

Μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία

Ιστορική εισαγωγή

Πειράματα Faraday

Νόμος Faraday

$$\mathcal{V}_e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Νόμος του Lentz (1834)

Πειράματα Lentz

Παράδειγμα

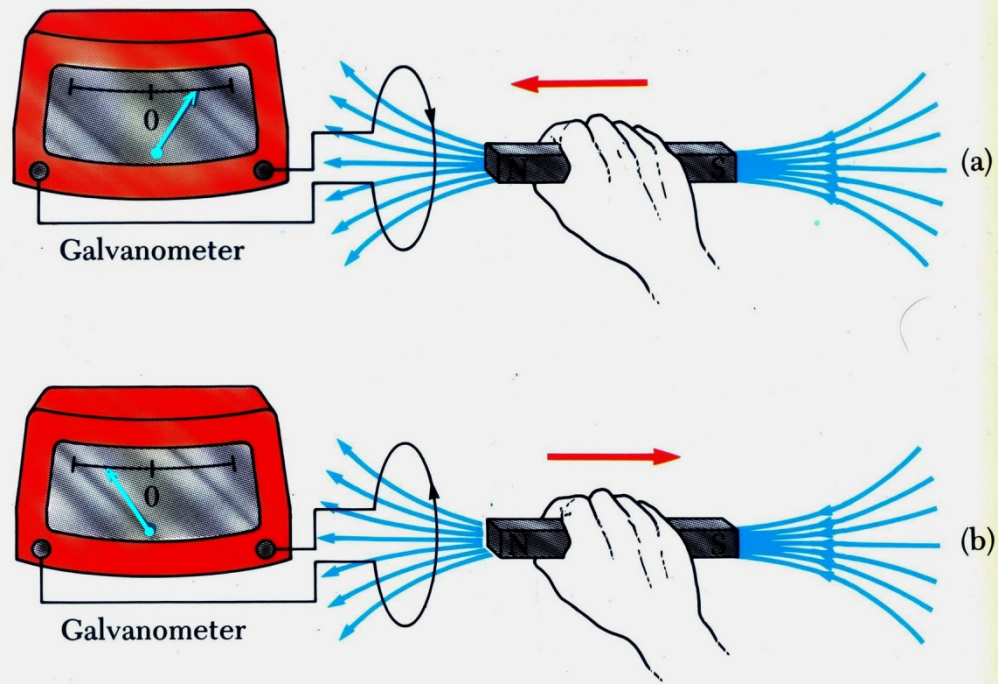
Διατήρηση Ενέργειας

Helmholtz

Μαγνητική Επαγωγή.

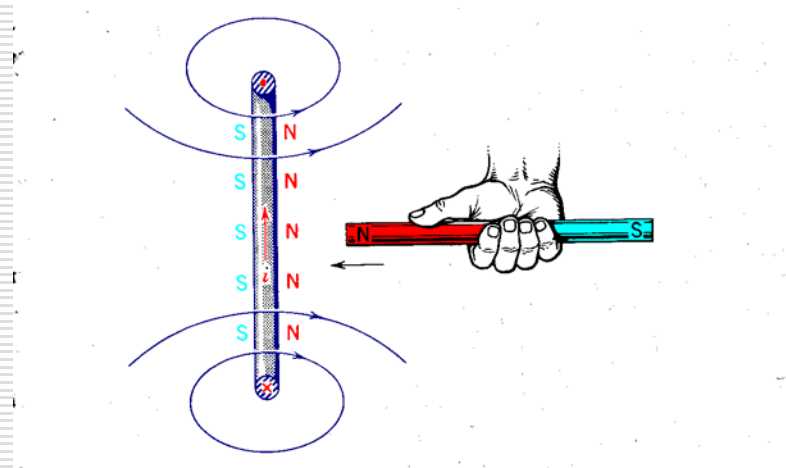
➤ Κατά την προσέγγιση του μαγνήτη, εμφανίζεται ρεύμα στο πηνίο.

➤ Κατά την απομάκρυνση, το ρεύμα έχει αντίθετη φορά.

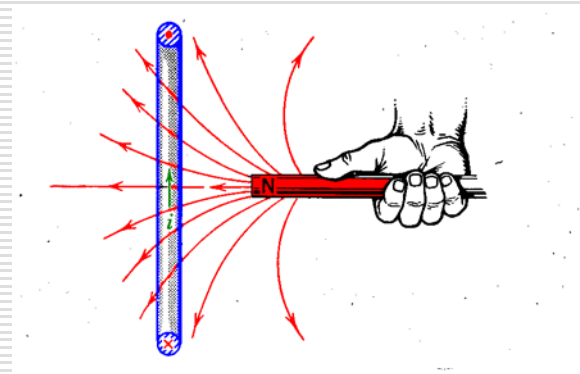


Νόμος του Lenz

Το επαγόμενο ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο με αντίθετη φορά από τον μαγνήτη.



«Προσπαθεί» να διατηρήσει την πυκνότητα των δυναμικών γραμμών.



Διατήρηση ενέργειας

Ο νόμος του Lenz περιγράφει την παραγωγή έργου από τις ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις.

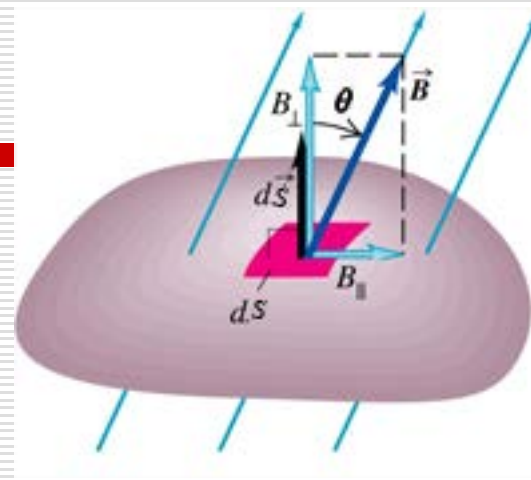
Μετατροπή της δυναμικής ενέργειας του μαγνητικού πεδίου σε κινητική του αγωγού και αντίστροφα.

Αργότερα το 1847 ο Helmholtz δημοσίευσε την ιστορική εργασία για την διατήρηση της ενέργειας κατά τις μετατροπές της.

$$K \rightarrow U \rightarrow Q$$

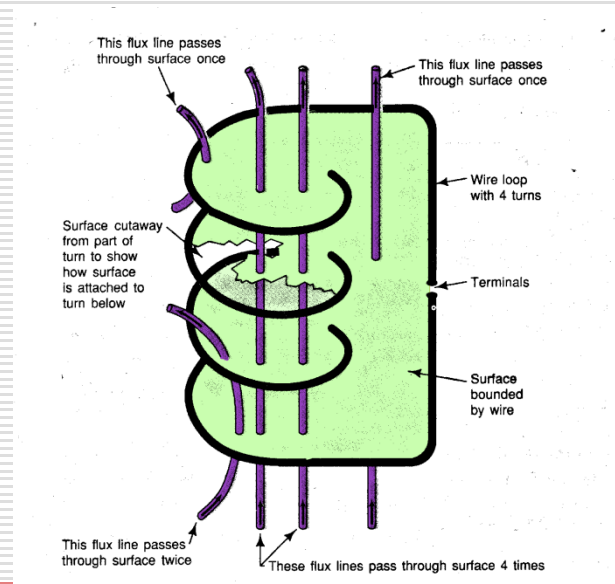
Μαγνητική Ροή

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{S} = \int B dS \cos \theta$$



Για σωληνοειδές

$$\Lambda = (NS)B = N\Phi \Rightarrow V_e = -\frac{d\Lambda}{dt}$$

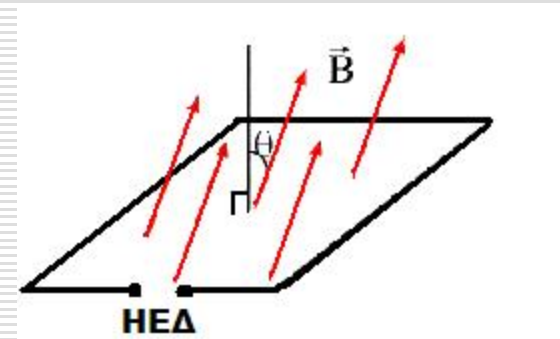
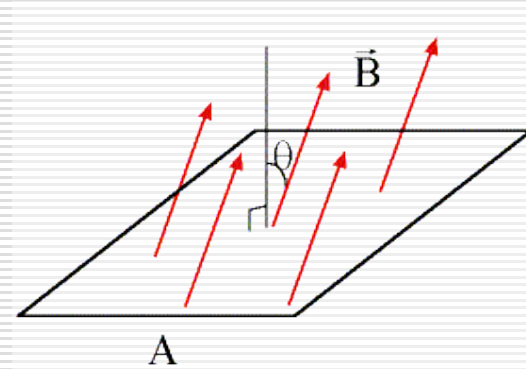


Μαγνητική Ροή

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{S} = \int B dS \cos \theta$$

Για επίπεδη επιφάνεια.

Αντικαθιστούμε την επιφάνεια με
ένα αγώγιμο πλαίσιο.



Επίπεδη επιφάνεια.

Στη γενική περίπτωση ισχύει:

$$V_e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\left(B\frac{dA}{dt} + A\frac{\partial B}{\partial t}\right)$$

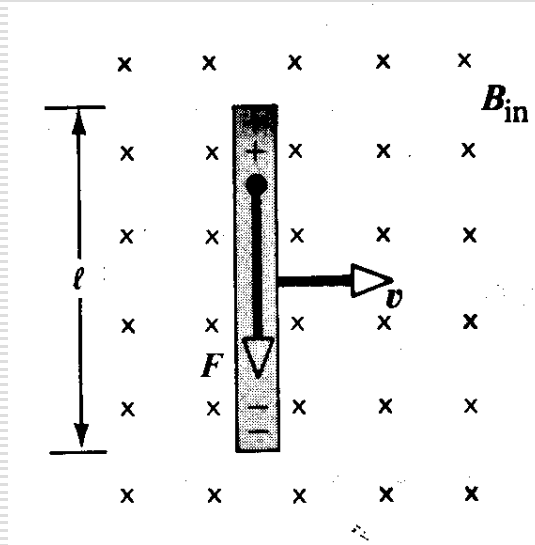
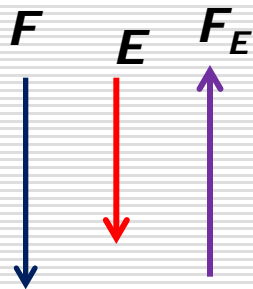
$$I) \quad V_e = -B\frac{dA}{dt}$$

ΗΕΔ Γεννήτριας

$$II) \quad \mathcal{V}_e = A\frac{\partial B}{\partial t}$$

ΗΕΔ Μετασχηματιστή

Δύναμη Laplace, κινούμενος αγωγός.

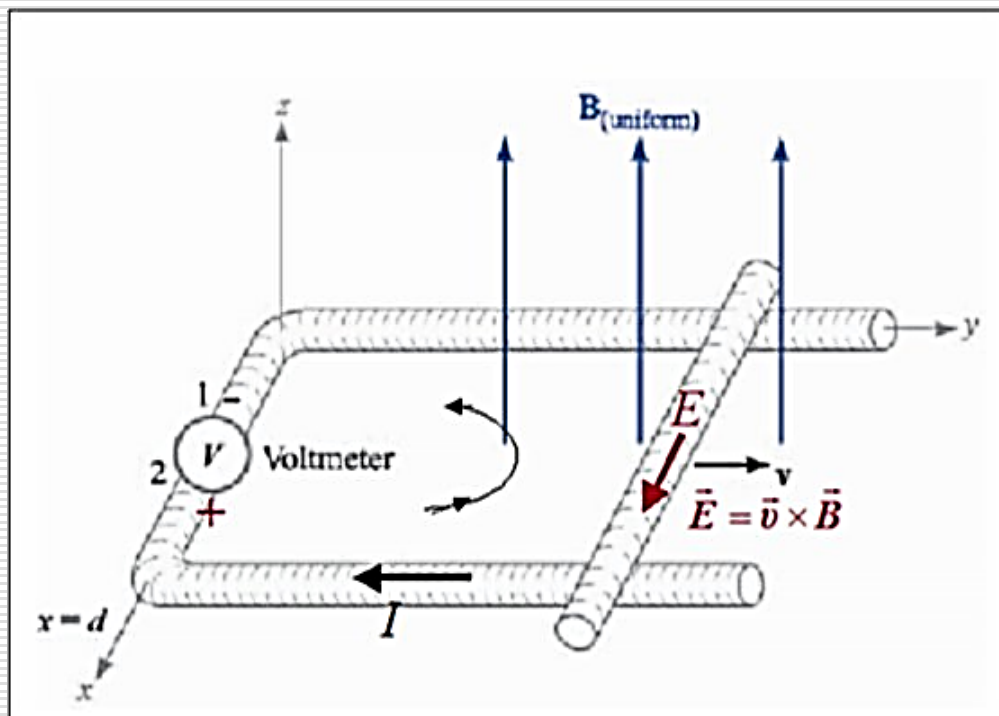


$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$$

Αν θεωρήσουμε τον αγωγό που κινείται μέσα σε ένα σταθερό μαγνητικό πεδίο, η δύναμη Laplace ωθεί τα ηλεκτρόνια στα άκρα του αγωγού. Η δύναμη ισορροπείται από τις ηλεκτροστατικές δυνάμεις που αναπτύσσονται στη συνέχεια.

Κινούμενος αγωγός



Το Ηλ. πεδίο δημιουργείται στην κινούμενη ράβδο.

$$V_e = \oint \vec{E} d\vec{l} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l}$$

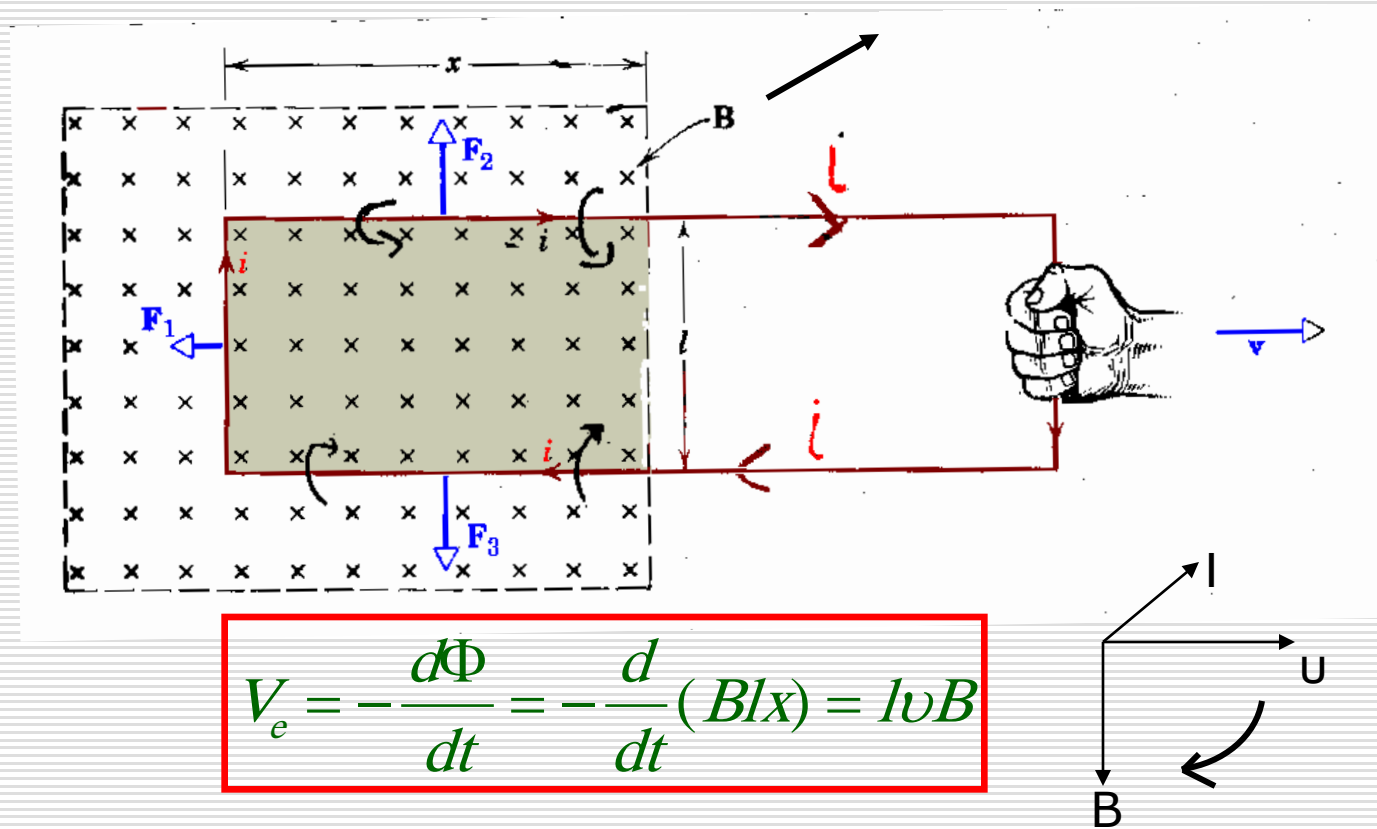
$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -vBd$$

Νόμος Faraday:

$$\begin{aligned} V_e &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Bdx) \\ &= -vBd \end{aligned}$$

Παίρνουμε το ίδιο αποτέλεσμα.

Κινητική ΗΕΔ (Γεννήτριας)



ρεύμα, ισχύς

Ρεύμα από την ΗΕΔ

$$I = \frac{V_e}{R} = \frac{Blv}{R}$$

Ισχύς που μετατρέπεται σε θερμότητα.

$$P_Q = I^2 R = \left(\frac{Blv}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

Δύναμη Laplace που ασκείται στο πλαίσιο

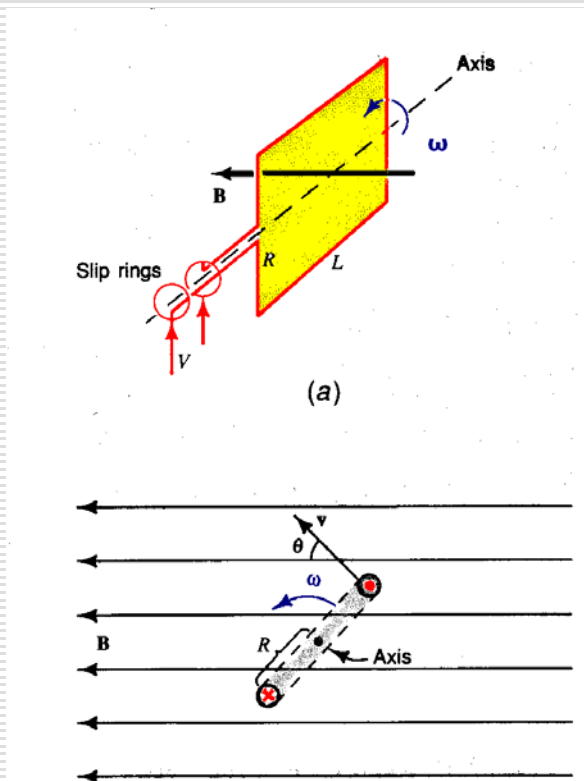
$$\vec{F}_1 = I \vec{l} \times \vec{B}$$

$$F_1 = IlB \sin \theta = IlB = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

Ισχύς που παράγει η δύναμη F που ασκείται από το χέρι.

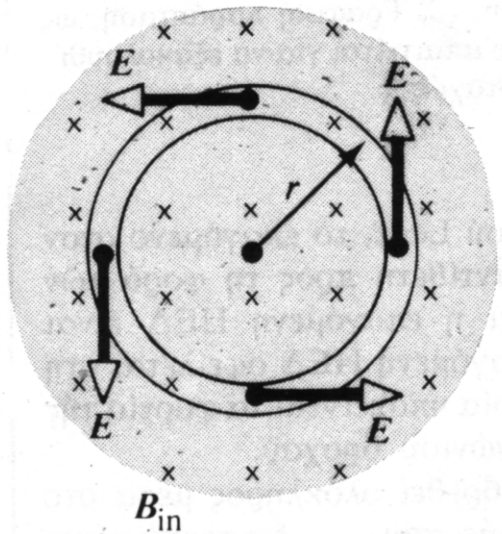
$$P_M = F \cdot v = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

Γεννήτρια



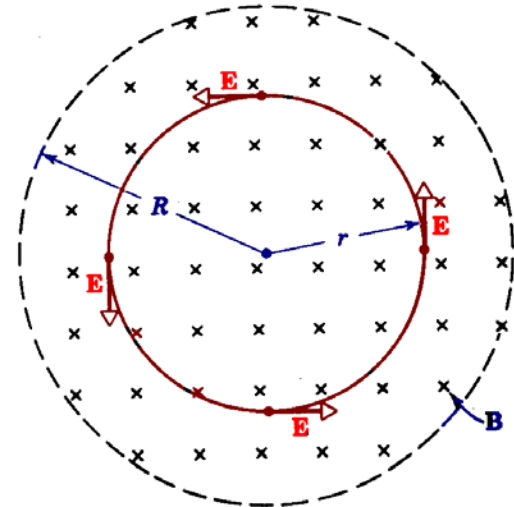
$$V_e = -\frac{d}{dt}(AB_0 \cos(\omega t))$$
$$V_e = \omega AB_0 \sin(\omega t)$$

Χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο



Το ηλεκτρικό πεδίο επάγεται στον κυκλικό αγωγό

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$



Το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται ανεξάρτητα από τον αγωγό

$$\oint_C \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο

- Το Ηλεκτρικό πεδίο προκαλείται από την μεταβολή του μαγνητικού πεδίου και **εμφανίζεται στον χώρο ανεξάρτητα από την παρουσία αγωγών ή άλλων υλικών.**
- Το κλειστό ολοκλήρωμα είναι το έργο που παράγεται κατά την **μετατόπιση του μοναδιαίου φορτίου κατά μια κλειστή διαδρομή.** Η **Ηλεκτρεγερτική Δύναμη**, ορίζεται από το ολοκλήρωμα αυτό.
- Αν θεωρήσουμε τον αγωγό του πρώτου σχήματος, ισχύει $HE\Delta = IR$. Δηλαδή το μετ. μαγν. Πεδίο, **είναι μία πηγή που παρέχει ενέργεια** στα κινούμενα φορτία του αγωγού. Αν R πολύ μεγάλο τότε η τάση είναι ίση με την παραγόμενη $HE\Delta$.
- Το έργο παράγεται από την **μεταβολή της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου.**
- Στο δεύτερο σχήμα, η δυναμική γραμμή είναι κύκλος. Αν υποθέσουμε ότι ένα φορτίο κινείται κατά μήκος της γραμμής, **όταν επιστρέψει στην αρχική θέση, θα έχει αυξηθεί η κινητική του ενέργεια!**
- Το έργο είναι **μη μηδενικό** γιατί το πεδίο έχει μη μηδενική εφαπτομενική συνιστώσα. (**Στροβιλό πεδίο**). Η μορφή του ηλεκτρικού δυναμικού που έχουμε συναντήσει μέχρι στιγμής, δεν αρκεί για να περιγράψει το ηλεκτρικό πεδίο αυτής της μορφής.

συνολικά

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l} - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

- Ο πρώτος όρος είναι το κινητικό μέρος, ο δεύτερος προέρχεται από την μεταβολή του μαγνητικού πεδίου.
- Το πρώτο ολοκλήρωμα γίνεται στη διαδρομή που περιβάλλει την επιφάνεια S .
- Ουσιαστικά έχουμε δύο διαφορετικούς νόμους που παρουσιάζονται κάτω από την ίδια έκφραση.
- Είναι μοναδικό παράδειγμα στη Φυσική !!!

Σχετική Κίνηση.

Πως ερμηνεύει το φαινόμενο παρατηρητής που κινείται μαζί με το πλαίσιο;

- Ο ακίνητος παρατηρητής, παρατηρεί μια ΗΕΔ $\mathcal{V} = \mathcal{B} v l$ που δημιουργείται από τη δύναμη Laplace, όπως αποδείξαμε.
- Ο κινούμενος, παρατηρεί την κίνηση των φορτίων που ωφείλεται στην παρουσία ενός ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}' το οποίο αποδίδει στην κίνηση μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Λόγω του Ηλεκτρικού πεδίου, δημιουργείται ΗΕΔ $\mathcal{V} = \mathcal{E}' l$.
- Οι δύο ΗΕΔ πρέπει να είναι ίσες δεν μπορούν να εξαρτώνται από τη σχετική κίνηση των παρατηρητών. Χρησιμοποιώντας τα διανύσματα, η σχέση γίνεται:

$$\oint \vec{E}' d\vec{l} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l}$$

Σχετική Κίνηση

- Δηλαδή ο κινούμενος παρατηρητής παρατηρεί ένα ηλεκτρικό πεδίο! Το πεδίο το αποδίδει σε μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο αλλά δεν μπορεί να συμπεράνει αν η μεταβολή οφείλεται στην κίνηση του μαγνητικού πεδίου ή την χρονική μεταβολή.
- Ένας τρίτος παρατηρητής που κινείται με διαφορετική ταχύτητα, θα παρατηρούσε ένα ηλεκτρικό και ένα μαγνητικό πεδίο.
- Ουσιαστικά βλέπουμε πως η δύναμη Lorentz παραμένει σχετικιστικά αναλλοίωτη.

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)$$

Εξίσωση Maxwell από το νόμο του Faraday, σε κυκλωματική μορφή.

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

$$\begin{aligned} \text{Διαστάσεις του } B &\rightarrow \frac{\text{Δύναμη}}{\text{Ροπή ρεύματος}} = \frac{\text{Δύναμη}}{\text{Ρεύμα} \cdot \text{Μήκος}} \\ &= \frac{\text{Δύναμη}}{\text{Φορτίο} \cdot \text{Μήκος/Χρόνος}} \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } dB/dt \rightarrow \frac{\text{Δύναμη}}{\text{Φορτίο} \cdot \text{Μήκος}}$$

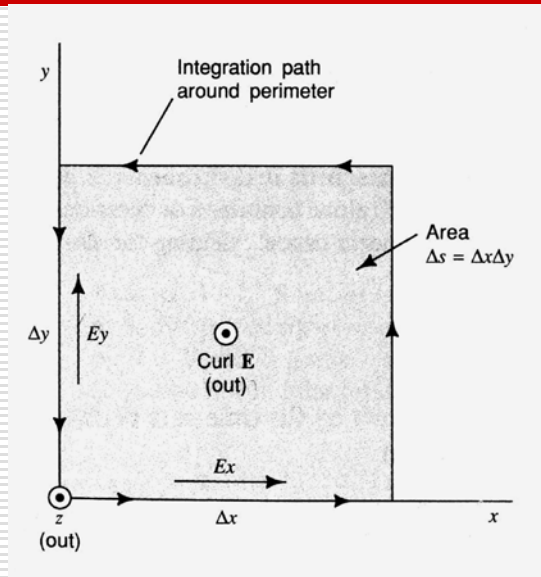
Και το ολοκλήρωμα \rightarrow Έργο/Φορτίο.

Τις ίδιες διαστάσεις με το αριστερό μέρος.

Εξίσωση Maxwell από Νόμο Faraday

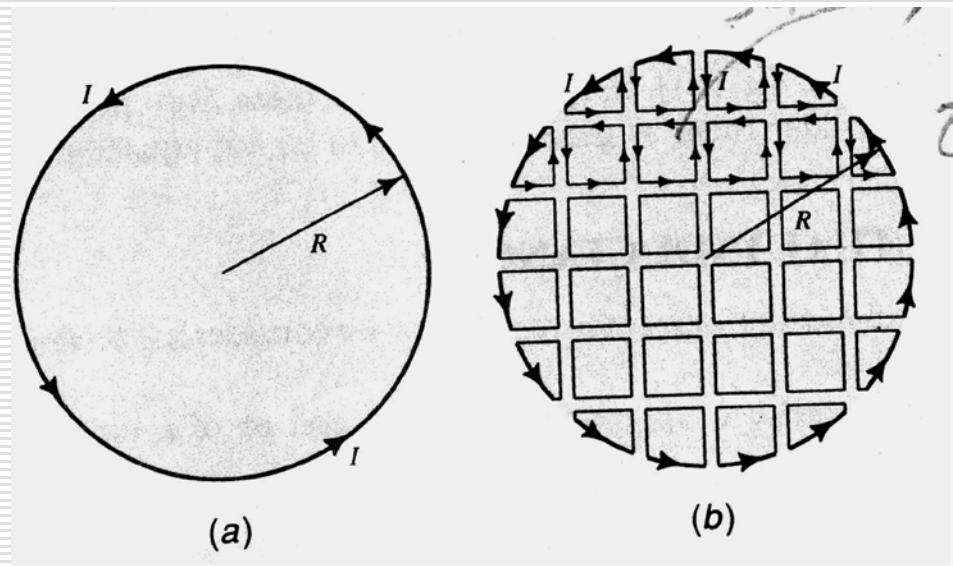
$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) d\vec{S} \quad (\text{Stokes})$$
$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) d\vec{S} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Γεωμετρική ερμηνεία του στροβιλισμού.

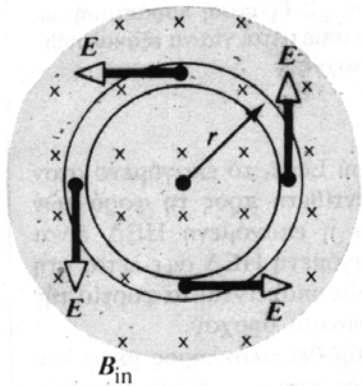


$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{s}$$

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}}{\Delta s} = (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \hat{\mathbf{z}} = \text{curl}_z \mathbf{E}$$



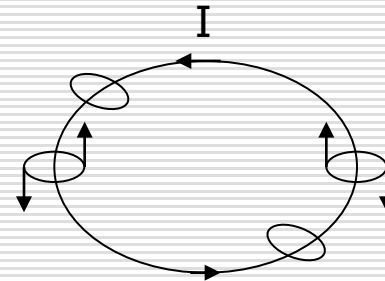
Παράδειγμα



$$\frac{dB}{dt} = 0,1 \text{ T/s}$$

$$r = 10 \text{ cm}$$

$$R = 2 \Omega$$



Επειδή το μαγν. πεδίο αυξάνεται, το επαγόμενο ρεύμα είναι δεξιόστροφο

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

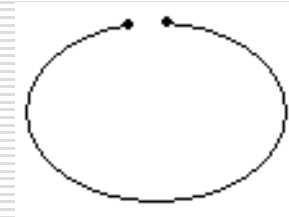
$$2\pi r E = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

$$E = 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,005 \text{ V/m}$$

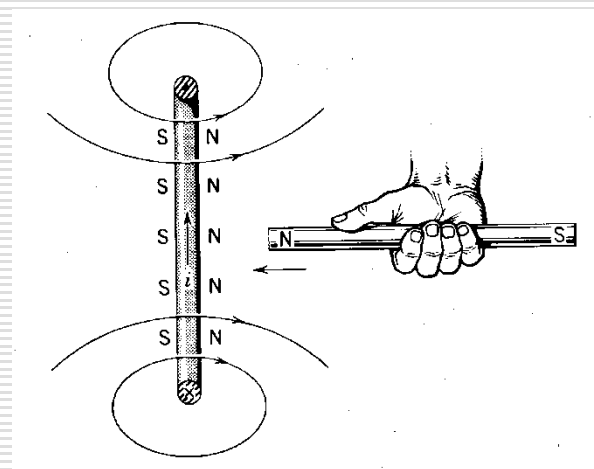
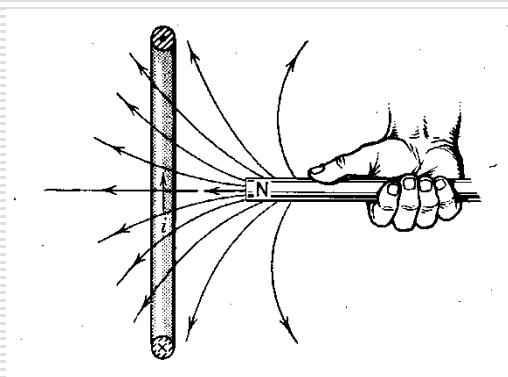
$$V_e = 2\pi r E \Rightarrow V_e = 3,1 \text{ mV}$$

$$I = \frac{V_e}{R} \Rightarrow I = 1,6 \text{ mA}$$

$$V_e = 3,1 \text{ mV}$$



Παράδειγμα

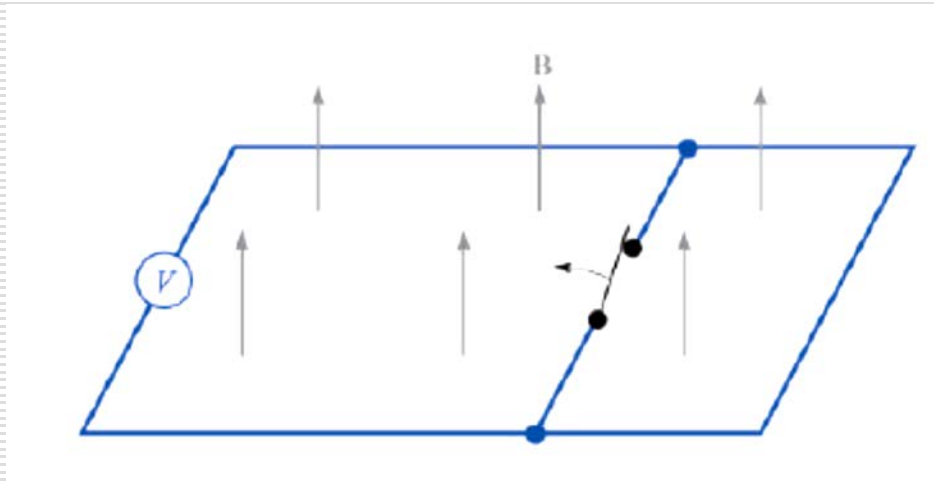


Εξηγήστε τα παραπάνω διαγράμματα χρησιμοποιώντας τους νόμους του Faraday και Lentz

Ο νόμος της ροής. R.P. Feynman

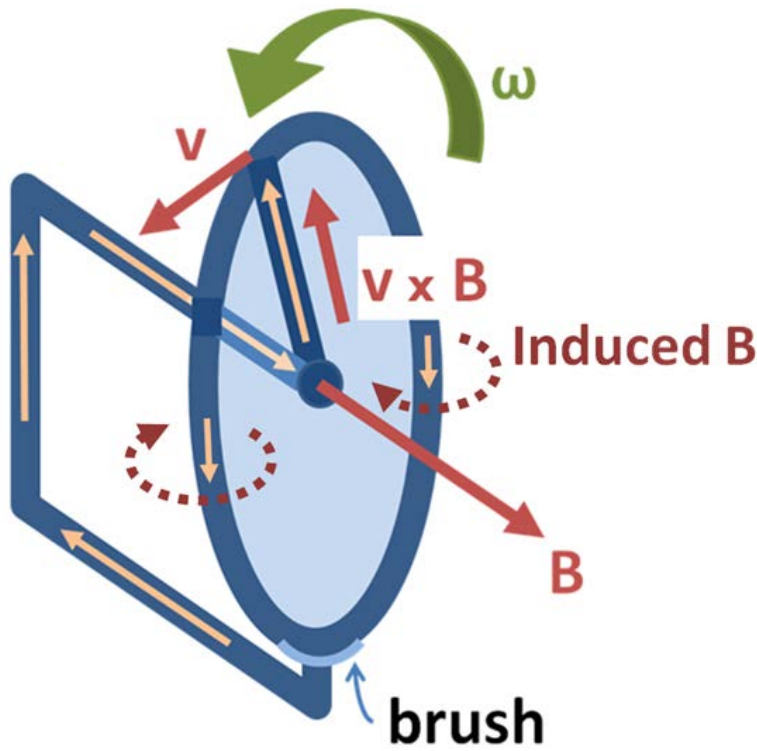
- So the "flux rule" that the emf in a circuit is equal to the rate of change of the magnetic flux through the circuit applies whether the flux changes because the field changes or because the circuit moves (or both) ...
- Yet in our explanation of the rule we have used two completely distinct laws for the two cases – for "circuit moves" and for "field changes".
- We know of no other place in physics where such a simple and accurate general principle requires for its real understanding an analysis in terms of *two different phenomena*.
 - — Richard P. Feynman, *The Feynman Lectures on Physics*

Αντιπαραδείγματα



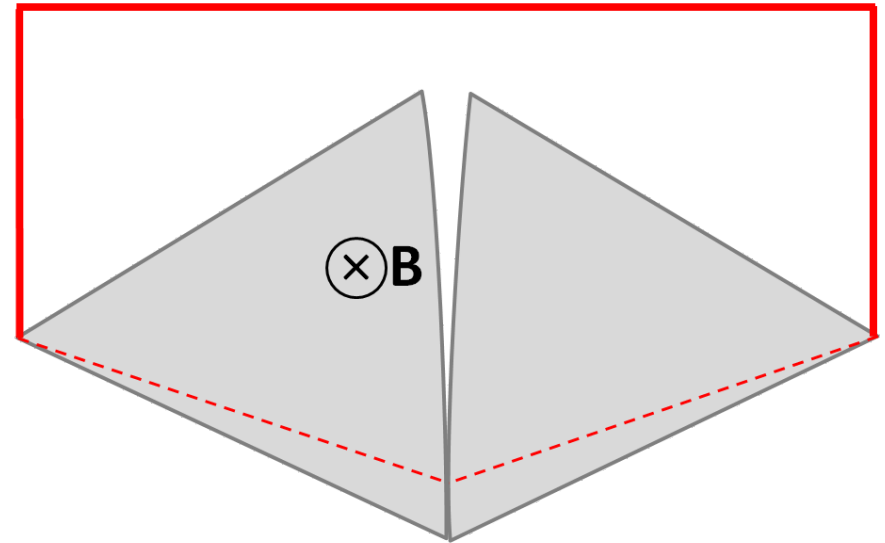
Η αύξηση της επιφάνειας δεν δημιουργεί ΗΕΔ!

Αντιπαραδείγματα.



■ Με την περιστροφή των τομέων αλλάζει σημαντικά η διαδρομή. Όμως δεν παράγεται τάση από την αλλαγή. Μια μικρή τάση θα παραχθεί, λόγω της ταχύτητας των φορέων όπως στο προηγούμενο.

Δεν αλλάζει η επιφάνεια του κυκλώματος. Τα φορτία κινούνται μαζί με το υλικό. Η τάση παράγεται από τη δύναμη Laplace.



Ασκήσεις

- 17.1- 17.4 , 49, 50 Μεταβαλλόμενο Μαγνητικό Πεδίο
- 17.6 – 17.11 , 23, 24 48 Κινούμενο πλαίσιο
- 17.12 – 17.16 Αμοιβαία επαγωγή
- 17.17 -17.19 Κινούμενο φορτίο
- 17.20 – 17.22 Αυτεπαγωγή
- 17.26 – 17.29 Κυκλώματα RLC
- 17.30 – 17.47 Εναλλασσόμενα ρεύματα