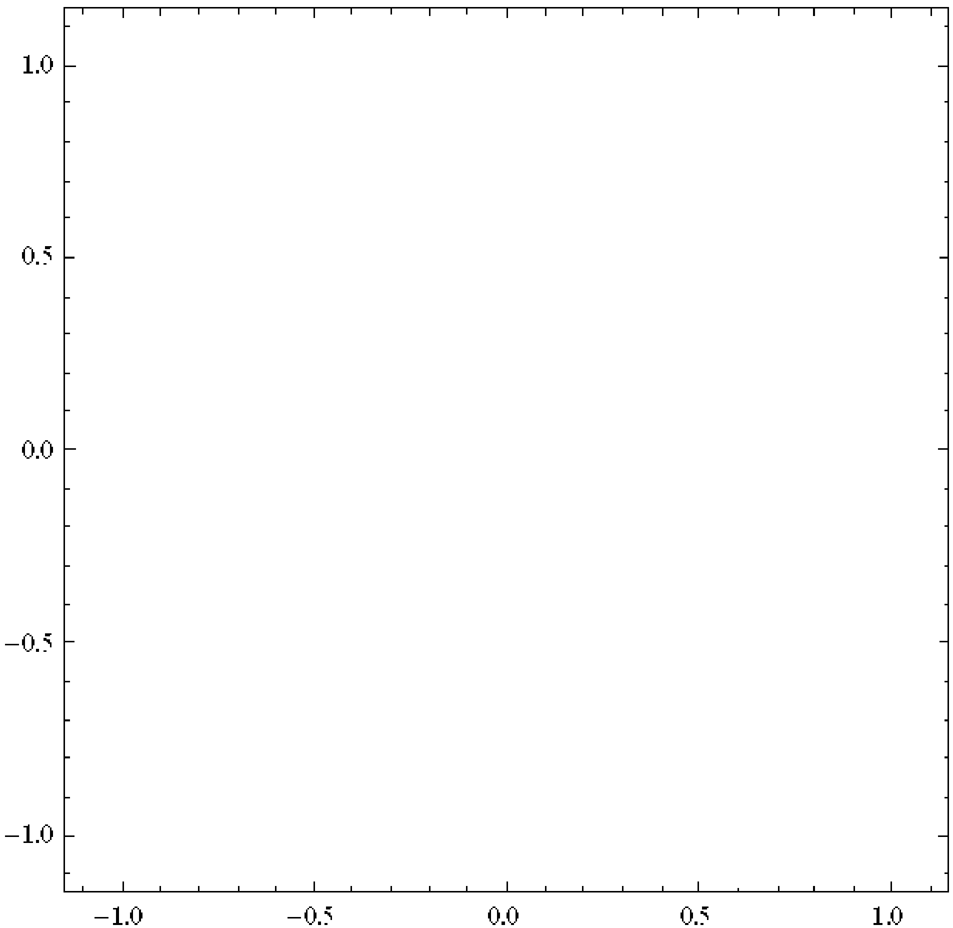
Πυκνότητα φορτίου

Πυκνότητα φορτίου	Ομοιόμορφη	Μικρή Περιοχή
Χωρική	$\rho \equiv \dfrac{Q}{V}$	$\rho = \dfrac{dQ}{dV}$
Επιφανειακή	$\sigma \equiv \dfrac{Q}{A}$	$\sigma = \dfrac{dQ}{dA}$
Γραμμική	$\lambda \equiv \dfrac{Q}{l}$	$\lambda = \dfrac{dQ}{dl}$

Συμβολισμός με μήκος βέλους

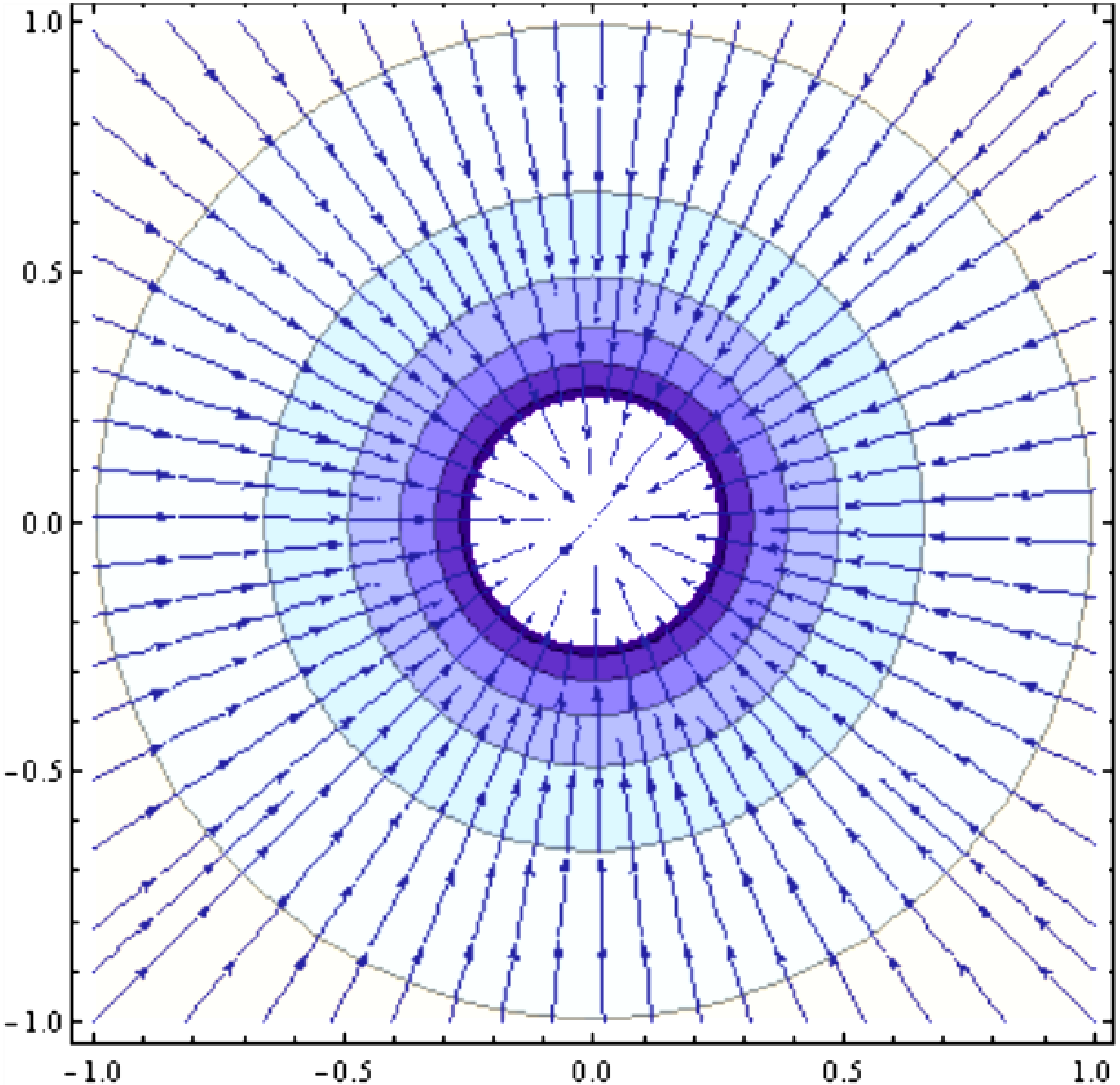


Ακτινικό Πεδίο
με μέτρο

$$\prec {}^{1}\!/_{r^2}$$

$$\vec{F} = \frac{x\hat{i} + y\hat{j}}{\sqrt[3/2]{x^2 + y^2}}$$

Συμβολισμός με γραμμές ροής.



Οι ομόκεντροι κύκλοι αντιστοιχούν στη Δυναμική Ενέργεια και τα βέλη ,στις «Γραμμές Ροής»,

«Δυναμικές Γραμμές»

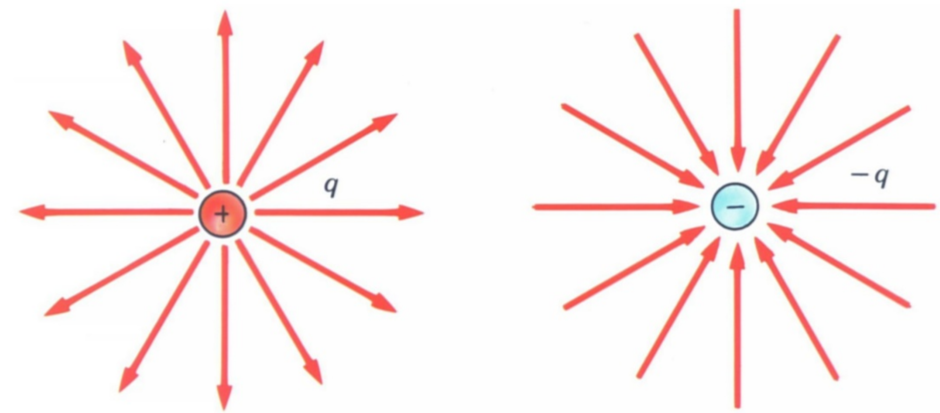
Δυναμικές Γραμμές

Παράσταση της έντασης Ηλεκτρικού Πεδίου.

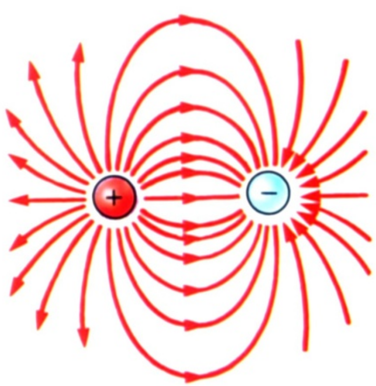
•Η Εφαπτόμενη στη Δυναμική Γραμμή είναι η διεύθυνση της Έντασης.

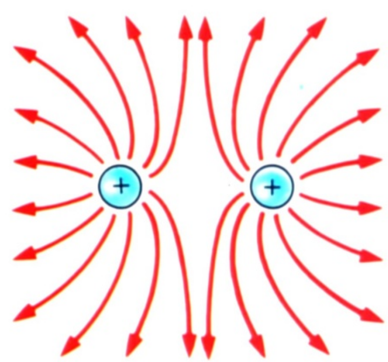
•Η πυκνότητα των δυναμικών Γραμμών είναι ανάλογη με το μέτρο της έντασης στην περιοχή.

•Οι Δυν. Γραμμές ξεκινούν από τα Θετικά φορτία και καταλήγουν στα Αρνητικά.



Δυναμικές Γραμμές για Απομονωμένα Φορτία.

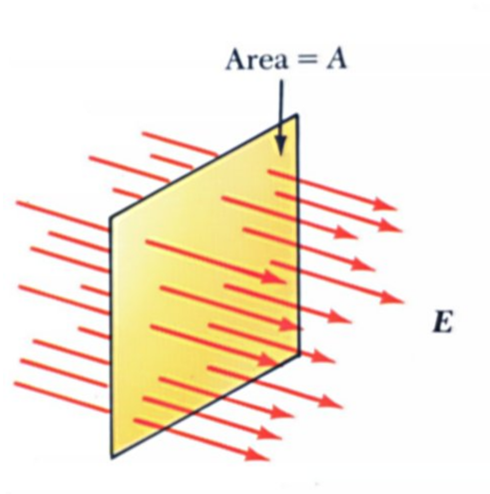




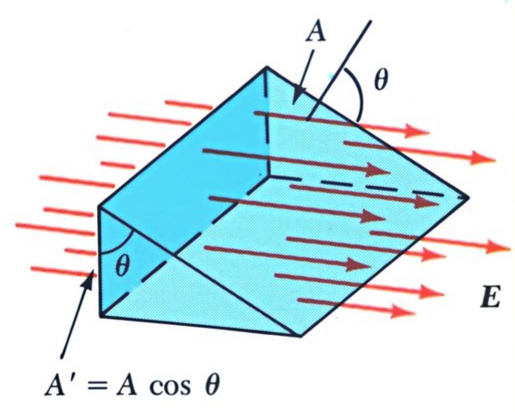
Δυναμικές γραμμές για γειτονικά φορτία

Ηλεκτρική Ροή.

$$\Phi = E \cdot A$$



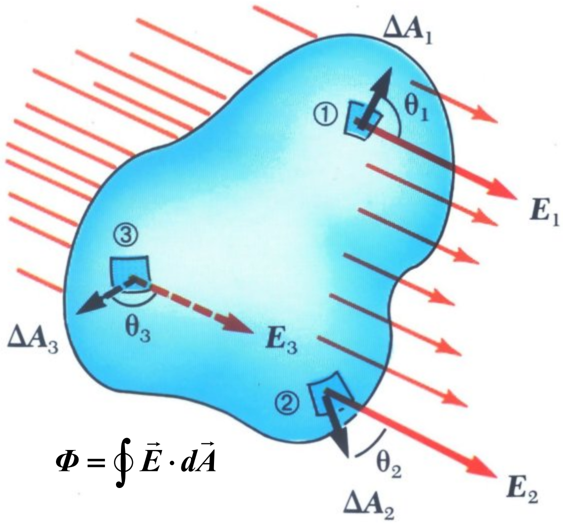
$$\Phi = E \cdot A\cos\theta$$



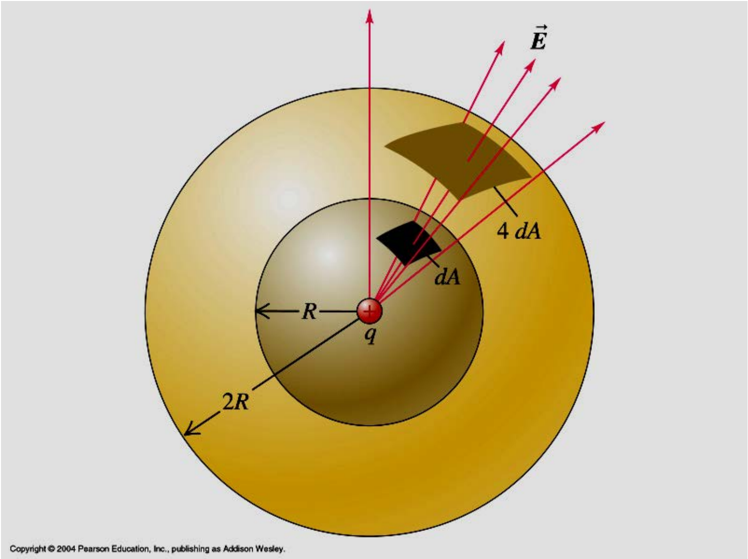
Ηλεκτρική Ροή.

$$d\Phi = \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

$$\Phi = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

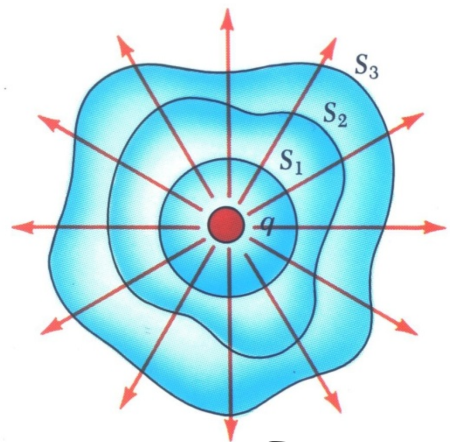


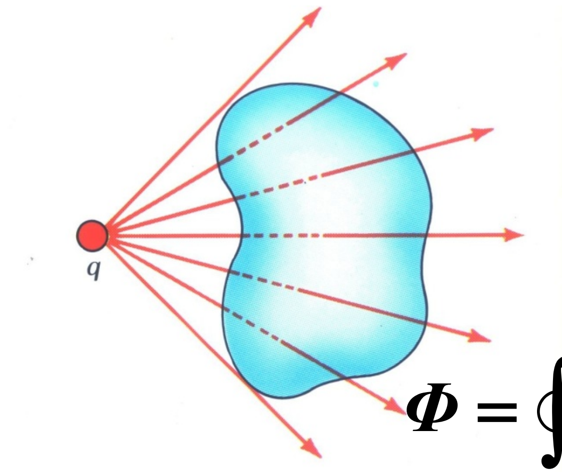
$$\Phi = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = 0$$



$$d\Omega = \frac{dA}{r^2}$$

Νόμος Gauss





$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

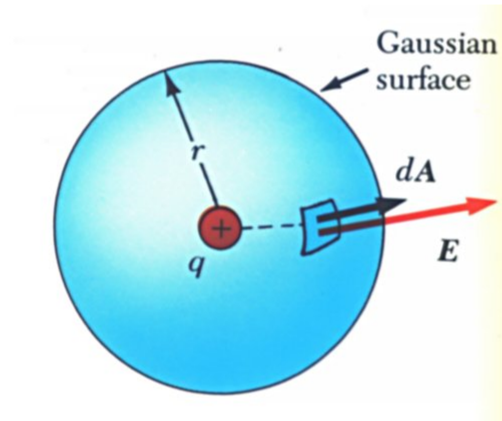
$$\oint \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Η κλειστή επιφάνεια δεν περικλείει φορτίο.

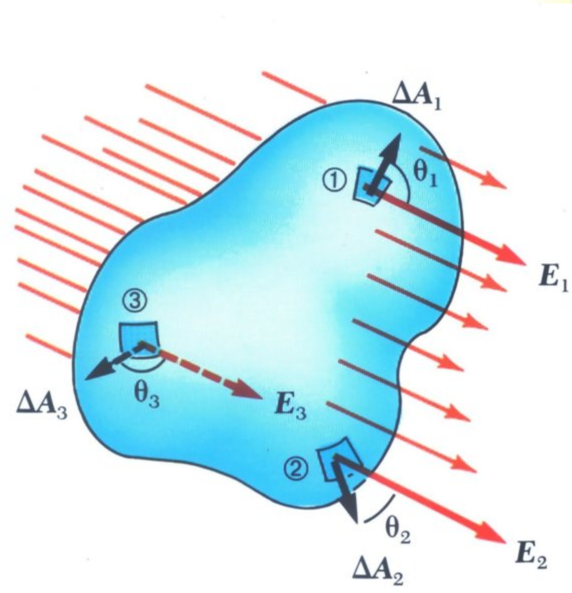
Η κλειστή επιφάνεια περικλείει φορτίο q.

Νόμος Gauss.

$$q = \varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

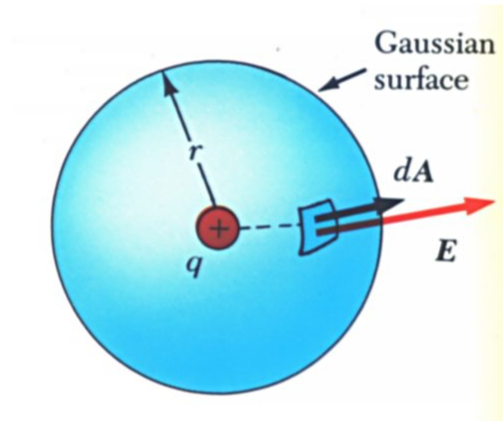


$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$



Παραδείγματα, Εφαρμογές.
Συμμετρικές κατανομές.

Σημειακό φορτίο

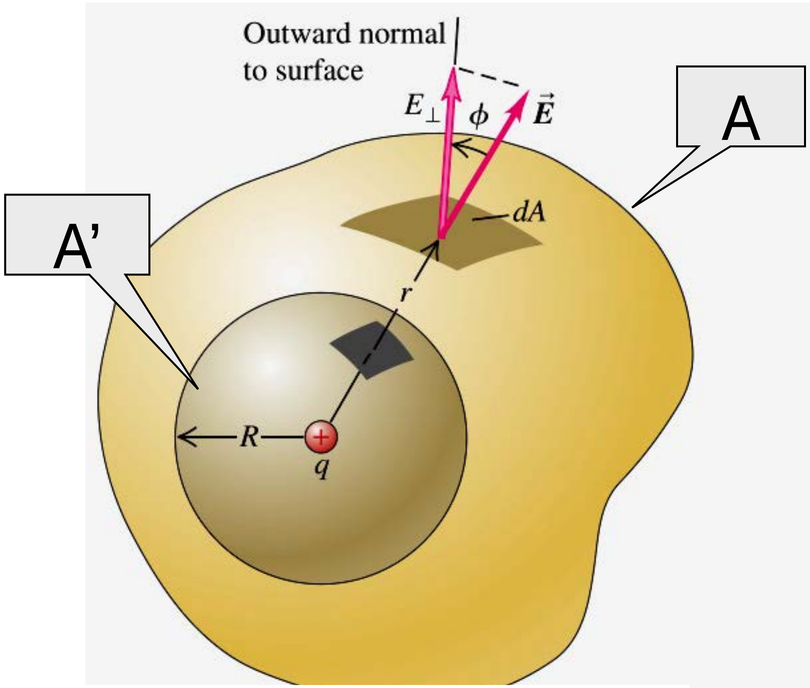


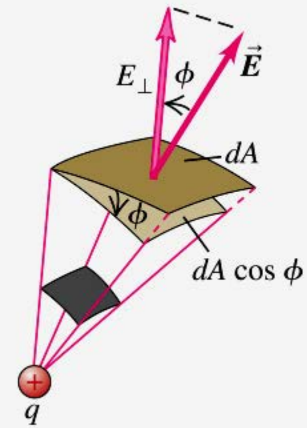
$$\vec{E}\cdot d\vec{A} = E\,dA$$

$$q = \varepsilon_0 \oint \vec{E}\,d\vec{A} = \varepsilon_0 E \oint d\vec{A} = \varepsilon_0 E \cdot 4\pi R^2$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

Νόμος Gauss για τυχαία επιφάνεια.





$$d\Omega = \frac{dA\cos\theta}{r^2}$$

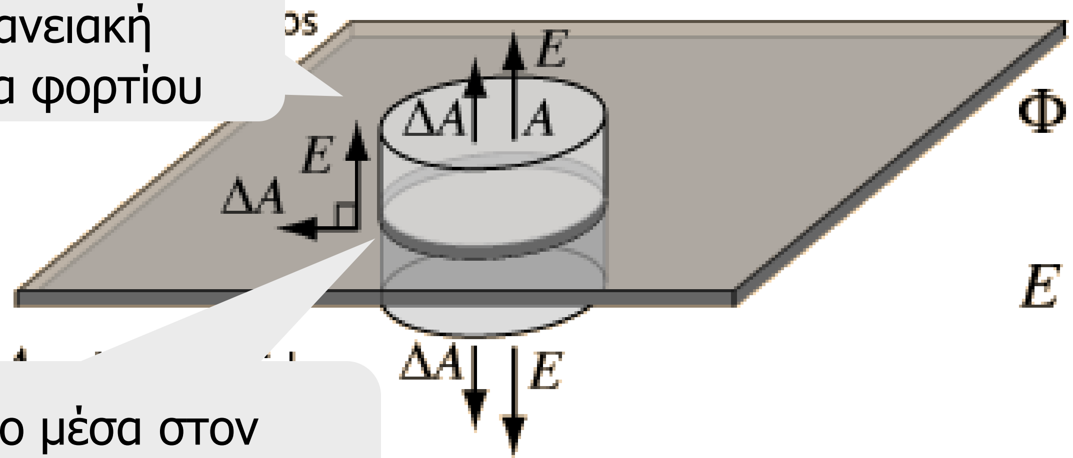
Το εσωτερικό γινόμενο **EdA** προβάλει σε επίπεδο κάθετο στην ακτίνα.

$$\oint \vec{E}\, d\vec{A} = \oint \vec{E}\, d\vec{A}' = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Η συνολική ροή είναι ίση με την ροή που περνά από την επιφάνεια ακτίνας R.

$$\boxed{\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dA\cos\theta}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int d\Omega = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

Μεγάλη Επίπεδη Επιφάνεια.



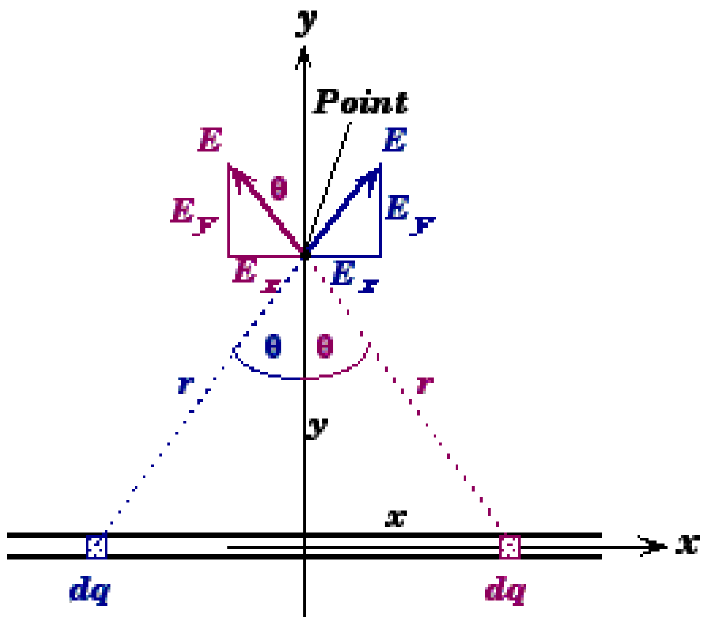
σ επιφανειακή
πυκνότητα φορτίου

σA φορτίο μέσα στον
Γκαουσιανό κύλινδρο

$$\Phi = E2A = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Γραμμική Κατανομή μεγάλου μήκους, υπολογισμός έντασης

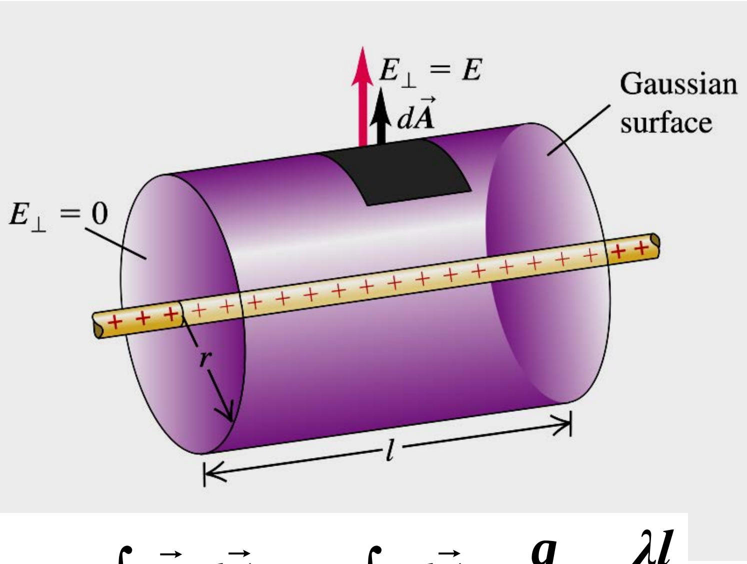


Κατανομή μεγάλου μήκους, Υπολογισμός έντασης με θεώρημα Gauss.

•Ένας αγώγιμος κύλινδρος μεγάλου μήκους, όταν φορτίζεται το φορτίο απλώνεται ομοιόμορφα στην επιφάνεια του.

•Η ένταση του πεδίου που σχηματίζεται, εξαρτάται μόνο από την απόσταση r από τον άξονα z. Δηλαδή οι θ και z συνιστώσες είναι 0.

• Για επιφάνεια ολοκλήρωσης διαλέγουμε έναν κύλινδρο ακτίνας r.

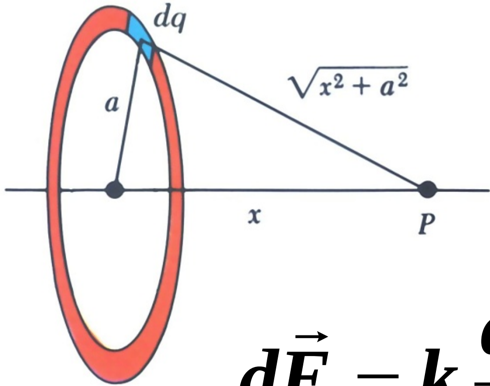


$$\Phi = \oint \vec{E}\, d\vec{A} = E \oint d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

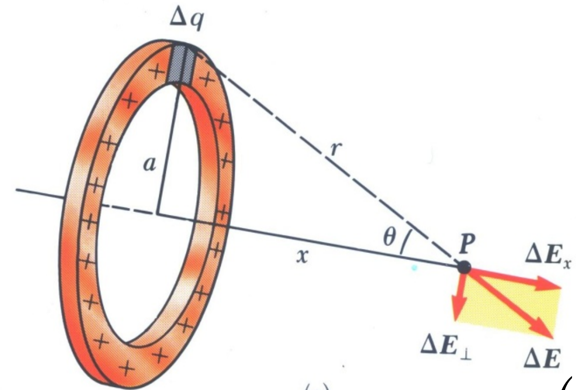
$$A = 2\pi r l \qquad E(2\pi r l) = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = 2k\frac{\lambda}{r}$$

Δακτυλίδι, Υπολογισμός Έντασης.

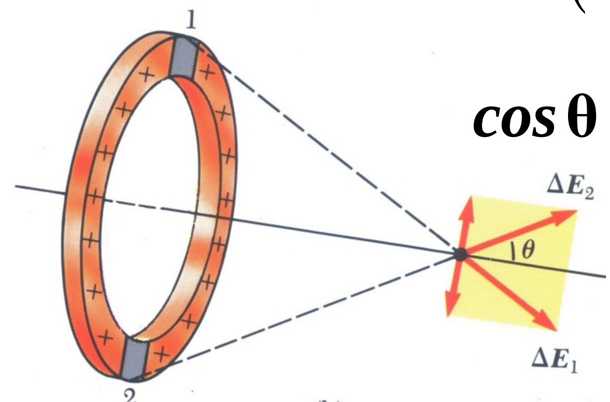


$$d\vec{E} = k\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$



(a)

$$r = \left(x^2 + a^2\right)^{1/2}$$



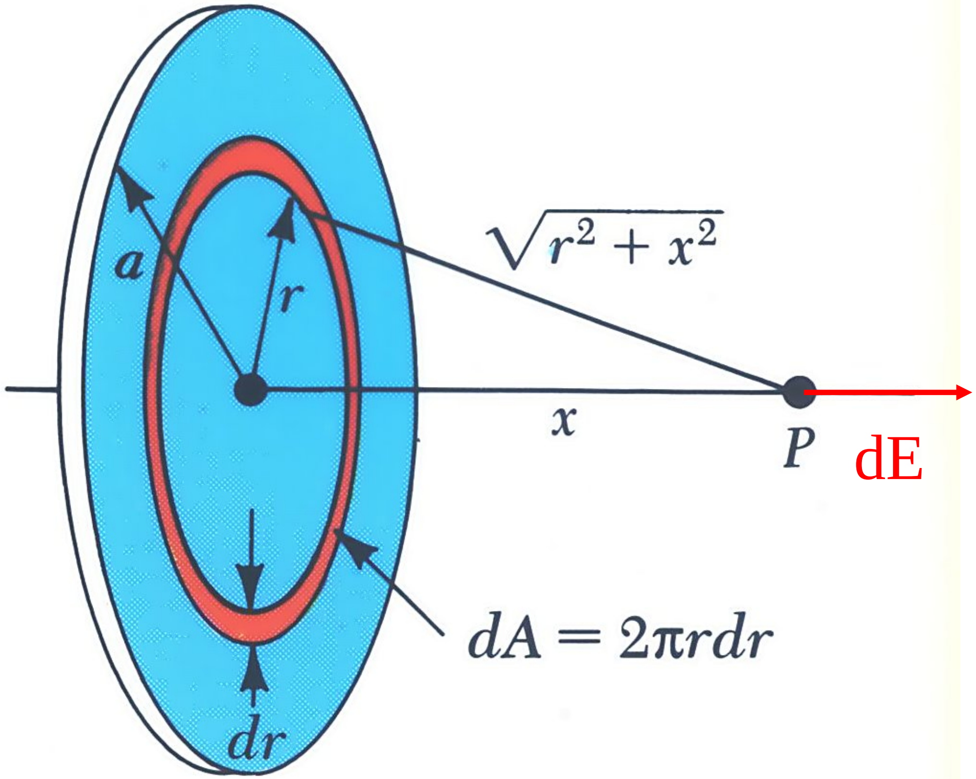
(b)

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$dE_x = dE\cos\theta = \frac{kx}{(x^2+a^2)^{3/2}}dq$$

$$E_x = \int\frac{kx}{(x^2+a^2)^{1/2}}dq = \frac{kx}{(x^2+a^2)^{3/2}}Q$$

Δίσκος, Υπολογισμός Έντασης.



$$dE = \frac{kx}{(x^2+r^2)^{3/2}}(2\pi\sigma r\,dr)$$

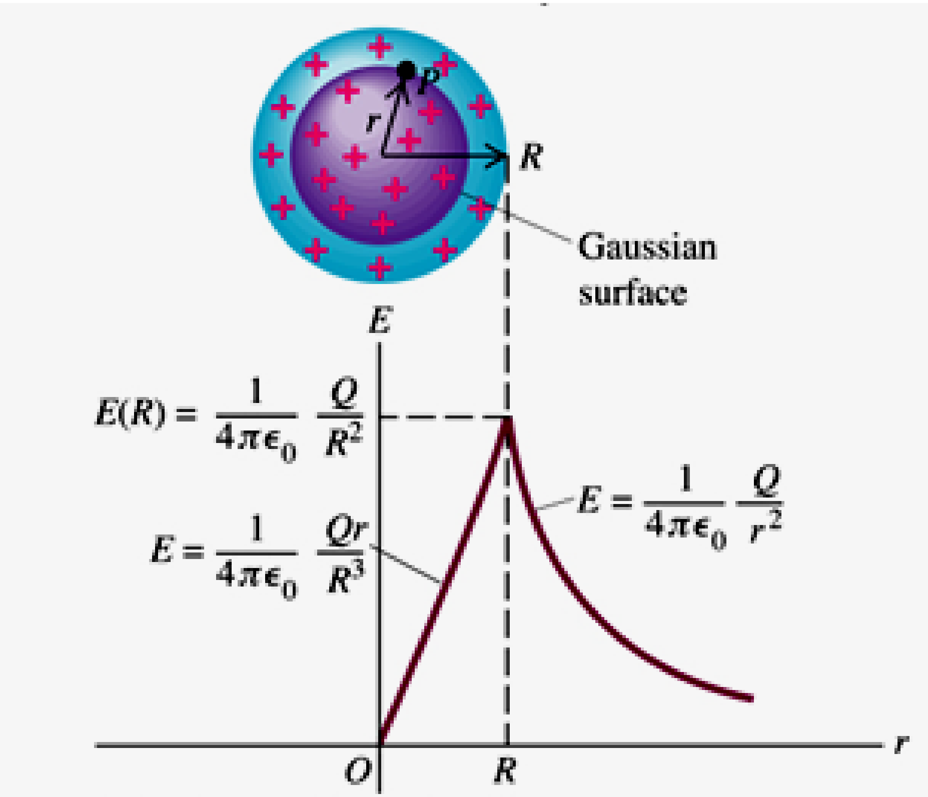
$$E = kx\pi\sigma\int_0^R \frac{2r\,dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$= kx\pi\sigma\int_0^R \frac{d(r^2)}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

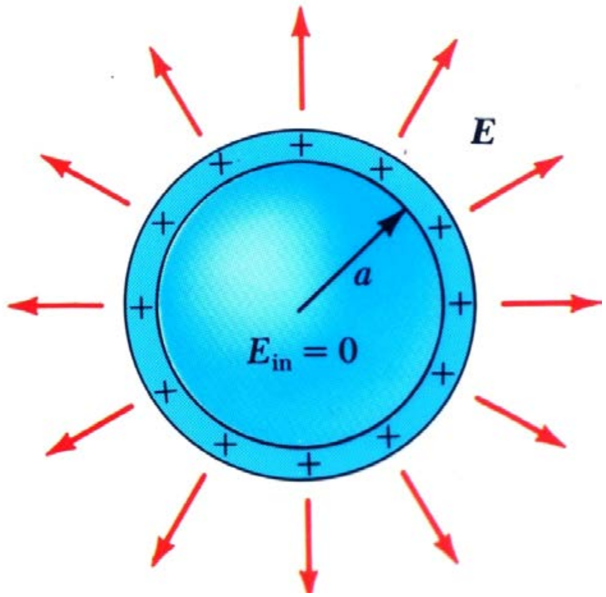
$$= kx\pi\sigma\left[\frac{1}{x^2\sqrt{x^2+r^2}}\right]_0^R$$

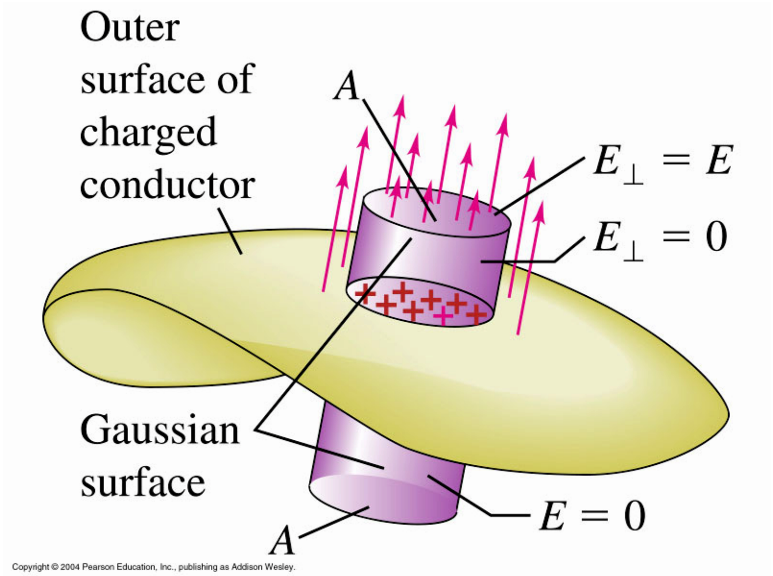
$$= kx\pi\sigma\left[1-\frac{x}{(x^2+r^2)^{1/2}}\right]$$

Σφαίρα φορτισμένη ομογενώς



Φορτία σε αγώγιμες επιφάνειες.





Στη περίπτωση αγώγιμου υλικού, τα φορτία απωθούνται μέχρι τα όρια του αγώγιμου υλικού και συγκεντρώνονται σε ένα λεπτό στρώμα στην επιφάνεια.

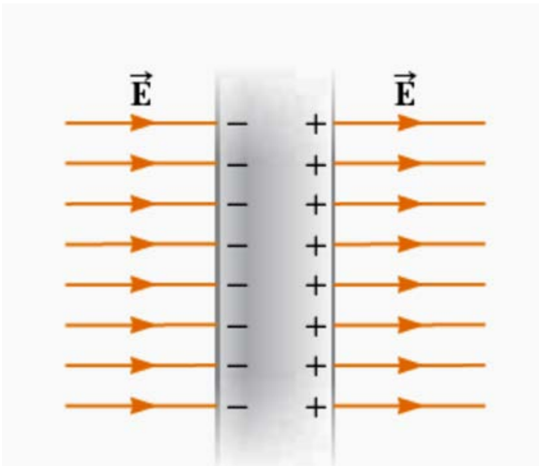
Επειδή η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό του αγωγού είναι μηδέν:

$$\Phi = \oint \vec{E}\, d\vec{A} = EA = \frac{q_{\varepsilon\sigma}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

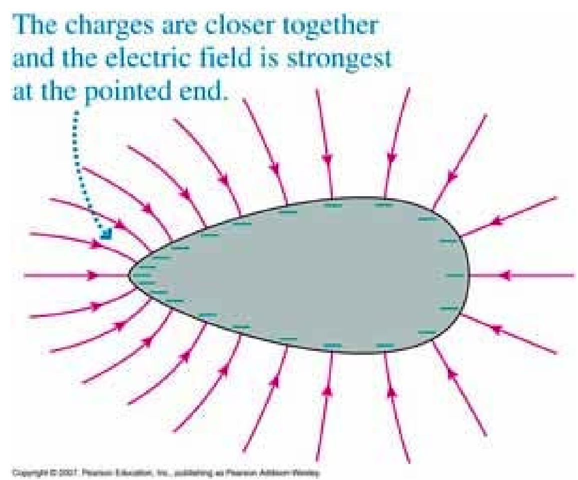
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

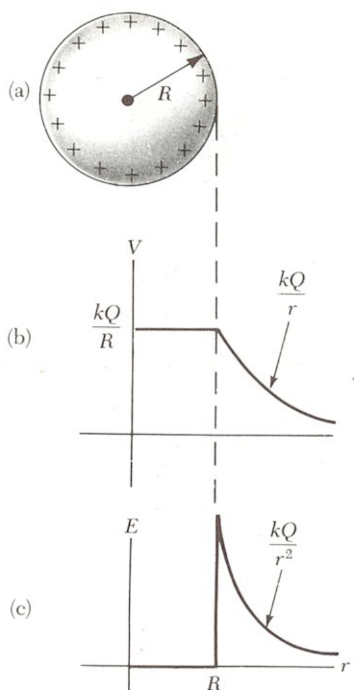
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$$

Αγώγιμο φύλλο σε εξωτερικό Ηλέκτρικό Πεδίο.



Ασύμμετρη κατανομή. Τα φορτία συγκεντρώνονται στην ακίδα. Η ένταση του πεδίου είναι μεγαλύτερη.



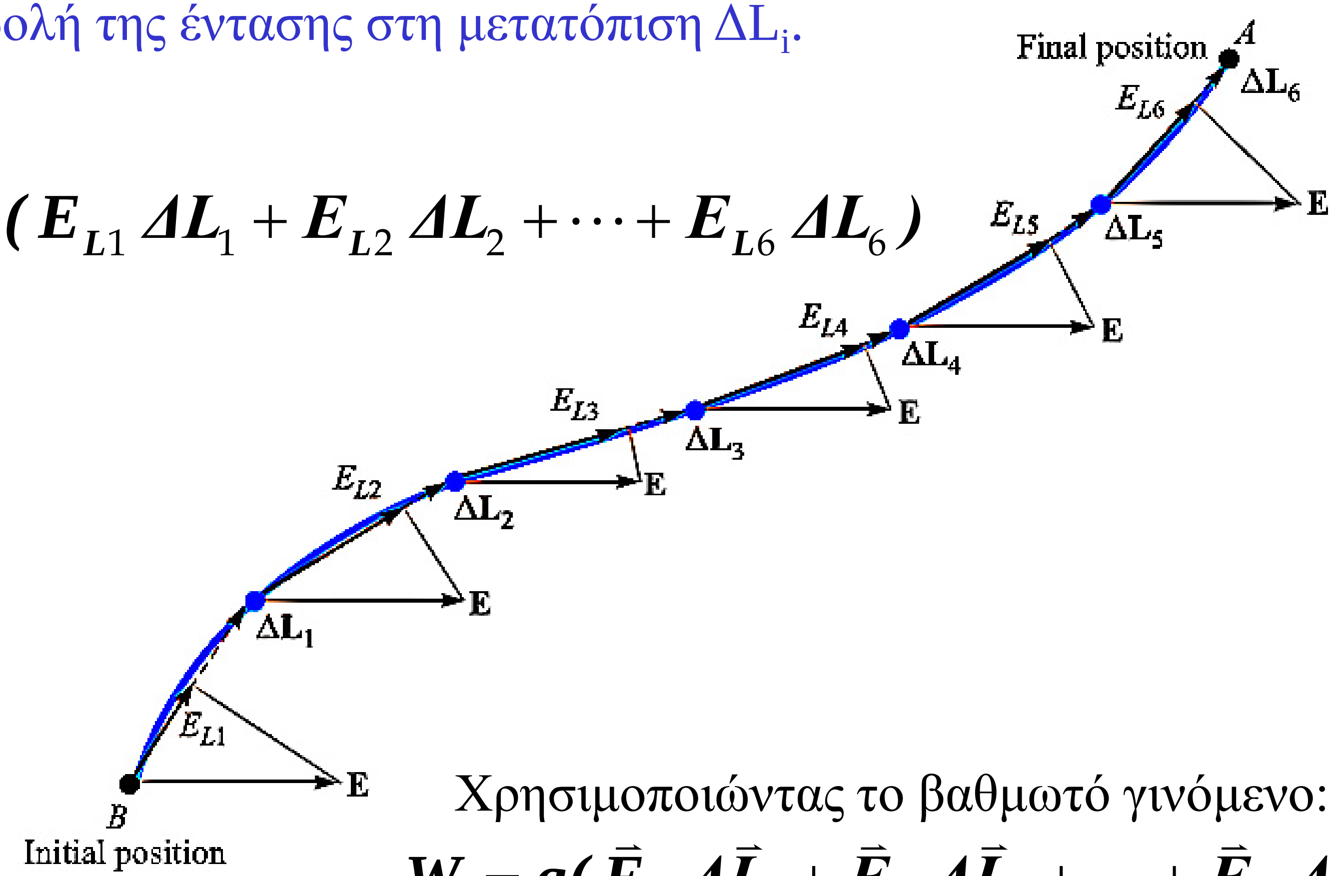


(a)
R
(b)
V
kQ/R
kQ/r
(c)
E
kQ/r^2
r
R

Υπολογισμός έργου

Η ένταση ***E*** είναι σταθερή σε όλο το χώρο. Το έργο υπολογίζεται από την προβολή της έντασης στη μετατόπιση ΔL_i.

$$\boldsymbol{W = q(\,E_{L1}\,\Delta L_1 + E_{L2}\,\Delta L_2 + \cdots + E_{L6}\,\Delta L_6\,)}$$



Χρησιμοποιώντας το βαθμωτό γινόμενο:

$$\boldsymbol{W = q(\,\vec{E}\cdot\Delta\vec{L}_1 + \vec{E}\cdot\Delta\vec{L}_2 + \cdots + \vec{E}\cdot\Delta\vec{L}_6\,)}$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό.
Διαφορά Δυναμικού.

Έργο κατά την μετατόπιση Φορτίου σε Ηλεκτρικό Πεδίο. $dW = q_0 \vec{F} \cdot d\vec{s}$

Μεταβολή Δυναμικής ενέργειας. $\Delta U = U_b - U_a = -q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$

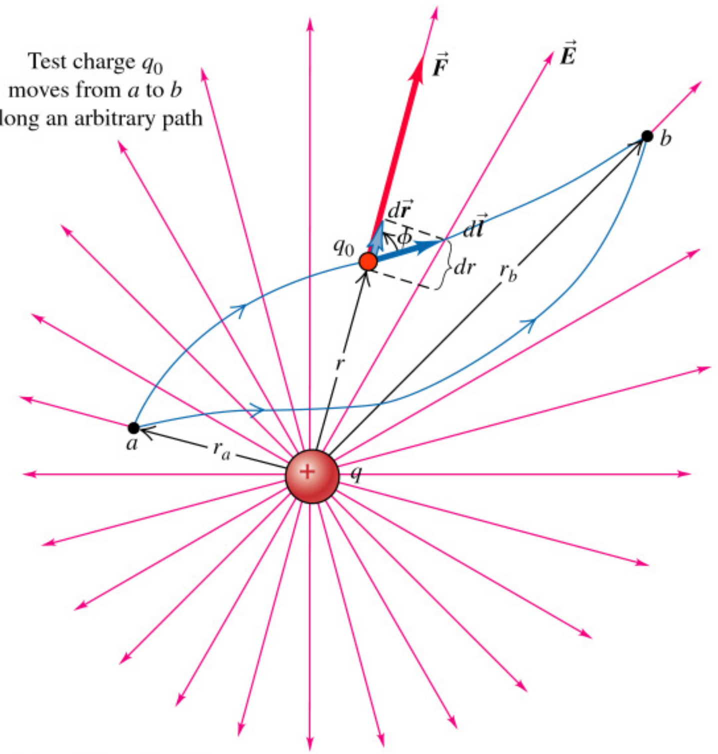
$$\Delta U = U_{T\varepsilon\lambda} - U_{A\rho\chi}$$

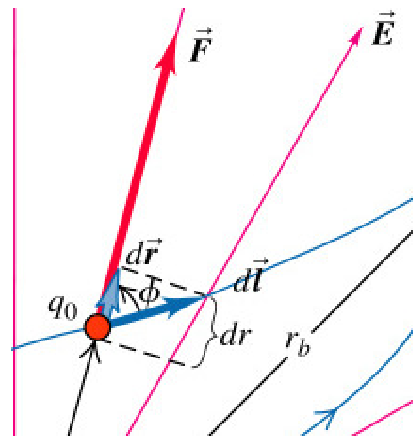
Διαφορά Δυναμικού. $V_b - V_a = \dfrac{U_b - U_a}{q_0} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$

a αρχική, b τελική θέση

$$V_{ba} = V_b - V_a$$

Δυναμική Ενέργεια Ηλ. Πεδίου.





Διαφορά Δυναμικού

Δυναμική Ενέργεια για Σημειακά Φορτία.

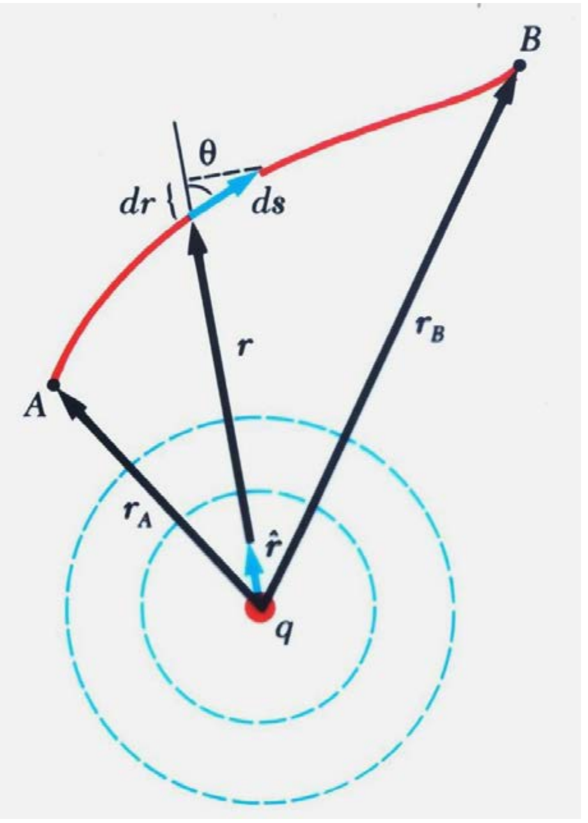
$$V_A - V_B = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{E} = \frac{kq\hat{r}}{r^2}$$

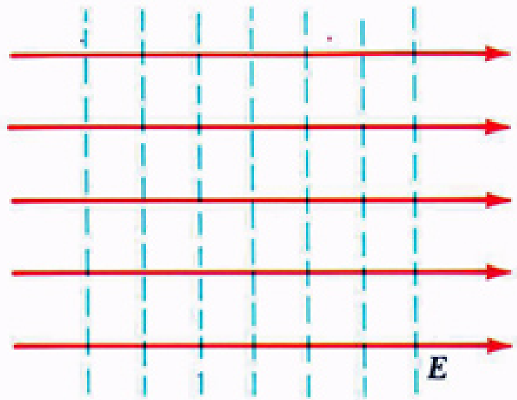
$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{kq\hat{r}}{r^2} d\vec{s}$$

$$V_A - V_B = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} = -kq\int_{r_A}^{r_B} \frac{\vec{r}}{r^2} d\vec{r} = \left.\frac{kq}{r}\right|_{r_A}^{r_B}$$

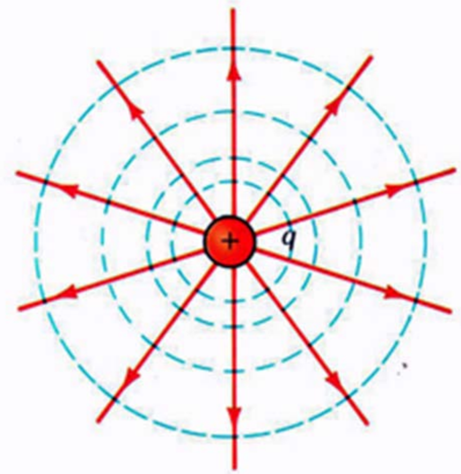
$$V_A - V_B = kq\left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right]$$



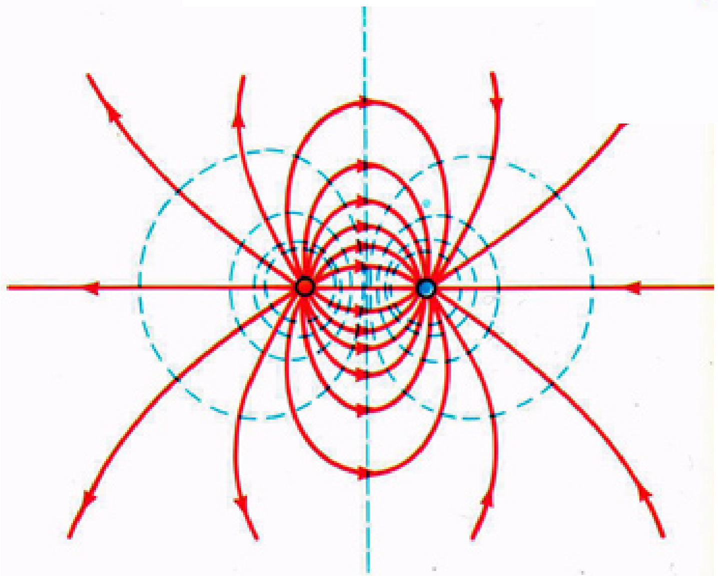
Παραδείγματα Ισοδυναμικών γραμμών



Σταθερό Πεδίο (a)

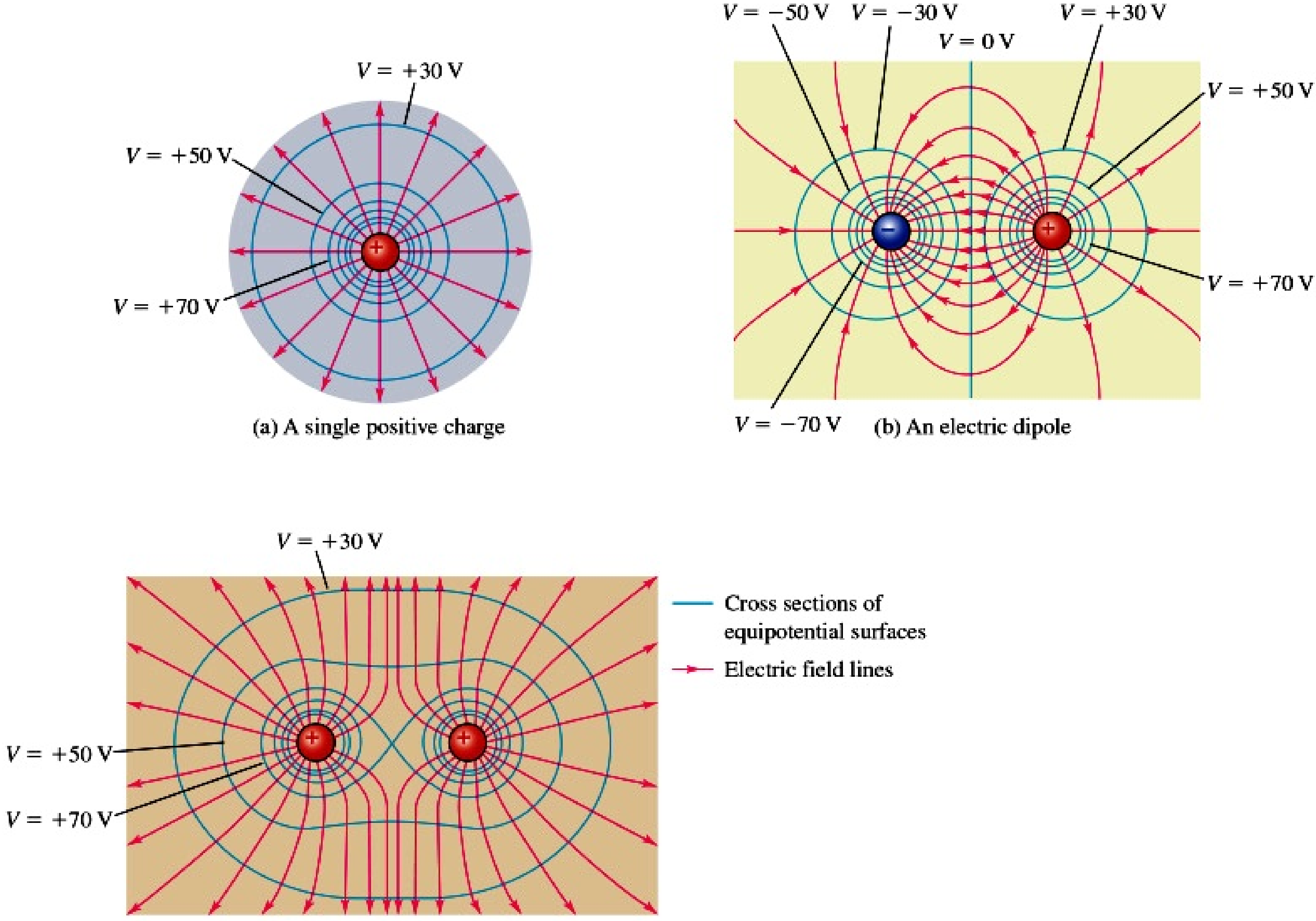


(b) Ακτινικό Πεδίο



(c) Πεδίο Διπόλου

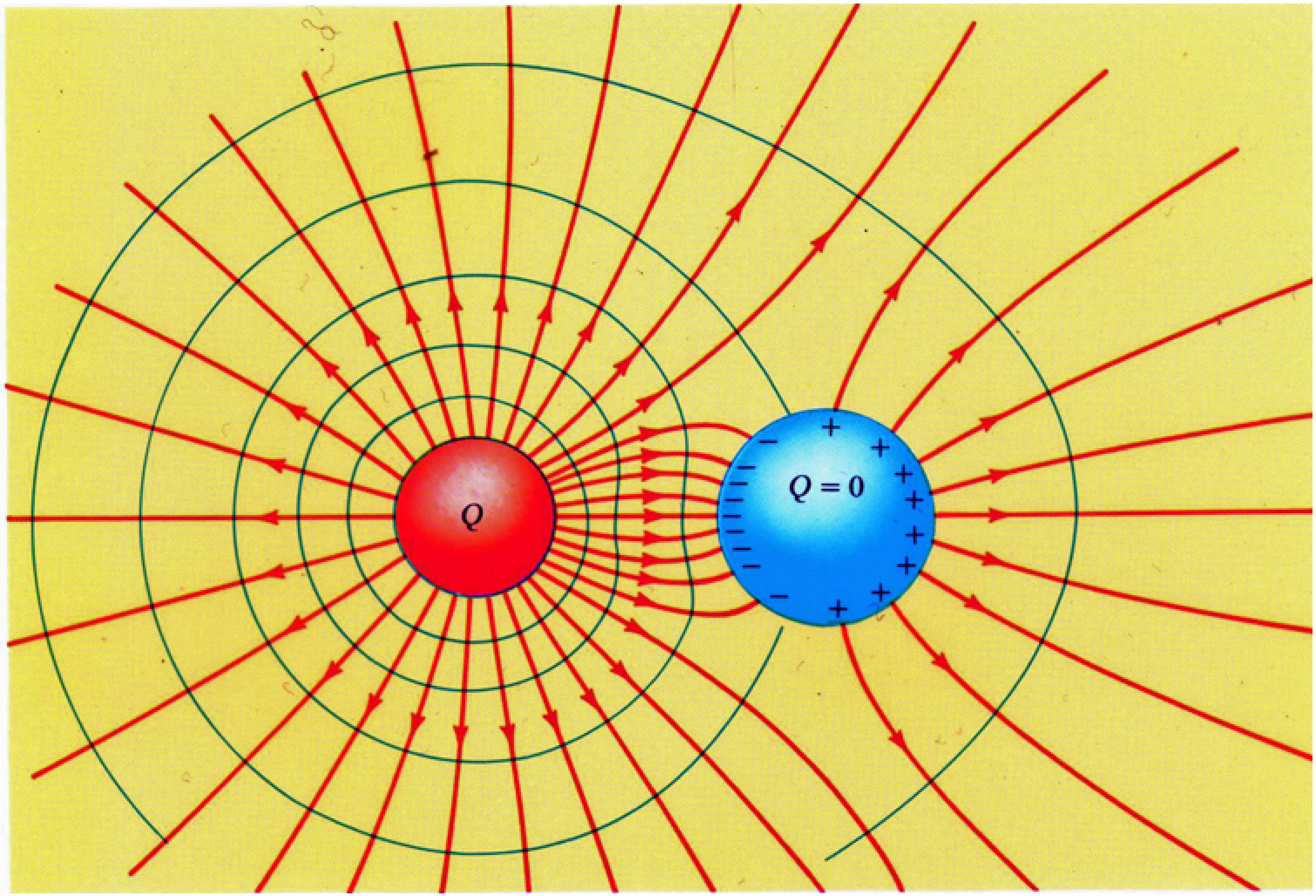
Ισοδυναμικές γραμμές



(a) A single positive charge

(b) An electric dipole

(c) Two equal positive charges



Q
Q = 0

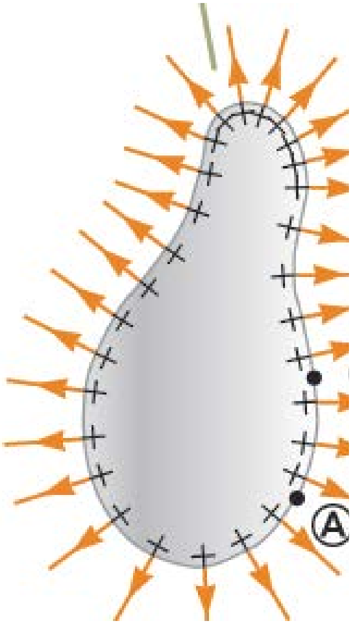
Μονάδες

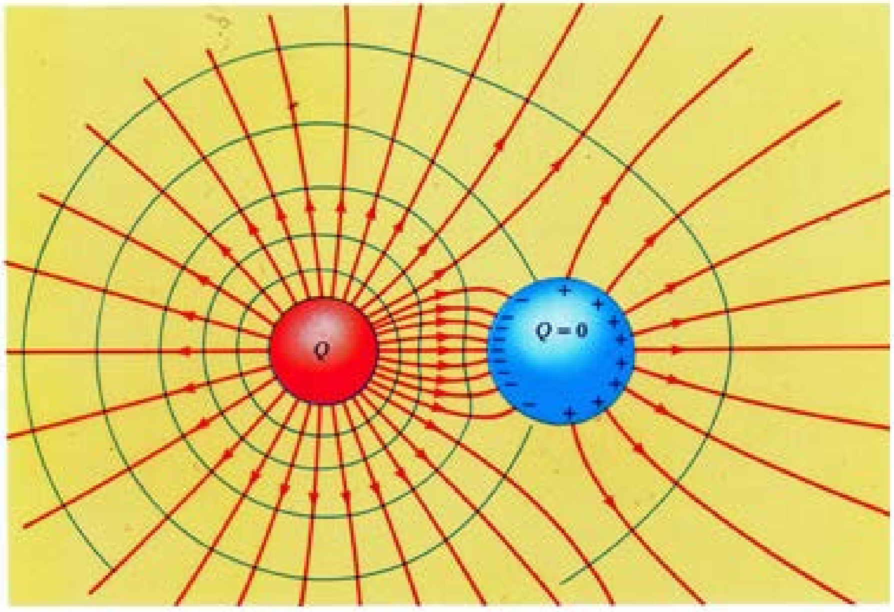
Μονάδα Δυναμικού 1 V=1 J/C

1 eV=1,6x 10^{-19} CV = 1,6 x10^{-19} J

Μονάδα Έντασης 1 V/M

Αγωγοί σε Ηλεκτροστατική ισορροπία.





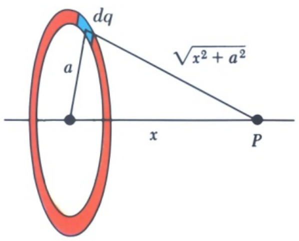
Πρόσθεση Διαφορών Δυναμικού, Συνεχείς Κατανομές Φορτίου.

$$V = k\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V = k\int \frac{dq}{r}$$

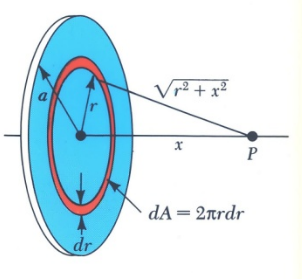
Φορτισμένος Δακτύλιος
Ομοιόμορφα φορτισμένος δίσκος

Φορτισμένος Δακτύλιος



$$V = k\int \frac{dq}{r} = k\int \frac{dq}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Ομοιόμορφα φορτισμένος δίσκος

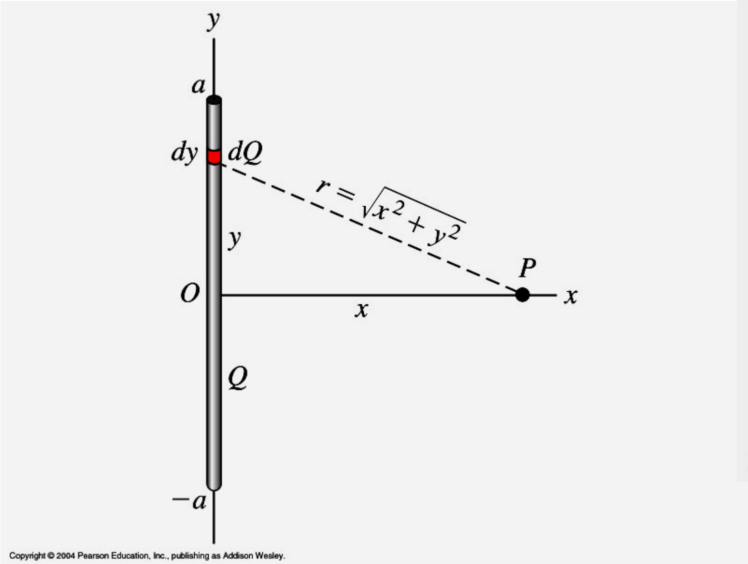


$$V = k\int \frac{dq}{r} = k\sigma\int \frac{2\pi r\, dr}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

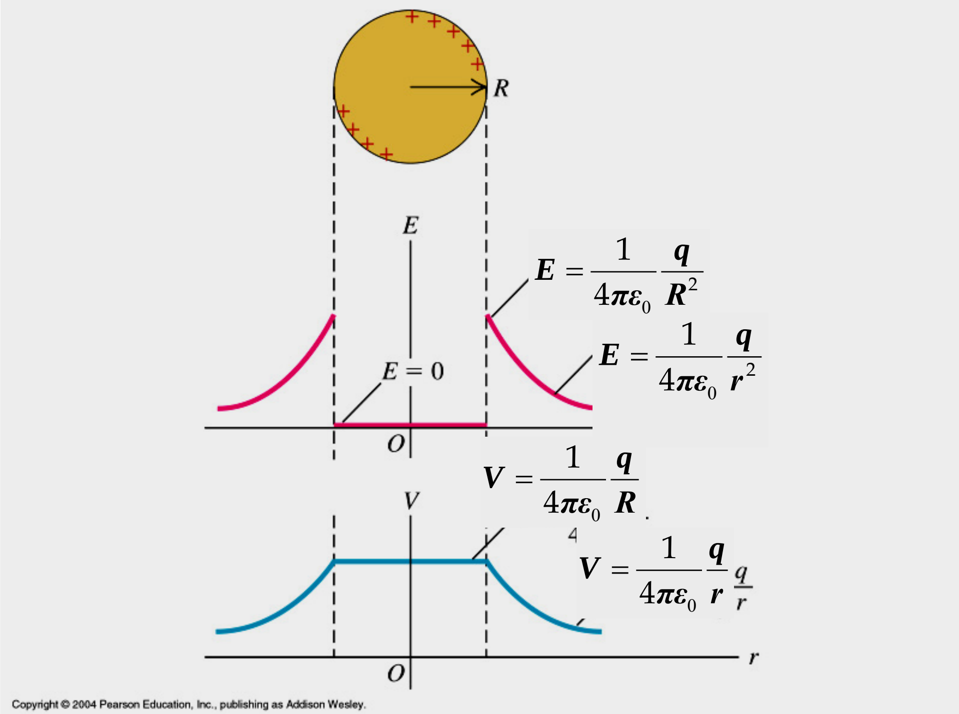
Ράβδος, Ομοιόμορφα φορτισμένη. Αγώγιμη Σφαίρα, Φορτισμένη.

Ράβδος, Ομοιόμορφα φορτισμένη.

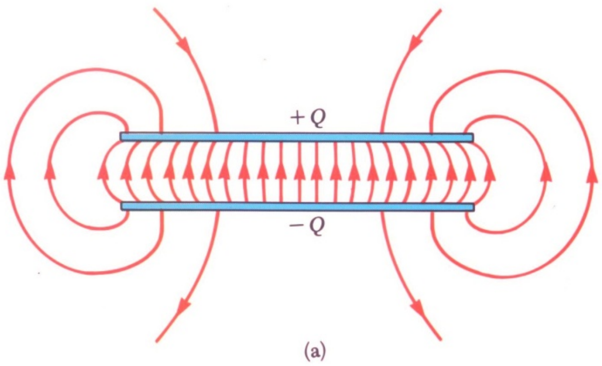
$$V = k\int \frac{dq}{r} = k\lambda \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$

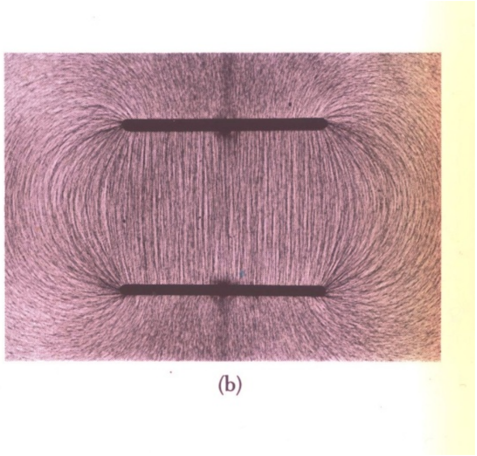


Αγώγιμη Σφαίρα, Φορτισμένη.



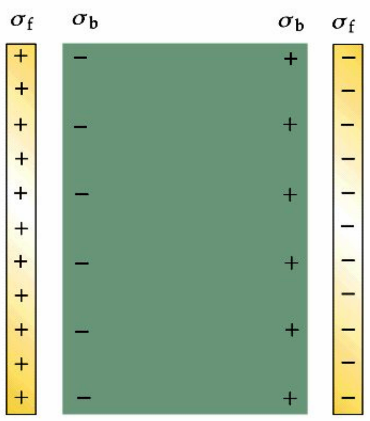
Πυκνωτές, Χωρητικότητα, Ενέργεια Πυκνωτή.



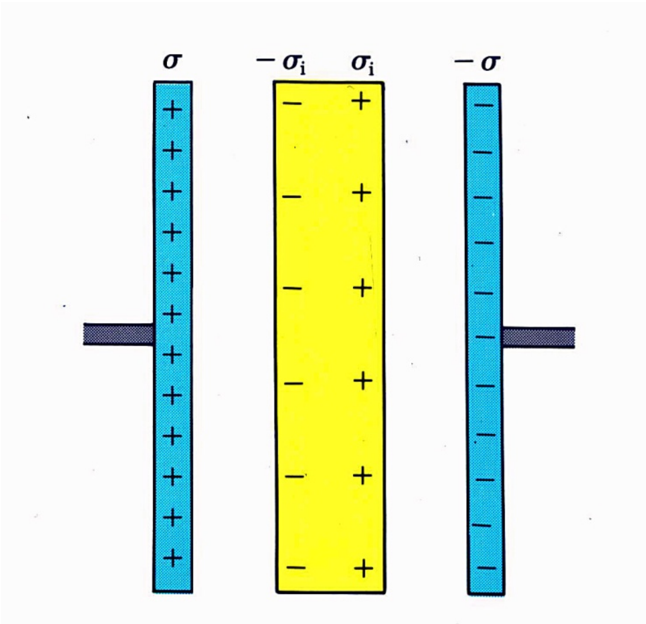


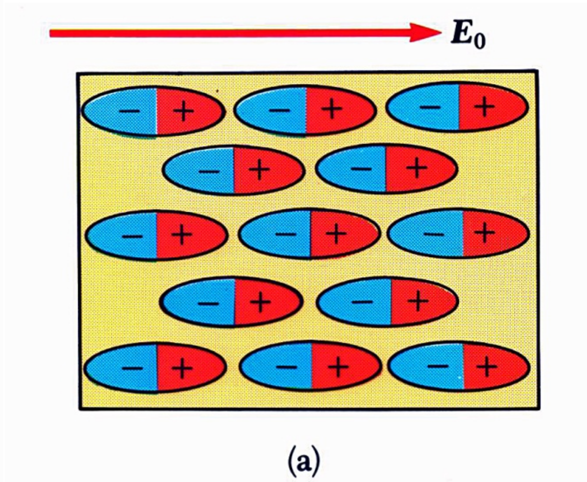
Απεικόνιση πεδίου επίπεδου πυκνωτή

Πυκνωτής με διηλεκτρικό



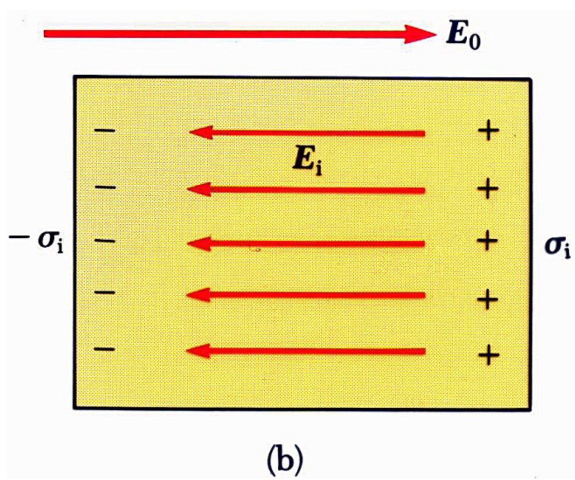
Πόλωση διηλεκτρικού





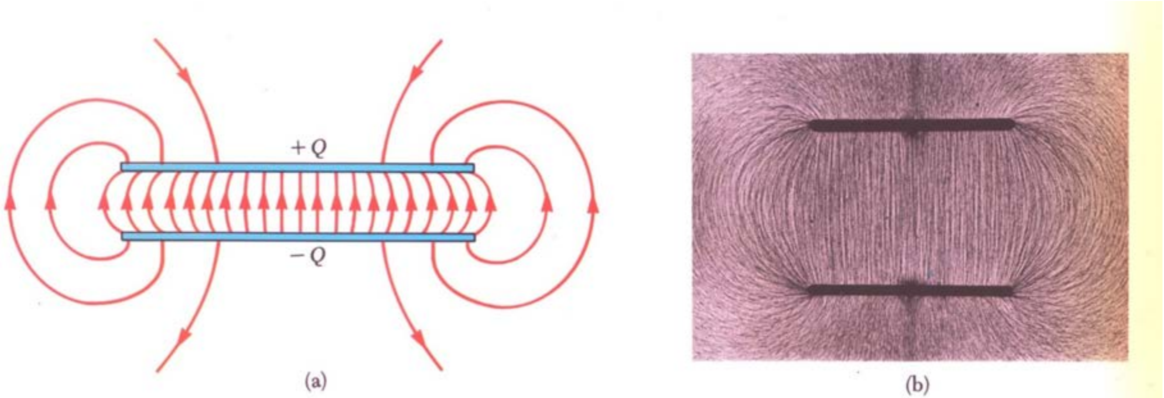
Πόλωση διηλεκτρικού

Πυκνωτής με διηλεκτρικό



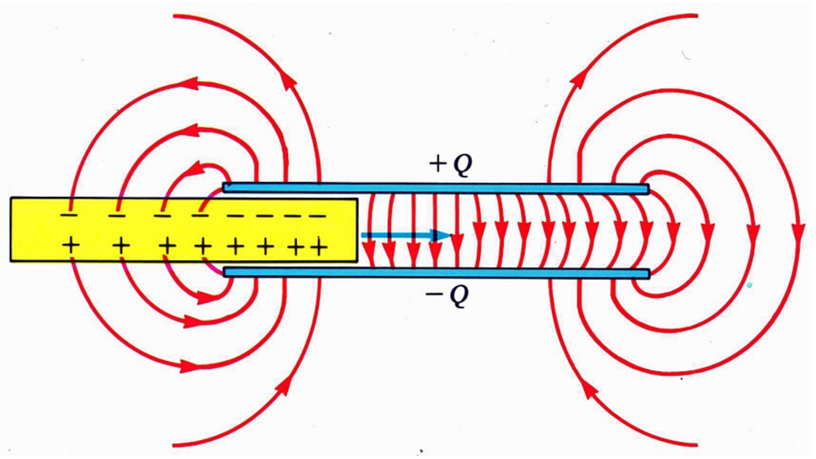
E$_i$ Πεδίο που δημιουργείται από την πόλωση

Απεικόνιση πεδίου επίπεδου πυκνωτή. Οριακό Πεδίο.



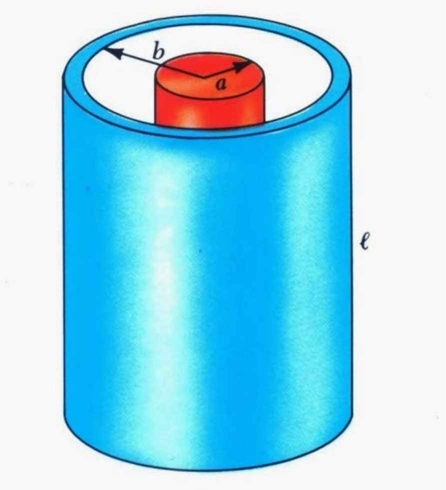
Απεικόνιση πεδίου επίπεδου πυκνωτή.
Οριακό Πεδίο.

Δύναμη στο διηλεκτρικό. Η ένταση στο όριο παρουσιάζει συνιστώσα παράλληλη στους οπλισμούς.

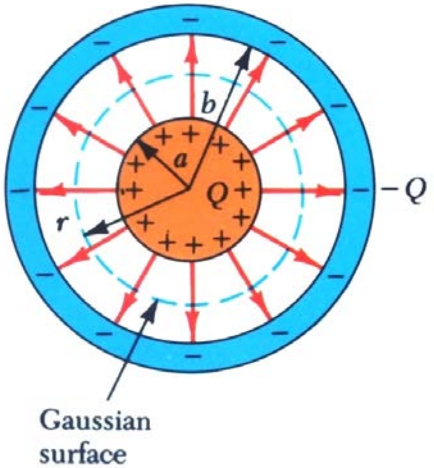


Κυλινδρικός Πυκνωτής

Υπολογίστε τη χωρητικότητα ενός πυκνωτή που αποτελείται από δύο ομόκεντρους μεταλλικούς κυλίνδρους με ακτίνα του εσωτερικού a και του εξωτερικού b. Το το μήκος τους είναι μεγάλο σε σχέση με τη διάμετρο τους.



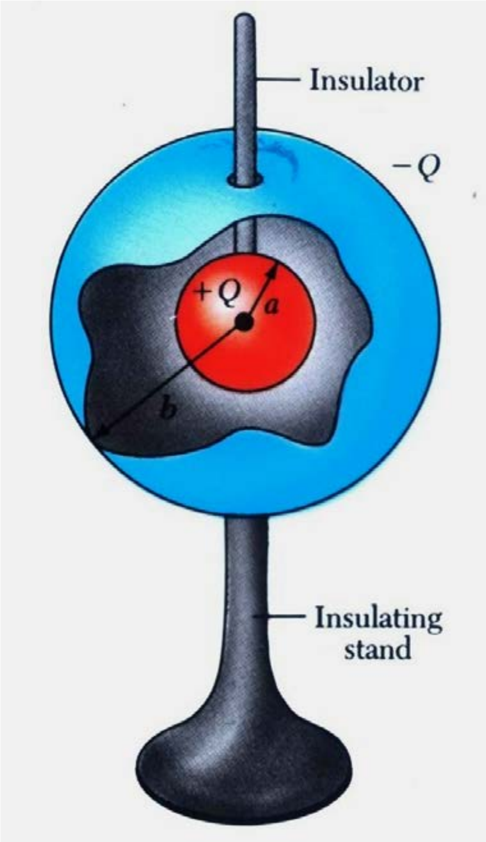
(a)



(b)

Σφαιρικός Πυκνωτής

Υπολογίστε τη χωρητικότητα ενός πυκνωτή που αποτελείται από δύο ομόκεντρες μεταλλικές σφαίρες με ακτίνα της εσωτερικής a και της εξωτερικής b. Ποια χωρητικότητα αν η εξωτερική ακτίνα τείνει στο άπειρο;



Ασκήσεις, Πυκνωτές, Ι

Ενέργεια πυκνωτή.

Χρησιμοποιώντας μπαταρία, φορτίζουμε επίπεδο πυκνωτή με φορτίο Q_0. Αποσυνδέουμε την μπαταρία και εισάγουμε ανάμεσα στους οπλισμούς διηλεκτρικό σταθεράς κ. Βρείτε την ενέργεια που έχει αποθηκευτέι στον πυκνωτή πριν και μετα την εισαγωγή του διηλεκτρικού. Η χωρητικότητα χωρίς διηλεκτρικό είναι 8,5 pF, η τάση της μπαταρίας είναι 12 V , η σταθερά του διηλεκτρικού κ=2,56.

Στο ίδιο κύκλωμα όπως παραπάνω, εισάγουμε το διηλεκτρικό ενώ διατηρούμε τη σύνδεση με την μπαταρία. (α) Υπολογίστε τον λόγο των ενεργειών πριν και μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού. (β) Εξηγείστε την αύξηση της αποθηκευμένης ενέργειας. (Τι συμβαίνει με το φορτίο του πυκνωτή;

Το υλικό καλύπτει μέρος του διακένου.

Ένας επίπεδος πυκνωτής έχει χωρητικότητα C_0 όταν δεν υπάρχει διηλεκτρικό ανάμεσα στους οπλισμούς. Τοποθετούμε διηλεκτρικό σταθεράς κ και πάχους d/3 ανάμεσα στους οπλισμούς. Υπολογίστε τη νέα χωρητικότητα.

Μεταλλική πλάκα ανάμεσα στους οπλισμούς.

Επίπεδος πυκνωτής έχει οπλισμούς με επιφάνεια Α και απόσταση d. Ανάμεσα στους οπλισμούς τοποθετείται μεταλλική πλάκα πάχους α. Υπολογίστε την χωρητικότητα.

Ασκήσεις, Πυκνωτές, ΙΙ

Δύο διηλεκτρικά.

Ένας πυκνωτής αποτελείται από δύο επίπεδες πλάκες μήκους L, που βρίσκονται σε απόσταση d. O μισός πυκνωτής γεμίζεται με πολυστυρόλιο (κ=2,56) και το άλλο μισό με καουτσούκ (κ=6,7). Υπολογίστε τη χωρητικό τητα της διάταξης, αν L=2 cm και d=0,75 mm.

Επίπεδος Πυκνωτής, Ενέργεια, Δυνατό έργο.

Ένας πυκνωτής αποτελείται από δύο επίπεδες πλάκες μήκους L, που βρίσκονται σε απόσταση d. Ένα διηλεκτρικό πλακίδιο σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς κ εισάγεται μεταξύ των οπλισμών σε απόσταση χ από το άκρο του πυκνωτή. (α) Υπολογίστε τη χωρητικότητα της διάταξης. (β) Υπολογίστε την ενέργεια που αποθηκεύτηκε αν η τάση είναι V. (γ) Υπολογίστε την κατεύθυνση και το μέτρο της δύναμης αν η τάση είναι σταθερή V. Αγνοήστε την τριβή και την παραμόρφωση του πεδίου στα άκρα του.(δ) Υπολογίστε αριθμητικά τη δύναμη αν l=5 cm, V=2000 V, d=2mm και το διηλεκτρικό είναι γυαλί (κ=4,5).

Ασκήσεις κατανομές φορτίου.

1) Ένα γραμμικό φορτίο με λ=15nC/m βρίσκεται στο επίπεδο (x,y), στη θέση y=-1 z=0, ενώ ένα άλλο γραμμικό φορτίο λ=-15nC είναι συμμετρικό στη θέση y=1, z=0. Βρείτε το E σαν συνάρτηση του z στο y=o

2) Μία φορτισμένη επιφάνεια με σ=2nC/m^2 βρίσκεται στο επίπεδο x=3 και είναι κάθετο στον Χ. ‘Ενα γραμμικό φορτίο, με λ=20nC/m στη θέση x=1, z=4 και // y. (α) Βρείτε την μέτρο της έντασης του πεδίου στην αρχή των αξόνων. (β) Βρείτε τη διεύθυνση του **E** στο σημείο P(4,5,6). (γ) Ποια είναι η δύναμη ανά μονάδα μήκους στο γραμμικό φορτίο;

3) Η κυκλική περιοχή ρ<α, z=0, φέρει ομοιόμορφη κατανομή φορτίου σ. Βρείτε το E στο σημείο P(0,0,h).

4) Στην ορθογώνια περιοχή –2<x<2, -3<y<3, η επιφανειακή πυκνότητα δίνεται από την $\sigma=(x^2+y^2+1)^{3/2}$. Υπολογίστε το E στη θέση P(0,0,1).