Τομέας Φυσικής Στερεάς Κατάστασης, Τμήμα Φυσικής, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.
Κβαντική Οπτική και Lasers.
Εξέταση της 15ης Ιουνίου 2016. Διδάσκων Κ. Σιμσερίδης

Θέμα 1.
(α′) Σε ποια τιμή του $x = \frac{h\nu}{k_B T}$ η πρόβλεψη του νόμου Wien, ρ_W, είναι 0.99 της πειραματικής τιμής, ρ, οπότε, θα μπορούσαμε να πούμε ότι η ρ_W είναι καλή προσέγγιση της ρ; Πόσο μεγαλύτερη από την πειραματική τιμή είναι τότε η πρόβλεψη του κλασικού νόμου Rayleigh-Jeans, ρ_{RJ};
(β′) Σε ποιο μήκος κύματος συμβαίνει αυτό για θερμοκρασία 300 K, 6000 K, 4.2 K; Δίνονται η σταθερά Planck $h \approx 6.626 \times 10^{-34}$ Js, η σταθερά Boltzmann $k_B \approx 1.381 \times 10^{-23}$ J/K και η ταχύτητα του φωτός στο κενό c $\approx 2.998 \times 10^{8}$ m/s. Ακόμα δίνονται οι περιοχές Near-Infrared (NIR) 0.78 - 3 μm, Mid-Infrared (MIR) 3-50 μm, Far-Infrared (FIR) 50-1000 μm. Στις πράξεις μπορείτε να κάνετε προσεγγίσεις.

Θέμα 2.
(α′) Θεωρήστε δισταθμικό σύστημα με $E_2 - E_1 = \hbar\Omega$. Υπολογίστε τα $\langle \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_m \rangle$, $\langle \hat{a}_m \hat{a}_m^\dagger \rangle$, $\langle \hat{S}_+ \hat{S}_- \rangle$, $\langle \hat{S}_- \hat{S}_+ \rangle$, $< \hat{S}_+ \hat{a}_m >$, $< \hat{S}_+ \hat{a}_m^\dagger >$, $< \hat{S}_- \hat{a}_m^\dagger >$, $< \hat{S}_- \hat{a}_m >$ για την κατάσταση:

$$\left|\psi(t) > = \frac{e^{i\Omega t}}{\sqrt{2}} \right| \downarrow, 1 > + \frac{e^{-i\Omega t}}{\sqrt{2}} \mid \uparrow, 0 >$$

(β′) Θεωρήστε τη Χαμιλτονιανή Rabi ενός ΗΜ τρόπου.

$$\hat{H}_R^m = \hbar\omega_m \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_m + \hbar\Omega \hat{S}_+ \hat{S}_- + \hbar g^m (\hat{S}_+ \hat{a}_m^\dagger + \hat{S}_+ \hat{a}_m + \hat{S}_- \hat{a}_m^\dagger + \hat{S}_- \hat{a}_m) .$$

Εξηγήστε όλα τα σύμβολα και συνοπτικά τι περιγράφει κάθε προσθετέος. Στον τελευταίο προσθετέο $\hbar g^m (\hat{S}_+ \hat{a}_m^\dagger + \hat{S}_+ \hat{a}_m + \hat{S}_- \hat{a}_m^\dagger + \hat{S}_- \hat{a}_m)$ υπάρχουν 4 «υποπροσθετέοι». Εξηγήστε ποια διαδικασία περιγράφει ο καθένας από αυτούς και με ποια δικαιολογία αγνοούμε 2 από τους 4 υποπροσθετέους στη Χαμιλτονιανή Jaynes-Cummings. Ισχύει η ίδια δικαιολογία όταν έχουμε πολλούς τρόπους m;
(γ′) Θεωρήστε τώρα τη Χαμιλτονιανή Jaynes-Cummings ενός ΗΜ τρόπου. Χρησιμοποιώντας τη χρονοεξαρτημένη εξίσωση Schrödinger για την παραπάνω κατάσταση, $|\psi(t) >$, δείξτε ότι ικανοποιείται το σύστημα διαφορικών εξισώσεων:

$$\begin{pmatrix} -\Omega \frac{e^{i\Omega t}}{\sqrt{2}} \\ \Omega \frac{e^{-i\Omega t}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega & g \\ g & \Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{e^{i\Omega t}}{\sqrt{2}} \\ \frac{e^{-i\Omega t}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

(δ′) Ορίζοντας $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \frac{e^{i\Omega t}}{\sqrt{2}} \\ \frac{e^{-i\Omega t}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ και δοκιμάζοντας λύσεις της μορφής $\vec{x}(t) = \vec{v} e^{-i\lambda t}$, δείξτε ότι

$$\lambda = \frac{\omega + \Omega}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega - \Omega}{2}\right)^2 + g^2}$$

(ε′) Βρείτε τις ιδιοτιμές και τα ιδιοανύσματα στην περίπτωση συντονισμού του φωτονίου με το δισταθμικό σύστημα.

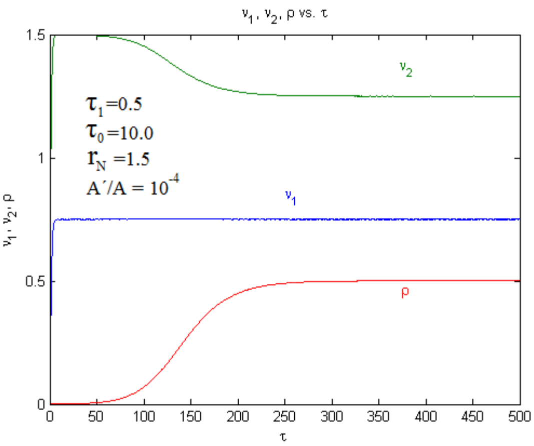
Θέμα 3.
Θεωρήστε τις διαφορικές εξισώσεις ρυθμών στο laser στην αδιάστατη μορφή:

$$\frac{d\nu_1}{d\tau} = \nu_2 + \varrho(\nu_2 - \nu_1) - \frac{\nu_1}{\tau_1} \qquad (\varepsilon_1)$$

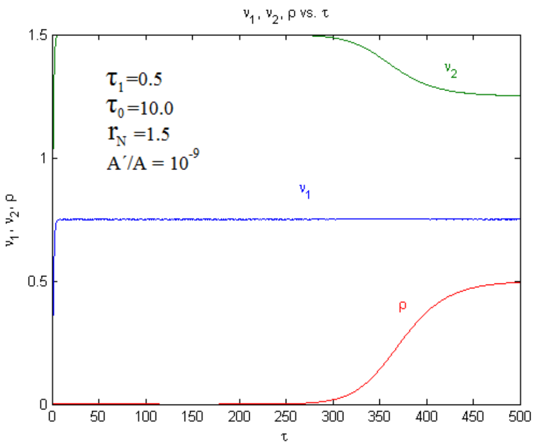
$$\frac{d\nu_2}{d\tau} = r_N + \varrho(\nu_1 - \nu_2) - \nu_2 \qquad (\varepsilon_2)$$

$$\frac{d\varrho}{d\tau} = -\frac{\varrho}{\tau_0} + \{\frac{A'}{A}\nu_2 + \varrho(\nu_2 - \nu_1)\} \frac{1}{\tau_0(1-\tau_1)} \qquad (\varepsilon_3)$$

Οι εικόνες παριστάνουν τη λύση τους με matlab.
(α′) Πόσος είναι ο λόγος των χρόνων ζωής των σταθμών 1 και 2;
(β′) Γιατί στις εικόνες υπάρχει διαφορά στο χρόνο που χρειάζεται η ϱ για να γίνει αισθητή;
(γ′) Πως προκύπτει ότι στη στάσιμη κατάσταση και στις δύο περιπτώσεις, $\nu_1 \approx 0.75$, $\nu_2 \approx 1.25$, $\varrho \approx 0.5$;



ν_1, ν_2, ρ vs. τ
τ_1=0.5
τ_0=10.0
r_N =1.5
A´/A = 10^{-4}
ν_2
ν_1
ρ
ν_1, ν_2, ρ
τ



ν_1, ν_2, ρ vs. τ
τ_1=0.5
τ_0=10.0
r_N =1.5
A´/A = 10^{-9}
ν_2
ν_1
ρ
ν_1, ν_2, ρ
τ