)$ μάζα πυρήνα

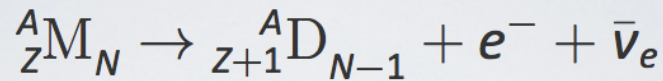
$$m(A, Z) = [m_N(A, Z) + Zm_e] c^2 - \sum_i B_i$$

$m(A, Z)$ μάζα ατόμου
 B_i ενέργεια σύνδεσης ηλεκτρονίων

$$Q_{\beta^-} = [m(A, Z) - Zm_e] c^2 - [m(A, Z+1) - (Z+1)m_e - m_e] c^2 +$$
$$+ [\sum^Z B_i - \sum^{Z+1} B_i]$$

Τελικά $Q_{\beta^-} = [m(M) - m(D)] c^2$

Q-VALUE B-

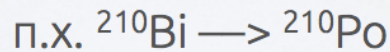


Υποθέτοντας ότι η ενέργεια ανάκρουσης του p
μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα

$$Q_{\beta^-} = T_e + E_\nu$$

Στις ακραίες περιπτώσεις

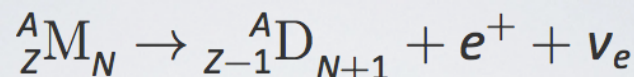
$$Q_{\beta^-} = (T_e)_{\max} = (E_\nu)_{\max}$$



$$Q_{\beta^-} = 209.984120\text{u} - 209.982874\text{u} = 0.001246\text{u}$$

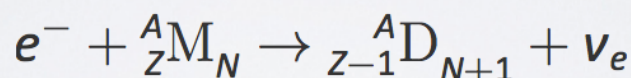
$$Q_{\beta^-} = 1.161 \text{ MeV}$$

EC, B+



$$Q_{\beta^+} = [m(A, Z) - Zm_e] c^2 - [m(A, Z-1) - (Z-1)m_e] c^2 - m_e c^2$$

Τελικά $Q_{\beta^+} = [m(M) - m(D) - 2m_e] c^2$



Ομοίως $Q_{\text{EC}} = [m(M) - m(D)] c^2 - B_n$

Ο θυγατρικός πυρήνας βρίσκεται σε διεγερμένη στάθμη

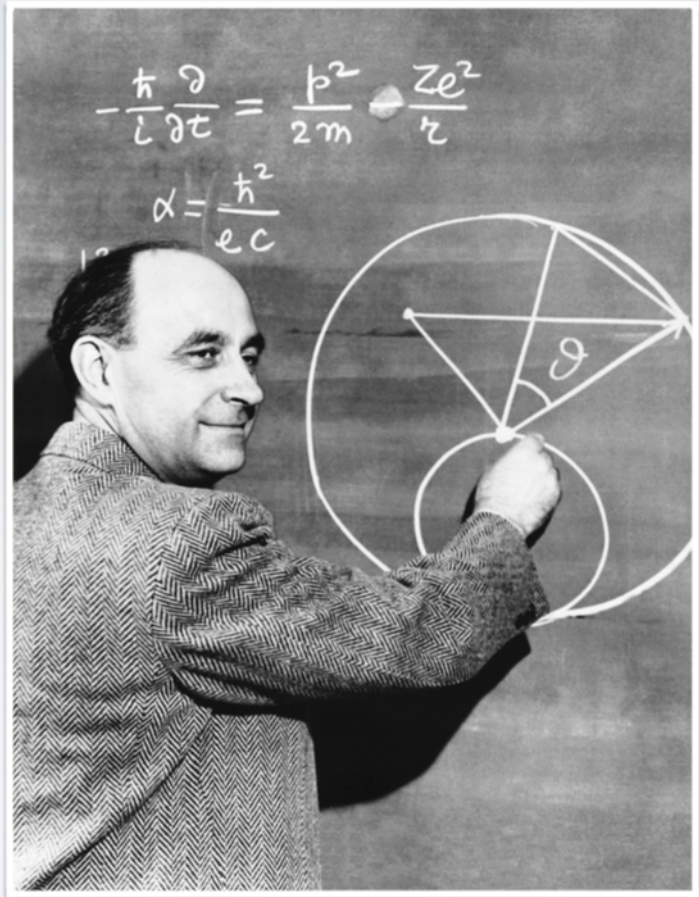
EC, B+

- ▶ Είναι ανταγωνιστικές διεργασίες
- ▶ Η EC δεν έχει την ενεργειακή απαίτηση της β^- , δηλ. απαιτείται διαθέσιμη ενέργεια $2m_e c^2$
- ▶ Αν υπάρχει αυθόρμητη εκπομπή β^+ , τότε πάντα υπάρχει και η EC, όχι όμως το αντίθετο

ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΜΕ ΑΛΦΑ

- ▶ Στη διάσπαση α υπάρχει φραγμός δυναμικού
- ▶ Το σωματίο α θεωρείται ότι είναι ήδη σχηματισμένο εντός του πυρήνα και ζει αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα ώσπου να “δραπετεύσει”
- ▶ Το σωματίο β (και το νεutrίνο) δημιουργείται και αμέσως μετά εκπέμπεται
- ▶ Οι ταχύτητες των β είναι σχετικιστικές
- ▶ Υπάρχει συνεχές φάσμα β , ενώ γραμμικό για τα α

Η ΘΕΩΡΙΑ FERMI



<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΡΥΘΜΟΣ ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f)$$

V_{fi} : άγνωστο δυναμικό της διεργασίας που οδηγεί σε β
 $\rho(E_f)$: πυκνότητα σταθμών στην τελική κατάσταση

$$V_{fi} = \langle \Psi_f | V | \Psi_i \rangle$$

$$\rho(E_f) = \frac{dn}{dE_f}$$

Όσο περισσότερες στάθμες, τόσο πιο πιθανή η
μετάβαση στην τελική => πραγματοποίηση εκπομπής β

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΔΥΝΑΜΙΚΟ

Για το δυναμικό, ο Fermi δε γνώριζε τίποτε. Οι δυνατοί τύποι (O_x) είναι:

- V (vector)
- A (axial)
- S (scalar)
- P (pseudoscalar)
- T (tensor)

V-A επιβεβαιώθηκε
από το πείραμα

$$V_{fi} = g \int [\Psi_f^* \varphi_e^* \varphi_v^*] O_x \Psi_i^* dV$$

ισχύς
αλληλεπίδρασης

ΦΑΣΜΑ

Στο χώρο των φάσεων, η πυκνότητα καταστάσεων εξαρτάται από την κατανομή των σταθμών ανά ορμή, δηλ.

$$dV = 4\pi p^2 dp \quad dn_e = \frac{4\pi p^2 dp V}{h^3}$$

$$d^2 n = dn_e n_v = \frac{(4\pi)^2 p^2 q^2 dp dq V^2}{h^6} = \frac{(4\pi V)^2}{h^6} p^2 q^2 dp dq$$

$$\varphi_e(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}} \left(1 + \frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r} \right)$$

$$\varphi_v(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}/\hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}} \left(1 + \frac{i}{\hbar} \vec{q} \cdot \vec{r} \right)$$

επιτρεπόμενη
προσέγγιση

ΡΥΘΜΟΣ ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ

$$d\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} g^2 |M_{fi}|^2 (4\pi)^2 \frac{p^2 q^2 dp dq}{h^6 dE_f}$$

M_{fi} : Πίνακας μετάβασης που οφείλεται αποκλειστικά στο πυρηνικό δυναμικό

$$M_{fi} = \int \Psi_f^* O_\chi \Psi_i dV$$

Αγνοώντας την αμελητέα ενέργεια του πρωτονίου

$$E_f = E_e + E_\nu = E_e + qc \Rightarrow \frac{dE_f}{dq} = c \Rightarrow \frac{dq}{dE_f} = \frac{1}{c}$$

ΦΑΣΜΑ ΟΡΜΗΣ

$$d\lambda = N(p) dp = \left(\frac{2\pi}{\hbar} g^2 |M_{fi}|^2 \frac{(4\pi)^2}{ch^6} \right) p^2 q^2 dp = \mathbb{C} p^2 q^2 dp$$

$$Q = T_e + T_\nu = T_e + qc \Rightarrow q = \frac{Q - T_e}{c} = \frac{Q - \left(\sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2 \right)}{c}$$

επομένως:

$$N(p) = \frac{\mathbb{C}}{c^2} (Q - T_e)^2 p^2 = \frac{\mathbb{C}}{c^2} \left(Q - \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} + m_e c^2 \right)^2$$

Για $p=0 \rightarrow N(p)=0$

Για $Q=T_e \rightarrow N(p)=0$ endpoint

ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟ ΦΑΣΜΑ

ομοίως:

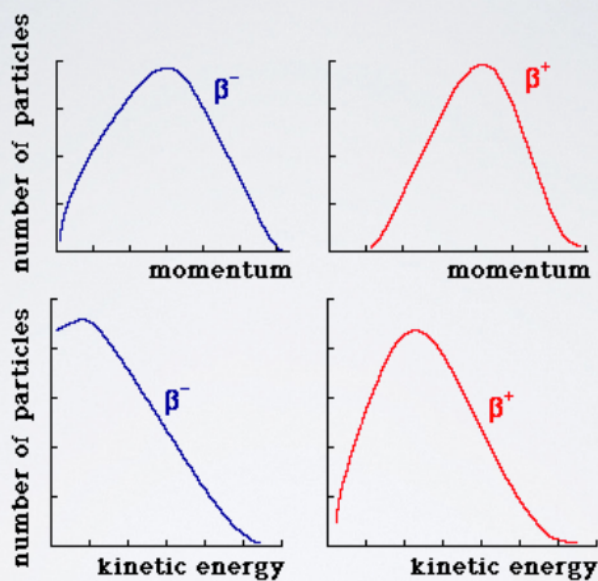
$$N(T_e) = \frac{C}{c^5} (T_e^2 + 2T_e m_e c^2)^{1/2} (Q - T_e)^2 (T_e + m_e c^2)$$

Για $T_e=0 \rightarrow N(T_e)=0$

Για $T_e=Q \rightarrow N(T_e)=0$ endpoint

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟ ΦΑΣΜΑ



Υπάρχει διαφορά ανάμεσα στις β^- , β^+ λόγω Coulomb.
Η διαφορά εκφράζεται μέσω του παράγοντα Fermi $F(Z_D, p)$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

Ο ΠΙΝΑΚΑΣ M_{fi}

M_{fi} : Πίνακας μετάβασης που οφείλεται αποκλειστικά στο πυρηνικό δυναμικό. Στην επιτρεπόμενη προσέγγιση, δεν επηρεάζει το τελικό φάσμα

Υπάρχουν όμως περιπτώσεις που δεν παρατηρείται φάσμα

Η λύση δίνεται με περισσότερους όρους στο ανάπτυγμα

Τότε μιλάμε για "**απαγορευμένες**" αποδιεγέρσεις

ΟΡΟΙ ΣΤΟ ΦΑΣΜΑ

► Το πλήρες φάσμα περιλαμβάνει 3+1 βασικούς όρους

1. Στατιστικός όρος $p^2(Q - T_e)^2$

2. Παράγοντας Fermi $F(Z', p)$ λόγω του ηλεκτρικού πεδίου του πυρήνα

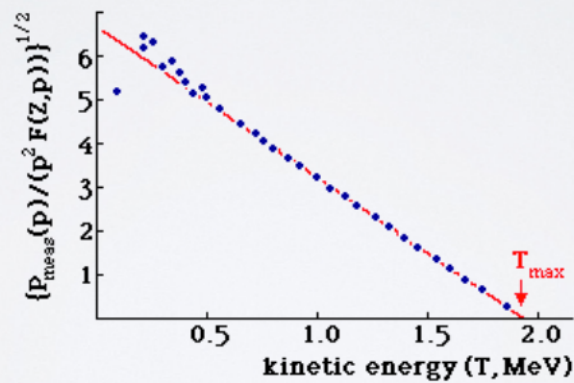
3. Πυρηνικό στοιχείο πίνακα μετάβασης που συνδέει συγκεκριμένες αρχικές και τελικές στάθμες, $|M_{fi}|^2$

4. Το στοιχείο πίνακα μπορεί να περιλαμβάνει όρους για την κατανομή της ορμής $e, \nu \rightarrow$ παράγοντας μορφής $S(p, q)$

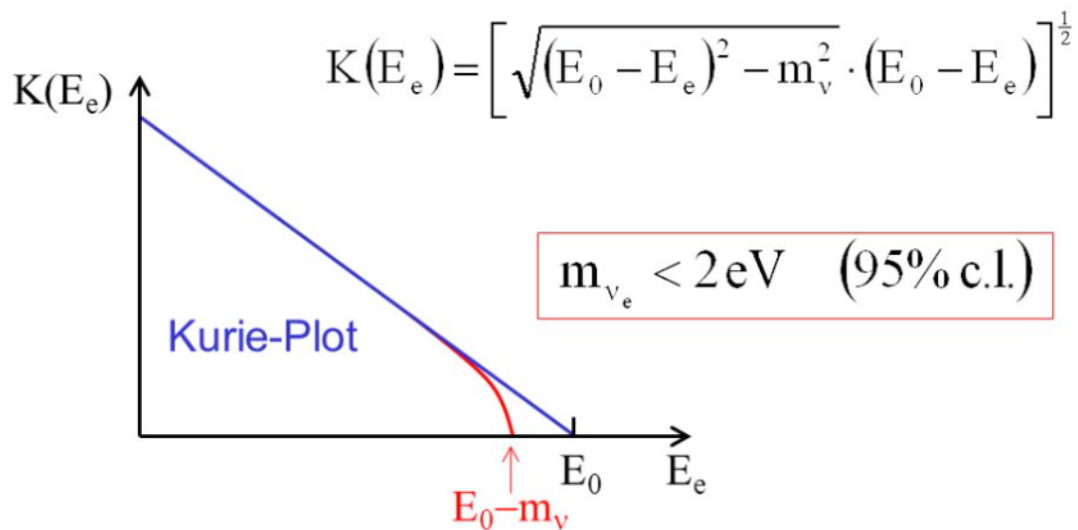
$$N(p) \sim (Q - T_e)^2 p^2 F(Z', p) |M_{fi}|^2 S(p, q)$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ KURIE

$$(Q - T_e) \sim \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z', p)}}$$



MAZA NETPINOY



ΣΥΝΟΛΙΚΟΣ ΡΥΘΜΟΣ ΔΙΑΣΠΑΣΗΣ

$$\lambda = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \int_0^{p_{max}} F(Z', p) p^2 (Q - T_e)^2 dp$$

Γνωρίζοντας ότι: $cp_{max} = \sqrt{E_0^2 - m_e^2 c^4}$

Το ολοκλήρωμα μπορεί να γραφεί *αδιάστατα*:

$$f(Z, E_0) = \frac{1}{(m_e c^2)^3 (m_e c^2)^2} \int_0^{p_{max}} F(Z', p) p^2 (E_0 - E_e)^2 dp$$

Ολοκλήρωμα
Fermi

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ FERMI

Το ολοκλήρωμα λαμβάνει τιμές από πίνακες για συγκεκριμένα ζεύγη (Z', E_0)

Με αντικατάσταση, ο συνολικός ρυθμός διάσπασης:

$$\lambda = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} f(Z', E_0)$$

$$\frac{1}{t_{1/2}} = 0.693 \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} f(Z', E_0)$$

τιμή ft

$$ft_{1/2} \propto \frac{1}{g^2 |M_{fi}|^2}$$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

TIMH FT

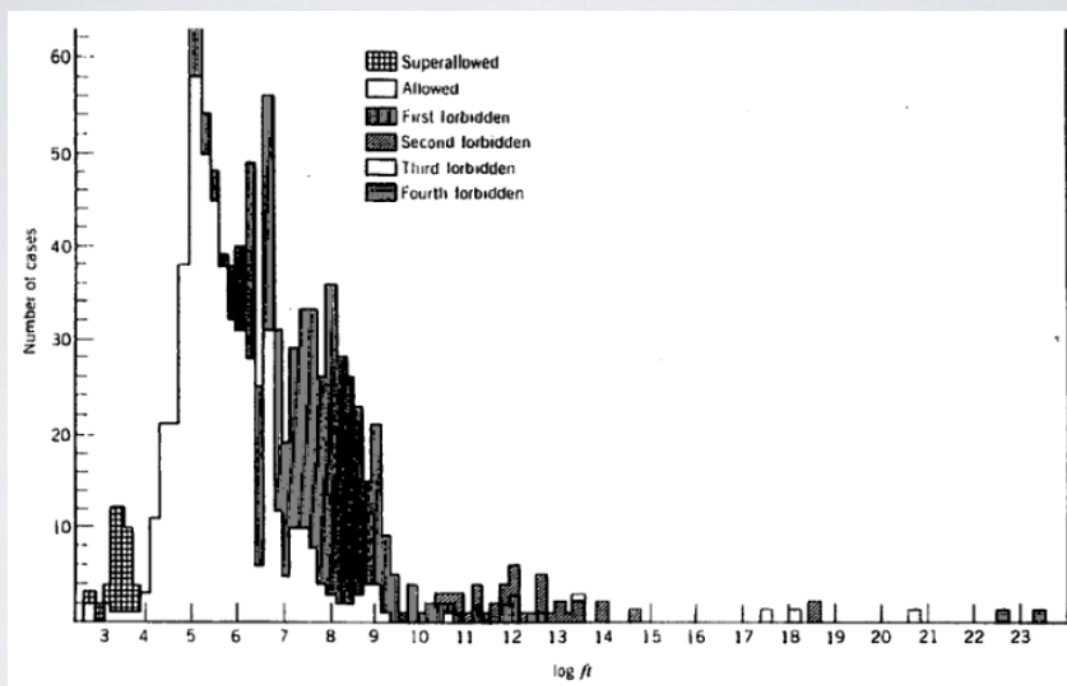
Οποιοδήποτε διαφορές παρατηρούνται στην τιμή ft αποδίδονται αποκλειστικά στις διαφορές του πυρηνικού στοιχείου πίνακα

Το εύρος τιμών των χρόνων ημιζωής είναι $\Delta t \sim (10^{-3} - 10^{20}) \text{ sec}$

Για το λόγο αυτό συνήθως χρησιμοποιείται ο δεκαδικός λογάριθμος: **$\log_{10} ft$**

$\log_{10} ft = 3-4$ διαθέτουν οι “υπερ-επιτρεπτές” αποδιεγέρσεις (πχ. $0^+ \rightarrow 0^+$)

LOG₁₀FT



ΙΣΧΥΣ ΑΣΘΕΝΟΥΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ

Για $0^+ \rightarrow 0^+$ $g=0.88 \cdot 10^{-4} \text{ MeV fm}^3$

Με αδιαστατοποίηση $G = g \frac{m_N^2 c}{\hbar^3}$

Η τιμή της σταθεράς $G = 10^{-5}$ αν τεθεί η ισχύς της ισχυρής πυρηνικής αλληλεπίδρασης $g_{\text{strong}}=1$

Ισχυρή	H/M	Ασθενής	Βαρυτική
1	10^{-2}	10^{-5}	10^{-34}

FERMI / GAMOW-TELLER

e, ν είναι φερμιόνια
 $S_e=S_\nu=1/2$

Αν $S_{0\lambda}=0$ τότε έχουμε αποδιέγερση
 τύπου **Fermi**

Αν $S_{0\lambda}=1$ τότε έχουμε αποδιέγερση
 τύπου **Gamow-Teller**

$$l_i = l_f = 0$$



$$l_i = l_f + 1$$

Επομένως $\Delta I = 0$ ή $\Delta I = 1$

ΚΑΝΟΝΕΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

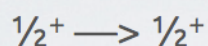
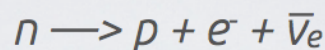
Για επιτρεπτές αποδιεγέρσεις

$\Delta I = 0$ ή $\Delta I = 1$
χωρίς αλλαγή ομοτιμίας

Π.Χ.	$^{14}\text{O} \longrightarrow ^{14}\text{N}^*$	$^6\text{He} (0^+) \longrightarrow ^6\text{Li} (1^+)$
	$^{34}\text{Cl} \longrightarrow ^{34}\text{S}$	$^{13}\text{B} (3/2^-) \longrightarrow ^{13}\text{C} (1/2^-)$
	$^{10}\text{C} \longrightarrow ^{10}\text{B}^*$	$^{230}\text{Pa} (2^-) \longrightarrow ^{230}\text{Th}^* (1^-)$
		$^{111}\text{Sn} (7/2^+) \longrightarrow ^{111}\text{In} (9/2^-)$
	μεταβάσεις Fermi $0^+ \longrightarrow 0^+$	μεταβάσεις Gamow-Teller

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΔΙΑΣΠΑΣΗ ΝΕΤΡΟΝΙΟΥ



Υπάρχουν αποδιεγέρσεις που είναι ανάμεικτες
Ορίζεται ο παράγοντας ανάμειξης F-GT, y :

$$y = \frac{g_F M_F}{g_{GT} M_{GT}} \quad \text{Για } 0^+ \longrightarrow 0^+ \quad g_F = g$$

για τη διάσπαση του νετρονίου, $|M_{fi}| = 1$ και άρα:

$$\lambda \sim g_F^2 M_F^2 \left(1 + \frac{1}{y^2} \right) \Rightarrow y_{exp} = 0.476(3)$$

82% GT, 18% F

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΚΑΝΟΝΕΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Για (πρώτες) απαγορευμένες αποδιεγέρσεις

$$\Delta I = 0 \text{ ή } \Delta I = 1 \text{ ή } \Delta I = 2$$

με αλλαγή ομοτιμίας

π.χ.



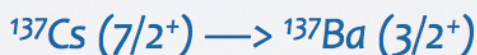
ΚΑΝΟΝΕΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Για (δεύτερες) απαγορευμένες αποδιεγέρσεις

$$\Delta I = 2 \text{ ή } \Delta I = 3$$

χωρίς αλλαγή ομοτιμίας

π.χ.

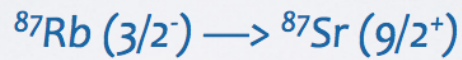


ΚΑΝΟΝΕΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Για (τρίτες) απαγορευμένες αποδιεγέρσεις

$\Delta I = 3$ ή $\Delta I = 4$
με αλλαγή ομοτιμίας

π.χ.

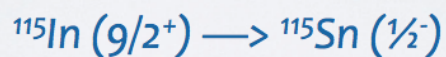


ΚΑΝΟΝΕΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

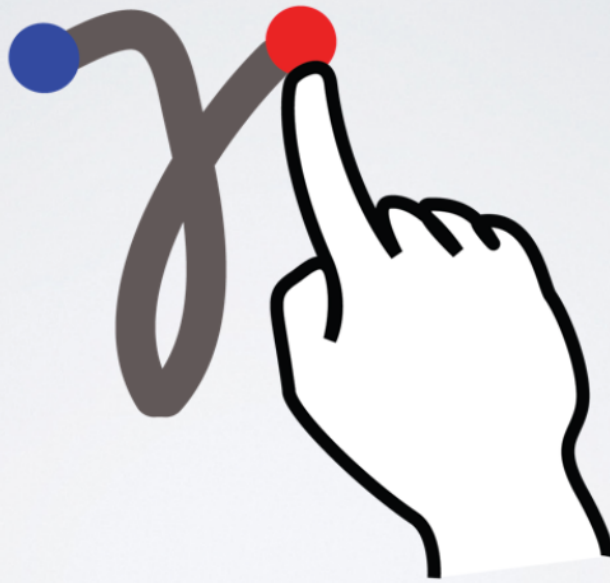
Για (τέταρτες) απαγορευμένες αποδιεγέρσεις

$\Delta I = 4$ ή $\Delta I = 5$
χωρίς αλλαγή ομοτιμίας

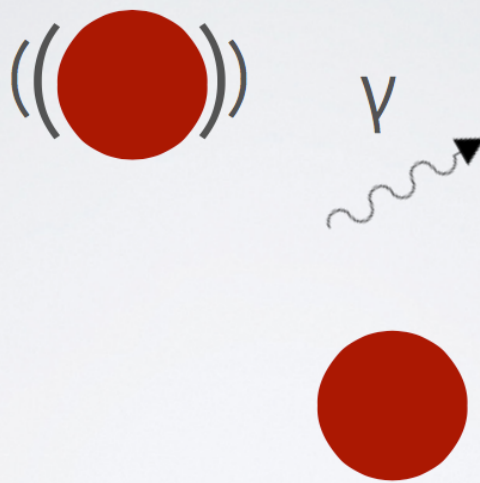
π.χ.



ΣΠΑΝΙΟΤΑΤΟ



Η ΔΙΑΣΠΑΣΗ ΓΑΜΜΑ

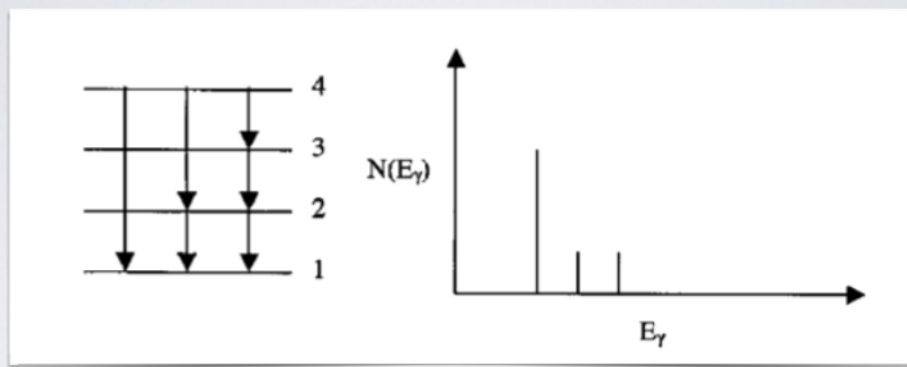


ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

- ▶ Οι διασπάσεις α και β αφήνουν συνήθως τους πυρήνες σε διεγερμένους καταστάσεις. Η αποδιέγερση αυτών συμβαίνει ταχύτητα με συνοδεία εκπομπής κβάντων φωτός
- ▶ Τα κβάντα φωτός είναι η ακτινοβολία γ
- ▶ Η ακτινοβολία γ έχει ενέργεια μεταξύ 10-10000 keV
- ▶ Λόγω της μεγάλης εμβέλειας, η ακτινοβολία γ είναι ένα από τα πιο καθιερωμένα εργαλεία για τη μελέτη των πυρήνων
- ▶ Οι πληροφορίες που λαμβάνουμε είναι ιδιαίτερα χρήσιμες για τον καθορισμό της δομής των ισοτόπων (πχ σπιν/ομοτιμία)

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

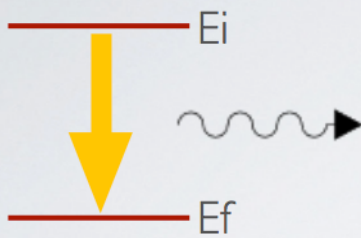
ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟ ΦΑΣΜΑ



Το φάσμα είναι γραμμικό και καλά καθορισμένο από τις ενεργειακές μεταβάσεις μεταξύ των κβαντικών σταθμών

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΤΗ ΔΙΑΣΠΑΣΗ ΓΑΜΜΑ



Για πυρήνα με μάζα M που αποδιεγείρεται με ταυτόχρονη εκπομπή γ , η ΔE και η ΔD δίνουν

$$E_i = E_f + T_R + E_\gamma$$

$$0 = \vec{p}_R + \vec{p}_\gamma$$

$$p_\gamma = p_R$$

$$E_\gamma = cp_\gamma$$

$$\Delta E = E_\gamma + T_R$$

$$\Delta E = E_\gamma + \frac{p_R^2}{2M}$$

$$\Delta E = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$$

Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΤΗ ΔΙΑΣΠΑΣΗ ΓΑΜΜΑ

Η επίλυση της εξίσωσης δίνει:

$$E_\gamma = Mc^2 \left[-1 \pm \left(1 + 2 \frac{\Delta E}{Mc^2} \right)^{1/2} \right]$$

$\Delta E \sim \text{MeV}$ και $M \sim A \text{ GeV}$ οπότε

$$E_\gamma \approx \Delta E - \frac{(\Delta E)^2}{2Mc^2}$$

Επομένως η διαφορά των ενεργειακών επιπέδων είναι σε επίπεδο 10^{-5} ίση με την ενέργεια της ακτίνας γ
ΜΟΝΑΔΙΚΗ εξαίρεση το φαινόμενο Moessbauer

ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ

Σε κβαντομηχανικό επίπεδο η εκπομπή ακτινοβολίας γ εκφράζεται από το ρυθμό διάσπασης:

$$\lambda(l, I_i, \pi \rightarrow I_f, \pi) = \frac{8\pi(l+1)}{l[(2l+1)!!]^2} \frac{k^{2l+1}}{\hbar} B(l, I_i, \pi \rightarrow I_f, \pi)$$

$k = 2\pi E_\gamma / \hbar c$, B : ανηγμένος ρυθμός μετάβασης

$$B(l, I_i, \pi \rightarrow I_f, \pi) = \frac{1}{2I_i + 1} |\langle I_f \xi || O_l || I_i \xi \rangle|^2$$

ηλεκτρικά $e r^L Y_{LM}(\vartheta, \varphi)$

δίπολο $\rightarrow L = 1 \quad e z$

τετράπολο $\rightarrow L = 2 \quad e(3z^2 - r^2)$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΠΟΛΥΠΟΛΑ

$$\lambda(EL) \approx \frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \left(\frac{E}{\hbar c}\right)^{2L+1} \left(\frac{3}{L+3}\right)^2 cR^{2L}$$

Οι χαμηλότερες τάξεις (λ σε Hz, E σε MeV):

$$\lambda(E1) = 1.0 \times 10^{14} A^{2/3} E^3$$

$$\lambda(E2) = 7.3 \times 10^7 A^{4/3} E^5$$

$$\lambda(E3) = 34 \times A^2 E^7$$

$$\lambda(E4) = 1.1 \times 10^{-5} A^{8/3} E^9$$

τιμές από K.Krane

Εκτιμήσεις
Weisskopf

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΟΛΥΠΟΛΑ

$$\lambda(ML) \approx \frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2} \left(\mu_p - \frac{1}{L+1}\right)^2 \left(\frac{\hbar}{m_p c}\right)^2 \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}\right) \\ \times \left(\frac{E}{\hbar c}\right)^{2L+1} \left(\frac{3}{L+2}\right)^2 cR^{2L-2}$$

Οι χαμηλότερες τάξεις:

$$\begin{aligned}\lambda(M1) &= 0.56 \times 10^{14} E^3 \\ \lambda(M2) &= 3.5 \times 10^7 A^{2/3} E^5 \\ \lambda(M3) &= 16 \times A^{4/3} E^7 \\ \lambda(M4) &= 4.5 \times 10^{-6} A^2 E^9\end{aligned}$$

Εκτιμήσεις
Weisskopf

τιμές από K.Krane

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΕΚΤΙΜΗΣΕΙΣ WEISSKOPF

Δεν αποτελούν ακριβείς εκτιμήσεις για το ρυθμό διάσπασης

Δίνουν πληροφορίες για το αν υπάρχει συλλογικότητα στην εκπομπή του φωτονίου γ

Βασικά συμπεράσματα:

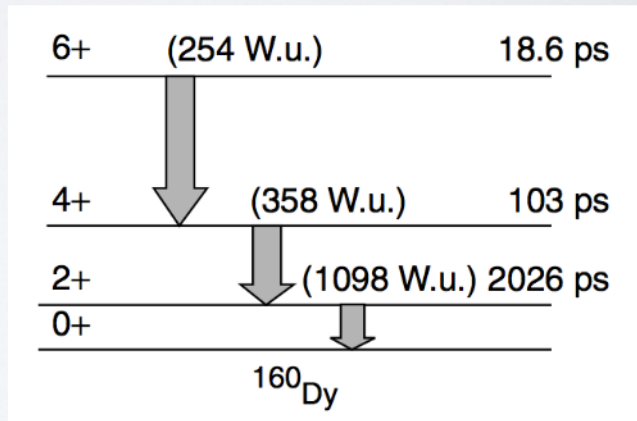
- ** οι χαμηλότερες τάξεις είναι κυρίαρχες
- ** για δεδομένη τάξη, το ηλεκτρικό πολύπολο είναι δυο τάξεις μεγέθους ισχυρότερο (ιδιαίτερα σε μεσαίους και βαρείς πυρήνες)

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΣΥΛΛΟΓΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

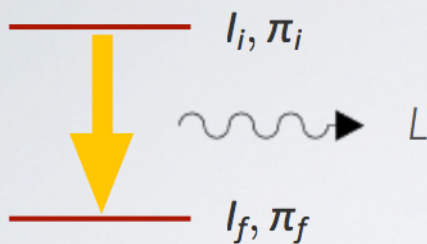
Ενισχύει τη μαζικότητα στις αποδιεγέρσεις

Συνήθως μεταβάσεις E2 παρουσιάζουν μεγάλες αποκλίσεις από τις εκτιμήσεις Weisskopf



<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΣΤΡΟΦΟΡΜΕΣ



Η σχέση για τις στροφορμές είναι:

$$I_i = L + I_f$$

επομένως:

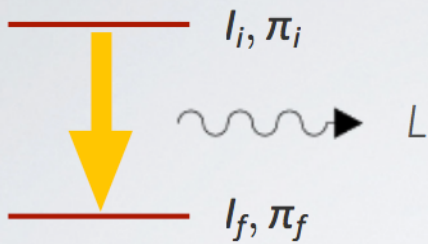
$$|I_i - I_f| \leq L \leq I_i + I_f$$

Πρακτικά:

$$\begin{array}{l} I_i = \frac{3}{2} \\ I_f = \frac{5}{2} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} I_i = \frac{3}{2} \\ I_f = \frac{5}{2} \end{array}} \right\} L = 1, 2, 3, 4$$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΟΜΟΤΙΜΙΑ



Τα ηλεκτρικά και μαγνητικά πολύπολα διαφέρουν στην ομοτιμία τους

$$\pi(EL) = (-1)^L$$

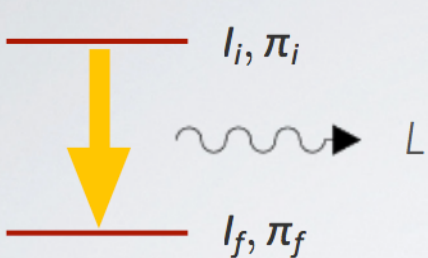
$$\pi(ML) = (-1)^{L+1}$$

Επομένως

ηλεκτρικά πολύπολα \rightarrow **Άρτια** ομοτιμία

μαγνητικά πολύπολα \rightarrow **Περιττή** ομοτιμία

ΟΜΟΤΙΜΙΑ



$$l_i = \frac{3^+}{2} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \pi_i \pi_f = +$$

$$l_f = \frac{5^+}{2}$$

επομένως:

Η εκπεμπόμενη ακτινοβολία είναι εξαιτίας
M1, E2, M3, E4

ΚΑΝΟΝΕΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

$L \neq 0$

$$|l_i - l_f| \leq L \leq l_i + l_f$$

$$\pi_i \pi_f = + \quad \text{άρτια } E, \text{ περιττά } M$$

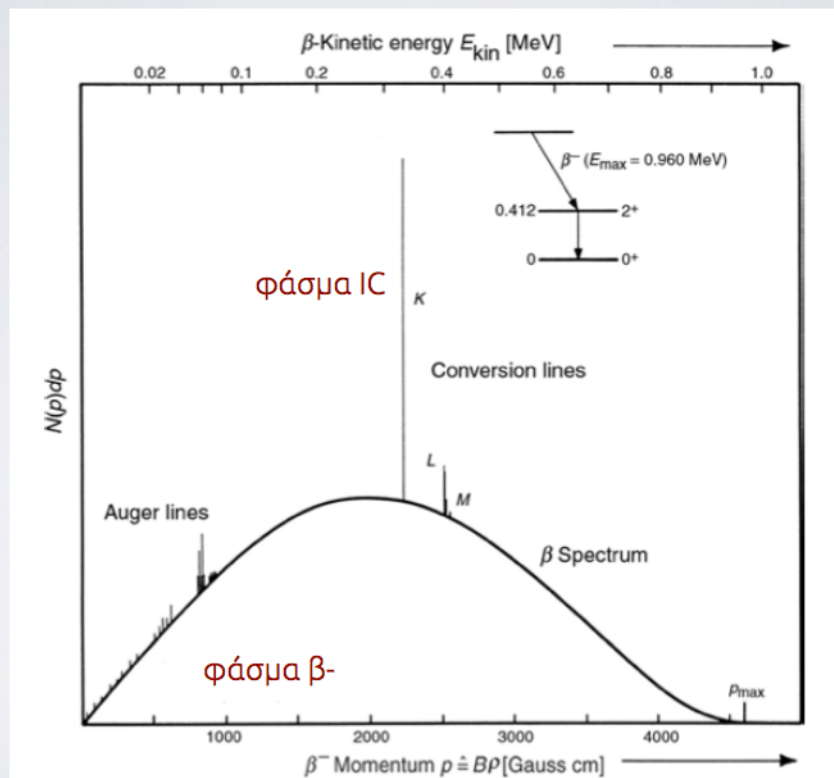
$$\pi_i \pi_f = - \quad \text{περιττά } E, \text{ άρτια } M$$

Για μεταβάσεις με ίδιο αρχικό και τελικό σπιν, η εκπεμπόμενη ακτινοβολία είναι της χαμηλότερης δυνατής τάξης: **δίπολο $L = 1$**

ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ (IC)

- ☼ Ανταγωνιστική διαδικασία με την εσωτερική μετατροπή/εκπομπή γ
- ☼ Υπάρχει αλληλεπίδραση του πυρήνα με ατομικά ηλεκτρόνια, τα οποία διαφεύγουν
- ☼ Δεν υπάρχει εκπομπή ακτινοβολίας, το φωτόνιο γ απορροφάται από το τροχιακό ηλεκτρόνιο
- ☼ $E(IC) = E(\text{μετάβασης}) - BE(e)$

ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ (IC)



<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΛΟΓΟΣ IC

☀ Η σχετική ισχύς IC-γ εκφράζεται μέσω του συντελεστή εσωτερικής μετατροπής, α

$$\alpha = \frac{\text{number of internal conversion decays}}{\text{number of } \gamma\text{-ray decays}} = \frac{\lambda_{IC}}{\lambda_{\gamma}}$$

$$\lambda = \lambda_{IC} + \lambda_{\gamma} = \lambda_{\gamma}(1 + \alpha)$$

☀ Η συνολική ισχύς του φαινομένου IC είναι θέμα της Ατομικής Φυσικής και εξαρτάται ευθέως από την πυκνότητα ηλεκτρονίων που υπάρχουν στο άτομο.

<http://mertzimakis.gr> • @tmertzi

ΕΚΤΙΜΗΣΕΙΣ

$$\alpha(EL) = \frac{Z^3}{n^3} \left(\frac{L}{L+1} \right) \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \right)^4 \left(\frac{2m_e c^2}{E} \right)^{L+5/2}$$

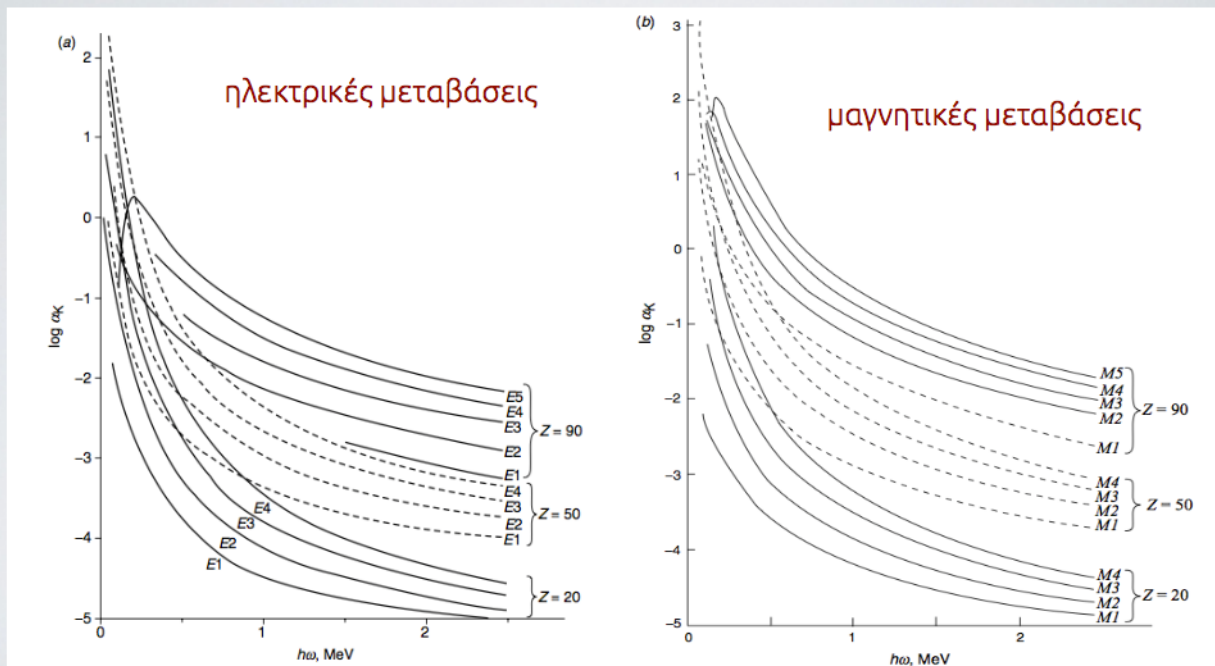
$$\alpha(ML) = \frac{Z^3}{n^3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \right)^4 \left(\frac{2m_e c^2}{E} \right)^{L+3/2}$$

κβαντικός αριθμός στάθμης n

σταθερά λεπτής υφής, $\alpha = 1/137$

Βασική παρατήρηση: Ο α εξαρτάται από την τρίτη δύναμη του ατομικού αριθμού, άρα αναμένεται να ενισχύεται σε βαρείς πυρήνες

ΕΚΤΙΜΗΣΕΙΣ

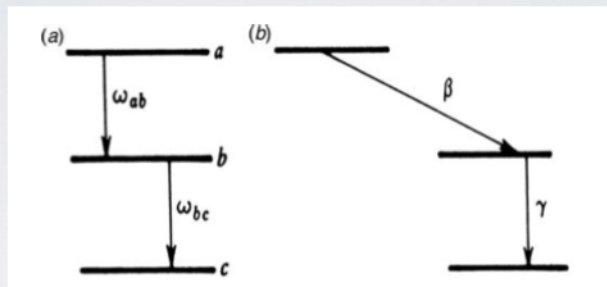


ΓΩΝΙΑΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

- ☼ Οι γωνιακές κατανομές είναι χαρακτηριστικό του πολυπόλου που ευθύνεται για την εκπομπή της ακτινοβολίας γ (εξάρτηση από Y_{lm})
- ☼ Στατιστικά αναμένονται να είναι ομοιογενείς **ΕΚΤΟΣ** αν υπάρχει λόγος προτιμητέας διεύθυνσης των σπιν των αποδιεγειρόμενων πυρήνων
- ☼ Απλούστερη περίπτωση: προσανατολισμός σπιν λόγω ύπαρξης μαγνητικού πεδίου

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΠΥΡΗΝΙΚΟΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ



Πυρηνικός μαγνητικός συντονισμός (NMR, MRI)

l, m  $\Delta E_m = gIB_{\text{ext}}\mu_0$

<http://mertzimekis.gr> • @tmertzi

ΓΩΝΙΑΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

$$W_{\text{dipole}}(\theta, m_l = 0) = \frac{3}{8\pi} \sin^2 \theta$$

$$W_{\text{dipole}}(\theta, m_l = +1) = \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2 \theta)$$

$$W_{\text{dipole}}(\theta, m_l = -1) = \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2 \theta)$$

