ΗΜΙΚΛΑΣΙΚΗ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ της αλληλεπιδράσεως

ΗΜ ΠΕΔΙΟΥ — ΥΛΗΣ (ΠΟΛΥΣΤΑΘΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ)

ΗΜ ΠΕΔΙΟΥ → κλασικά

$\vec{E}, \vec{B}$ εξωτερική, χρονικώς μεταβαλλόμενη διαταραχή

ΥΛΗΣ → κβαντικά

σύστημα ιδιοκαταστάσεων

όλα κβαντικά στο επόμενο κεφάλαιο...

ΘΑ ΔΟΥΜΕ
ΔΣ (ΔΙΣΤΑΘΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)
ΤΣ (ΤΡΙΣΤΑΘΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ) έως ΠΣ (ΠΟΛΥΣΤΑΘΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

Ακόμα υποθέτουμε: ΗΜ πεδίο αρκετά πυκνό ούτως ώστε η απορρόφηση ή η εκπομπή ενός φωτονίου από το υπό μελέτη δισταθμικό σύστημα να μην μπορεί να επηρεάσει αισθητά τα πλάτη του ηλεκτρικού κ μαγνητικού πεδίου του κύματος

Αν μας ενδιαφέρει η διακύμανση της πυκνότητας του ΗΜ πεδίου θα πρέπει να εγκαταλείψουμε την ημικλασική προσέγγιση

ΑΔΙΑΤΑΡΑΚΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ σημαίνει ΧΩΡΙΣ ΗΜ ΠΕΔΙΟ
ΔΙΑΤΑΡΑΓΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ » ΜΕ ΗΜ ΠΕΔΙΟ

ΑΔΙΑΤΑΡΑΚΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ (εκτός ΗΜ πεδίου)

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{\vec{P}}^2}{2m_e} + U(\vec{r})$$

π.χ. @ άτομο του Υδρογόνου $\quad U(\vec{r}) = (-e)\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e}{r} = \dfrac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

π.χ. @ πολυηλεκτρονικό άτομο $\quad U(\vec{r}) = (-e)\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Ze}{r} = \dfrac{-Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

π.χ. θωρακισμένη (screened) μορφή της δυναμικής ενέργειας $\quad U(\vec{r}) = \dfrac{-Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}e^{-k_0 r}$

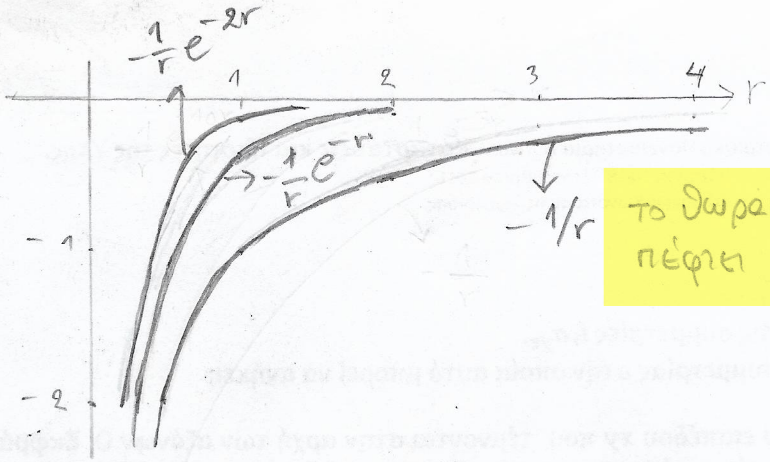
Γενικότερα το δυναμικό Coulomb έχει τη μορφή $\quad V(\vec{r}) = \dfrac{Ze}{4\pi\varepsilon_0 r} = V(r)$

ενώ το θωρακισμένο δυναμικό Coulomb » $\quad V(\vec{r}) = \dfrac{Ze}{4\pi\varepsilon_0 r}e^{-k_0 r} = V(r)$

κεντρικά δυναμικά

(αλλιώς καλείται Thomas-Fermi δυναμικό ή Yukawa δυναμικό)

$k_0 :=$ ισχύς του παράγοντα αποσβέσεως ή κυματάνυσμα Thomas-Fermi



Το θωρακισμένο δυναμικό πέφτει πιο γρήγορα...

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec r,t)}{\partial t}=\hat H_0\Psi(\vec r,t)$$

ΧΜ $\quad \Psi(\vec r,t)=\Phi(\vec r)\,T(t)$

$$\Bigg\}\quad i\hbar\,\Phi(\vec r)\,\frac{dT(t)}{dt}=T(t)\,\hat H_0\Phi(\vec r)$$

άν $T(t)=0$ ή $\Phi(\vec r)=0$ ικανοποιείται

άν $T(t)\neq 0$ και $\Phi(\vec r)\neq 0 \rightsquigarrow \underbrace{\frac{i\hbar}{T(t)}\frac{dT(t)}{dt}}_{f_1(t)}=\underbrace{\frac{\hat H_0\Phi(\vec r)}{\Phi(\vec r)}}_{f_2(\vec r)}:=E$ (σταθερά) για να ισχύει $\forall t,\ \forall\vec r$

(1) $\hat H_0\Phi(\vec r)=E\Phi(\vec r)$ εξίσωση ιδιοτιμών, εν γένει διακριτές, θα υπάρχει κάποιος συλλογικός κβαντικός αριθμός k $\Rightarrow$

π.χ. στο άτομο του Υδρογόνου $k=\{n,l,m_l\}$

$$\hat H_0\Phi_k(\vec r)=E_k\Phi_k(\vec r) \qquad E_k:=\hbar\Omega_k$$

$\Phi_k(\vec r)$ έστω ορθοκανονικές ιδιοσυναρτήσεις

(2) $\frac{dT}{T}=\frac{E\,dt}{i\hbar}\Rightarrow \ln T=\frac{Et}{i\hbar}+c\Rightarrow T(t)=e^{-\frac{iEt}{\hbar}}e^{c}\Rightarrow T(t)=\mathcal N e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$

σταθερά κανονικοποιήσεως

Συνοψίζοντας $\quad \Psi_k(\vec r,t)=\mathcal N e^{-\frac{i}{\hbar}E_k t}\,\Phi_k(\vec r)$

υποθέσαμε $\Phi_k(\vec r)$ ορθοκανονικές

Αν απαιτήσουμε $\int dV\,|\Psi_k(\vec r)|^2=1\Rightarrow|\mathcal N|^2\int dV\,|\Phi_k(\vec r)|^2=1\Rightarrow|\mathcal N|^2=1$

$dV:=d^3r$
στοιχειώδης όγκος

ΔΙΑΤΑΡΑΓΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ (ἐντός ΗΜ πεδίου)

χρονικά ἐξαρτημένη θεωρία διαταραχών

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + U_\varepsilon(\vec{r},t) \quad (1)$$

δυναμική ἐνέργεια τῆς διαταραχῆς (μικρή σε σχέση με $\hat{H}_0$)

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r},t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(\vec{r},t) \quad (2)$$

με ἀρχική συνθήκη

$$\Psi(\vec{r},0) = \Phi(\vec{r}) = \text{γνωστή}$$

Υποθέτουμε ὅτι μποροῦμε να ἀναπτύξουμε τις $\Psi(\vec{r},t)$ και $\Psi(\vec{r},0)=\Phi(\vec{r})$ στη βάση των ἰδιοσυναρτήσεων του ἀδιατάρακτου προβλήματος $\{\Phi_k(\vec{r})\}$

$$\hat{H}_0 \Phi_k(\vec{r}) = E_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_k f_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$\Psi(\vec{r},t) = \sum_k C_k(t)\, e^{-i\Omega_k t}\, \Phi_k(\vec{r}) \quad (3) \qquad E_k = \hbar\Omega_k$$

$$\Rightarrow C_k(0) = f_k$$

(1)(2)(3) $\Rightarrow$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \sum_k C_k(t)\, e^{-i\Omega_k t}\, \Phi_k(\vec{r}) = \left[\hat{H}_0 + U_\varepsilon(\vec{r},t)\right] \sum_k C_k(t)\, e^{-i\Omega_k t}\, \Phi_k(\vec{r})$$

$$A' = i\hbar \sum_k \dot{C}_k(t)\, e^{-i\Omega_k t}\, \Phi_k(\vec{r}) + \cancel{\sum_k C_k(t)\, E_k\, e^{-i\Omega_k t}\, \Phi_k(\vec{r})}$$

$$\Delta' = \cancel{\sum_k C_k(t)\, e^{-i\Omega_k t}\, E_k \Phi_k(\vec{r})} + U_\varepsilon(\vec{r},t) \sum_k C_k(t)\, e^{-i\Omega_k t}\, \Phi_k(\vec{r})$$

ἐπί $\int dV\, \Phi_{k'}^*(\vec{r})$ ... δηλ. ἐσωτερικό γινόμενο ...

$$\Rightarrow i\hbar \sum_k \dot{C}_k(t)\, e^{-i\Omega_k t} \underbrace{\int dV\, \Phi_{k'}^*(\vec{r})\, \Phi_k(\vec{r})}_{\delta(k'-k)} = \sum_k C_k(t)\, e^{-i\Omega_k t} \int dV\, \Phi_{k'}^*(\vec{r})\, U_\varepsilon(\vec{r},t)\, \Phi_k(\vec{r})$$

$$:= U_{\varepsilon k'k}(t) = \langle \Phi_{k'} | U_\varepsilon(\vec{r},t) | \Phi_k \rangle$$

$$\Rightarrow i\hbar\, \dot{C}_{k'}(t)\, e^{-i\Omega_{k'} t} = \sum_k C_k(t)\, e^{-i\Omega_k t}\, U_{\varepsilon k'k}(t)$$

$$\boxed{\dot{C}_{k'}(t) = \frac{-i}{\hbar} \sum_k C_k(t)\, e^{i(\Omega_{k'}-\Omega_k)t}\, U_{\varepsilon k'k}(t)}$$

στοιχεία πίνακα τῆς δυναμικῆς ἐνέργειας τῆς διαταραχῆς

Γενικώς, για οποιοδήποτε φυσικό μέγεθος Μ, βρίσκουμε τα στοιχεία πίνακά του ως

$$M_{k'k} := \int dV\, \Phi_{k'}^{*}(\vec{r})\, \hat{M}(\vec{r}, -i\hbar\vec{\nabla})\, \Phi_k(\vec{r}) = \langle \Phi_{k'} | \hat{M} | \Phi_k \rangle$$

...

$|\psi\rangle$ ket

κομψός συμβολισμός

$\langle\phi|$ bra

π.χ. $\langle \vec{r} | \psi \rangle = \psi(\vec{r})$ $\qquad \langle \psi | \vec{r} \rangle = \psi(\vec{r})^{*}$

$$\langle \phi | \psi \rangle = \int d^3r\, \varphi(\vec{r})^{*}\, \psi(\vec{r})$$

$$\langle \phi | \hat{A} | \psi \rangle = \int d^3r\, \varphi(\vec{r})^{*}\, \hat{A}(\vec{r}, -i\hbar\vec{\nabla})\, \psi(\vec{r})$$

Στοιχεια Πινακα Τελεστη

ΔΗΛΑΔΗ

$$\langle \vec{r} | \phi \rangle = \phi(\vec{r})$$

$$\langle \psi | \vec{r} \rangle = \psi(\vec{r})^*$$

$$\langle \psi | \hat{M} | \phi \rangle = \int dx'' \int dx' \langle \psi | x'' \rangle \underbrace{\langle x'' | \hat{M} | x' \rangle}\langle x' | \phi \rangle$$

$$= \int dx'' \int dx' \psi(x'')^* \underbrace{\langle x'' | \hat{M} | x' \rangle} \phi(x')$$

Σχέση πληρότητας

$$\int dx \, |x\rangle \langle x| = 1$$

$$\langle x'' | \hat{x} | x' \rangle = \langle x'' | x | x' \rangle = x \langle x'' | x' \rangle = x \, \delta(x''-x') = x'' \delta(x''-x')$$

$$\langle x'' | \hat{p} | x' \rangle = \ldots \text{ αποδεικνυεται } \ldots = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x''} \delta(x''-x')$$

$\Rightarrow$ (αναπτυσσονται σε δυναμεις του $\hat{x}$ και του $\hat{p}$)

$$\underbrace{\langle x'' | \hat{M} | x' \rangle} = M\left(x'', -i\hbar \frac{\partial}{\partial x''}\right) \delta(x''-x') \quad 1\Delta$$

$$\langle \vec{r}'' | \hat{M} | \vec{r}' \rangle = M(\vec{r}'', -i\hbar \vec{\nabla}'') \, \delta(\vec{r}''-\vec{r}') \quad 3\Delta$$

Οπότε $\langle \Phi_\ell | \hat{M} | \Phi_k \rangle = \int d^3r'' \int d^3r' \langle \Phi_\ell | \vec{r}'' \rangle \langle \vec{r}'' | \hat{M} | \vec{r}' \rangle \langle \vec{r}' | \Phi_k \rangle$

$$= \int d^3r'' \int d^3r' \, \Phi_\ell^*(\vec{r}'') \, M(\vec{r}'', -i\hbar \vec{\nabla}'') \, \delta(\vec{r}''-\vec{r}') \, \Phi_k(\vec{r}')$$

$$= \int d^3r'' \, \Phi_\ell^*(\vec{r}'') \, M(\vec{r}'', -i\hbar \vec{\nabla}'') \, \Phi_k(\vec{r}'')$$

ή

$$= \int d^3r \, \Phi_\ell^*(\vec{r}) \, M(\vec{r}, -i\hbar \vec{\nabla}) \, \Phi_k(\vec{r})$$

$[\hat{x},\hat{p}] = i\hbar \Leftrightarrow \hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar$ και $\langle x''|$ και $|x'\rangle$

$$\langle x''|\hat{x}\hat{p}|x'\rangle - \langle x''|\hat{p}\hat{x}|x'\rangle = i\hbar \langle x''|x'\rangle$$

$$\langle x''|x''\hat{p}|x'\rangle - \langle x''|\hat{p}\, x'|x'\rangle = i\hbar \langle x''|x'\rangle$$

$$x''\langle x''|\hat{p}|x'\rangle - x'\langle x''|\hat{p}|x'\rangle = i\hbar\, \delta(x''-x')$$

$$\left.\begin{array}{l}(x''-x')\,\underline{\langle x''|\hat{p}|x'\rangle} = i\hbar\, \delta(x''-x') \\ \delta(x''-x') = -(x''-x')\dfrac{\partial}{\partial x''}\delta(x''-x')\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\cancel{(x''-x')}\,\underline{\langle x''|\hat{p}|x'\rangle} = i\hbar(-1)\cancel{(x''-x')}\frac{\partial}{\partial x''}\delta(x''-x') \Rightarrow$$

$$\underline{\langle x''|\hat{p}|x'\rangle} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x''}\delta(x''-x')$$

Θα αποδείξουμε πρώτα ότι $x\,\delta'(x) = -\delta(x)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx\, x\,\delta'(x) f(x) = x f(x)\delta(x) - \int dx\,\delta(x)\,(x f(x))' =$$

$$= x f(x)\delta(x) - \int dx\,\delta(x)\,(f(x) + x f'(x))$$

$$= x f(x)\delta(x)\Big|_{-\infty}^{+\infty} - \underline{\int_{-\infty}^{+\infty} dx\,\delta(x) f(x)} - \int_{-\infty}^{+\infty} dx\,\delta(x)\, x f'(x)$$

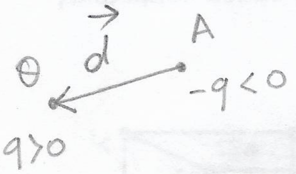
$$\underline{-\int_{-\infty}^{+\infty} dx\,\delta(x) f(x)}$$

Επειδή $\int dV \, |\Psi(\vec r,t)|^2 = 1 \iff \int dV \, \Psi^*(\vec r,t)\, \Psi(\vec r,t) = 1$

$$\Rightarrow \int dV \sum_k C_k^*(t)\, e^{+i\Omega_k t}\, \Phi_k^*(\vec r) \sum_{k'} C_{k'}(t)\, e^{-i\Omega_{k'} t}\, \Phi_{k'}(\vec r) = 1$$

$$\Rightarrow \sum_k \sum_{k'} e^{i(\Omega_k - \Omega_{k'})t}\, C_k^*(t)\, C_{k'}(t) \; \underbrace{\int dV \, \Phi_k^*(\vec r)\, \Phi_{k'}(\vec r)}_{\delta_{kk'}} = 1$$

$$\Rightarrow \sum_k |C_k(t)|^2 = 1 \Rightarrow \sum_k |C_k(0)|^2 = 1 \Rightarrow \sum_k |f_k|^2 = 1$$

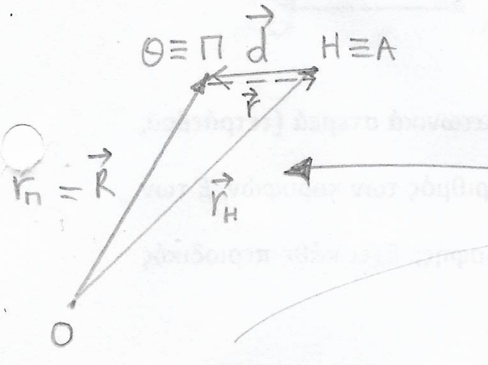


$\vec d = \vec{A\Theta}$ $\qquad \vec{\mathfrak{p}} := q\vec d$

ηλεκτρική διπολική ροπή
electric dipole moment

Έστω Άτομο Υδρογόνου

ΥΠΟΘΕΣΗ $\lambda \gg$ μέγεθος του υπό μελέτη συστήματος



$\vec{\mathfrak{p}} := q\vec d = e(-\vec r) = -e\vec r$

$|\vec r| \sim a_0$ της τάξεως της ακτίνας Bohr

$a_0 = 0.529 \cdot 10^{-10}$ m

$\lambda \gg a_0$ $\qquad \frac{\lambda}{a_0} \approx \frac{500 \cdot 10^{-9}\,m}{0.5 \cdot 10^{-10}\,m} = 10^4$

π.χ. οπτικό μήκος κύματος $\lambda \approx 500$ nm

Άρα στις παρούσες συνθήκες το ηλεκτρικό πεδίο είναι πρακτικά ομογενές! στο χώρο που καλύπτει το σύστημά μας (εδώ άτομο)

ορισμοί

ομογενές ← → ισότροπο

'Ας περιοριστούμε σε δυνάμεις, στο ηλεκτρόνιο, οι οποίες προέρχονται από το ηλεκτρικό πεδίο
οδεύοντος, μονοχρωματικού και πολωμένου ΗΜ κύματος.

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_\alpha \exp\left[i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}_H - \omega t + \phi\right)\right]$$

καθορίζει την πόλωση

$\omega = 2\pi\nu$

κυκλική συχνότητα — συχνότητα

$\vec{k}$: κυματάνυσμα με μέτρο $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

λ: μήκος κύματος

ϕ: αυθαίρετη φάση

$\vec{r}_H \simeq \vec{R}$ για την κλίμακα μεγέθους που μας αφορά εδώ.

$$\frac{\lambda}{a_0} \simeq 10^4 \Rightarrow \lambda >> a_0 \sim |\vec{r}|$$

Δηλαδή το ηλεκτρικό πεδίο είναι πρακτικά ομογενές

$$\vec{\mathcal{E}} \approx \vec{\mathcal{E}}_a \exp\left[i\left(\vec{k}\cdot\vec{R} - \omega t + \phi\right)\right] = \underbrace{\vec{\mathcal{E}}_a \exp\left[i(\vec{k}\cdot\vec{R} + \phi)\right]}_{:= \vec{\mathcal{E}}_0} \cdot \exp(-i\omega t)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 \cdot \exp(-i\omega t) = \vec{\mathcal{E}}(t)$$

Δηλαδή το ηλεκτρικό πεδίο έχει πρακτικά μόνο χρονική εξάρτηση

$V(\vec{r}, t)$ δυναμικό

$U(\vec{r}, t)$ δυναμική ενέργεια

$$\left.\begin{aligned}&\vec{\mathcal{E}} = -\vec{\nabla} V\\ &dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz = \vec{\nabla} V\cdot d\vec{r}\end{aligned}\right\} \Rightarrow dV = -\vec{\mathcal{E}}\cdot d\vec{r}$$

$$\Rightarrow V(\vec{r},t) - \underbrace{V(\vec{0},t)}_{\text{θέτουμε μηδέν}} = -\vec{\mathcal{E}}\cdot\vec{r} \Rightarrow V(\vec{r},t) = -\vec{\mathcal{E}}\cdot\vec{r}$$

$$\Rightarrow \boxed{U(\vec{r},t) = e\vec{\mathcal{E}}\cdot\vec{r} = -\vec{\wp}\cdot\vec{\mathcal{E}}}$$

Το σύνολο των υποθέσεων, οι οποίες οδήγησαν στη δυναμική ενέργεια της διαταραχής της μορφής αυτής, ονομάζεται <u>προσέγγιση διπόλου (dipole approximation)</u>

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 \exp(-i\omega t) = \vec{\mathcal{E}}(t)$$

θεωρώντας $\vec{\mathcal{E}}_0 \parallel \hat{z}$ και παίρνοντας το πραγματικό μέρος $\cos\omega t$

$$\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_0 \hat{z} \cos\omega t$$

Άρα $U_\mathcal{E} = -\vec{p}\cdot\vec{\mathcal{E}} = -(-e\vec{r})\cdot\mathcal{E}_0 \hat{z}\cos\omega t = e\mathcal{E}_0 z \cos\omega t$

$$U_\mathcal{E} = e\mathcal{E}_0 z \cos\omega t$$

$$U_{\mathcal{E}k'k}(t) = \int dV\, \Phi_{k'}^*(\vec{r})\, e\mathcal{E}_0 z\cos\omega t\, \Phi_k(\vec{r}) \Rightarrow$$

$$U_{\mathcal{E}k'k}(t) = e\mathcal{E}_0\cos\omega t \underbrace{\int dV\, \Phi_{k'}^*(\vec{r})\, z\, \Phi_k(\vec{r})}_{:=\, Z_{k'k}} = e\mathcal{E}_0 \cos\omega t\, Z_{k'k}$$

τα $Z_{k'k}$ έχουν τις ιδιότητες

① $Z_{kk} = \int dV\, z\, |\Phi_k(\vec{r})|^2 = 0$

περιττή, άρτια

εφ' όσον οι ιδιοσυναρτήσεις είναι άρτιες ή περιττές (όπως ισχύει στο άτομο, στο συμμετρικό κβαντικό φρέατο κλπ)

② $Z_{k'k}^* = \left(\int dV\, \Phi_{k'}^*(\vec{r})\, z\, \Phi_k(\vec{r})\right)^* = \int dV\, \Phi_k^*(\vec{r})\, z\, \Phi_{k'}(\vec{r}) = Z_{kk'}$

Δηλαδή συνοπτικά

① $Z_{kk} = 0$

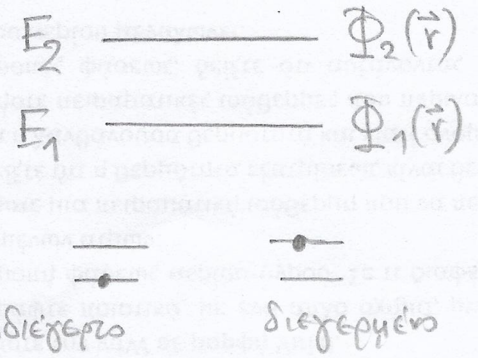
② $Z_{k'k}^* = Z_{kk'}$ και $Z_{k'k} = Z_{kk'}$ αν οι ιδιοσυναρτήσεις είναι πραγματικές

$$\vec{p}_{k'k} := \int dV\, \Phi_{k'}^*(\vec{r})(-e)\vec{r}\, \Phi_k(\vec{r}) = (-e)\,\vec{r}_{k'k}$$

$$p_{zk'k} = (-e)\int dV\, \Phi_{k'}^*(\vec{r})\, z\, \Phi_k(\vec{r}) = (-e)\cdot Z_{k'k}$$

$$U_{\mathcal{E}k'k}(t) = -\mathcal{E}_0 \cos\omega t\; p_{zk'k}$$

Ας εστιάσουμε σε δισταθμικό σύστημα



$$U_{E12}(t) = e\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, z_{12} = -\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, p_{z12}$$

$$U_{E21}(t) = e\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, z_{21} = -\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, p_{z21}$$

$$U_{Ekk}(t) = e\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, z_{kk} = 0$$

Αν οι ιδιοσυναρτήσεις είναι πραγματικές

$$p_{z12} = (-e) z_{12} = (-e) z_{21} = p_{z21} := p_z := p$$

$$U_{E12}(t) = -\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, p$$

$$U_{E21}(t) = -\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, p$$

$$U_{Ekk}(t) = 0 \, , \quad k=1 \text{ ή } k=2$$

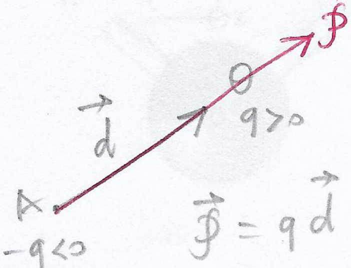
τελικά

$$\begin{cases} U_{Ek'k}(t) = -\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, p \, , & k' \neq k \\ U_{Ek'k}(t) = 0 \, , & k' = k \end{cases}$$

Υπενθύμιση Αναλογιών

$\vec{E}$ (Ηλεκτρικό Πεδίο)

$\vec{p} = q\vec{d}$

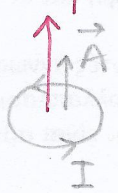


$\vec{p} = q\vec{d}$

$\vec{d} = \vec{A\Theta}$

$\vec{B}$ (Μαγνητική Επαγωγή)

$\vec{\mu} = I\vec{A}$



ή $\vec{\mu} = \frac{\overset{\text{φορτίο}}{q}}{\underset{\text{μάζα}}{2m}}(\vec{L}+g\vec{S})$

$\vec{p} = q\vec{d}$

ηλεκτρική διπολική ροπή

electric dipole moment

$\vec{\mu} = I\vec{A}$ ή $\vec{\mu} = \frac{q}{2m}(\vec{L}+g\vec{S})$

μαγνητική διπολική ροπή

magnetic dipole moment

$U_E = -\vec{p}\cdot\vec{E}$ δυναμική ενέργεια potential energy

$U_B = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$

$\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$ (μηχανική) ροπή torque

$\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$

$[\vec{p}] = Cm$

$[\vec{\mu}] = Am^2$

$F = BIl$

$N = TAm$

$[U_E] = Cm\frac{V}{m} = CV = \text{Joule}$

$[U_B] = Am^2\cdot T$
$= Nm = \text{Joule}$

$[\vec{\tau}] = \cancel{C}m\frac{N}{\cancel{C}} = N.m$

$[\vec{\tau}] = Am^2T = Nm$

ΕΡΩΤΗΣΗ Είναι λογικό νὰ θεωρήσουμε τὴ δυναμική ἐνέργεια στὴν προσέγγιση διπόλου, $U_\mathcal{E}(\vec{r},t) = -\vec{p}\cdot\vec{\mathcal{E}}$, ὡς διαταραχὴ στὴν $\hat{H}_0$; Συγκρίνετε τὶς ἐνεργειακὲς αὐτὲς κλίμακες, χρησιμοποιώντας τὸ παλαιοκβαντικὸ πρότυπο Bohr γιὰ εὐκολία.

$$U_\mathcal{E} = -\vec{p}\cdot\vec{\mathcal{E}} = e\vec{r}\cdot\vec{\mathcal{E}} = er\mathcal{E}\cos(\vec{r},\vec{\mathcal{E}}) \Rightarrow U_{\mathcal{E}max} = er\mathcal{E}$$

καὶ ἂν θεωρήσουμε γιὰ εὐκολία $r = r_n = a_0 n^2$, a_0 = ἀκτίνα Bohr $\simeq 0.52\,Å$

$$U_{\mathcal{E}max} = e a_0 n^2 \mathcal{E} \quad (1)$$

Ἡ $\hat{H}_0$ μᾶς δίνει χονδρικὰ ἐνέργειες $E_n = -\dfrac{R_E}{n^2}$ (2)

$R_E \simeq 13.6\text{ eV}$

Γιὰ νὰ εἶναι |ἴσα| τὰ (1),(2) θὰ πρέπει

$$e a_0 n^2 \mathcal{E} = \frac{R_E}{n^2} \Rightarrow \mathcal{E} \simeq \frac{13.6\,eV}{e\,0.5\cdot 10^{-10}m}\,\frac{1}{n^4} = 27.2\,\frac{10^{10}V}{m}\,\frac{1}{n^4}$$

$$\mathcal{E} \simeq 0.272\,\frac{TV}{m}\,\frac{1}{n^2}$$

Δεδομένου πὼς τὰ ἰσχυρὰ ἐργαστηριακὰ πεδία εἶναι τῆς τάξεως τῶν $\frac{MV}{m}$, συνήθως τὸ $U_\mathcal{E}$ εἶναι $\frac{T}{M} = 10^6$ μικρότερο τῶν E_n

Ἄρα, μποροῦμε νὰ τὸ θεωρήσουμε διαταραχή.
Ὁ λόγος τους εἶναι

$$\lambda = \frac{|E_n|}{U_\mathcal{E}} \approx \frac{R_E}{n^2}\cdot\frac{1}{e a_0 n^2 \mathcal{E}} \simeq \frac{27.2\,V\cdot 10^{10}}{m}\cdot\frac{1}{\mathcal{E}}\cdot\frac{1}{n^2}$$

Γιὰ πολὺ ἰσχυρὰ $10^9\frac{V}{m}$ με $10^{10}\frac{V}{m}$ ἐργαστηριακὰ ἠλ. πεδία τὸ λ ἀρχίζει νὰ μὴν εἶναι τόσο μικρό.
Αὐτὴ εἶναι ἰδιαίτερη περιοχὴ τῆς φυσικῆς ἀτόμων, νανοδομῶν κλπ.