ΠΕΔΙΑ ΕΝΤΟΣ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΓΩΓΟΥ

Ιδανικός αγωγός ανακλά όλη την ενέργεια ΗΜ κύματος
(ideal conductor) που προσπίπτει στην επιφάνεια του

Καλός αγωγός ανακλά το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας ΗΜ κύματος
(good conductor) που προσπίπτει στην επιφάνεια του

πυκνότητα ενέργειας ΗΜ κύματος $U = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(E^2 + c^2 B^2\right)$

$$c^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \Rightarrow \frac{1}{\mu_0} = \varepsilon_0 c^2$$

$$\varepsilon_0 \simeq 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

$$c \simeq 3 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}$$

$$[U] = \frac{F}{m} \cdot \frac{V^2}{m^2} = \frac{C}{V} \cdot \frac{V^2}{m^3} = \frac{J}{m^3}$$

Άρα εντός ιδανικού αγωγού $\vec{E} = \vec{0}$ και $\vec{B} = \vec{0}$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ MAXWELL. ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ με όρους ΟΛΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ & ΟΛΙΚΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

θ. Gauss $\oint_{S=\partial V} \vec{A}\cdot d\vec{a} = \int_V \vec{\nabla}\cdot\vec{A}\, dV$

θ. Stokes $\oint_{\ell=\partial S} \vec{A}\cdot d\vec{\ell} = \int_S \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{a}$

διαφορική μορφή

στο κενό $(\rho=0, \vec{J}=\vec{0})$

1η Εξ. Maxwell $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ $\qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{E}=0$

ν. Gauss ηλεκτρισμού

2η Εξ. Maxwell $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$ $\qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$

ν. Gauss μαγνητισμού

3η Εξ. Maxwell $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ $\qquad \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

ν. Faraday επαγωγής

4η Εξ. Maxwell $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ $\qquad \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

ν. Ampère & διόρθωση Maxwell

ολοκληρωτική μορφή

1η + θ. Gauss $\int_V \vec{\nabla}\cdot\vec{E}\, dV = \int_{S=\partial V}\vec{E}\cdot d\vec{a} \Rightarrow \Phi_{E,S=\partial V} := \int_{S=\partial V}\vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{q_{εντός}}{\varepsilon_0}$

2η + θ. Gauss $\int_V \vec{\nabla}\cdot\vec{B}\, dV = \int_{S=\partial V}\vec{B}\cdot d\vec{a} \Rightarrow \Phi_{B,S=\partial V} := \int_{S=\partial V}\vec{B}\cdot d\vec{a} = 0$

3η + θ. Stokes $\int_S \vec{\nabla}\times\vec{E}\cdot d\vec{a} = \int_{\ell=\partial S}\vec{E}\cdot d\vec{\ell} \Rightarrow \mathcal{E}_{ΗΕΔ} := \oint_{\ell=\partial S}\vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{a}$

$= -\frac{\partial}{\partial t}\Phi_{B,S}$

4η + θ. Stokes $\int_S \vec{\nabla}\times\vec{B}\cdot d\vec{a} = \oint_{\ell=\partial S}\vec{B}\cdot d\vec{\ell} \Rightarrow \oint_{\ell=\partial S}\vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \int_S\left(\mu_0\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{a} =$

$= \mu_0 I_{\text{που διαπερνά την } S} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\Phi_{E,S}$

ΥΠΑΡΞΗ ΗΜ ΚΥΜΑΤΩΝ όταν $\rho = 0$ κ $\vec{J} = \vec{0}$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$

(∇^2 Λαπλασιανή Laplacian)

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\nabla^2 \vec{E} \Rightarrow$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\nabla^2 \vec{E} \Rightarrow -\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\nabla^2 \vec{E} \Rightarrow \nabla^2 \vec{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$u_\varphi = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \qquad \nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\left[\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right] \vec{E} = \vec{0}$$

$$\Box \vec{E} = \vec{0}$$

($\Box$ D'Alembertian)

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \left(\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = -\nabla^2 \vec{B} \Rightarrow$$

$$\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\nabla^2 \vec{B} \Rightarrow \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\nabla^2 \vec{B} \Rightarrow \nabla^2 \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\left[\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right] \vec{B} = \vec{0}$$

$$\Box \vec{B} = \vec{0}$$

ΠΕΔΙΑ ΣΤΟ ΣΥΝΟΡΟ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΓΩΓΟΥ

Συνοριακές Συνθήκες στη διεπιφάνεια μεταξύ υλικών
interface

1η ΕΞ.Μ. $\Rightarrow$ $E_{1\perp} - E_{2\perp} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ ΓΣΣ

2η ΕΞ.Μ $\Rightarrow$ $B_{1\perp} = B_{2\perp}$

3η ΕΞ.Μ $\Rightarrow$ $E_{1\parallel} = E_{2\parallel}$

4η ΕΞ.Μ $\Rightarrow$ $B_{2\parallel} - B_{1\parallel} = \mu_0 \cdot J$ γραμμικό που διαπερνά την S

$[J^{\cdots}] = \frac{A}{m}$

Εάν (1) = ιδανικός αγωγός ($\vec{B}_1 = \vec{0}$, $\vec{E}_1 = \vec{0}$) τότε οι ΓΣΣ γίνονται
(2) = κενό ή αέρας

$-E_{2\perp} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ ΕΣΣ

$B_{2\perp} = 0$

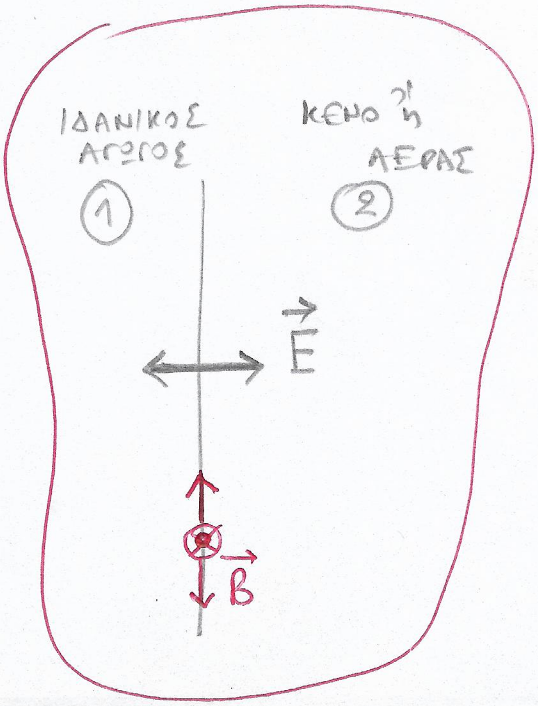
$E_{2\parallel} = 0$

$B_{2\parallel} = \mu_0 J$ γραμμικό που διαπερνά την S

θα χρειαστούμε περισσότερο τις

$B_{2\perp} = 0$ ΕΣΣ*

$E_{2\parallel} = 0$



ΠΕΔΙΑ ΣΕ ΚΟΙΛΟΤΗΤΕΣ

Το ~~μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας~~ ΟΛΗ Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ ενός ΗΜ κύματος που προσπίπτει στην επιφάνεια ενός καλού αγωγού ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΓΩΓΟΥ ανακλάται

$\Downarrow$

Μπορούμε να αποθηκεύσουμε ΗΜ ενέργεια

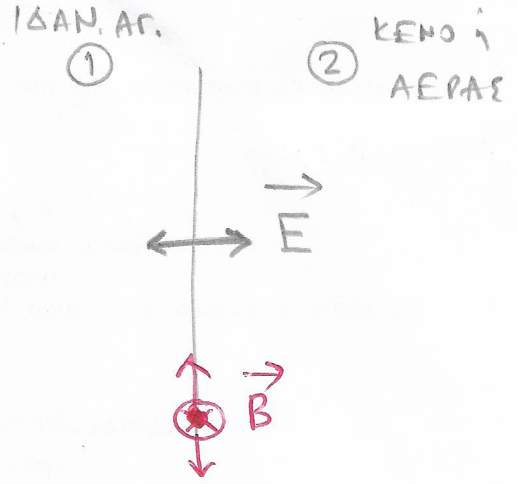
στη μορφή στάσιμων ΗΜ κυμάτων

εντός κοιλότητας με τοιχώματα από ιδανικό (ή κατά προσέγγιση καλό) αγωγό.

$$ΕΣΣ^*$$

$$B_{2\perp} = 0$$

$$E_{2\parallel} = 0$$



Συνεπώς, οι δυνατές μορφές κ συχνότητες

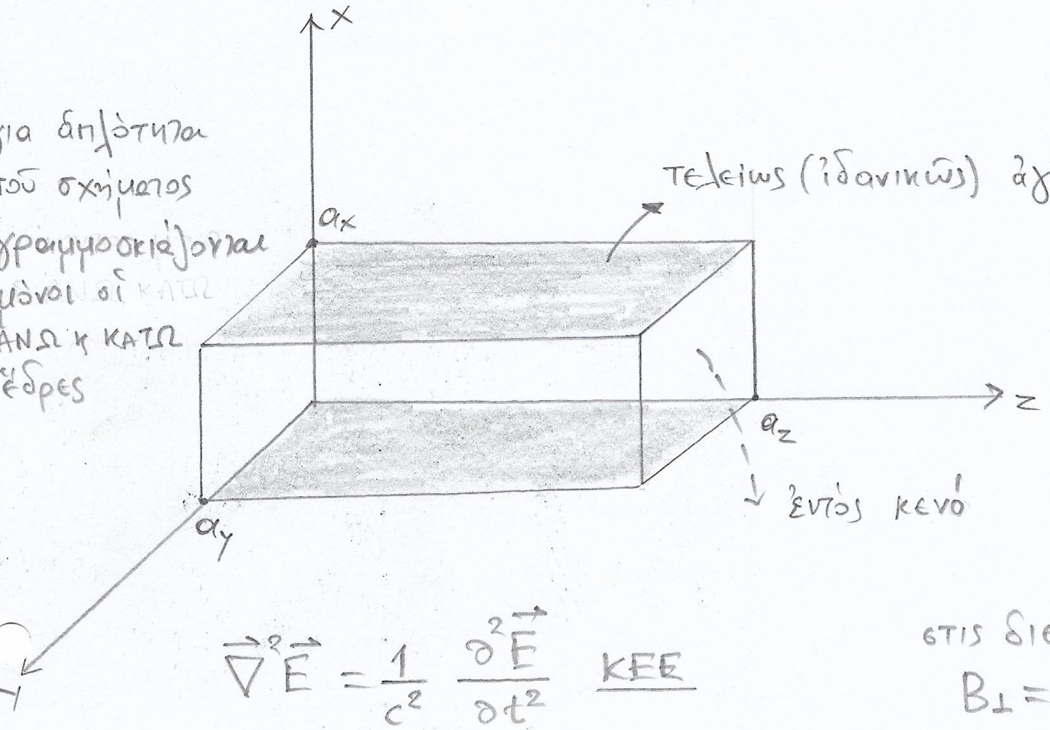
των στάσιμων ΗΜ κυμάτων που διατηρούνται εντός της κοιλότητας "υποστηρίζονται" από την κοιλότητα, ΚΑΘΟΡΙΖΟΝΤΑΙ ΑΠΟ

το σχήμα της κοιλότητας

(κανονικοί) τρόποι { μορφές κ συχνότητες — patterns & frequencies } (normal) modes

ΚΑΝΟΝΙΚΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΗΜ ΠΕΔΙΟΥ ΣΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΗ ΚΟΙΛΟΤΗΤΑ

για απλότητα του σχήματος γραμμοσκιάζονται μόνοι οι ΑΝΩ κ ΚΑΤΩ έδρες



$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \underline{\text{ΚΕΕ}}$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad \underline{\text{ΚΕΒ}}$$

στις διεπιφάνειες

$$\left.\begin{array}{l} B_\perp = 0 \\ E_{/\!/} = 0 \end{array}\right\} \text{ΕΣΣ}^*$$

Αναζητούμε λύσεις χωρισμού των μεταβλητών $\vec{r}, t$, δηλαδή

$$\vec{E}(x,y,z,t) = \vec{E}_{\vec{r}}(x,y,z) \cdot e^{-i\omega t}$$

χώρος   χρόνος

$$\text{ΚΕΕ} \Rightarrow \cancel{e^{-i\omega t}}\, \vec{\nabla}^2 \vec{E}_{\vec{r}} = \frac{1}{c^2}(-i\omega)^2 \cancel{e^{-i\omega t}}\, \vec{E}_{\vec{r}} \Rightarrow$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_r + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_{\vec{r}} = \vec{0}$$

Στη συνέχεια χωρίζουμε τις μεταβλητές x, y, z εντός του $\vec{r}$

... πράξεις ...

	μηδενίζεται για
$E_x = E_{x0} \cdot \cos(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \sin(k_z z)$	$y=0$ και $z=0$
$E_y = E_{y0} \cdot \sin(k_x x) \cdot \cos(k_y y) \cdot \sin(k_z z)$	$x=0$ και $z=0$
$E_z = E_{z0} \cdot \sin(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \cos(k_z z)$	$x=0$ και $y=0$

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

Στην <u>κάτω</u> έδρα $(x=0)$ $\exists$ μόνο E_x συνιστώσα
δηλ. $\vec{E} \perp$ <u>κάτω</u> έδρα

Στην <u>πίσω</u> έδρα $(y=0)$ $\exists$ μόνο E_y συνιστώσα
δηλ. $\vec{E} \perp$ <u>πίσω</u> έδρα

Στην <u>αριστερή</u> έδρα $(z=0)$ $\exists$ μόνο E_z συνιστώσα
δηλ. $\vec{E} \perp$ <u>αριστερή</u> έδρα

} ικανοποιείται η ΕΣΣ* $E_{//}=0$

Όμοιως, θα πρέπει

Στην <u>άνω</u> έδρα $(x=a_x)$ να $\exists$ μόνο E_x συνιστώσα
δηλ. $\vec{E} \perp$ <u>άνω</u> έδρα

Στην <u>μπροστινή</u> έδρα $(y=a_y)$ να $\exists$ μόνο E_y συνιστώσα
δηλ. $\vec{E} \perp$ <u>μπροστινή</u> έδρα

Στην <u>δεξιά</u> έδρα $(z=a_z)$ να $\exists$ μόνο E_z συνιστώσα
δηλ. $\vec{E} \perp$ <u>δεξιά</u> έδρα

} για να ικανοποιείται η ΕΣΣ* $E_{//}=0$

@ <u>άνω</u> έδρα, θα πρέπει $\sin(k_x a_x) = 0 \Rightarrow k_x a_x = m_x \pi \Rightarrow k_x = \frac{m_x \pi}{a_x}$, $m_x \in \mathbb{Z}$

@ <u>μπροστινή</u> έδρα, θα πρέπει $\sin(k_y a_y) = 0 \Rightarrow k_y a_y = m_y \pi \Rightarrow k_y = \frac{m_y \pi}{a_y}$, $m_y \in \mathbb{Z}$

@ <u>δεξιά</u> έδρα, θα πρέπει $\sin(k_z a_z) = 0 \Rightarrow k_z a_z = m_z \pi \Rightarrow k_z = \frac{m_z \pi}{a_z}$, $m_z \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \left(\frac{m_x \pi}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{m_y \pi}{a_y}\right)^2 + \left(\frac{m_z \pi}{a_z}\right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\omega_{m_x, m_y, m_z} = \pi c \sqrt{\left(\frac{m_x}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{m_y}{a_y}\right)^2 + \left(\frac{m_z}{a_z}\right)^2}$$ ορθογώνια κοιλότητα

$$\omega_{m_x, m_y, m_z} = \pi c \sqrt{\frac{m_x^2 + m_y^2}{a'^2} + \frac{m_z^2}{a_z^2}}$$ τετραγωνική κοιλότητα $(a_x = a_y = a')$

$$\omega_{m_x,m_y,m_z} = \frac{\pi c}{a}\sqrt{m_x^2+m_y^2+m_z^2}$$ κυβική κοιλότητα ($a_x=a_y=a_z=a$)

Μπορούμε να πάρουμε τα $m_x, m_y, m_z \in \mathbb{N}$ απορροφώντας την αλλαγή προσήμου στα E_{x0}, E_{y0}, E_{z0} δηλαδή επιτρέποντας στα E_{x0}, E_{y0}, E_{z0} να πάρουν θετικές ή αρνητικές τιμές τέτοιες ώστε να συμφωνούν με τις συνοριακές συνθήκες.

$$\frac{a\omega}{\pi c} = \sqrt{m_x^2+m_y^2+m_z^2}$$

m_x	m_y	m_z	$\frac{a\omega}{\pi c}$	E πλάτος	σχόλιο	B πλάτος	σχόλιο
0	0	0	0	0		0	
0	0	1	1	0		0	
0	1	1	$\sqrt{2}$	$\neq 0$	$\exists E_x$	$\neq 0$	$\exists B_y, B_z$
1	1	1	$\sqrt{3}$	$\neq 0$		$\neq 0$	
0	0	2	$\sqrt{4}=2$	0		0	
0	1	2	$\sqrt{5}$	$\neq 0$	$\exists E_x$	$\neq 0$	$\exists B_y, B_z$

... πράξεις ...

μηδενίζεται για

$$B_x = \frac{i}{\omega}\left(E_{y0}k_z - E_{z0}k_y\right)\cdot \sin(k_x x)\cdot\cos(k_y y)\cdot\cos(k_z z)$$ $x=0$ κάτω

$$B_y = \frac{i}{\omega}\left(E_{z0}k_x - E_{x0}k_z\right)\cdot \cos(k_x x)\cdot\sin(k_y y)\cdot\cos(k_z z)$$ $y=0$ πίσω

$$B_z = \frac{i}{\omega}\left(E_{x0}k_y - E_{y0}k_x\right)\cdot \cos(k_x x)\cdot\cos(k_y y)\cdot\sin(k_z z)$$ $z=0$ αριστερά

σύμφωνα με την ΕΣΣ* $B_\perp = 0$

επίσης μηδενίζεται για

πάνω $x=a_x$ $\quad \sin(k_x a_x) = \sin(m_x\pi) = 0$

μπροστά $y=a_y$ $\quad \sin(k_y a_y) = \sin(m_y\pi) = 0$

δεξιά $z=a_z$ $\quad \sin(k_z a_z) = \sin(m_z\pi) = 0$

και πάλι σύμφωνα με την ΕΣΣ* $B_\perp = 0$

προ 6

$$\left.\begin{aligned} &\vec{E}_{\vec{r}}(x,y,z) = E_1(x,y,z)\hat{x} + E_2(x,y,z)\hat{y} + E_3(x,y,z)\hat{z} \\ &\nabla^2 \vec{E}_{\vec{r}} + \frac{\omega^2}{c^2}\vec{E}_r = \vec{0} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\nabla^2 E_1 \hat{x} + \nabla^2 E_2 \hat{y} + \nabla^2 E_3 \hat{z} + \frac{\omega^2}{c^2} E_1 \hat{x} + \frac{\omega^2}{c^2} E_2 \hat{y} + \frac{\omega^2}{c^2} E_3 \hat{z} = \vec{0}$$

$$\nabla^2 E_1 + \frac{\omega^2}{c^2} E_1 = 0 \qquad \nabla^2 E_2 + \frac{\omega^2}{c^2} E_2 = 0 \qquad \nabla^2 E_3 + \frac{\omega^2}{c^2} E_3 = 0$$

$$E_1 = X_1(x) Y_1(y) Z_1(z) \qquad E_2 = X_2(x) Y_2(y) Z_2(z) \qquad E_3 = X_3(x)\cdot Y_3(y)\cdot Z_3(z)$$

$$Y_i Z_i \frac{d^2 X_i}{dx^2} + X_i Z_i \frac{d^2 Y_i}{dy^2} + X_i Y_i \frac{d^2 Z_i}{dz^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} X_i Y_i Z_i \qquad i = 1,2,3$$

$$\underbrace{\frac{1}{X_i}\frac{d^2 X_i}{dx^2}}_{f(x)} + \underbrace{\frac{1}{Y_i}\frac{d^2 Y_i}{dy^2}}_{g(y)} + \underbrace{\frac{1}{Z_i}\frac{d^2 Z_i}{dz^2}}_{h(z)} = -\frac{\omega^2}{c^2} := -k^2 = -k_{xi}^2 - k_{yi}^2 - k_{zi}^2$$

$$\frac{d^2 X_i}{dx^2} + k_{xi}^2 X_i = 0 \qquad \frac{d^2 Y_i}{dy^2} + k_{yi}^2 Y_i = 0 \qquad \frac{d^2 Z_i}{dz^2} + k_{zi}^2 Z_i = 0$$

$$X_i = A_{1i}\cos(k_{xi}x) + B_{1i}\sin(k_{xi}x)$$

$$Y_i = A_{2i}\cos(k_{yi}y) + B_{2i}\sin(k_{yi}y)$$

$$Z_i = A_{3i}\cos(k_{zi}z) + B_{3i}\sin(k_{zi}z)$$

$E_i(x,y,z) = X_i(x)\cdot Y_i(y)\cdot Z_i(z)$ άλλα θα πρέπει

$E_1(x,y,z) = X_1(x)\cdot Y_1(y)\cdot Z_1(z)$ να μηδενίζεται για $y=0$ και $z=0$ και να μη μηδενίζεται για $x=0$

$$\Rightarrow \boxed{E_1(x,y,z) = K_1\cdot\cos(k_{x1}x)\cdot\sin(k_{y1}y)\cdot\sin(k_{z1}z)}$$

$E_2(x,y,z) = X_2(x)\cdot Y_2(y)\cdot Z_2(z)$ να μηδενίζεται για $x=0$ και $z=0$ και να μη μηδενίζεται για $y=0$

$$\Rightarrow \boxed{E_2(x,y,z) = K_2\sin(k_{x2}x)\cdot\cos(k_{y2}y)\cdot\sin(k_{z2}z)}$$

$E_3(x,y,z) = X_3(x)\cdot Y_3(y)\cdot Z_3(z)$ να μηδενίζεται για $x=0$ και $y=0$ και να μη μηδενίζεται για $z=0$

$$\boxed{\Rightarrow E_3(x,y,z) = K_3\cdot\sin(k_{x3}x)\cdot\sin(k_{y3}y)\cdot\cos(k_{z3}z)}$$

$$E_x(x,y,z) = E_{x0}\cos(k_{x1}x)\cdot\sin(k_{y1}y)\cdot\sin(k_{z1}z)$$ μηδενίζονται για $y=0$ κ $z=0$ πρς 7

$$E_y(x,y,z) = E_{y0}\sin(k_{x2}x)\cdot\cos(k_{y2}y)\cdot\sin(k_{z2}z)$$ $x=0$ κ $z=0$

$$E_z(x,y,z) = E_{z0}\sin(k_{x3}x)\cdot\sin(k_{y3}y)\cdot\cos(k_{z3}z)$$ $x=0$ κ $y=0$

$$k_{xi}^2 + k_{yi}^2 + k_{zi}^2 = k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

Στην κάτω έδρα $(x=0)$ $\exists$ μόνο E_x συνιστώσα, δηλ $\vec{E} \perp$ ΚΑΤΩ ΕΔΡΑ

Στην οπίσθια έδρα $(y=0)$ $\exists$ μόνο E_y συνιστώσα, δηλ $\vec{E} \perp$ ΟΠΙΣΘΙΑ ΕΔΡΑ

Στην αριστερή έδρα $(z=0)$ $\exists$ μόνο E_z συνιστώσα, δηλ $\vec{E} \perp$ ΑΡΙΣΤΕΡΗ ΕΔΡΑ

Ομοίως, θα πρέπει

Στην άνω έδρα $(x=a_x)$ να $\exists$ μόνο E_x συνιστώσα, δηλ $\vec{E} \perp$ ΑΝΩ ΕΔΡΑ

Στην μπροστινή έδρα $(y=a_y)$ να $\exists$ μόνο E_y συνιστώσα, δηλ $\vec{E} \perp$ ΜΠΡΟΣΤΙΝΗ ΕΔΡΑ

Στη δεξιά έδρα $(z=a_z)$ να $\exists$ μόνο E_z συνιστώσα, δηλ $\vec{E} \perp$ ΔΕΞΙΑ ΕΔΡΑ

@ ΑΝΩ ΕΔΡΑ $\sin(k_{x2}a_x) = 0 = \sin(k_{x3}a_x)$ $\quad k_{x2} = \frac{m_{x2}\pi}{a_x}$ $\quad k_{x3} = \frac{m_{x3}\pi}{a_x}$

@ ΜΠΡΟΣΤΙΝΗ » $\sin(k_{y1}a_y) = 0 = \sin(k_{y3}a_y)$ $\quad k_{y1} = \frac{m_{y1}\pi}{a_y}$ $\quad k_{y3} = \frac{m_{y3}\pi}{a_y}$

@ ΔΕΞΙΑ ΕΔΡΑ $\sin(k_{z1}a_z) = 0 = \sin(k_{z2}a_z)$ $\quad k_{z1} = \frac{m_{z1}\pi}{a_z}$ $\quad k_{z2} = \frac{m_{z2}\pi}{a_z}$

$$k_{x2} = k_{x3} := k_x$$
$$k_{y1} = k_{y3} := k_y$$
$$k_{z1} = k_{z2} := k_z$$

$$k_{x1}^2 + \frac{m_{y1}^2\pi^2}{a_y^2} + \frac{m_{z1}^2\pi^2}{a_z^2} = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\frac{m_{x2}^2\pi^2}{a_x^2} + k_{y2}^2 + \frac{m_{z2}^2\pi^2}{a_z^2} = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\frac{m_{x3}^2\pi^2}{a_x^2} + \frac{m_{y3}^2\pi^2}{a_y^2} + k_{z3}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_{x1}^2 + k_{y1}^2 + k_{z1}^2 = $$
$$= k_{x2}^2 + k_{y2}^2 + k_{z2}^2 =$$
$$= k_{x3}^2 + k_{y3}^2 + k_{z3}^2 \Rightarrow$$

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_{x1}^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_x^2 + k_{y2}^2 + k_z^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_{z3}^2$$

$$(k_{x1}^2 - k_x^2) = (k_{y2}^2 - k_y^2) \quad (k_{x1}^2 - k_x^2) = (k_{z3}^2 - k_z^2) \quad (k_{y2}^2 - k_y^2) = (k_{z3}^2 - k_z^2)$$

$$(k_{x1}^2 - k_x^2) = (k_{y2}^2 - k_y^2) = (k_{z3}^2 - k_z^2)$$

↓	↓	↓	
$\exists$ στο $\cos(k_{x1}x)$	$\exists$ στο $\cos(k_{y2}y)$	$\exists \cos(k_{z3}z)$	άρτιες συναρτήσεις
$k_{x1} = k_x$	$k_{y2} = k_y$	$k_{z3} = k_z$	

πρ37'

Άρα $k_x = k_{x1} = k_{x2} = k_{x3} = \dfrac{m_x \pi}{a_x} \quad m_x \in \mathbb{Z}$

$$k_y = k_{y1} = k_{y2} = k_{y3} = \frac{m_y \pi}{a_y} \quad m_y \in \mathbb{Z}$$

$$k_z = k_{z1} = k_{z2} = k_{z3} = \frac{m_z \pi}{a_z} \quad m_z \in \mathbb{Z}$$

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} := k^2$$

$$E_x(x,y,z) = E_{x0} \cdot \cos(k_x x) \cdot \sin(k_y \cdot y) \cdot \sin(k_z z) \qquad k_x = \frac{m_x \pi}{a_x} \quad m_x \in \mathbb{N}$$

$$E_y(x,y,z) = E_{y0} \cdot \sin(k_x x) \cdot \cos(k_y \cdot y) \cdot \sin(k_z z) \qquad k_y = \frac{m_y \pi}{a_y} \quad m_y \in \mathbb{N}$$

$$E_z(x,y,z) = E_{z0} \cdot \sin(k_x x) \cdot \sin(k_y \cdot y) \cdot \cos(k_z \cdot z) \qquad k_z = \frac{m_z \pi}{a_z} \quad m_y \in \mathbb{N}$$

απορροφούνται τα πρόσημα στα E_{x0}, E_{y0}, E_{z0}