

ΗΜΙΚΛΑΣΙΚΗ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ της αλληλεπίδρασης

ΗΜ ΠΕΔΙΟΥ

κλασικά
 $\vec{E}, \vec{B}$ εξωτερική,
 χρονικά μεταβαλλόμενη
 διαταραχή

ΥΛΗΣ (ΠΟΛΥΣΤΑΘΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ)

κβαντικά

δύστημα ιδιοκαταστάσεων

ΘΑ ΔΟΥΜΕ

$\Delta\Sigma$ (ΔΙΣΤΑΘΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

$T\Sigma$ (ΤΡΙΣΤΑΘΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

Όλα κβαντικά
 στο επόμενο
 κεφάλαιο...

Ήως ΠΣ
 (ΠΟΛΥΣΤΑΘΜΙΚΟ
 ΣΥΣΤΗΜΑ)

Ακόμα υποθέτουμε: ΗΜ πεδίο αρκετά **πυκνό** ούτως ώστε
 ή **απορρόφηση** ή ή **έκπομπη** ενός φωτονίου
 από το υπό μελέτη δισταθμικό σύστημα
 να μην μπορεί να επηρεάσει αισθητά
το πλάτος του ηλεκτρικού & μαγνητικού πεδίου του κύματος

Αν μας ενδιαφέρει ή διακυμαίνση της πυκνότητας του ΗΜ πεδίου
 θα πρέπει να εστιάσουμε την ήμικλαστική προσέγγιση

ΑΔΙΑΤΑΡΑΚΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ διχαιρεί ΧΩΡΙΣ ΗΜ ΠΕΔΙΟ
 ΔΙΑΤΑΡΑΓΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ >> ΜΕ ΗΜ ΠΕΔΙΟ

ΑΔΙΑΤΑΡΑΚΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ (έκτός ΗΜ πεδίου)

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m_e} + U(\vec{r})$$

π.χ @ άτομο του Υδρογόνου $U(\vec{r}) = (-e) \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{r} = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$

π.χ @ πολυηλεκτρονικό άτομο $U(\vec{r}) = (-e) \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r} = \frac{-Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$

π.χ. θωρακισμένο (screened)
 μορφή της δυναμικής ενέργειας

$$U(\vec{r}) = \frac{-Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-k_0 r}$$

κεντρικά
 δυναμικά

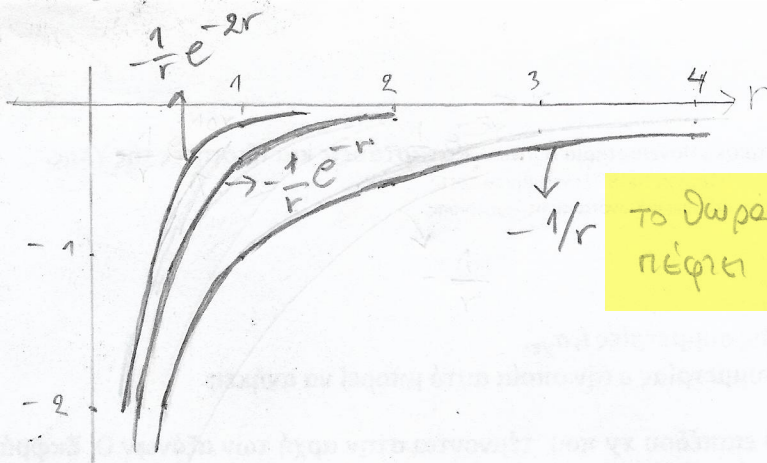
Γενικότερα το δυναμικό Coulomb έχει τη μορφή

$$V(\vec{r}) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r} = V(r)$$

ένώ το θωρακισμένο δυναμικό Coulomb >>
 (αλλιώς καλείται **Thomas-Fermi** δυναμικό
 ή **Yukawa** δυναμικό)

$$V(\vec{r}) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-k_0 r} = V(r)$$

k_0 := τοχύς του παρόχοντα απορρόφησης
 ή κυματόσωμα Thomas-Fermi



$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H}_0 \Psi(\vec{r}, t)$$

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Phi(\vec{r}) T(t)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i\hbar \Phi(\vec{r}) \frac{dT(t)}{dt} = T(t) \hat{H}_0 \Phi(\vec{r}) \\ \text{αν } T(t) = 0 \text{ ή } \Phi(\vec{r}) = 0 \text{ ικανοποιείται} \end{array} \right.$$

$$\text{αν } T(t) \neq 0 \text{ και } \Phi(\vec{r}) \neq 0 \rightsquigarrow \underbrace{\frac{i\hbar}{T(t)}}_{f_1(t)} \underbrace{\frac{dT(t)}{dt}}_{f_2(\vec{r})} = \underbrace{\frac{\hat{H}_0 \Phi(\vec{r})}{\Phi(\vec{r})}}_{f_2(\vec{r})} := E \text{ (σταθερά)}$$

για να ισχύει $\forall t, \forall \vec{r}$

$$\textcircled{1} \quad \hat{H}_0 \Phi(\vec{r}) = E \Phi(\vec{r}) \quad \text{ξήλωση ιδιοτιμών, έν γένει διακριτές, θα υπάρχει κάποιος συλλογικός κβαρτικός αριθμός } k \Rightarrow$$

π.χ. στο άτομο του υδρογόνου $k = \{n, l, m_l\}$

$$\hat{H}_0 \Phi_k(\vec{r}) = E_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$E_k := \hbar \Omega_k$$

$\Phi_k(\vec{r})$ έστω όρθοκανονικές ιδιοσυναρτήσεις

$$\textcircled{2} \quad \frac{dT}{T} = \frac{E dt}{i\hbar} \Rightarrow \ln T = \frac{E t}{i\hbar} + c \Rightarrow T(t) = e^{-\frac{iEt}{\hbar}} e^c \Rightarrow T(t) = N e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

Συνολικός

$$\Psi_k(\vec{r}, t) = N e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \Phi_k(\vec{r})$$

δοδείσαμε $\Phi_k(\vec{r})$ όρθοκανονικές

$$\text{αν απαιτήσουμε } \int dV |\Psi_k(\vec{r})|^2 = 1 \Rightarrow |N|^2 \int dV |\Phi_k(\vec{r})|^2 = 1 \Rightarrow |N|^2 = 1$$

$dV := d^3r$
στοιχειώδη όγκος

ΔΙΑΤΑΡΑΓΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ (έντος ΗΜ πεδίου)

χρονικά εξαρτημένη
δυναμική διαταραχών 1

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \underline{U_\varepsilon(\vec{r}, t)} \quad (1)$$

δυναμική
ένέργεια
της διαταραχής
(μικρή σε σχέση με $\hat{H}_0$)

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(\vec{r}, t) \quad (2)$$

με αρχική συνθήκη

$$\Psi(\vec{r}, 0) = \Phi(\vec{r}) = \text{γνωστή}$$

Υποθέτουμε ότι μπορούμε να αναπτύξουμε τις $\Psi(\vec{r}, t)$ και $\Psi(\vec{r}, 0) = \Phi(\vec{r})$
στη βάση των ιδιοσυναρτήσεων του αδιατάρακτου προβλήματος $\{\Phi_k(\vec{r})\}$

$$\hat{H}_0 \Phi_k(\vec{r}) = E_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_k f_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r}) \quad (3)$$

$$E_k := \hbar \Omega_k$$

$$\Rightarrow C_k(0) = f_k$$

(1)(2)(3) $\Rightarrow$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r}) = [\hat{H}_0 + U_\varepsilon(\vec{r}, t)] \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r})$$

$$\cancel{A' i\hbar \sum_k \dot{C}_k(t) e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r})} + \cancel{\sum_k C_k(t) E_k e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r})}$$

$$\Delta' = \cancel{\sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} E_k \Phi_k(\vec{r})} + U_\varepsilon(\vec{r}, t) \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r})$$

επί $\int dV \Phi_{k'}(\vec{r})^* \dots$ δηλ. εξωτερικό γινόμενο $\dots$

$$\Rightarrow i\hbar \sum_k \dot{C}_k(t) e^{-i\Omega_k t} \underbrace{\int dV \Phi_{k'}(\vec{r})^* \Phi_k(\vec{r})}_{\delta(\vec{k}' - \vec{k})} = \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} \int dV \Phi_{k'}(\vec{r})^* U_\varepsilon(\vec{r}, t) \Phi_k(\vec{r})$$

$$:= U_{\varepsilon k' k}(t)$$

$$\Rightarrow i\hbar \dot{C}_{k'}(t) e^{-i\Omega_{k'} t} = \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} U_{\varepsilon k' k}(t)$$

$$= \langle \Phi_{k'} | U_\varepsilon(\vec{r}, t) | \Phi_k \rangle$$

$$\dot{C}_{k'}(t) = \frac{-i}{\hbar} \sum_k C_k(t) e^{i(\Omega_{k'} - \Omega_k)t} U_{\varepsilon k' k}(t)$$

στοιχεία πίνακα
της δυναμικής ενέργειας
της διαταραχής

Γενικώς, για ορισμένη φυσική μέγεθος M , ορίζουμε τα στοιχεία πίνακά του ως

$$M_{k'k} := \int dV \Phi_{k'}^*(\vec{r}) \hat{M}(\vec{r}, -i\hbar\vec{\nabla}) \Phi_k(\vec{r}) = \langle \Phi_{k'} | \hat{M} | \Phi_k \rangle$$

$|\psi\rangle$ ket
 $\langle\phi|$ bra
κομψός συμβολισμός

$$\text{π.κ. } \langle\vec{r}|\psi\rangle = \psi(\vec{r}) \quad \langle\psi|\vec{r}\rangle = \psi(\vec{r})^*$$

$$\langle\phi|\psi\rangle = \int d^3r \phi(\vec{r})^* \psi(\vec{r})$$

$$\langle\phi|\hat{A}|\psi\rangle = \int d^3r \phi(\vec{r})^* \hat{A}(\vec{r}, -i\hbar\vec{\nabla}) \psi(\vec{r})$$

$$\langle \vec{r} | \phi \rangle = \phi(\vec{r})$$

$$\langle \psi | \vec{r} \rangle = \psi(\vec{r})^*$$

Σχέση πληρότητας

$$\int dx |x\rangle \langle x| = 1$$

$$\begin{aligned} \langle \psi | \hat{M} | \phi \rangle &= \int dx'' \int dx' \langle \psi | x'' \rangle \langle x'' | \hat{M} | x' \rangle \langle x' | \phi \rangle \\ &= \int dx'' \int dx' \psi(x'')^* \langle x'' | \hat{M} | x' \rangle \phi(x') \end{aligned}$$

$$\langle x'' | \hat{x} | x' \rangle = \langle x'' | x' | x' \rangle = x' \langle x'' | x' \rangle = x' \delta(x'' - x') = x'' \delta(x'' - x')$$

$$\langle x'' | \hat{p} | x' \rangle = \dots \text{ αποδεικνύεται } \nabla \dots = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x''} \delta(x'' - x')$$

$\Rightarrow$ (αναπτύσσοντας σε συναμεις του $\hat{x}$ και του $\hat{p}$)

$$\langle x'' | \hat{M} | x' \rangle = M(x'', -i\hbar \frac{\partial}{\partial x''}) \delta(x'' - x') \quad 1\Delta$$

$$\langle \vec{r}'' | \hat{M} | \vec{r}' \rangle = M(\vec{r}'', -i\hbar \vec{\nabla}'') \delta(\vec{r}'' - \vec{r}') \quad 3\Delta$$

Οπότε $\langle \Phi_\ell | \hat{M} | \Phi_k \rangle = \int d^3r'' \int d^3r' \langle \Phi_\ell | \vec{r}'' \rangle \langle \vec{r}'' | \hat{M} | \vec{r}' \rangle \langle \vec{r}' | \Phi_k \rangle$

$$\begin{aligned} &= \int d^3r'' \int d^3r' \Phi_\ell(\vec{r}'')^* M(\vec{r}'', -i\hbar \vec{\nabla}'') \delta(\vec{r}'' - \vec{r}') \Phi_k(\vec{r}') \\ &= \int d^3r'' \Phi_\ell(\vec{r}'')^* M(\vec{r}'', -i\hbar \vec{\nabla}'') \Phi_k(\vec{r}'') \\ &\stackrel{2\eta}{=} \int d^3r \Phi_\ell(\vec{r})^* M(\vec{r}, -i\hbar \vec{\nabla}) \Phi_k(\vec{r}) \end{aligned}$$

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar \Leftrightarrow \hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar \quad \text{και} \quad \langle x'' | \quad \text{και} \quad | x' \rangle$$

$$\langle x'' | \hat{x}\hat{p} | x' \rangle - \langle x'' | \hat{p}\hat{x} | x' \rangle = i\hbar \langle x'' | x' \rangle$$

$$\langle x'' | x'' \hat{p} | x' \rangle - \langle x'' | \hat{p} x' | x' \rangle = i\hbar \langle x'' | x' \rangle$$

$$x'' \langle x'' | \hat{p} | x' \rangle - x' \langle x'' | \hat{p} | x' \rangle = i\hbar \delta(x'' - x')$$

$$(x'' - x') \langle x'' | \hat{p} | x' \rangle = i\hbar \delta(x'' - x')$$

$$\textcircled{\nabla} \delta(x'' - x') = - (x'' - x') \frac{\partial}{\partial x''} \delta(x'' - x') \quad \Rightarrow$$

$$\cancel{(x'' - x')} \langle x'' | \hat{p} | x' \rangle = i\hbar (-1) \cancel{(x'' - x')} \frac{\partial}{\partial x''} \delta(x'' - x') \Rightarrow$$

$$\langle x'' | \hat{p} | x' \rangle = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x''} \delta(x'' - x')$$

$$\textcircled{\nabla} \text{Θα αποδείξουμε τώρα ότι} \quad x \delta'(x) = -\delta(x)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx \, x \delta'(x) f(x) = x f(x) \delta(x) - \int dx \delta(x) (x f(x))' =$$

$$= x f(x) \delta(x) - \int dx \delta(x) (f(x) + x f'(x))$$

$$= x f(x) \delta(x) \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} dx \delta(x) f(x) - \int_{-\infty}^{+\infty} dx \delta(x) x f'(x)$$

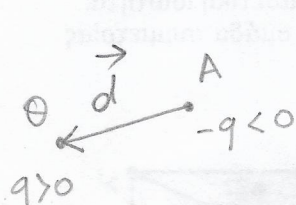
$$= \int_{-\infty}^{+\infty} dx \delta(x) f(x)$$

Επειδή $\int dV |\Psi(\vec{r}, t)|^2 = 1 \Leftrightarrow \int dV \Psi^*(\vec{r}, t) \Psi(\vec{r}, t) = 1$

$$\Rightarrow \int dV \sum_k G_k^*(t) e^{+i\Omega_k t} \Phi_k^*(\vec{r}) \sum_{k'} G_{k'}(t) e^{-i\Omega_{k'} t} \Phi_{k'}(\vec{r}) = 1$$

$$\Rightarrow \sum_k \sum_{k'} e^{i(\Omega_k - \Omega_{k'})t} G_k^*(t) G_{k'}(t) \int dV \Phi_k^*(\vec{r}) \Phi_{k'}(\vec{r}) = 1$$

$$\Rightarrow \sum_k |G_k(t)|^2 = 1 \Rightarrow \sum_k |G_k(0)|^2 = 1 \Rightarrow \sum_k |f_k|^2 = 1$$



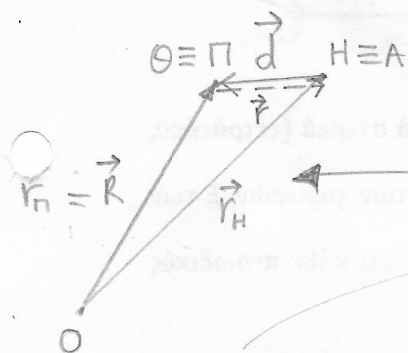
$$\vec{d} = A\vec{B}$$

$$\vec{p} := q\vec{d}$$

ηλεκτρική διπολική ροπή
electric dipole moment

Έστω "Ατομό Υδρογόνου"

ΥΠΟΘΕΣΗ $\lambda \gg$ μέγεθος τού
δύο μελέτη
συστήματος



$$\vec{p} := q\vec{d} = e(-\vec{r}) = -e\vec{r}$$

$|\vec{r}| \sim a_0$ της τάξεως της ακτίνας Bohr
 $a_0 = 0.529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

$$\lambda \gg a_0$$

$$\frac{\lambda}{a_0} \approx \frac{500 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{0.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 10^4$$

π.χ. οπτικά
μήκη κυμάτων
 $\lambda \approx 500 \text{ nm}$

Άρα στις παρούσες συνθήκες το ηλεκτρικό πεδίο είναι πρακτικά ομογενές!

στο χώρο που καλύπτει
το σύστημα μας
(έσω άτομο)

ομογενές $\xleftarrow{\text{δριστεύει}}$ $\xrightarrow{\text{ισοτροπία}}$

Ας περιοριστούμε σε δυνάμεις στο ηλεκτρόνιο, οι οποίες προέρχονται από το ηλεκτρικό δεδεμένο, μονοχρωματικού και πολωμένου ΗΜ κύματος. πεδίο

$$\vec{E} = \vec{E}_a \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r}_H - \omega t + \phi)]$$

↓
καθορίζει
την πόλωση

$\omega = 2\pi\nu$
↓
κυκλική
συχνότητα

↓
συχνότητα

$\vec{k}$: κυματάνυσμα
με μέτρο $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
 λ : μήκος κύματος

ϕ : αθροιστική φάση

$$\vec{r}_H \approx \vec{R}$$

για την κλίμακα μεγέθους που μας αφορά εδώ.

$$\frac{\lambda}{a_0} \sim 10^4 \Rightarrow \lambda \gg a_0 \sim |\vec{r}|$$

Δηλαδή το ηλεκτρικό πεδίο είναι πρακτικά ομογενές

$$\vec{E} \approx \vec{E}_a \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{R} - \omega t + \phi)] = \underbrace{\vec{E}_a \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{R} + \phi)]}_{:= \vec{E}_0} \cdot \exp(-i\omega t)$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \exp(-i\omega t) = \vec{E}(t)$$

Δηλαδή το ηλεκτρικό πεδίο έχει πρακτικά μόνο χρονική εξάρτηση

$V(\vec{r}, t)$ δυναμικό

$U(\vec{r}, t)$ δυναμική ενέργεια

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz = \vec{\nabla}V \cdot d\vec{r} \quad \left. \vphantom{\frac{\partial V}{\partial x}} \right\} \Rightarrow dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\Rightarrow V(\vec{r}, t) - V(\vec{0}, t) = -\vec{E} \cdot \vec{r} \Rightarrow V(\vec{r}, t) = -\vec{E} \cdot \vec{r}$$

↓
δέρουμε μηδέν

$$\Rightarrow U(\vec{r}, t) = e \vec{E} \cdot \vec{r} = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

Το σύνολο των υποθέσεων, οι οποίες οδήγησαν στη δυναμική ενέργεια της διαταραχής της μορφής αυτής, ονομάζεται προέχχισι διπόλου (dipole approximation)

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(-i\omega t) = \vec{E}(t)$$

θεωρώντας $\vec{E}_0 \parallel \hat{z}$ και παίρνοντας το πραγματικό μέρος $\cos \omega t$

$$\vec{E} = E_0 \hat{z} \cos \omega t$$

"Αρα $U_E = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -(-e\vec{r}) \cdot E_0 \hat{z} \cos \omega t = e E_0 z \cos \omega t$

$$U_E = e E_0 z \cos \omega t$$

$$U_{Ek'k}(t) = \int dV \Phi_{k'}^*(\vec{r}) e E_0 z \cos \omega t \Phi_k(\vec{r}) \Rightarrow$$

$$U_{Ek'k}(t) = e E_0 \cos \omega t \underbrace{\int dV \Phi_{k'}^*(\vec{r}) z \Phi_k(\vec{r})}_{=: Z_{k'k}} = e E_0 \cos \omega t Z_{k'k}$$

$$=: Z_{k'k}$$

τα $Z_{k'k}$ έχουν τις ιδιότητες

$$\textcircled{1} Z_{kk} = \int dV z |\Phi_k(\vec{r})|^2 = 0$$

περιττή

άρτια

ξφ' όσον

οι ιδιοσυναρτήσεις είναι άρτιες ή περιττές (όπως ισχύει στα άτομα, στα συμμετρικά κβαντικά φρεάια κλπ)

$$\textcircled{2} Z_{k'k}^* = \left(\int dV \Phi_{k'}^*(\vec{r}) z \Phi_k(\vec{r}) \right)^* = \int dV \Phi_k(\vec{r}) z \Phi_{k'}(\vec{r}) = Z_{kk'}$$

Δηλαδή συμμετρικά

$$\textcircled{1} Z_{kk} = 0$$

$$\textcircled{2} Z_{k'k}^* = Z_{kk'}$$

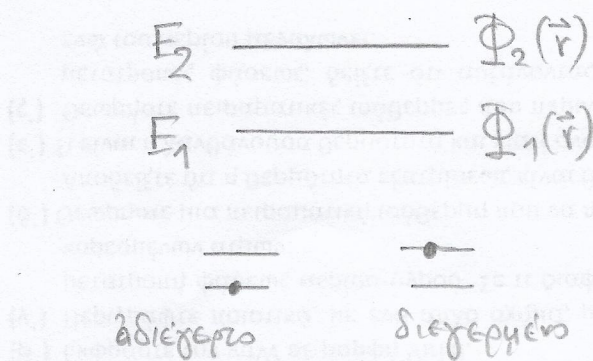
και $Z_{k'k} = Z_{kk'}$ αν οι ιδιοσυναρτήσεις είναι πραγματικές

$$\vec{P}_{k'k} := \int dV \Phi_{k'}^*(\vec{r}) (-e) \vec{r} \Phi_k(\vec{r}) = (-e) \vec{r}_{k'k}$$

$$P_{zk'k} = (-e) \int dV \Phi_{k'}^*(\vec{r}) z \Phi_k(\vec{r}) = (-e) \cdot Z_{k'k}$$

$$U_{Ek'k}(t) = -E_0 \cos \omega t P_{zk'k}$$

Α) Εξάγωνο σε διανυσματικό σύστημα



$$U_{\varepsilon 12}(t) = e E_0 \cos \omega t Z_{12} = - E_0 \cos \omega t \mathcal{P}_{212}$$

$$U_{\varepsilon 21}(t) = e E_0 \cos \omega t Z_{21} = - E_0 \cos \omega t \mathcal{P}_{221}$$

$$U_{\varepsilon k k}(t) = e E_0 \cos \omega t Z_{k k} = 0$$

Αν οι 2 διόμοιοι είναι πραγματικοί

$$\mathcal{P}_{212} = (-e) Z_{12} = (-e) Z_{21} = \mathcal{P}_{221} := \mathcal{P}_2 := \mathcal{P}$$

$$U_{\varepsilon 12}(t) = - E_0 \cos \omega t \mathcal{P}$$

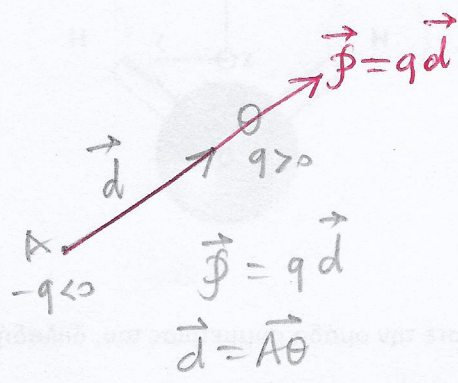
$$U_{\varepsilon 21}(t) = - E_0 \cos \omega t \mathcal{P}$$

$$U_{\varepsilon k k}(t) = 0, \quad k=1 \text{ ή } k=2$$

Περίληψη

$$\begin{cases} U_{\varepsilon k' k}(t) = - E_0 \cos \omega t \mathcal{P}, & k' \neq k \\ U_{\varepsilon k' k}(t) = 0, & k' = k \end{cases}$$

$\vec{E}$ (Ηλεκτρικό Πεδίο)



$$\vec{p} = q\vec{d}$$

ηλεκτρική διπολική ροπή
electric dipole moment

$$U_E = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

δυναμική ενέργεια
potential energy

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

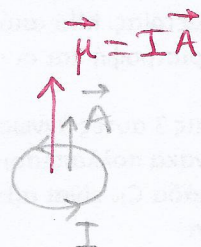
(μηχανική) ροπή
torque

$$[\vec{p}] = C \cdot m$$

$$[U_E] = C \cdot m \cdot \frac{V}{m} = CV = \text{joule}$$

$$[\vec{\tau}] = C \cdot m \cdot \frac{N}{C} = N \cdot m$$

$\vec{B}$ (Μαγνητική Ενταξή)



ή $\vec{\mu} = \frac{q}{2m} (\vec{L} + g\vec{S})$
↑ φορτίο
↓ μάζα

$$\vec{\mu} = I\vec{A} \quad \text{ή} \quad \vec{\mu} = \frac{q}{2m} (\vec{L} + g\vec{S})$$

μαγνητική διπολική ροπή
magnetic dipole moment

$$U_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$[\vec{\mu}] = A \cdot m^2$$

$$[U_B] = A \cdot m^2 \cdot T = Nm = \text{joule}$$

$$[\vec{\tau}] = A \cdot m^2 \cdot T = Nm$$

$$F = BIL$$

$$N = IAm$$

ΕΡΩΤΗΣΗ

Είναι λογικό να θεωρήσουμε τη δυναμική ενέργεια συν
πρόέχου διπόλου, $U_E(\vec{r}, t) = -\vec{\Phi} \cdot \vec{\Xi}$, ως διαταραχή συν $\hat{H}_0$;
Συγκρίνετε τις ενεργειακές αυτές κλίμακες, χρησιμοποιώντας
το παλαιόφατικό πρότυπο Bohr για εύκολια.

$$U_E = -\vec{\Phi} \cdot \vec{\Xi} = e\vec{r} \cdot \vec{\Xi} = er\Xi \cos(\vec{r}, \vec{\Xi}) \Rightarrow U_{E\max} = er\Xi$$

και αν θεωρήσουμε για εύκολια $r = r_n = a_0 n^2$, $a_0 = \text{άκτινα Bohr}$
 $\approx 0.52 \text{ \AA}$

$$U_{E\max} = ea_0 n^2 \Xi \quad (1)$$

$$\text{Η } \hat{H}_0 \text{ μας δίνει χονδρικά ενέργειες } E_n = -\frac{R_E}{n^2} \quad (2)$$

$$R_E \approx 13.6 \text{ eV}$$

Για να είναι ίσα (1), (2) θα πρέπει

$$ea_0 n^2 \Xi = \frac{R_E}{n^2} \Rightarrow \Xi \approx \frac{13.6 \text{ eV}}{e \cdot 0.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}} \cdot \frac{1}{n^4} = 27.2 \frac{10^9 \text{ V}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{n^4}$$

$$\Xi \approx 0.272 \cdot \frac{\text{TV}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{n^2}$$

Δεδομένου πως τα ισχυρά εργαστηριακά πεδία είναι
της τάξεως των $\frac{\text{MV}}{\text{m}}$, συνήθως το U_E είναι $\frac{T}{M} = 10^6$ μικρότερο
των E_n

Άρα, μπορούμε να το θεωρήσουμε διαταραχή.

Ο λόγος τους είναι

$$\lambda = \frac{|E_n|}{U_E} \approx \frac{R_E}{n^2} \cdot \frac{1}{ea_0 n^2 \Xi} \approx \frac{27.2 \text{ V} \cdot 10^{10}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{\Xi} \cdot \frac{1}{n^2}$$

Για πολύ ισχυρά $10^9 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ και $10^{10} \frac{\text{V}}{\text{m}}$ εργαστηριακά ηλ. πεδία

το λ αρχίζει να μην είναι τόσο μικρό.

Αυτή είναι ιδιαίτερη περιοχή της φυσικής ατόμων, νανοδομών κλπ.