ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ

ΔΣ $\Delta = 0$ ἀρχικές συνθῆκες $C_1(0)=1$, $C_2(0)=0$ δηλ.

ἀποσυντονισμός $\Delta := \omega - \Omega$

$$P_1(t) = |C_1(t)|^2 = \cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(\Omega_R t)$$

$$P_2(t) = |C_2(t)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(\Omega_R t)$$

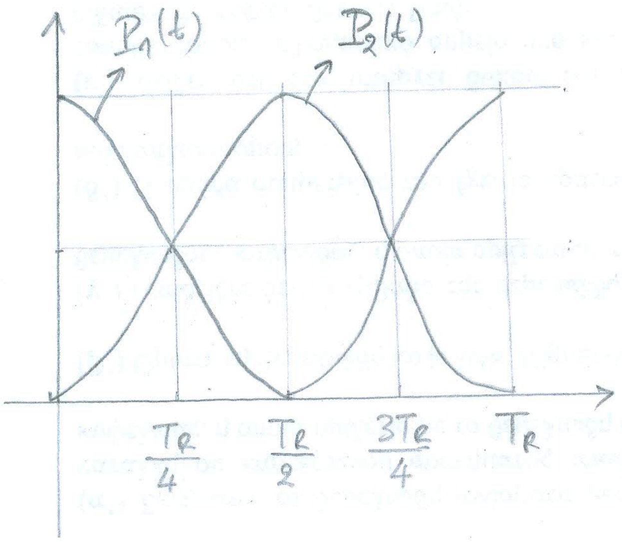
$\Omega_R := \frac{\wp E_0}{\hbar}$ $(\wp > 0)$

συχνότητα Rabi βρίσκεται θετική

$\Omega_R := \frac{-\wp E_0}{\hbar}$ $(\wp < 0)$

Ω_R: ἐκφράζει την ταχύτητα διαταραχής

Δ: ἐκφράζει την ἀπόσταση τῶν ω (ΗΜ πεδίο) κ Ω (ΔΣ)



περίοδος (period) $T_R = \frac{2\pi}{\Omega_R}$

$A_R = 1$ μέγιστο ποσοστό μεταβιβάσεως (maximum transfer percentage)

$\langle P_1(t)\rangle = \langle |C_1(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2}$ μέση πιθανότητα παρουσίας στη στάθμη 1

$\langle P_2(t)\rangle = \langle |C_2(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2}$ μέση πιθανότητα παρουσίας στη στάθμη 2

μέγιστος ρυθμός μεταβιβάσεως (maximum transfer rate) $\boxed{\frac{A_R}{T_R} = \frac{1}{\frac{2\pi}{\Omega_R}} = \frac{\Omega_R}{2\pi}}$

t_{2mean} := ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται ὥστε ἡ $P_2(t)$ να πιάσει 1η φορά τήν $\langle P_2(t)\rangle$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(\Omega_R t_{2mean}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(\Omega_R t_{2mean}) = 0 \Rightarrow$$

$$\Omega_R t_{2mean} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{t_{2mean} = \frac{\pi}{2\Omega_R}}$$

μέσος ρυθμός μεταβιβάσεως (mean transfer rate)

$$k := \frac{\langle |C_2(t)|^2 \rangle}{t_{2mean}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\pi}{2\Omega_R}} = \frac{\Omega_R}{\pi} \Rightarrow \boxed{k = 2\frac{A_R}{T_R}}$$

Είχαμε βρεί για $\Delta=0$

$$\begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_1}{\sqrt2} e^{i\frac{\Omega_R t}{2}} + \frac{\sigma_2}{\sqrt2} e^{-i\frac{\Omega_R}{2}t} \\ \frac{\sigma_1}{\sqrt2} e^{i\frac{\Omega_R t}{2}} - \frac{\sigma_2}{\sqrt2} e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}} \end{bmatrix}$$

ας βάλουμε αρχικές συνθήκες $C_1(0)=\frac{1}{\sqrt2}e^{i\theta}$ κ $C_2(0)=\frac{1}{\sqrt2}e^{i\varphi} \Rightarrow$

$$|C_1(0)|^2=\frac12=|C_2(0)|^2$$

- $\frac{1}{\sqrt2}e^{i\theta}=\frac{\sigma_1}{\sqrt2}+\frac{\sigma_2}{\sqrt2} \Rightarrow \sigma_1+\sigma_2=e^{i\theta}$
- $\frac{1}{\sqrt2}e^{i\varphi}=\frac{\sigma_1}{\sqrt2}-\frac{\sigma_2}{\sqrt2} \Rightarrow \sigma_1-\sigma_2=e^{i\varphi}$

$\oplus\ 2\sigma_1=e^{i\theta}+e^{i\varphi}$

$\ominus\ 2\sigma_2=e^{i\theta}-e^{i\varphi}$

$$\sigma_1=\frac{e^{i\theta}+e^{i\varphi}}{2} \qquad \sigma_2=\frac{e^{i\theta}-e^{i\varphi}}{2}$$

- $C_1(t)=\frac{e^{i\theta}+e^{i\varphi}}{2\sqrt2}e^{i\frac{\Omega_R t}{2}}+\frac{e^{i\theta}-e^{i\varphi}}{2\sqrt2}e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}}$
- $C_2(t)=\frac{e^{i\theta}+e^{i\varphi}}{2\sqrt2}e^{i\frac{\Omega_R t}{2}}-\frac{e^{i\theta}-e^{i\varphi}}{2\sqrt2}e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}}$

$\Rightarrow$

- $2\sqrt2\, C_1(t)=e^{i\theta}e^{i\frac{\Omega_R t}{2}}+e^{i\varphi}e^{i\frac{\Omega_R t}{2}}+e^{i\theta}e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}}-e^{i\varphi}e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}}$
- $2\sqrt2\, C_2(t)=e^{i\theta}e^{i\frac{\Omega_R t}{2}}+e^{i\varphi}e^{i\frac{\Omega_R t}{2}}-e^{i\theta}e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}}+e^{i\varphi}e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}}$

$\Rightarrow$

- $2\sqrt2\, C_1(t)=e^{i\theta}\,2\cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)+e^{i\varphi}\,2i\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$
- $2\sqrt2\, C_2(t)=e^{i\theta}\,2i\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)+e^{i\varphi}\,2\cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$

$\Rightarrow$

- $8|C_1(t)|^2=4\cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)+4\sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)+e^{i\theta}2\cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)e^{-i\varphi}2(-i)\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$
$\qquad + e^{i\varphi}2i\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)2e^{-i\theta}\cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) \Rightarrow$

$$2|C_1(t)|^2=\cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)+\sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)-i e^{i\theta}e^{-i\varphi}\cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)+i e^{i\varphi}e^{-i\theta}\cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$$

$$\frac12\sin(\Omega_R t)\, i\left\{e^{i(\varphi-\theta)}-e^{-i(\varphi-\theta)}\right\}=\frac{i}{2}\sin(\Omega_R t)\,2i\sin\psi=-\sin(\Omega_R t)\sin\psi$$

$\psi:=\varphi-\theta$

$$=\sin(\Omega_R t)\cdot\sin(\theta-\varphi)$$

$\cos\psi \quad i\sin\psi$

$-\cos\psi+i\sin\psi$

$$|C_1(t)|^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sin(\Omega_R t)\sin(\theta-\varphi)$$ γενικώς, ∃ ταλάντωση

αν όμως $\theta=\varphi \Rightarrow |C_1(t)|^2 = \frac{1}{2}$ κ ∄ ταλάντωση

$2\sin A\sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$

Αν θέλω $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sin(\Omega_R t)\sin(\theta-\varphi) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(\Omega_R t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$

$$\sin(\Omega_R t)\cdot\sin(\theta-\varphi) = -\sin(\Omega_R t) \Rightarrow$$

$$\sin(\theta-\varphi) = -1 \Rightarrow \theta-\varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \varphi - \frac{\pi}{2}$$

- $8|C_2(t)|^2 = 4\sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) + 4\cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) + e^{i\theta} 2i\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)\cdot e^{-i\varphi} 2\cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$

$$e^{i\varphi} 2\cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)\cdot e^{-i\theta} 2(-i)\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) \Rightarrow$$

$$2|C_2(t)|^2 = 1 + \frac{1}{2}\sin(\Omega_R t)\, i\left\{e^{i\theta}e^{-i\varphi} - e^{i\varphi}e^{-i\theta}\right\}$$

$$e^{i(\theta-\varphi)} - e^{-i(\theta-\varphi)}$$

$\varphi' = \theta - \varphi$ $\qquad \psi' = -\psi$

$$e^{i\varphi'} - e^{-i\varphi'}$$

$\cos\varphi' \quad i\sin\varphi'$

$-\cos\varphi' + i\sin\varphi'$

$$2|C_2(t)|^2 = 1 + \frac{1}{2}\sin(\Omega_R t)\, i\, 2i\sin\varphi'$$

$$|C_2(t)|^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sin(\Omega_R t)\sin(\theta-\varphi)$$ γενικώς, ∃ ταλάντωση

αν όμως $\theta=\varphi \Rightarrow |C_2(t)|^2 = \frac{1}{2}$ κ ∄ ταλάντωση

Αν θέλω $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sin(\Omega_R t)\sin(\theta-\varphi) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\left(\Omega_R t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$

$$\sin(\Omega_R t)\sin(\theta-\varphi) = -\sin(\Omega_R t) \Rightarrow$$

$$\sin(\theta-\varphi) = -1 \Rightarrow \theta-\varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \varphi - \frac{\pi}{2}$$

ΑΣΚΗΣΗ

Να λυθεί το πρόβλημα $\Delta=0$ με αρχική συνθήκη $C_1(0)=0$, $C_2(0)=1$

δηλ. το ηλεκτρόνιο βρίσκεται αρχικώς στην ΑΝΩ ΣΤΑΘΜΗ

ΛΥΣΗ

Είχαμε βρεί για $\Delta=0$

$$C_1(t) = \frac{c_1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\Omega_R}{2}t} + \frac{c_2}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\Omega_R}{2}t}$$

$$C_2(t) = \frac{c_1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\Omega_R}{2}t} - \frac{c_2}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\Omega_R}{2}t}$$

με αρχική συνθήκη $C_1(0)=0$, $C_2(0)=1 \Rightarrow$

$$0 = \frac{c_1+c_2}{\sqrt{2}} \Rightarrow c_2 = -c_1 := -c$$

$$1 = \frac{c_1-c_2}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{2} = c+c \Rightarrow 2c = \sqrt{2} \Rightarrow c = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Άρα $C_1(t) = \frac{1}{2} e^{i\frac{\Omega_R}{2}t} - \frac{1}{2} e^{-i\frac{\Omega_R}{2}t} = i\sin\left(\frac{\Omega_R}{2}t\right)$

$$C_2(t) = \frac{1}{2} e^{i\frac{\Omega_R}{2}t} + \frac{1}{2} e^{-i\frac{\Omega_R}{2}t} = \frac{1}{2} 2\cos\left(\frac{\Omega_R}{2}t\right) = \cos\left(\frac{\Omega_R}{2}t\right)$$

ΑΣΚΗΣΗ

Να λυθεί το πρόβλημα $\Delta = 0$ και αρχική συνθήκη

$$C_1(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} = C_2(0)$$

$$\Rightarrow |C_1(0)|^2 = \frac{1}{2} = |C_2(0)|^2$$

δηλ. το ηλεκτρόνιο βρίσκεται εξ ίσου στις δύο στάθμες τη χρονική στιγμή 0

ΛΥΣΗ

Είχαμε βρει για $\Delta = 0$

$$\begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c_1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\Omega_R}{2}t} + \frac{c_2}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\Omega_R}{2}t} \\ \frac{c_1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\Omega_R}{2}t} - \frac{c_2}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\Omega_R}{2}t} \end{bmatrix}$$

με αρχική συνθήκη $C_1(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} = C_2(0) \Rightarrow$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{c_1}{\sqrt{2}} + \frac{c_2}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1 = c_1 + c_2$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{c_1}{\sqrt{2}} - \frac{c_2}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1 = c_1 - c_2$$

$$2 = 2c_1 \Rightarrow c_1 = 1$$

$$c_2 = 0$$

Άρα

$$C_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\Omega_R}{2}t} \Rightarrow |C_1(t)|^2 = \frac{1}{2} = \text{σταθερό}$$

$$C_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\Omega_R}{2}t} \Rightarrow |C_2(t)|^2 = \frac{1}{2} = \text{σταθερό}$$

Δηλαδή δεν υπάρχει ταλάντωση φορτίου...

• ΛΥΣΗ για $\Delta \neq 0$ — για μηδέ για $\xi < 0$ — Α΄

① $$\begin{bmatrix} \frac{\Delta}{2} & +\frac{\Omega_R}{2} \\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_{2,1} = \pm \frac{\sqrt{\Omega_R^2 + \Delta^2}}{2} = \pm \lambda$$

$\lambda > 0$

$$\vec{U}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+a^2}} \\ \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \end{bmatrix} \qquad a = \frac{\frac{\Delta}{2} + \frac{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}{2}}{\frac{\Omega_R}{2}}$$

οι πράξεις υπάρχουν στο βιβλίο

$$\vec{U}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+a'^2}} \\ \frac{a'}{\sqrt{1+a'^2}} \end{bmatrix} \qquad a' = \frac{\frac{\Delta}{2} - \frac{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}{2}}{\frac{\Omega_R}{2}}$$

Γενική λύση

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1(t) e^{-i\frac{\Delta}{2}t} \\ C_2(t) e^{i\frac{\Delta}{2}t} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{2} c_k \vec{U}_k e^{-i\lambda_k t} = c_1 \vec{U}_1 e^{-i\lambda_1 t} + c_2 \vec{U}_2 e^{-i\lambda_2 t}$$

$$= c_1 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+a^2}} \\ \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \end{bmatrix} e^{-i\lambda_1 t} + c_2 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+a'^2}} \\ \frac{a'}{\sqrt{1+a'^2}} \end{bmatrix} e^{-i\lambda_2 t}$$

Έστωσαν
Αρχικές Συνθήκες $C_1(0)=1 \quad C_2(0)=0$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c_1}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{c_2}{\sqrt{1+a'^2}} \\ \frac{c_1 a}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{c_2 a'}{\sqrt{1+a'^2}} \end{bmatrix} \Rightarrow \ldots \quad c_1 = \frac{a'\sqrt{1+a^2}}{a'-a} \qquad c_2 = -\frac{a\sqrt{1+a'^2}}{a'-a}$$

Άρα...

$$\begin{bmatrix} C_1(t) e^{-i\frac{\Delta}{2}t} \\ C_2(t) e^{i\frac{\Delta}{2}t} \end{bmatrix} = \frac{a'\sqrt{1+a^2}}{a'-a} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+a^2}} \\ \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \end{bmatrix} e^{-i\lambda_1 t} - \frac{a\sqrt{1+a'^2}}{a'-a} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+a'^2}} \\ \frac{a'}{\sqrt{1+a'^2}} \end{bmatrix} e^{-i\lambda_2 t}$$

B

$$C_1(t)e^{-i\frac{\Delta}{2}t} = \frac{a'}{a'-a}e^{-i\lambda_1 t} - \frac{a}{a'-a}e^{-i\lambda_2 t}$$

$$C_2(t)e^{i\frac{\Delta}{2}t} = \frac{aa'}{a'-a}e^{-i\lambda_1 t} - \frac{aa'}{a'-a}e^{-i\lambda_2 t}$$

$$\frac{a'}{a'-a} = \frac{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}-\Delta}{2\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}} = \gamma_1 \qquad \frac{aa'}{a'-a} = \frac{\Omega_R}{2\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}} = \gamma_3$$

$$\frac{a}{a'-a} = -\frac{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}+\Delta}{2\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}} = -\gamma_2$$

$$C_1(t)e^{-i\frac{\Delta}{2}t} = \gamma_1 e^{-i\lambda_1 t} + \gamma_2 e^{-i\lambda_2 t} \Rightarrow C_1(t) = \left(\gamma_1 e^{-i\lambda_1 t} + \gamma_2 e^{-i\lambda_2 t}\right)e^{i\frac{\Delta}{2}t}$$

$$C_2(t)e^{i\frac{\Delta}{2}t} = \gamma_3\left(e^{-i\lambda_1 t} - e^{-i\lambda_2 t}\right) \Rightarrow C_2(t) = \gamma_3\left(e^{-i\lambda_1 t} - e^{-i\lambda_2 t}\right)e^{-i\frac{\Delta}{2}t}$$

$$|C_1(t)|^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_1\gamma_2 e^{i(\lambda_1-\lambda_2)t} + \gamma_1\gamma_2 e^{i(\lambda_2-\lambda_1)t}$$

$$|C_2(t)|^2 = \gamma_3^2\left[1+1-e^{i(\lambda_1-\lambda_2)t} - e^{i(\lambda_2-\lambda_1)t}\right]$$

$$\lambda_1-\lambda_2 = -\lambda-\lambda = -2\lambda \qquad \lambda_2-\lambda_1 = 2\lambda$$

$$|C_1(t)|^2 = \gamma_1^2+\gamma_2^2+\gamma_1\gamma_2 e^{-i2\lambda t} + \gamma_1\gamma_2 e^{i2\lambda t} = \gamma_1^2+\gamma_2^2+\gamma_1\gamma_2 2\cos(2\lambda t)$$

$$|C_2(t)|^2 = \gamma_3^2\left[2 - e^{-i2\lambda t} - e^{i2\lambda t}\right] = \gamma_3^2\left[2-2\cos(2\lambda t)\right]$$

$$|C_2(t)|^2 = \frac{\Omega_R^2}{4(\Omega_R^2+\Delta^2)}\cdot 2\left(1-\cos(2\lambda t)\right) = \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)}2\sin^2(\lambda t) = \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2+\Delta^2}\cdot\sin^2(\lambda t)$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}{2}$$

$$\gamma_1^2+\gamma_2^2 = \frac{\Omega_R^2+2\Delta^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)}, \quad 2\gamma_1\gamma_2 = \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)} \Rightarrow \gamma_1^2+\gamma_2^2+2\gamma_1\gamma_2 = 1 \qquad 2\gamma_3^2 = 2\gamma_1\gamma_2$$

$$\gamma_3^2 = \gamma_1\gamma_2$$

$$|C_1(t)|^2 = 1-2\gamma_1\gamma_2+2\gamma_1\gamma_2\cos(2\lambda t) = 1+2\gamma_1\gamma_2\left[\cos(2\lambda t)-1\right]$$

$$|C_1(t)|^2 = 1 + \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)} \cdot (-2)\sin^2(\lambda t)$$

$$|C_1(t)|^2 = 1 - \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2+\Delta^2} \cdot \sin^2(\lambda t)$$ όπως αναμενόταν

διότι $|C_1(t)|^2 + |C_2(t)|^2 = 1$

Συνοπτικώς:

$$|C_1(t)|^2 = 1 - \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2+\Delta^2} \cdot \sin^2(\lambda t)$$

$$|C_2(t)|^2 = \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2+\Delta^2} \cdot \sin^2(\lambda t)$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}{2}$$

ή

$$|C_1(t)|^2 = 1 - \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)} + \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)} \cdot \cos(2\lambda t)$$

$$|C_1(t)|^2 = \frac{\Omega_R^2+2\Delta^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)} + \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)} \cdot \cos(2\lambda t) = P_1(t)$$

$$|C_2(t)|^2 = \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)} - \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)} \cdot \cos(2\lambda t) = P_2(t)$$

περίοδος ταλαντώσεων

$$T_R = \frac{2\pi}{2\lambda} = \frac{2\pi}{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}} = \frac{1}{\nu_R}$$

μέγιστο ποσοστό μεταβιβάσεως
maximum transfer percentage

$$\alpha_R = \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2+\Delta^2}$$

$\Delta \uparrow \Rightarrow \alpha_R \downarrow$ και $\nu_R \uparrow$ $(T_R \downarrow)$

$\Delta = 0 \Rightarrow \alpha_R = 1$ και $T_R = \frac{2\pi}{\Omega_R}$

$$\langle P_1(t)\rangle = \langle |C_1(t)|^2\rangle = \frac{\Omega_R^2 + 2\Delta^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)}$$ μέση πιθανότητα παρουσίας στη στάθμη 1

$$\langle P_2(t)\rangle = \langle |C_2(t)|^2\rangle = \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)}$$ μέση πιθανότητα παρουσίας στη στάθμη 2

μέγιστος ρυθμός μεταβιβάσεως
(maximum transfer rate)

$$\boxed{\frac{A_R}{T_R} = \frac{\Omega_R^2}{(\Omega_R^2+\Delta^2)}\frac{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}{2\pi} = \frac{\Omega_R^2}{2\pi\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}}$$

t_{2mean} := ο χρόνος, ο οποίος απαιτείται ώστε η $P_2(t)$ να πιάσει 1η φορά την $\langle P_2(t)\rangle$

$$\Rightarrow \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)} - \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)}\cdot\cos(2\lambda t_{2mean}) \stackrel{!}{=} \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)}$$

$$\Rightarrow \cos(2\lambda t_{2mean}) = 0 \Rightarrow 2\lambda t_{2mean} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{t_{2mean} = \frac{\pi}{4\lambda}}$$

μέσος ρυθμός μεταβιβάσεως
(mean transfer rate)

$$\boxed{k := \frac{\langle |C_2(t)|^2\rangle}{t_{2mean}}} = \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)}\frac{4}{\pi}\frac{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}{2} = \boxed{\frac{\Omega_R^2}{\pi\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{k = 2\frac{A_R}{T_R}}$$

* όταν $|\Delta|\uparrow$ (δηλ. απομακρυνόμαστε από το συντονισμό) $\Rightarrow$ $\mathcal{A}_R \searrow$

$T_R \searrow$

δηλ. το φαινόμενο γίνεται <u>πιο μικρό</u> και πιο <u>γρήγορο</u>

* όταν $\Omega_R << |\Delta|$ (μικρή διαταραχή σε σχέση με την απόλυτη τιμή του αποσυντονισμού)

$$P_2(t) = |C_2(t)|^2 = \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2+\Delta^2} \sin^2\left(\frac{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}{2} t\right)$$

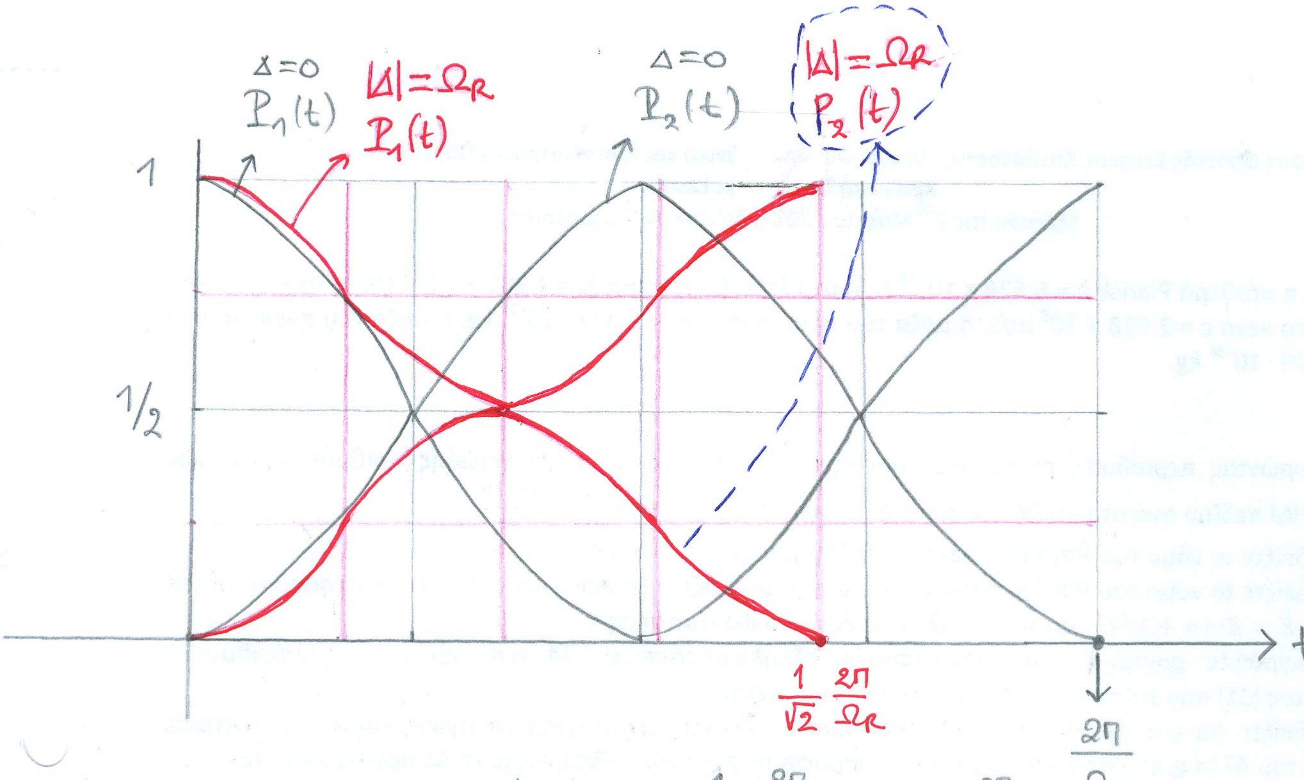
$$\approx \frac{\Omega_R^2}{\Delta^2} \sin^2\left(\frac{|\Delta|}{2} t\right)$$

ή $$P_2(t) = |C_2(t)|^2 = \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)} - \frac{\Omega_R^2}{2(\Omega_R^2+\Delta^2)} \cdot \cos\left(2\frac{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}{2} t\right)$$

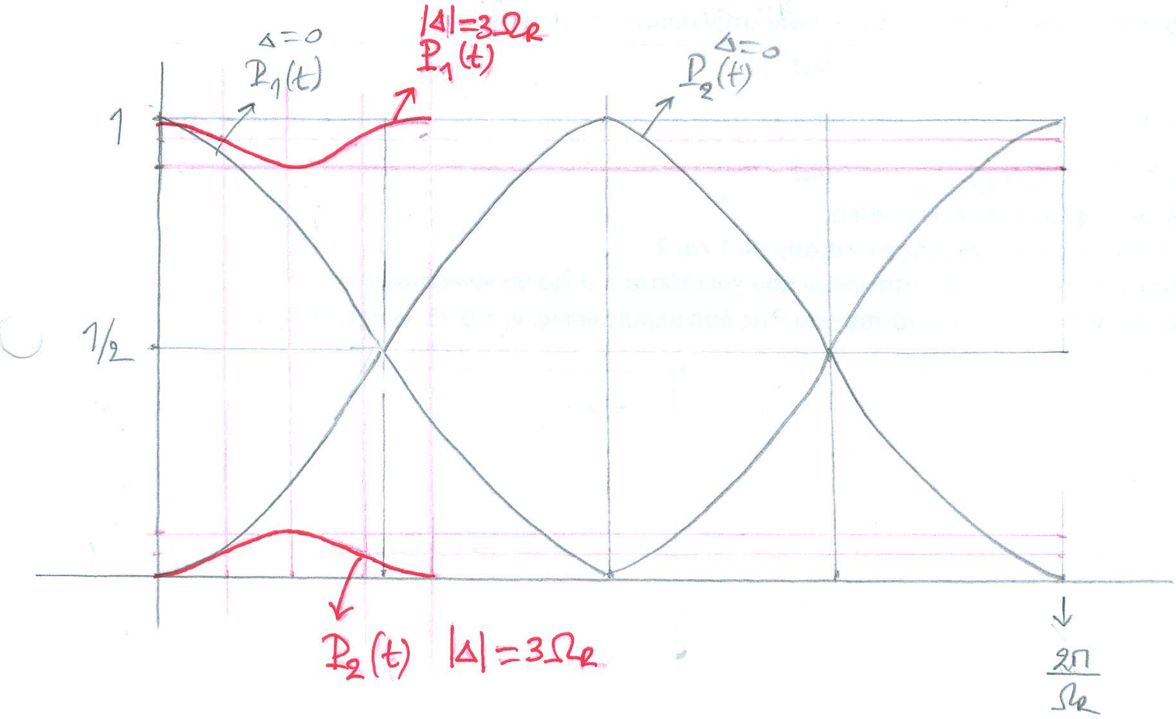
$$\approx \frac{\Omega_R^2}{2\Delta^2} - \frac{\Omega_R^2}{2\Delta^2} \cos(|\Delta| \cdot t)$$

$$\Rightarrow T_R \approx \frac{2\pi}{|\Delta|} \qquad \mathcal{A}_R \approx \frac{\Omega_R^2}{\Delta^2}$$

$$\lim_{\Omega_R \to 0} T_R = \frac{2\pi}{|\Delta|} \qquad \lim_{\Omega_R \to 0} \mathcal{A}_R = 0$$



άν π.χ. $|\Delta| = \Omega_R \Rightarrow \mathcal{A}_R = \frac{1}{2}$, $T_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2\pi}{\Omega_R} \simeq 0.707 \frac{2\pi}{\Omega_R}$



άν π.χ. $|\Delta| = 3\Omega_R \Rightarrow \mathcal{A}_R = \frac{1}{10}$, $T_R = \frac{2\pi}{\sqrt{10}\,\Omega_R} \simeq 0.316 \frac{2\pi}{\Omega_R}$