

$$\dot{C}_{k'}(t) = -\frac{i}{\hbar} \sum_k C_k(t) e^{i(\Omega_{k'} - \Omega_k)t} U_{\varepsilon k'k}(t)$$

$\Delta \Omega = \Omega := \Omega_2 - \Omega_1 = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$

ηλεκτρομαγνητικό πεδίο

$$U_{\varepsilon k'k}(t) = \begin{cases} -\beta \varepsilon_0 \cos \omega t, & k \neq k' \\ \phi, & k = k' \end{cases}$$

$$\beta := \beta_{z12} = -e z_{12} = -e z_{21} = \beta_{z21}$$

$$\vec{E}(t) = \varepsilon_0 \hat{z} \cos \omega t$$

$k'=1$
 $k'=2$

$$\dot{C}_1(t) = i\Omega_R C_2(t) e^{-i\Omega t} \cos \omega t$$

$$\dot{C}_2(t) = i\Omega_R C_1(t) e^{i\Omega t} \cos \omega t$$

$$\Omega_R := \frac{\beta \varepsilon_0}{\hbar} \quad (\text{αν } \beta > 0)$$

$$\Omega_R := \frac{-\beta \varepsilon_0}{\hbar} \quad (\text{αν } \beta < 0)$$

σφαιρικά πόλωση
δενική

$$\cos \omega t = \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2}$$

RWA

$$\dot{C}_1(t) = i\Omega_R C_2(t) e^{i(\omega - \Omega)t}$$

$$\dot{C}_2(t) = i\Omega_R C_1(t) e^{-i(\omega - \Omega)t}$$

$\Delta := \omega - \Omega$ detuning
ἀποσintonισμός

$$\begin{cases} \dot{C}_1(t) = i\Omega_R e^{i\Delta t} C_2(t) \\ \dot{C}_2(t) = i\Omega_R e^{-i\Delta t} C_1(t) \end{cases} \Leftrightarrow \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & i\Omega_R e^{i\Delta t} \\ i\Omega_R e^{-i\Delta t} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix}$$

a

$$\begin{cases} C_1(t) := \tilde{C}_1(t) e^{i\frac{\Delta}{2}t} \\ C_2(t) := \tilde{C}_2(t) e^{-i\frac{\Delta}{2}t} \end{cases} \text{ μετασχηματισμός}$$

Το σύστημα λύνεται με πολλούς τρόπους

- a μετασχηματισμός, μέθοδος ιδιοτιμών - ιδιοαντιστοιχιών
- b έπιπέδων παραγωγών και χαρακτηριστικό πολυώνυμο
- c προσεγγιστική μέθοδος Newton
- d Νικόλαος Σουλφας

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{C}}_1(t) \\ \dot{\tilde{C}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i\frac{\Delta}{2} & i\frac{\Omega_R}{2} \\ i\frac{\Omega_R}{2} & i\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{C}_1(t) \\ \tilde{C}_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\vec{\chi}(t) \quad \tilde{A} := -iA \quad \vec{\chi}(t) \quad \text{d.d.M } \vec{\chi}(t) = \vec{u} e^{\vec{\lambda}t} \quad \left. \begin{matrix} \vec{\lambda} = -i\lambda \end{matrix} \right\} A\vec{u} = \lambda\vec{u}$$

$$A\vec{u} = \lambda\vec{u} \quad A = \begin{bmatrix} \frac{\Delta}{2} & -\frac{\Omega_R}{2} \\ -\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix}$$

\vec{u}_1 ιδιοδιάνοσα με ιδιοτιμή λ_1 μερική λύση $\vec{u}_1 e^{-i\lambda_1 t}$
 \vec{u}_2 ιδιοδιάνοσα με ιδιοτιμή λ_2 μερική λύση $\vec{u}_2 e^{-i\lambda_2 t}$

αν \vec{u}_1, \vec{u}_2 γραμμικώς ανεξάρτητα ή γενική λύση θα είναι

$$\vec{\chi}(t) = \sum_{k=1}^2 \sigma_k \vec{u}_k e^{-i\lambda_k t}$$

όπως τις αρχικές συνθήκες βρίσκουμε τα σ_k

Εύρεση "ιδιοτιμών"

$$\textcircled{1} \begin{bmatrix} \frac{\Delta}{2} & -\frac{\Omega_R}{2} \\ -\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \dots \Rightarrow \lambda_{2,1} = \pm \frac{\sqrt{\Omega_R^2 + \Delta^2}}{2}$$

για $\Delta=0 \quad \lambda_{2,1} = \pm \frac{\Omega_R}{2}$

ΛΥΣΗ για $\Delta=0$ $\lambda_1 = -\frac{\Omega_R}{2} \quad \dots \quad \vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\lambda_2 = \frac{\Omega_R}{2} \quad \dots \quad \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

$$\vec{\chi}(t) = \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix} = \sigma_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{+i\frac{\Omega_R}{2}t} + \sigma_2 \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} e^{-i\frac{\Omega_R}{2}t} = \begin{bmatrix} C_1(t) e^{-i\frac{\Omega_R}{2}t} \\ C_2(t) e^{i\frac{\Omega_R}{2}t} \end{bmatrix}$$

ΑΡΧΙΚΗ ΣΥΝΘΗΚΗ $C_1(0)=1, C_2(0)=0 \quad \text{---} \quad C_1(0)=1 \quad C_2(0)=0$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}} - \frac{\sigma_2}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$C_1(t) = \cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$$

$$C_2(t) = i \sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$$