ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ & ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΣΩΜΑΤΙΑ

Κ. Βελλίδης & Θ. Μερτζιμέκης

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ, 2024

- Διακριτοί Μετασχηματισμοί
- Κβαντικοί Αριθμοί
- Συμμετρίες και Νόμοι Διατήρησης

Θεμελιακές Αναστροφές

C Σωμάτιο ⇄ Αντισωμάτιο $(Q \longrightarrow -Q)$

P Δεξιόστροφο ⇄ Αριστερόστροφο $(\vec{r} \longrightarrow -\vec{r})$

T Χρόνος ⇄ Αντεστραμμένος χρόνος $(t \longrightarrow -t)$

Συζυγία Φορτίου (Charge Conjugation)

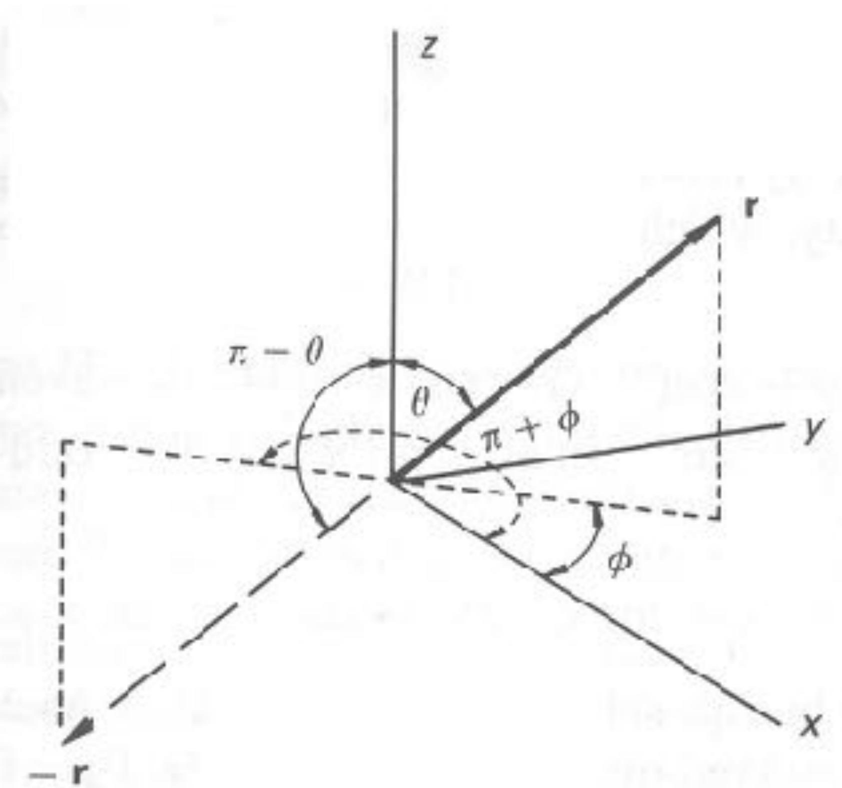
Τα πειραματικά δεδομένα μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι σε κάθε σωμάτιο αντιστοιχεί ένα αντισωμάτιο.
Στην σχετικιστική κβαντομηχανική, μπορούμε να ορίσουμε τον τελεστή C ο οποίος επιφέρει αυτή την αλλαγή

$$C(a) \to \bar{a}$$

για παράδειγμα μετατρέπει το ηλεκτρόνιο σε ποζιτρόνιο: $C(e^-) \to (\bar{e^-}) \equiv e^+$

Όπως είδαμε ο αριθμός των φερμιονίων διατηρείται. Έτσι κάθε φερμιόνιο έχει φερμιονικό αριθμό +1 και κάθε αντιφερμιόνιο −1.
Προκύπτει έτσι ότι τα φερμιόνια δημιουργούνται και καταστρέφονται σε ζεύγη.
[Επί μέρους νόμοι διατήρησης, οδηγούν σε επί μέρους ανάλογα συμπεράσματα περί λεπτονικού και βαρυονικού αριθμού]

Ομοτιμία: Αναστροφή Αξόνων



$\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$

ή ισοδύναμα

σε σφαιρικές συντεταγμέμες

$r \longrightarrow \quad r$

$\theta \longrightarrow \pi - \theta$

$\phi \longrightarrow \pi + \phi$

Ομοτιμία: Αναστροφή Αξόνων

Για συστήματα των οποίων η κυματοσυνάρτηση έχει την μορφή

$$\Psi(r,\theta,\phi...) = AR(r)Y_{\ell m}(\theta,\phi)$$

Δηλαδή συστήματα στα οποία η γωνιακή στροφορμή είναι καλός κβαντικός αριθμός, τότε:

$$P[\Psi(r,\theta,\phi...)] = (-)^{\ell}\Psi(r,\theta,\phi...)]$$

Έχει παρατηρηθεί ότι η ηλεκτρομαγνητική και ισχυρή αλληλεπίδραση διατηρούν την ομοτιμία, όχι όμως και η ασθενής.

Για διαδικασίες στις οποίες η ασθενής αλληλεπίδραση μπορεί να αγνοηθεί, η κυματοσυνάρτηση του συστήματος έχει ομοτιμία που δεν μεταβάλλεται στον χρόνο.

Ομοτιμία: Αναστροφή Αξόνων

Στον μικρόκοσμο, η συμπεριφορά της κυματοσυνάρτησης σε ανακλάσεις, η μετάβαση από δεξιόστοφο σε αριστερόστροφο σύστημα συντεταγμένων, έχει καθοριστική σημασία και συνιστά πρωταρχική ιδιότητα του συστήματος. Η ιδιότητα αυτή αποκαλείται **ομοτιμία (parity)**. Λόγω της διατήρησης της πιθανότητας (ΨΨ*) η ιδιότητα αυτή παίρνει τις τιμές +1 ή -1.

Ορίζουμε τον Τελεστή Ομοτιμίας P ο οποίος δρώντας στις συντεταγμένες του συστήματος ή στην κυμματοσυνάρτηση του επιφέρει τις ακόλουθες μεταβολές:

$P[\vec{r}] \to -\vec{r}$

$P[\Psi(\vec{r})] \to +\Psi(\vec{r})$ Θετική Ομοτιμία Ψ = P-άρτια

$P[\Psi(\vec{r})] \to -\Psi(\vec{r})$ Αρνητική Ομοτιμία Ψ = P-περιττή

- Η διατήρηση της πυκνότητας πιθανότητας ($\Psi\Psi^*$) επιτρέπει μόνο τις ιδιοτιμές +1, -1.
- Η ανάκλαση δεν μπορεί να επιτευχθεί με οποιοδήποτε συνδυασμό συνεχών μετασχηματισμών (λ.χ. στροφών)

Ομοτιμία γινομένου φυσικών μεγεθών

Μέγεθος 1	Μέγεθος 2	Πράξη	Γινόμενο
S	S	•	S
S	P	•	P
P	P	•	S
S	V	•	V
P	V	•	A
S	A	•	A
P	A	•	V
V	V	•	S
V	A	•	P
A	A	•	S
V	V	×	A
V	A	×	V
A	A	×	A

S = Βαθμωτό (<u>S</u>calar)
P = Ψευδοβαθμωτό (<u>P</u>seudoscalar)
V = Πολικό διάνυσμα (polar <u>V</u>ector)
A = Αξονικό διάνυσμα (<u>A</u>xial vector)

S: $\phi(-\vec{r}) = \phi(\vec{r})$
P: $\phi(-\vec{r}) = -\,\phi(\vec{r})$
V: $\vec{U}(-\vec{r}) = -\,\vec{U}(\vec{r})$
A: $\vec{U}(-\vec{r}) = \vec{U}(\vec{r})$

Π.χ.

$$S \cdot P: \quad \phi_1(-\vec{r}) \cdot \phi_2(-\vec{r}) = [-\phi_1(\vec{r})] \cdot \phi_2(\vec{r}) = -\,[\phi_1(\vec{r}) \cdot \phi_2(\vec{r})] \qquad (P)$$

$$V \cdot A: \quad \vec{U}_1(-\vec{r}) \cdot \vec{U}_2(-\vec{r}) = [-\vec{U}_1(\vec{r})] \cdot \vec{U}_2(\vec{r}) = -\,[\vec{U}_1(\vec{r}) \cdot \vec{U}_2(\vec{r})] \qquad (P)$$

$$V \times A: \quad \vec{U}_1(-\vec{r}) \times \vec{U}_2(-\vec{r}) = [-\vec{U}_1(\vec{r})] \times \vec{U}_2(\vec{r}) = -\,[\vec{U}_1(\vec{r}) \times \vec{U}_2(\vec{r})] \qquad (V)$$

κ.ο.κ.

Χρονική Αναστροφή

Στο μικρόκοσμο, η κυματοσυνάρτηση δεν είναι πάντα αναλλοίωτη κάτω από χρονικές αναστροφές. Έχει μάλιστα κάποιες ιδιαιτερότητες που προκύπτουν από την εξίσωση του Schrödinger, η οποία (σε αντίθεση με την εξίσωση του Νεύτωνα στην κλασική μηχανική) είναι πρώτης τάξης στη χρονική μεταβλητή. Έτσι, ο προφανής ορισμός

$$T[\Psi(r,\theta,\phi,t)] = \Psi(r,\theta,\phi,-t)$$

δεν θα μας δώσει διατήρηση της πυκνότητας πιθανότητας.

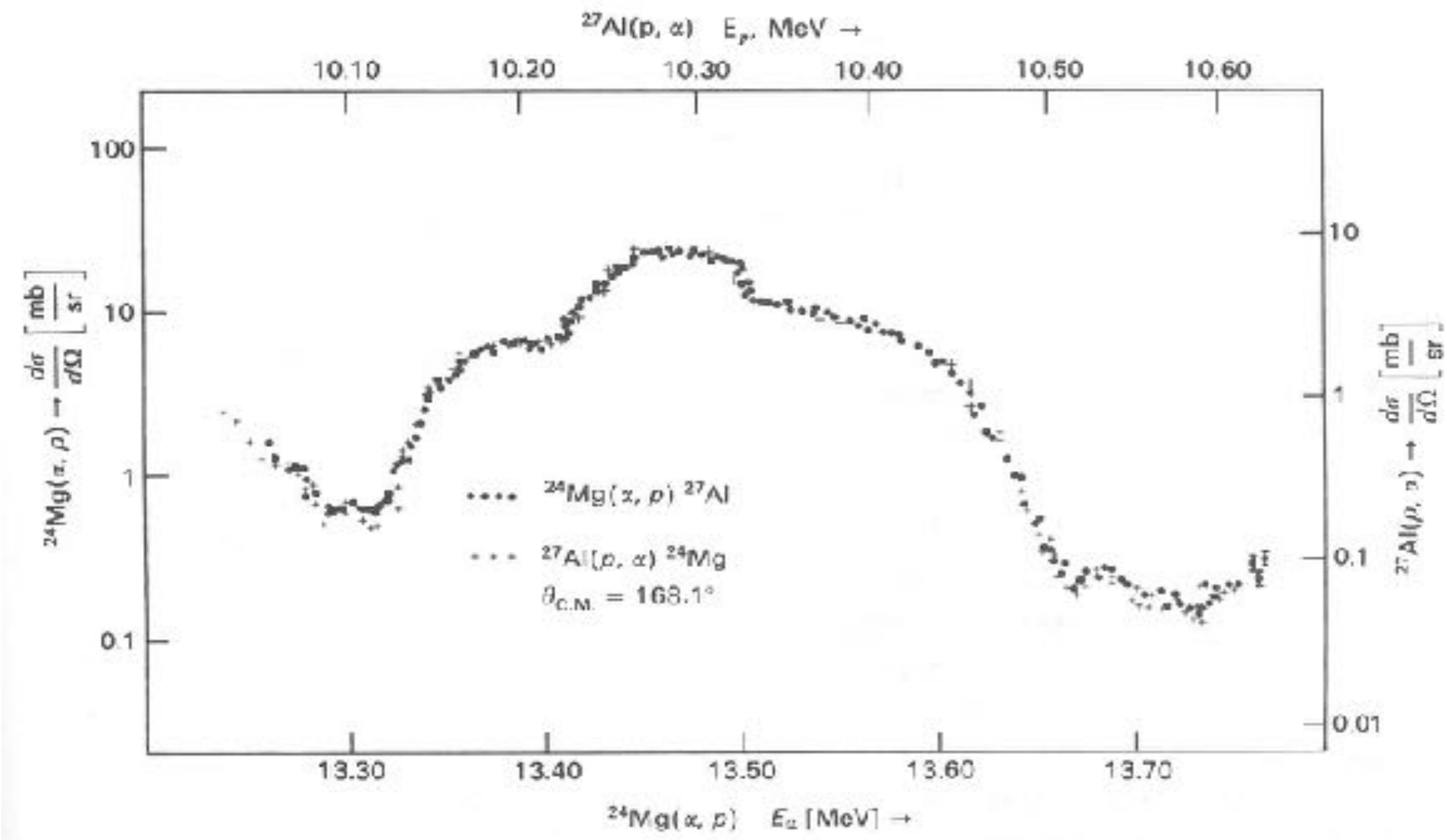
Πρέπει να απαιτήσουμε όπως

$$T[\Psi(r,\theta,\phi,t)] = \Psi^*(r,\theta,\phi,-t)$$

για να επιτύχουμε τον σκοπό αυτό.

Ο μετασχηματισμός αυτός ονομάζεται αντιγραμμικός.

Αναλλοίωτο χρονικής αναστροφής: Πειραματική Επιβεβαίωση



Η ισότητα των ενεργών διατομών των πυρηνικών αντιδράσεων ^{24}Mg (α,p)^{27}Al και ^{27}Al(p,α)^{24}Mg επιβεβαιώνει το αναλλοίωτο της χρονικής αναστροφής που είναι ισοδύναμο με την αρχή του λεπτομερούς ισοζυγίου (detailed Balance).

Διακριτοί μετασχηματισμοί: μαθηματικό υπόβαθρο

Μετασχηματισμοί στο χώρο και στο χρόνο αναπαρίστανται από πίνακες που πολλαπλασιάζουν διανύσματα, αλλάζοντάς τα σε νέα διανύσματα στο μετασχηματισμένο πλαίσιο αναφοράς. Τέτοιοι μετασχηματισμοί διακρίνονται σε εκείνους οι οποίοι περιγράφονται από συνεχείς παραμέτρους και λέγονται συνεχείς μετασχηματισμοί:

1. Οι χωρικές στροφές, που περιγράφονται από τις 3 γωνίες Euler [σφαιρικές στροφές στα επίπεδα (x,y), (y,z), (z,x) του 3-διάστατου χώρου]
2. Οι προωθήσεις, που περιγράφονται από τις 3 συνιστώσες της σχετικής ταχύτητας δύο αδρανειακών παρατηρητών [υπερβολικές στροφές στα επίπεδα (t,x), (t,y), (t,z) του 4-διάστατου χωρόχρονου]
3. Οι μετατοπίσεις, που περιγράφονται από τις 4 συντεταγμένες του διανύσματος μετατόπισης της αρχής των αξόνων t, x, y, z

και σε εκείνους οι οποίοι περιγράφονται μόνο από μια αλλαγή προσήμου, όπως οι χωρικές και οι χρονικές αντιστροφές, και λέγονται διακριτοί μετασχηματισμοί.

Οι πίνακες αναπαράστασης των συνεχών μετασχηματισμών έχουν ορίζουσα +1, ενώ αυτοί των διακριτών μετασχηματισμών έχουν ορίζουσα –1.

Οι μετασχηματισμοί P και T είναι διακριτοί, όμως ο συνδυασμένος μετασχηματισμός PT είναι συνεχής, δηλαδή ισοδύναμος με μια γενικευμένη στροφή στον 4-διάστατο χωρόχρονο.

Διακριτοί μετασχηματισμοί στην κλασική φυσική

Διακριτές συμμετρίες μηχανικών μεγεθών

$$C: \quad \left.\begin{array}{l} \vec{v} \to \vec{v} \\ \vec{p} \to \vec{p} \\ \overrightarrow{L} \to \overrightarrow{L} \end{array}\right\}$$

Μηχανικά μεγέθη δεν εξαρτώνται από το φορτίο

$$P: \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \to \frac{d(-\vec{r})}{dt} = -\frac{d\vec{r}}{dt} = -\vec{v}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \to m(-\vec{v}) = -(m\vec{v}) = -\vec{p}$$

$$\overrightarrow{L} = \vec{r} \times \vec{p} \to (-\vec{r}) \times (-\vec{p}) = \vec{r} \times \vec{p} = \overrightarrow{L}$$

$$T: \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \to \frac{d\vec{r}}{d(-t)} = -\frac{d\vec{r}}{dt} = -\vec{v}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \to m(-\vec{v}) = -(m\vec{v}) = -\vec{p}$$

$$\overrightarrow{L} = \vec{r} \times \vec{p} \to \vec{r} \times (-\vec{p}) = -\vec{r} \times \vec{p} = -\overrightarrow{L}$$

$$CPT: \quad \begin{array}{l} \vec{v} \to \vec{v} \\ \vec{p} \to \vec{p} \\ \overrightarrow{L} \to -\overrightarrow{L} \end{array}$$

Για την ιδιοστροφορμή (σπιν), που είναι μέγεθος χωρίς κλασσικό ανάλογο, υιοθετούμε τις διακριτές συμμετρίες της τροχιακής στροφορμής (ίδιες στην κλασσική και στην κβαντική περίπτωση)

Διακριτές συμμετρίες Η/Μ μεγεθών

Επειδή η πυκνότητα φορτίου ρ = dq/dV προφανώς δεν αλλάζει μετά από χωρικές ή χρονικές ανακλάσεις, αλλά μόνο κάτω από συζυγία φορτίου, έχουμε για την πυκνότητα Η/Μ ρεύματος:

$$
\begin{aligned}
j^\mu(x) &= \left(\rho(\vec{r},t), \vec{j}(\vec{r},t)\right) \\
&= \left(\rho(\vec{r},t), \rho(\vec{r},t)\vec{v}(\vec{r},t)\right) \rightarrow
\left\{
\begin{aligned}
&C: \ \left(-\rho(\vec{r},t), (-\rho(\vec{r},t)\vec{v}(\vec{r},t)\right) = \left(-\rho(\vec{r},t), -\vec{j}(\vec{r},t)\right) \\
&P: \ \left(\rho(\vec{r},t), \rho(\vec{r},t)(-\vec{v}(\vec{r},t))\right) = \left(\rho(\vec{r},t), -\vec{j}(\vec{r},t)\right) \\
&T: \ \left(\rho(\vec{r},t), \rho(\vec{r},t)(-\vec{v}(\vec{r},t))\right) = \left(\rho(\vec{r},t), -\vec{j}(\vec{r},t)\right)
\end{aligned}
\right.
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow \ CPT: \ \left(\rho(\vec{r},t), \vec{j}(\vec{r},t)\right) \rightarrow \left(-\rho(\vec{r},t), -\vec{j}(\vec{r},t)\right)$$

Η πυκνότητα της ενέργειας αλληλεπίδρασης $L_{int} = dE_{int}/dV$ του Η/Μ ρεύματος με το Η/Μ πεδίο είναι αναλλοίωτη κάτω από διακριτούς μετασχηματισμούς, επειδή τόσο η ενέργεια όσο και ο όγκος είναι βαθμωτά μεγέθη:

$$L_{int} = A^\mu j_\mu = \text{αναλλοίωτη}$$

όπου (στο φυσικό σύστημα μονάδων με c = 1)

$$A^\mu(x) = \left(\phi(\vec{r},t), \overrightarrow{A}(\vec{r},t)\right)$$

είναι το δυναμικό του Η/Μ πεδίου. Από αυτή τη συνθήκη αναλλοιότητας και τις διακριτές συμμετρίες του Η/Μ ρεύματος μπορούμε να βρούμε τις διακριτές συμμετρίες του Η/Μ δυναμικού — μια τυπική πρακτική για την εύρεση συμμετριών φυσικών μεγεθών που δεσμεύονται από συνθήκες αναλλοιότητας.

Διακριτές συμμετρίες Η/Μ μεγεθών

$$\left(\phi(\vec{r},t), \vec{A}(\vec{r},t)\right) \rightarrow \begin{cases} C: & \left(-\phi(\vec{r},t), -\vec{A}(\vec{r},t)\right) \\ P: & \left(\phi(\vec{r},t), -\vec{A}(\vec{r},t)\right) \\ T: & \left(\phi(\vec{r},t), -\vec{A}(\vec{r},t)\right) \\ CPT: & \left(-\phi(\vec{r},t), -\vec{A}(\vec{r},t)\right) \end{cases}$$

Από το δυναμικό μπορούμε να βρούμε τις διακριτές συμμετρίες του Η/Μ πεδίου χρησιμοποιώντας τις λύσεις των εξισώσεων Maxwell:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \qquad \vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$$

$$\vec{E}(\vec{r},t) \rightarrow \begin{cases} C: & -\vec{\nabla}(-\phi) - \dfrac{\partial(-\vec{A})}{\partial t} = \vec{\nabla}\phi + \dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t} = -\vec{E}(\vec{r},t) \\ P: & -(-\vec{\nabla})\phi - \dfrac{\partial(-\vec{A})}{\partial t} = \vec{\nabla}\phi + \dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t} = -\vec{E}(\vec{r},t) \\ T: & -\vec{\nabla}\phi - \dfrac{\partial(-\vec{A})}{\partial(-t)} = -\vec{\nabla}\phi - \dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t} = \vec{E}(\vec{r},t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad CPT: \quad \vec{E}(\vec{r},t) \rightarrow \vec{E}(\vec{r},t)$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) \rightarrow \begin{cases} C: & \vec{\nabla}\times(-\vec{A}) = -\vec{\nabla}\times\vec{A} = -\vec{B}(\vec{r},t) \\ P: & (-\vec{\nabla})\times(-\vec{A}) = \vec{\nabla}\times\vec{A} = \vec{B}(\vec{r},t) \\ T: & \vec{\nabla}\times(-\vec{A}) = -\vec{\nabla}\times\vec{A} = -\vec{B}(\vec{r},t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad CPT: \quad \vec{B}(\vec{r},t) \rightarrow \vec{B}(\vec{r},t)$$

Δηλαδή, το ηλεκτρικό δυναμικό φ είναι **βαθμωτό** μέγεθος, το μαγνητικό δυναμικό A είναι **πολικό**, το ηλεκτρικό πεδίο E επίσης **πολικό**, ενώ το μαγνητικό πεδίο είναι **αξονικό**.

Διακριτές συμμετρίες Η/Μ μεγεθών

Για τη μαγνητική διπολική ροπή σωματιδίου με σπιν s, φορτίο q και μάζα m:

$$\vec{\mu} = \frac{q}{m}\vec{s} \rightarrow \begin{cases} C: & \dfrac{-q}{m}\vec{s} = -\vec{\mu} \\ P: & \dfrac{q}{m}\vec{s} = \vec{\mu} \\ T: & \dfrac{q}{m}(-\vec{s}) = -\vec{\mu} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad CPT: \quad \vec{\mu} \rightarrow \vec{\mu}$$

ενώ για την ηλεκτρική διπολική ροπή ζεύγους αντίθετων φορτίων +q και –q (q > 0) σε απόσταση d μεταξύ τους:

$$\vec{\varepsilon} = q\vec{d} \rightarrow \begin{cases} C: & (-q)\vec{d} = -\vec{\varepsilon} \\ P: & q(-\vec{d}) = -\vec{\varepsilon} \\ T: & q\vec{d} = \vec{\varepsilon} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad CPT: \quad \vec{\varepsilon} \rightarrow \vec{\varepsilon}$$

Για ένα στοιχειώδες σωματίδιο (d = 0) το μόνο διάνυσμα που ορίζεται στο πλαίσιο ηρεμίας του είναι το διάνυσμα του σπιν. Αυτό δίνει μια παρατηρήσιμη μαγνητική διπολική, αλλά **δεν επιτρέπει ηλεκτρική διπολική ροπή, επειδή το σπιν είναι P-άρτιο και T-περιττό, ενώ η ηλεκτρική διπολική ροπή είναι P-περιττή και T-άρτια.**

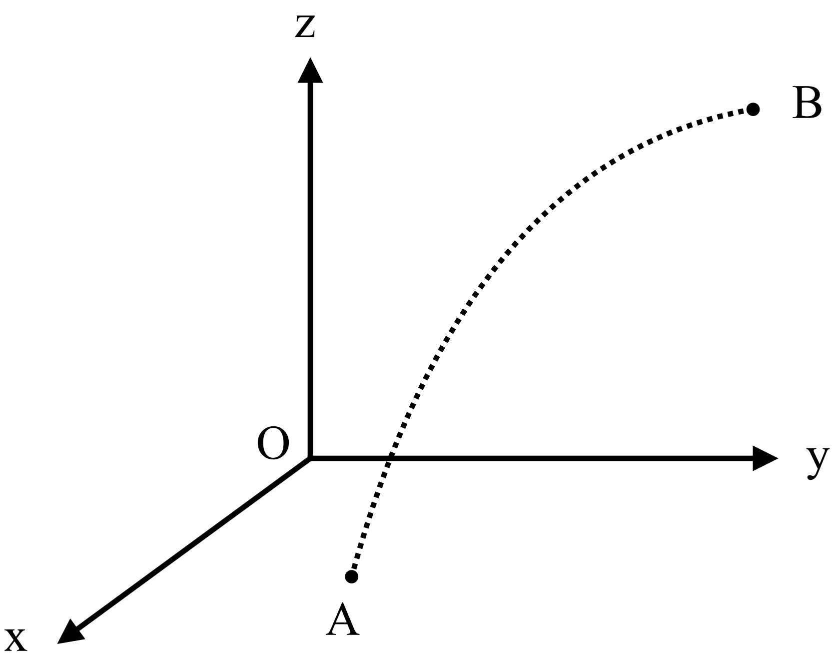
Σύνοψη διακριτών συμμετριών βασικών μεγεθών

Μέγεθος	C	P	T
Ταχύτητα v	v	$-v$	$-v$
Ορμή p	p	$-p$	$-p$
Τροχιακή στροφορμή L	L	L	$-L$
Ιδιοστροφορμή s	s	s	$-s$
Πυκνότητα φορτίου ρ	$-\rho$	ρ	ρ
Πυκνότητα ρεύματος j	$-j$	$-j$	$-j$
Ηλεκτρικό δυναμικό φ	$-\varphi$	φ *	φ
Μαγνητικό δυναμικό A	$-A$	$-A$ *	$-A$
Ηλεκτρικό πεδίο E	$-E$	$-E$	E
Μαγνητικό πεδίο B	$-B$	B	$-B$
Μαγνητική διπολική ροπή μ	$-\mu$	μ	$-\mu$
Ηλεκτρική διπολική ροπή ε	$-\varepsilon$	$-\varepsilon$	ε

* Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι βαθμωτό και το μαγνητικό δυναμικό είναι πολικό διάνυσμα

$\Leftrightarrow$ Η ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση διατηρεί την ομοτιμία

Η συμμετρία CPT: κλασσική θεώρηση



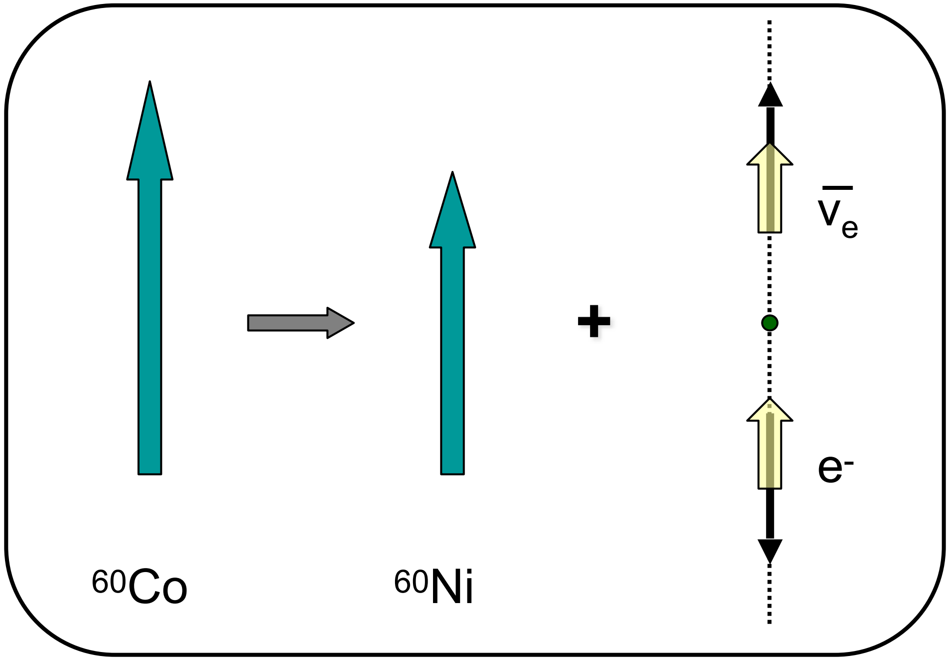
Αν ένα σωματίδιο με φορτίο q εκτελεί κίνηση από το Α στο Β υπό την επίδραση κάποιου Η/Μ πεδίου, τότε ένα σωματίδιο με το αντίθετο φορτίο –q θα εκτελέσει την ακριβώς αντίστροφη κίνηση από το Β στο Α, ανάστροφα στο χρόνο, εφόσον ασκείται πάνω του σε κάθε σημείο και χρονική στιγμή η αντίθετη δύναμη από αυτή που ασκείται πάνω στο σωματίδιο με φορτίο q:

$$\vec{F}(\vec{r},t) = q[\vec{E}(\vec{r},t) + \vec{v}(\vec{r},t) \times \vec{B}(\vec{r},t)] \;\rightarrow\; \vec{F}(-\vec{r},-t) = (-q)[\vec{E}(-\vec{r},-t) + \vec{v}(-\vec{r},-t) \times \vec{B}(-\vec{r},-t)]$$
$$= (-q)[\vec{E}(\vec{r},t) + \vec{v}(\vec{r},t) \times \vec{B}(\vec{r},t)] = -\vec{F}(\vec{r},t)$$

Το αποτέλεσμα αυτό θέτει τη βάση μιας γενικής συμμετρίας, με πλήρη ισχύ και στην κλασσική και στην κβαντική μηχανική, τη συμμετρία CPT: όλα τα φυσικά μεγέθη είναι αναλλοίωτα κάτω από τη διαδοχική εφαρμογή των τριών διακριτών μετασχηματισμών χρονικής αναστροφής, χωρικής αναστροφής και συζυγίας φορτίου. Καμία γνωστή αλληλεπίδραση δεν παραβιάζει αυτή τη γενική συμμετρία.

Διακριτοί μετασχηματισμοί στην κβαντική φυσική: Συμμετρίες, νόμοι διατήρησης και κβαντικοί αριθμοί

Παραβίαση Ομοτιμίας



J = 5 J = 4 J_z = 1

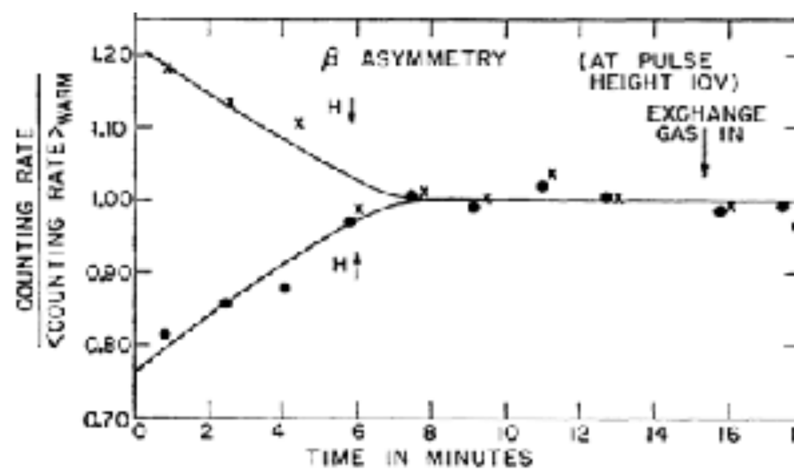
Το πείραμα της Wu

C.S. Wu, E. Ambler *et al.*
Experimental test of parity conservation in beta decay
Physical Review, **105**(4), 1957

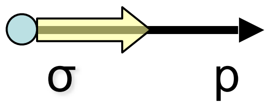
β- διάσπαση πολωμένων πυρήνων ^{60}Co

Δείγμα ^{60}Co σε πολύ χαμηλή θερμοκρασία
και ισχυρό μαγνητικό πεδίο

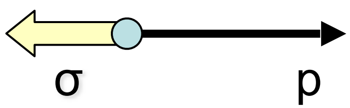
Τα e- εκπέμπονται κατά προτίμηση προς την αντίθετη κατεύθυνση του spin του αρχικού πυρήνα



Ελικότητα (Helicity)



h = +1

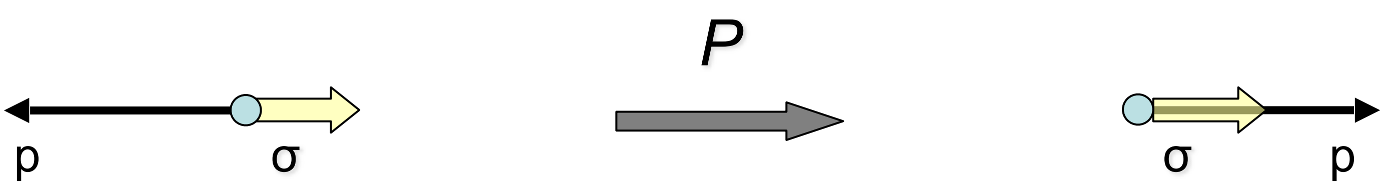


h = -1

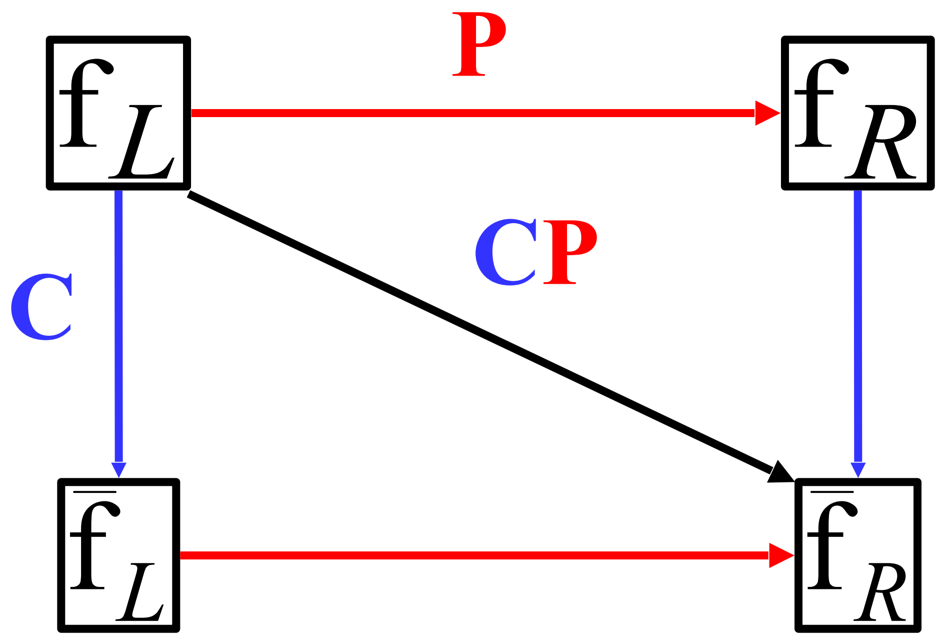
Ορισμός ελικότητας

$$h = \frac{\sigma \cdot p}{|\sigma||p|}$$

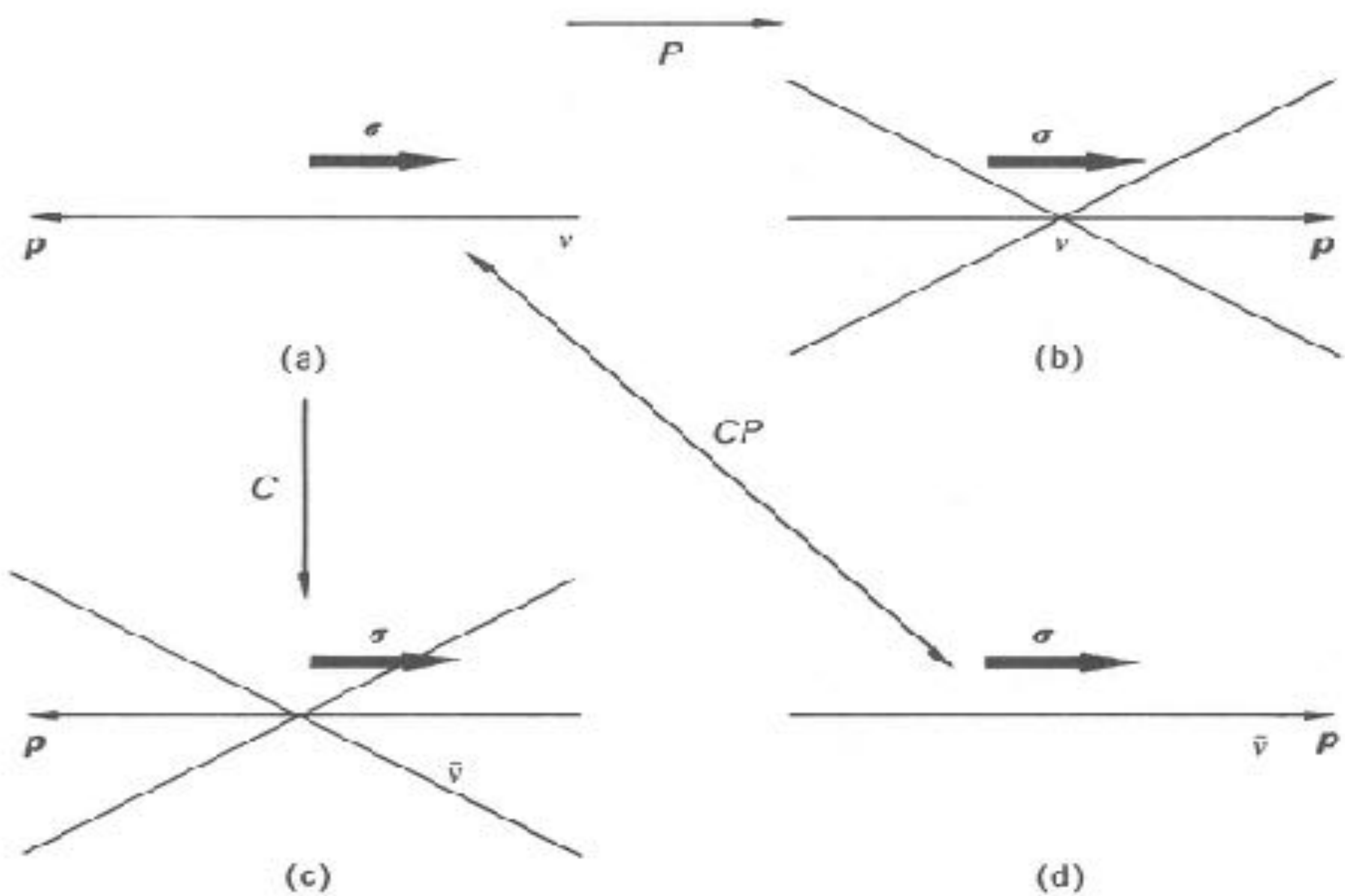
Εφαρμογή του τελεστή της ομοτιμίας στην ελικότητα



Μετασχηματισμοί σε **C, P** και **CP**



Μετασχηματισμοί σε **C**, **P** και **CP**



Όπως η περίπτωση των νετρίνων μαρτυρά, η παραβίαση του αναλλοίωτου της **CP** είναι εξαιρετικά πιο ενδιαφέρουσα από την παραβίαση αυτού των **C** ή **P**.

Ομοτιμία (αντι)σωματιδίου

ΟΡΙΖΟΥΜΕ την ομοτιμία ενός αντισωματιδίου ως αντίθετη του σωματιδίου. Αν ψ η κυματοσυνάρτηση ενός ηλεκτρονίου ή ποζιτρονίου

$$\hat{\mathrm{P}}\,\Psi_{e^{\pm}}\left(\vec{x},t\right)=\mathrm{P}\left(e^{\pm}\right)\Psi\left(-\vec{x},t\right)$$

Στην σχετικιστική κβαντική μηχανική τα φερμιόνια περιγράφονται από την εξίσωση Dirac (ED). Η ED συνδέει τα $e^{-}\leftrightarrow e^{+}$ και αποδεικνύεται ότι

$$\mathrm{P}\left(e^{+}\right)\mathrm{P}\left(e^{-}\right)=-1$$

Η Η/Μ αλληλεπίδραση παράγει πάντα ζεύγη $e^{-}e^{+}$, επομένως μπορούμε να ορίσουμε την ομοτιμία του e^{-} ως θετική:

$$\mathrm{P}\left(e^{-}\right)=+1=-\mathrm{P}\left(e^{+}\right)$$

Ομοτιμία (αντι)σωματιδίου, πιονίου

Επομένως για τα λεπτόνια έχουμε:

$$P\left(e^{-}\right) = P\left(\mu^{-}\right) = P\left(\tau^{-}\right) = 1$$

$$P\left(e^{+}\right) = P\left(\mu^{+}\right) = P\left(\tau^{+}\right) = -1$$

Για να είμαστε συνεπείς, ορίζουμε και την ομοτιμία των quarks και antiquarks με την ίδια σύμβαση:

$$P_d = P_u = P_s = P_c = P_b = P_t = 1$$

$$P_{\bar{d}} = P_{\bar{u}} = P_{\bar{s}} = P_{\bar{c}} = P_{\bar{b}} = P_{\bar{t}} = -1$$

‘Οπου για συντομία αλλάξαμε το συμβολισμό από P(q) σε P_q.

Επομένως για ένα μεσόνιο (που είναι δέσμια κατάσταση ενός quark και antiquark) με σπιν 0, έχουμε

$$P\left(\pi^{+}\right) = P(u)P\left(\bar{d}\right)(-1)^{0} = -1$$

Ομοτιμία (αντι)βαρυονίου, φωτονίου

Τα βαρυόνια είναι δέσμιες καταστάσεις τριών quarks και επομένως

$$\mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(q_1)\mathrm{P}(q_2)\mathrm{P}(q_3)(-1)^{L_1+L_2} = (-1)^L$$

$$\mathrm{P}(\overline{B}) = \mathrm{P}(\overline{q}_1)\mathrm{P}(\overline{q}_2)\mathrm{P}(\overline{q}_3)(-1)^{L_1+L_2} = (-1)^{L+1}$$

Στις περισσότερες περιπτώσεις έχουμε L=0 (θεμελιώδης κατάσταση)

Για το φωτόνιο: αντιστροφή του ηλεκτρικού πεδίου, επομένως αντισυμμετρικό κάτω από το P.

$$\mathrm{P}(\gamma) = -1$$

Ανταλλαγή e^- - e^+

- Ως τώρα μάθαμε πώς να αλλάζουμε δύο όμοια σωματίδια: αλλάζουμε τη θέση και τα σπιν τους. Η θέση αλλάζει μέσω της εφαρμογής του τελεστή της ομοτιμίας.
- Αν θέλουμε να αλλάξουμε τα δύο σωμάτια σε ένα σύστημα όπως το positronium, πρέπει να αλλάξουμε και το σωματίδιο σε αντισωματίδιο (και το αντίθετο): $e^- \leftrightarrow e^+$
- Ορίζουμε τον τελεστή μετατροπής ενός σωματιδίου στο αντισωματίδιό του, C, ως εξής:
  - Παράδειγμα:
  - Οι ιδιοτιμές του C (άσκηση στο σπίτι…) είναι επίσης ±1

$$\hat{C}e^- = e^+ \qquad Ca = \overline{a}$$

Συζυγία Φορτίου (Charge Conjugation)

Προφανές: τα φορτισμένα σωμάτια δεν έχουν ορισμένο C:

$$\hat{C}\left|e^{-}\right\rangle = \left|e^{+}\right\rangle \neq \left|e^{-}\right\rangle$$

Τα ουδέτερα όμως έχουν, αφού με δύο εφαρμογές του C παίρνουμε το αρχικό σωμάτιο:

$$\hat{C}\left|\pi^{0}\right\rangle = \pm\left|\pi^{0}\right\rangle$$

$$\hat{C}\left|\gamma\right\rangle \to \pm\left|\gamma\right\rangle$$

Αντιστροφή του φορτίου σημαίνει αντιστροφή του ηλεκτρικού πεδίου, άρα το φωτόνιο είναι αντισυμμετρικό κάτω από αντιστροφή του φορτίου:

$$C\left|\gamma\right\rangle \to -\left|\gamma\right\rangle \qquad \text{δηλ.} \qquad C\left(\gamma\right) = -1$$

Και επομένως για το πιόνιο:

$$\pi^{0} \to 2\gamma \Rightarrow C\left(\pi^{0}\right) = C\left(\gamma\right)C\left(\gamma\right) = \left(-1\right)^{2} = +1$$

Συζυγία Φορτίου (από τα quark)

Για ένα πιόνιο:

Μεσόνιο: $C\left|q\bar{q}\right\rangle = (-1)^{L+S}\left|q\bar{q}\right\rangle$

Αυτό υπολογίζεται από τη σύνθεση του πιονίου ως εξής:

Η ανταλλαγή του quark με το antiquark αντιστοιχεί σε εφαρμογή τριών αλλαγών:

(α) Ανταλλαγή στο χώρο → ομοτιμία = $(-1)^L$

(β) Ανταλλαγή των σπιν → $(-1)^S$

Άρα τελικά έχουμε $(-1)^{L+S}$

Τέλος: πώς αντιμετωπίζουμε σωμάτια με quark διαφορετικής γεύσης;

Συζυγία φορτίου

Ποια αντίδραση από τις παρακάτω διατηρεί τη συζυγία φορτίου και γιατί;

$$\pi^0 \to 2\gamma$$
$$\pi^0 \to 3\gamma$$

Επειδή για το φωτόνιο ισχύει $C|\gamma\rangle = -|\gamma\rangle$

ενώ για το π^0 $C|\pi^0\rangle = |\pi^0\rangle$

και επειδή $C|2\gamma\rangle = C|\gamma\rangle \cdot C|\gamma\rangle = (-1)|\gamma\rangle \cdot (-1)|\gamma\rangle = |2\gamma\rangle$

είναι προφανές ότι η πρώτη αντίδραση διατηρεί τη συζυγία φορτίου σε αντίθεση με τη δεύτερη.

(Η συζυγία φορτίου διατηρείται στις Η/Μ & ισχυρές αλληλεπιδράσεις.)

Συζυγία φορτίου

Μεσόνιο π^+ (L=0, S=0)

$$C\left|\pi^+\right\rangle = C\left|u\bar{d}\right\rangle = (-1)^{0+0}\left|\bar{u}d\right\rangle = \left|\pi^-\right\rangle$$

Μεσόνιο ρ^+ (L=0, S=1)

$$C\left|\rho^+\right\rangle = C\left|u\bar{d}\right\rangle = (-1)^{0+1}\left|\bar{u}d\right\rangle = -\left|\rho^-\right\rangle$$

Γενικότερα ισχύει:

$$C\left|q_1\bar{q}_2\right\rangle = (-1)^{I_1+I_2-I}(-1)^{L+S}\left|\bar{q}_1 q_2\right\rangle$$

Συζυγία φορτίου

C (|π⁺> - |π⁻>) = ?

Μεσόνιο π⁺ (L=0, S=0)

$$C\left|\pi^{+}\right\rangle = C\left|u\bar{d}\right\rangle = (-1)^{0+0}\left|\bar{u}d\right\rangle = \left|\pi^{-}\right\rangle$$

Μεσόνιο π⁻ (L=0, S=0)

$$C\left|\pi^{-}\right\rangle = C\left|d\,\bar{u}\right\rangle = (-1)^{0+0}\left|\bar{d}u\right\rangle = \left|\pi^{+}\right\rangle$$

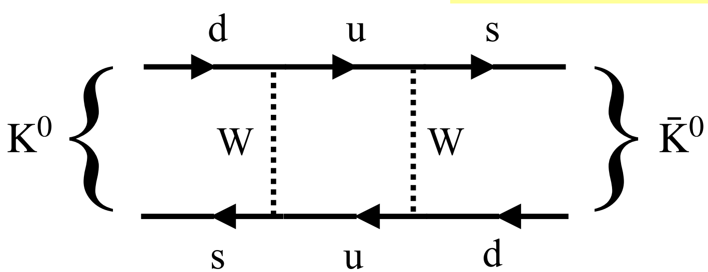
$$C\Big(\left|\pi^{+}\right\rangle - \left|\pi^{-}\right\rangle\Big) = \left|\pi^{-}\right\rangle - \left|\pi^{+}\right\rangle = (-1)\Big(\left|\pi^{+}\right\rangle - \left|\pi^{-}\right\rangle\Big)$$

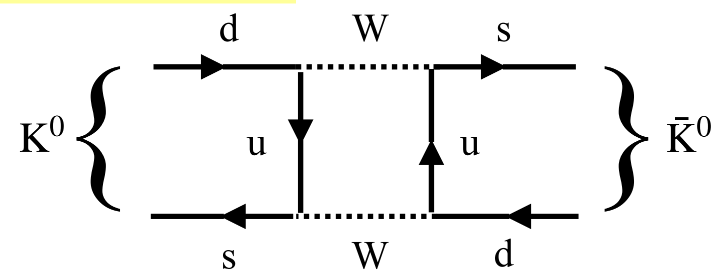
Εφαρμογή στη φυσική των μεσονίων

Το σύστημα των ουδέτερων καονίων

Τα ουδέτερα K-μεσόνια (καόνια) έχουν τη σπάνια ιδιαιτερότητα να μεταπίπτουν αυθόρμητα στα αντισωμάτιά τους και αντίστροφα (όπως λέμε, **“ταλαντώνονται”** ανάμεσα σε καταστάσεις σωματίων-αντισωματίων) μέσω διαγραμμάτων ανταλλαγής δύο μποζονίων W:

$$\mathrm{K}^0 = |\mathrm{d}\bar{\mathrm{s}}\rangle \longleftrightarrow |\bar{\mathrm{d}}\mathrm{s}\rangle = \bar{\mathrm{K}}^0 \qquad (\text{'}\mathrm{K}^0 \text{ mixing'})$$





Δύο τρόποι διάσπασης του K^0 με L = S = 0 (θεμελιώδης κατάσταση του καονίου) είναι σε δύο ($\pi^+\pi^-$ ή $\pi^0\pi^0$) και σε τρία πιόνια ($\pi^+\pi^-\pi^0$ ή $\pi^0\pi^0\pi^0$), για τους οποίους στις τελικές καταστάσεις βρίσκουμε

$$C|2\pi\rangle = |2\pi\rangle \qquad\qquad C|3\pi\rangle = |3\pi\rangle$$

$$P|2\pi\rangle = (-1)^{0+0}(-1)^2|2\pi\rangle = |2\pi\rangle \qquad\qquad P|3\pi\rangle = (-1)^{0+0}(-1)^3|3\pi\rangle = -|3\pi\rangle$$

επειδή η ομοτιμία των πιονίων είναι –1. Για τις αρχικές καταστάσεις

$$\left.\begin{array}{ll} P|K^0\rangle = -|K^0\rangle & P|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \\ C|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle & C|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle \end{array}\right\} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} CP|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \\ CP|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle \end{array}\right.$$

Το σύστημα των ουδέτερων καονίων

Επομένως, μπορούμε να ορίσουμε ανεξάρτητους γραμμικούς συνδυασμούς των καταστάσεων καονίου και αντικαονίου που είναι ορθοκανονικές ιδιοκαταστάσεις του τελεστή CP με ιδιοτιμές +1 και –1:

$$\left.\begin{aligned} |K_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle\right) \\ |K_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle\right) \end{aligned}\right\} \iff \left\{\begin{aligned} |K^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K_2\rangle + |K_1\rangle\right) \\ |\bar{K}^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K_2\rangle - |K_1\rangle\right) \end{aligned}\right.$$

Υποθέτοντας ότι τα καόνια δεν παραβιάζουν τη συμμετρία CP (ισχύει, όχι ακριβώς, αλλά σε καλή προσέγγιση), η κατάσταση K_1 διασπάται μόνο σε δύο πιόνια (CP-ιδιοτιμή +1), ενώ η K_2 διασπάται μόνο σε τρία πιόνια (CP-ιδιοτιμή –1):

$$CP|K_1\rangle = |K_1\rangle \quad \Longrightarrow \quad K_1 \to 2\pi \qquad\qquad CP|K_2\rangle = -|K_2\rangle \quad \Longrightarrow \quad K_2 \to 3\pi$$

$$\tau_1 = 0.895 \times 10^{-10}\ \text{sec} \qquad\qquad \tau_2 = 5.11 \times 10^{-8}\ \text{sec}$$

$m_\pi = 140$ MeV, $\quad m_{K^0} = 498$ MeV $\quad \Longrightarrow$ στην πρώτη διάσπαση τα δύο πιόνια έχουν περισσότερο φασικό χώρο (παίρνουν περισσότερη κινητική ενέργεια από τη μάζα του K^0) για να παραχθούν

- Άρα, μια δέσμη K^0 θα παράγει σε μικρή απόσταση από την πηγή της μόνο γεγονότα δύο πιονίων και σε μεγάλη απόσταση μόνο γεγονότα τριών πιονίων

- Αυτό επιβεβαίωσαν πειραματικά οι Gell-Mann και Pais το 1955, επαληθεύοντας το φαινόμενο **"μίξης"** ("mixing") σωματίου-αντισωματίου στα ουδέτερα καόνια

Το σύστημα των ουδέτερων καονίων

- Ποιες είναι οι “φυσικές” καταστάσεις; οι ιδιοκαταστάσεις της συζυγίας φορτίου K^0 και $\bar{K}^0$ ή οι ιδιοκαταστάσεις CP K_1 και K_2; Δηλ., ποιες από τις δύο μορφές πρέπει να θεωρούνται ως τα φυσικά “σωμάτια”; όλες έχουν ίδια μάζα (οι καταστάσεις K_1 , K_2 έχουν μια αμελητέα διαφορά μάζας $m_2 - m_1 = 3.48 \times 10^{-6}$ eV) και το ίδιο σπιν (0 στη θεμελιώδη κατάσταση).

- Η απάντηση είναι καθαρά συμβατική: και οι δύο μορφές έχουν το ίδιο φυσικό περιεχόμενο. Η χρήση της μιας ή της άλλης καθορίζεται μόνο από την ευκολία περιγραφής του φαινομένου που εξετάζεται σε κάθε περίπτωση.

- Αναλογία με την επιλογή γραμμικής ή κυκλικής πόλωσης του φωτός: γραμμικοί συνδυασμοί καταστάσεων η μία της άλλης, ανάλογα με το εξεταζόμενο μέσο διάδοσης του φωτός.

- Ελάχιστα άλλα συστήματα μεσονίων έχουν την ιδιαιτερότητα μίξης σωματίου-αντισωματίου. Το φαινόμενο προβλέπεται (και έχει πρόσφατα παρατηρηθεί) μόνο στα ακόλουθα μεσόνια:

$$|D^0\rangle = |u\bar{c}\rangle \qquad |B_d^0\rangle = |d\bar{b}\rangle \qquad |B_s^0\rangle = |s\bar{b}\rangle$$

CP-παραβίαση στα ουδέτερα καόνια

- Στο τέλος μιας δέσμης K^0 αρκετά μεγάλου μήκους πρέπει να βλέπουμε μόνο γεγονότα 3π
- Αυτό περίμεναν οι Fitch και Cronin το 1964 σε μια δέσμη K^0 μήκους 17.4 m
- Παρατήρησαν όμως 45 γεγονότα 2π σε σύνολο 22,700 πιονικών γεγονότων (2π:3π ~ 1:500)
- Άρα, τα K^0 μακράς εμβέλειας (K_L) δεν είναι τέλεια ιδιοκατάσταση CP:

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}\left(|K_2\rangle + \epsilon\,|K_1\rangle\right) \qquad \epsilon = 2.24\times 10^{-3}$$

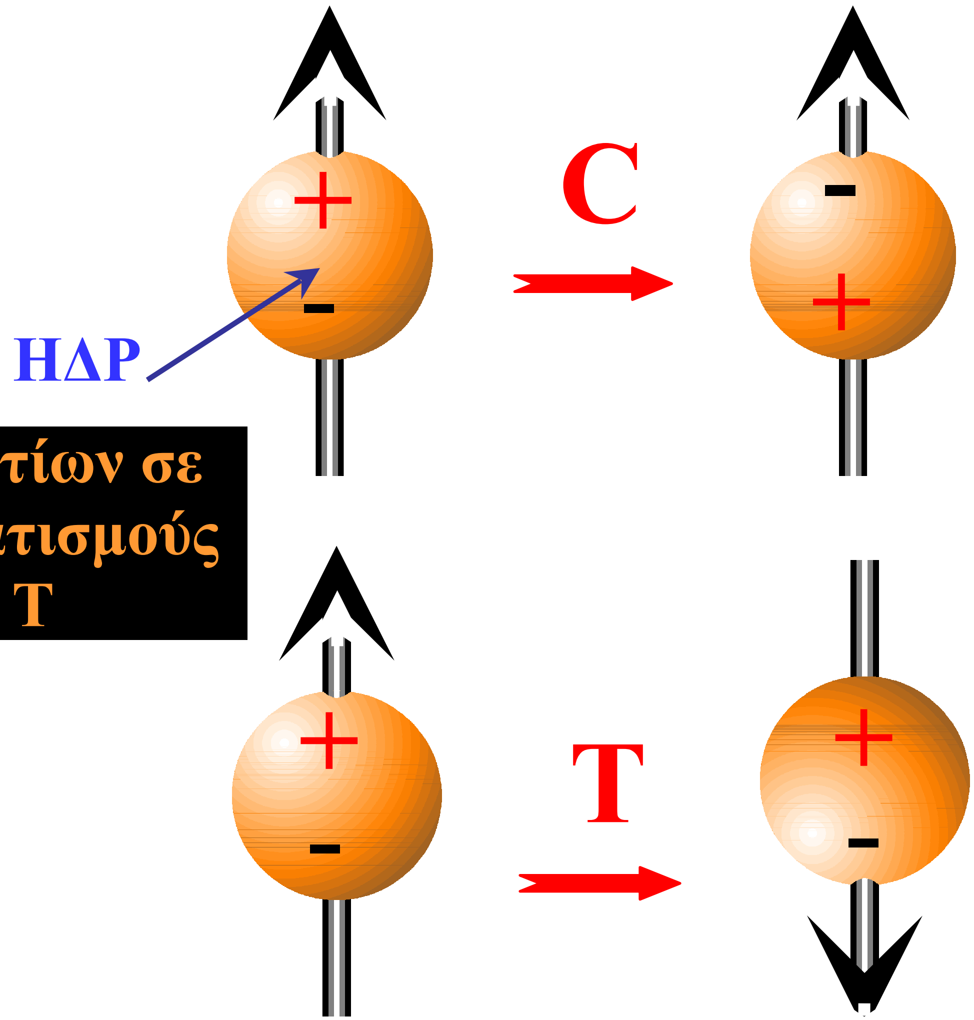
Η παραβίαση της συμμετρίας CP είναι εμφανής και στους "ημι-λεπτονικούς" (semi-leptonic) τρόπους διάσπασης (δηλ. με μικτή τελική κατάσταση αδρονίων + λεπτονίων) των K_L:

$$K_L \to \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e \quad (1) \qquad\qquad K_L \to \pi^- + e^+ + \nu_e \quad (2)$$

- Ενώ το 32% των K_L διασπάται σε πιόνια, το 41% διασπάται ημι-λεπτονικά
- Όμως, οι ημι-λεπτονικές διασπάσεις γίνονται με τον τρόπο (2) κατά ένα κλάσμα 3.3×10^{-3} συχνότερα από ότι με τον τρόπο (1)
- Η CP-παραβίαση στις ημι-λεπτονικές διασπάσεις προσφέρει ένα σαφή ορισμό του **θετικού** ηλεκτρικού φορτίου, ανεξάρτητο συμβάσεων: είναι το φορτίο του λεπτονίου που παράγεται **κατά προτίμηση** στις διασπάσεις καονίων μακράς εμβέλειας
- Η CP-παραβίαση εισάγει άνιση μεταχείριση μεταξύ σωματίων (e^-) και αντισωματίων (e^+) ⟹ υποδείχνει ότι μπορεί να είναι υπεύθυνη για τη μέχρι σήμερα ανεξήγητη κυριαρχία της ύλης επί της αντι-ύλης στο Σύμπαν

Χρονική αναστροφή και ηλεκτρική διπολική ροπή

Μελέτη της Παραβίασης της Χρονικής Αναστροφής: Η Ηλεκτρική Διπολική Ροπή (ΗΔΡ)

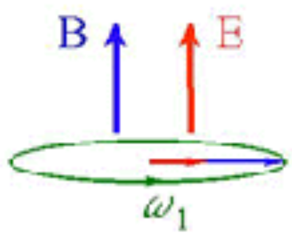
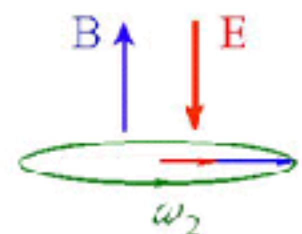


($\not{P}$ όχι και τόσο ενδιαφέρον)

ΗΔΡ Σωματίων σε Μετασχηματισμούς C και T

($\not{CP}$ εξαιρετικά σημαντικό)

Τεχνική Μέτρησης ΗΔΡ Φορτισμένων Σωματίων

Initial field orientation	Final field orientation
	
$\omega_1 = \frac{2\mu B + 2dE}{\hbar}$	$\omega_2 = \frac{2\mu B - 2dE}{\hbar}$

The change in frequency is proportional to the electric dipole moment and the applied electric field.

$$\omega_1 - \omega_2 = \frac{4dE}{\hbar}$$

Μέτρηση της ΗΔΡ του Νετρονίου

VOLUME 82, NUMBER 5 PHYSICAL REVIEW LETTERS 1 FEBRUARY 1999

New Experimental Limit on the Electric Dipole Moment of the Neutron

P. G. Harris,* C. A. Baker, K. Green, P. Iaydjiev,† and S. Ivanov‡
Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, Didcot, Oxon OX11 0QX, United Kingdom

D. J. R. May, J. M. Pendlebury, D. Shiers, K. F. Smith, and M. van der Grinten
University of Sussex, Falmer, Brighton BN1 9QJ, United Kingdom

P. Geltenbort
Institut Laue Langevin, BP 156, F 38042 Grenoble Cedex 9, France
(Received 17 September 1998)

The latest neutron electric dipole moment (EDM) experiment has been collecting data at the Institut Laue-Langevin (ILL), Grenoble, since 1996. It uses an atomic-mercury magnetometer to compensate for the magnetic field fluctuations that were the principal source of systematic errors in previous experiments. The first results, in combination with the previous ILL measurement, yield a possible range of values of $(-7.0 < d_n < 5.0) \times 10^{-26} e$ cm (90% C.L.). This may be interpreted as an upper limit on the absolute value of the neutron EDM of $|d_n| < 6.3 \times 10^{-26} e$ cm (90% C.L.).
[S0031-9007(99)08421-5]

Η ακρίβεια που τα πειράματα μέτρησης της ΗΔΡ έχουν επιτύχει είναι κυριολεκτικά αξιοθαύμαστη: $d < 6.3 \times 10^{-26}$ e cm

Τι σημαίνει αυτό;

Αν το νετρόνιο είχε το μέγεθος της γης, με την πιο πάνω ακρίβεια θα μπορούσαμε να ανιχνεύσουμε το ηλεκτρικό δίπολο που θα δημιουργούσε ένα ηλεκτρόνιο και ποζιτρόνιο, που απέχουν το ένα από το άλλο κατά 0.01mm!!