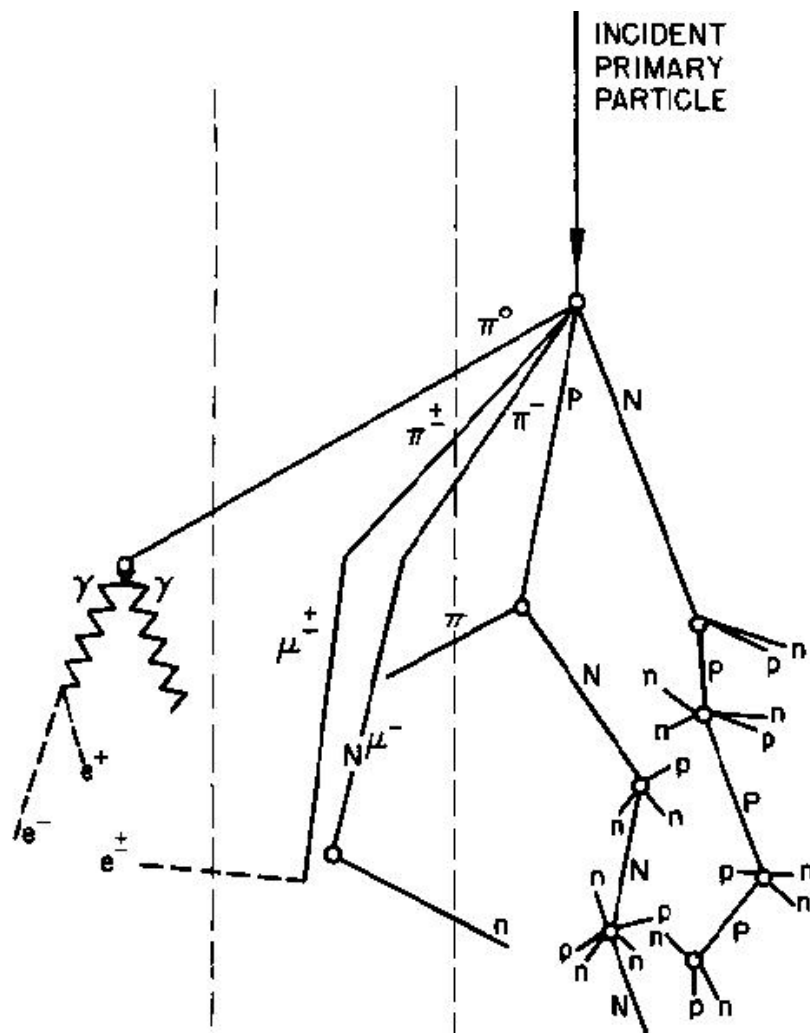
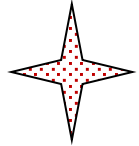


Αντιδράσεις των κοσμικών ακτίνων στην ατμόσφαιρα, Καταιονισμοί.



Αδρονικές αλληλεπιδράσεις στην ατμόσφαιρα



Κατά μέσον όρο 50% της ενέργειας του αρχικού παίρνει το leading particle.

$$p \rightarrow p + \dots$$

Η πολλαπλότητα των δευτερογενών εξαρτάται από την ενέργεια του αρχικού.

Λόγω της ώθησης Lorentz τα δευτερογενή συγκεντρώνονται σε ένα στενό κώνο.

Τα πολυπληθέστερα είναι τα πόνια λόγω της μικρής μάζας.

Τα δευτερογενή είτε συνεχίζουν την πορεία τους είτε διασπώνται.

Δημιουργία καταιονισμών.

Αναλυτική προσέγγιση δημιουργίας αδρονικών καταιονισμών

Οι εξισώσεις μεταφοράς υπολογίστηκαν αρχικά από τους Rossi και Greisen το 1941 για Η.Μ. καταιονισμούς.

Μας δίνουν μια ποιοτική περιγραφή των καταιονισμών, παλαιότερα χρησιμοποιούνταν για αναλυτική λύση των εξισώσεων μεταφοράς.

Ορισμοί

Μήκος αντίδρασης λ_{int} είναι το πάχος του υλικού που όταν το περνά μια δέσμη σωματιδίων το ποσοστό των σωματιδίων που δεν έχουν αντιδράσει είναι $1/e$.

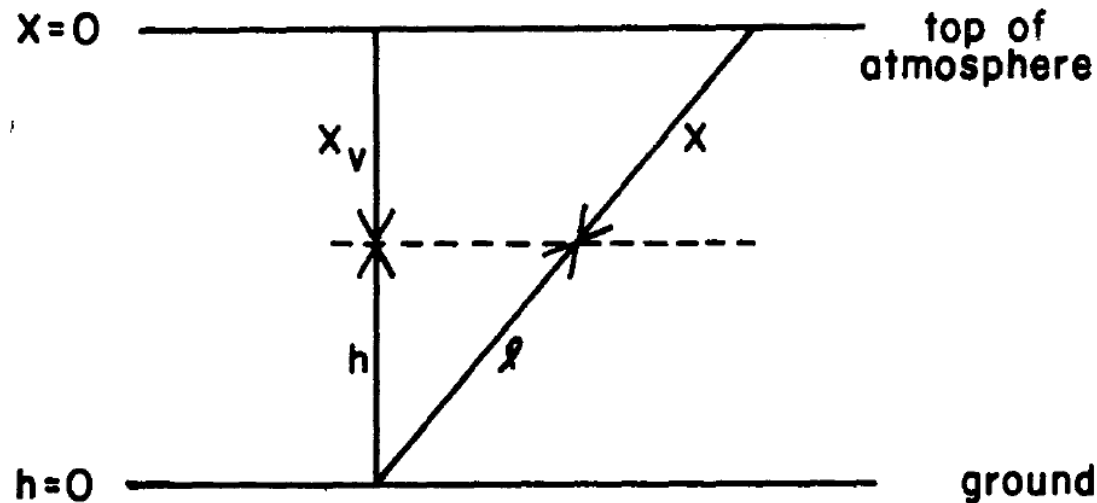
$$\frac{dN}{N} = -\frac{dx}{\lambda_{\text{int}}} \rightarrow N = N_0 e^{-\frac{x}{\lambda_{\text{int}}}}$$

Μήκος διάσπασης για σωματίδιο με χρόνο ζωής τ_0

$$\frac{dN}{N} = -\frac{dt}{\tau_0} \rightarrow N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau_0}}$$

ορίζουμε μήκος διάσπασης $d = \gamma(\tau_0 c)$

Βάθος ατμόσφαιρας



$$X_V = X_0 e^{-h/h_0}$$

$$X_0 = 1030 \text{ gr} / \text{cm}^2$$

Λόγω μεταβολής
θερμοκρασίας

$$h_0 = 8.4 \text{ km}$$

$$h_0 = 6.4 \text{ km}$$

Figure 3.1: Definition of variables to describe the atmosphere.

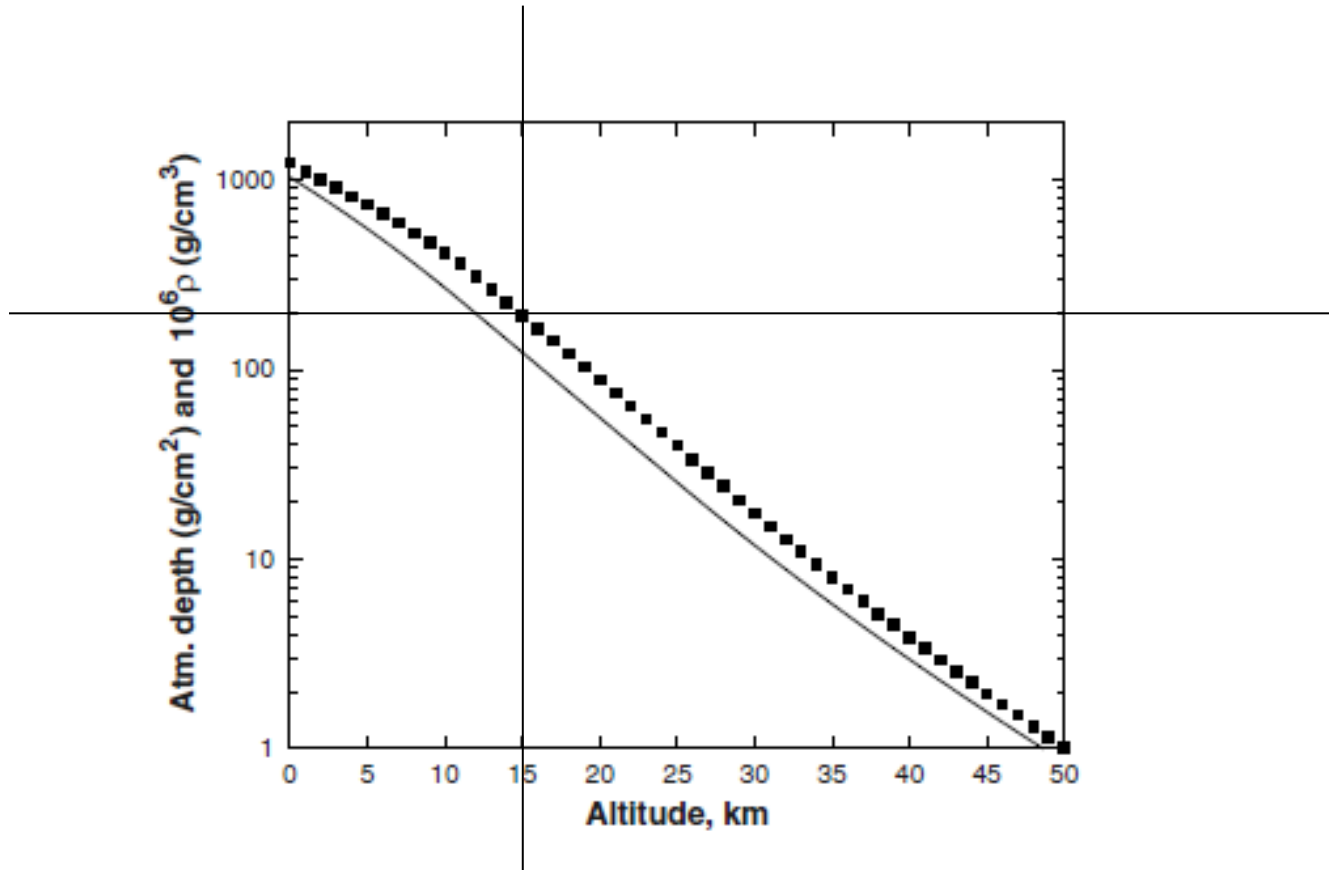
$$\rho = -\frac{dX_V}{dh}$$

$$h_V = l \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{l^2}{R_0} \sin^2 \theta$$

Λόγω καμπυλ'ότητας της
γής

$$X_{90} = 36000 \text{ gr/cm}^2$$

Ατμόσφαιρα



Η σχέση ύψους και ατμοσφαιρικού βάθους όπως υπολογίζεται με ακριβέστερους τύπους

Ατμοσφαιρικό βάθος, μήκος αντίδρασης

Το συνολικό κατακόρυφο βάθος που διανύει το σωματίδιο δίνεται από το ολοκλήρωμα :

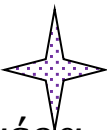
$$X_V = \int_h^{\infty} \rho(h') dh'$$

$$X_V = \int_h^{\infty} \rho(h_V) dl$$

$$\sigma_N^{air} \cong 300 mb \quad A = 14,5$$

Η πιθανότητα ένα νουκλεόνιο να αντιδράσει αφού διανύσει βάθος dX είναι

$$\frac{dX}{\lambda_N(E)}$$

όπου λ_N είναι το μήκος αντίδρασης του σωματιδίου στον αέρα. 

$$\lambda_N = \frac{\rho}{\rho_N \sigma_N^{air}} = \frac{Am_p}{\sigma_N^{air}}$$

$$\lambda_N = 80 \text{ g/cm}^2$$

Εξίσωση παραγωγής νουκλεονίων (T. Gaisser)

Ελάττωση λόγω αντίδρασης

Νέα νουκλεόνια που παράχθηκαν
από την αντίδραση.

$$\frac{dN(E, X)}{dX} = -\frac{N(E, X)}{\lambda_N(E)} + \int_E^\infty \frac{N(E', X)}{\lambda_N(E')} F_{NN}(E, E') \frac{dE'}{E}.$$

Μέσα στο ολοκλήρωμα περιέχεται και η
ενεργειακή κατανομή των νουκλεονίων.

Η αρχική συνθήκη, είναι το διαφορικό φάσμα
νουκλεονίων, στην κορυφή της ατμόσφαιρας.

$$N(E, 0) = N_0(E) = \frac{dN}{dE} \approx 1.8 E^{-2.7} \frac{\text{nucleons}}{\text{cm}^2 \text{ sr s GeV}/A}$$

Εξίσωση παραγωγής νουκλεονίων. (T. Gaisser)

Οι συναρτήσεις $F_{NN}(E, E')$, είναι αδιάστατες και ονομάζονται συνολικές (inclusive) ενεργές διατομές.

υπολογίζουμε
μήκος
απορρόφησης Λ_N

$$\frac{1}{\Lambda_N} = \frac{1}{\lambda_N} \left[1 - \int_0^1 (x_L)^{\gamma-1} F_{NN}(x_L) dx_L \right]$$

$$N(E, X) = g(0) e^{-X/\Lambda} E^{-(\gamma+1)}$$

$\gamma+1=2,7$ ο φασματικός δείκτης

$$\frac{1}{\Lambda_N} = \frac{1}{\lambda_N} [1 - Z_{NN}]$$

$$F_j(E, X) = F_j(E, 0) \exp\left(-\frac{X}{\Lambda_j}\right)$$

Διάσπαση πιονίων, μήκος διάσπασης

$$\Delta\Pi = -\Pi \frac{\Delta\ell}{\gamma c \tau_\pi} = -\Pi \frac{\Delta X}{\rho \gamma c \tau_\pi} \equiv -\frac{\Pi}{d_\pi} \Delta X,$$

• τ_π είναι ο μέσος χρόνος ζωής του πιονίου στο σύστημα ηρεμίας, $c\tau_\pi$ είναι το μέσο μήκος διάσπασης του πιονίου και πολλαπλασιασμένο με το γ το μήκος στο σύστημα εργαστηρίου.

• πολλαπλασιάζουμε με την πυκνότητα του αέρα και το μετατρέπουμε σε **επιφανειακή πυκνότητα** για να είναι συγκρίσιμο με το μήκος αντίδρασης.



Εξίσωση Παραγωγής πονίων

Τα πόνια ελαττώνονται λόγω αντίδρασης και λόγω διάσπασης.

Παράγονται νέα πόνια από την αντίδραση των πρωτονίων ή πονίων.

$$\frac{dN_i(E, X)}{dX} = -\left(\frac{1}{\lambda_i} + \frac{1}{d_i}\right) N_i(E, X) + \sum_j \int \frac{F_{ji}(E_i, E_j)}{E_i} \frac{N_j(E_j)}{\lambda_j} dE_j,$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi}{dX} = & -\left(\frac{1}{\lambda_\pi} + \frac{1}{d_\pi}\right) \Pi + \int_0^1 \frac{\Pi(E/x_L) F_{\pi\pi}(E_\pi, E_\pi/x_L)}{\lambda_\pi(E/x_L)} \frac{dx_L}{x_L^2} \\ & + \int_0^1 \frac{N(E/x_L) F_{N\pi}(E_\pi, E_\pi/x_L)}{\lambda_N(E/x_L)} \frac{dx_L}{x_L^2}. \end{aligned} \quad (3.18)$$



Πίνακας σταθερών διάσπασης

Table 3.1: Decay constants.

Μήκος
Διάσπασης

Κρίσιμη Ενέργεια

Particle	$c\tau_0(\text{cm})$	ϵ (GeV)
$\mu^\pm$	6.59×10^4	1.0
$\pi^\pm$	780	115
π^0	2.5×10^{-6}	3.5×10^{10}
$K^\pm$	371	850
K_S	2.68	1.2×10^5
K_L	1554	205
$D^\pm$	0.028	4.3×10^7
D^0	0.013	9.2×10^7
n	2.69×10^{13}	—

Ανάπτυξη πιονίων.

$$\frac{d\Pi}{dX} = -\left(\frac{1}{\lambda_\pi} + \frac{1}{d_\pi}\right) \Pi + \int_0^1 \frac{\Pi(E/x_L) F_{\pi\pi}(E_\pi, E_\pi/x_L)}{\lambda_\pi(E/x_L)} \frac{dx_L}{x_L^2} \quad (3.18)$$

Παραγωγή $\pi^\pm$ από $\pi^\pm$

$$+ \int_0^1 \frac{N(E/x_L) F_{N\pi}(E_\pi, E_\pi/x_L)}{\lambda_N(E/x_L)} \frac{dx_L}{x_L^2}.$$

Παραγωγή $\pi^\pm$ από p, n

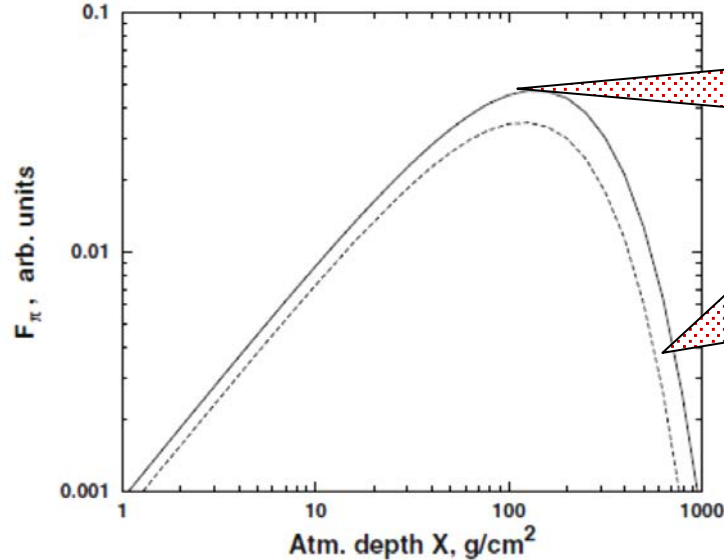
$E \gg E_c$

$$\Pi(E, X) = F_N(E, 0) \frac{Z_{N\pi}}{(1 - Z_{NN})} \frac{\Lambda_\pi}{\Lambda_\pi - \Lambda_N} [\exp(-X/\Lambda_\pi) - \exp(-X/\Lambda_N)] ,$$

Για $E < E_c$

$$\Pi(E, X) \simeq F_N(E, 0) \frac{Z_{N\pi}}{\lambda_N} \frac{XE}{\epsilon_\pi} \exp(-X/\Lambda_N)$$

Καμπύλη παραγωγής πιονίων



Η παραγωγή δευτερογενών πιονίων μεγιστοποιείται σε ορισμένο βάθος ατμόσφαιρας

Η παραγωγή σταματά γιατί έχει μειωθεί η ενέργεια των σωματιδίων

Fig. 6.3. Pion flux in the atmosphere calculated with (6.8) and (6.9) neglecting decay, solid line, and with decay, dashes. The normalization of the two curves is arbitrary, only the shape is correct.

Υπολογισμός παραγωγής πιονίων με τον τύπο του Gaisser

Ο τύπος αυτός δίνει για τα πόνια βάθος μέγιστης παραγωγής 125 g/cm^2 που αντιστοιχεί σε υψος 15 km .

Πειραματική καμπύλη παραγωγής σωματιδίων

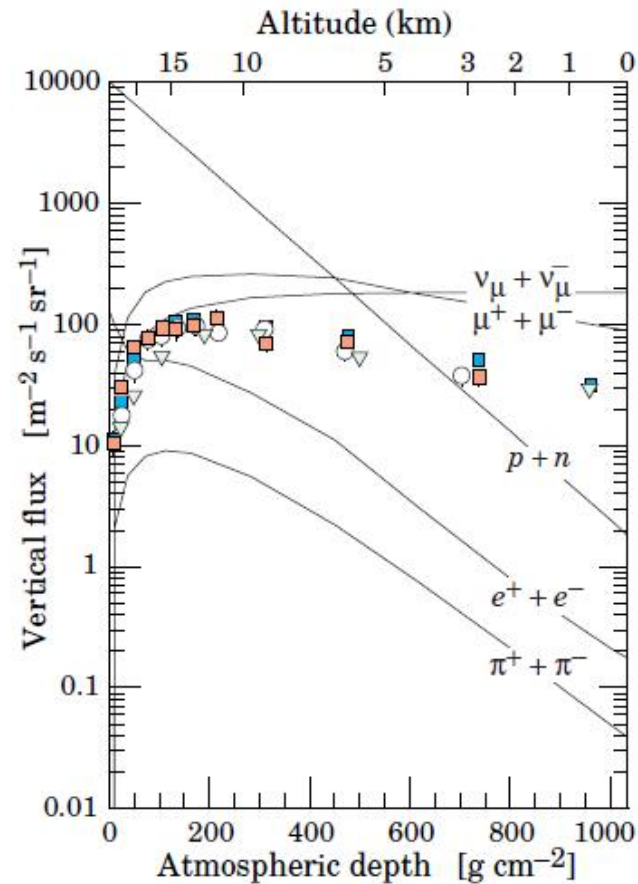


Figure 26.3: Vertical fluxes of cosmic rays in the atmosphere with $E > 1$ GeV estimated from the nucleon flux of Eq. (26.2). The points show measurements of negative muons with $E_\mu > 1$ GeV [32–36].

$$\pi^{\pm} \text{ (} u\bar{d}, d\bar{u} \text{)}$$

$$\text{Mass } m = 139.57018 \pm 0.00035 \text{ MeV}$$

$$\text{Mean life } \tau = (2.6033 \pm 0.0005) \times 10^{-8} \text{ s}$$

$$c\tau = 7.8045 \text{ m}$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_{\mu} \quad (99.98770 \pm 0.00004) \%$$

$$\pi^0 (u\bar{u}-d\bar{d})/\sqrt{2}$$

Mass $m = 134.9766 \pm 0.0006$ MeV

Mean life $\tau = (8.52 \pm 0.18) \times 10^{-17}$ s

$c\tau = 25.5$ nm

$\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ (98.823 $\pm$ 0.034) %

$\pi^0 \rightarrow e^+ e^- \gamma$ (1.174 $\pm$ 0.035) %

Μήκη εξασθένησης στην ατμόσφαιρα (g/cm^2)

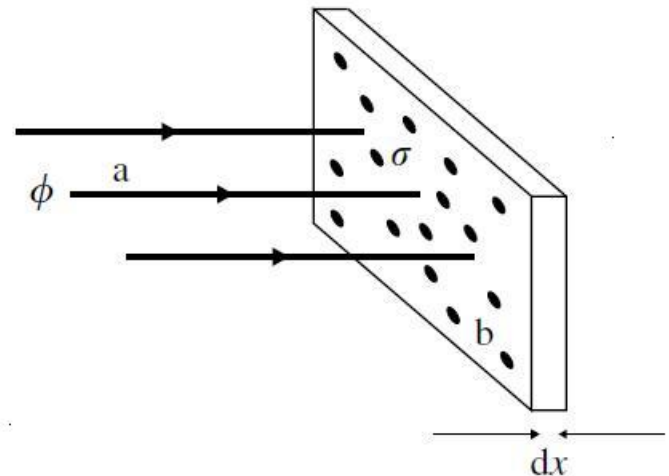
Λ_N	Λ_π	Λ_K
Νουκλεόνια	Πιόνια	Καόνια
120	160	180

Αντιδράσεις πρωτονίων.

Ορισμοί

- Ενεργός διατομή.

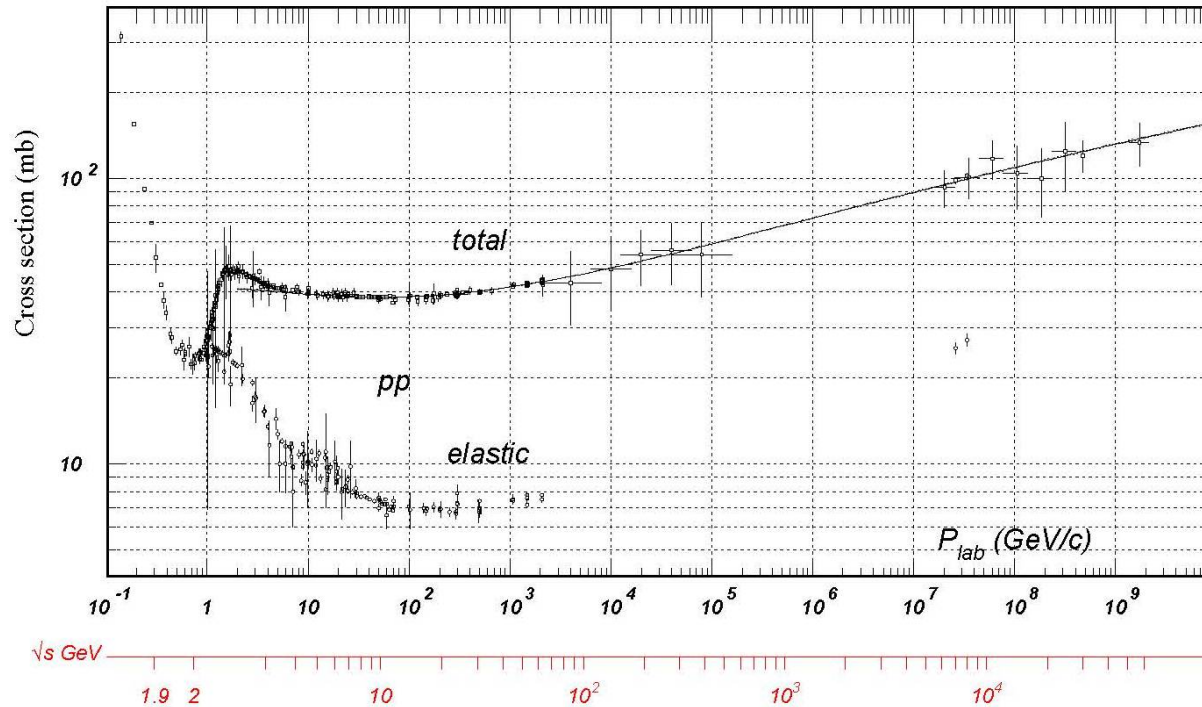
- Όταν έχουμε μια δέσμη σωματιδίων που πέφτει σε ένα στόχο που αποτελείται από διακεκριμένα σωματίδια, η ενεργός διατομή είναι η ισοδύναμη επιφάνεια που περιγράφει την πιθανότητα σκέδασης στα σωματίδια του στόχου. Μετριέται σε cm^2 . Συνήθως χρησιμοποιούμε το **barn**, $1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^{-2}$ και τις υποδιαιρέσεις του **mb** και **μb ή nb** .



Ελαστική, Ανελαστική Σκέδαση

- Ελαστική, Ανελαστική Σκέδαση.
 - **Ελαστική** ονομάζεται όταν το σωματίδιο της δέσμης αλλάζει διεύθυνση χωρίς να δημιουργηθούν νέα σωματίδια .
 - **Ανελαστική** όταν στην τελική κατάσταση δημιουργούνται νέα σωματίδια.
 - Στους υπολογισμούς χρησιμοποιούμε την ανελαστική, γιστί μας ενδιαφέρει η **παραγωγή δευτερογενών** σωματιδίων.

Ολική Διατομή pp , σαν συνάρτηση της ενέργειας δέσμης.



Στις χαμηλές ενέργειας αυξάνεται ή διατομή, λόγω της παρουσίας συντονισμών. Στις υψηλές ενέργειες, αυξάνεται αργά σύμφωνα με τον $\log(\sqrt{s})$.

Μήκος αντίδρασης.

- Το μέσο μήκος διαδρομής μέσα σε υλικό, που χρειάζεται, ώστε στη δέσμη να απομείνει ποσοστό $1/e$ (0,386) των αρχικών. Ο ορισμός αναφέρεται σε δέσμη σωματιδίων υψηλής ενέργειας (σχετικιστικά). Για την παραγωγή δευτερογενών θα χρησιμοποιήσουμε μόνο την ανελαστική διατομή.

- $$\lambda_N = \frac{\rho}{\rho_v \sigma_N^{air}} = \frac{A m_p}{\sigma_N^{air}}$$

- Το ρ είναι η πυκνότητα του αέρα και ρ_N η αριθμητική πυκνότητα των νουκλεονίων.
- Το σ_N^{air} είναι η ενεργός διατομή για την αντίδραση των πρωτονίων στην ατμόσφαιρα. Είναι γνωστή από τα πειράματα σε επιταχυντές. Για τις ενέργειες **1000 GeV** είναι περίπου ίση με **300 mb**. Ο μέσος ατομικός αριθμός της ατμόσφαιρας είναι περίπου **14,5** και αυτό μας δίνει μήκος αντίδρασης **$\lambda_N = 80 \text{ g/cm}^2$** .



Μοντέλο

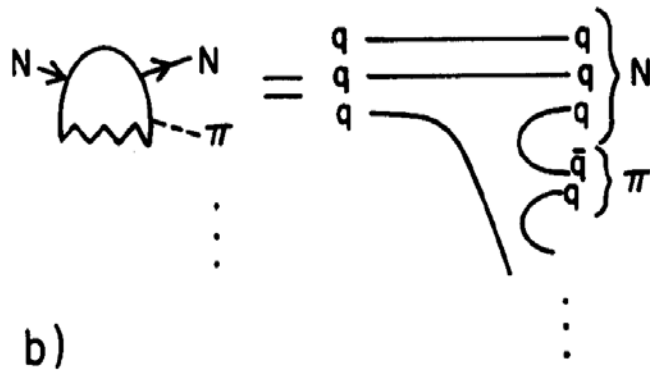
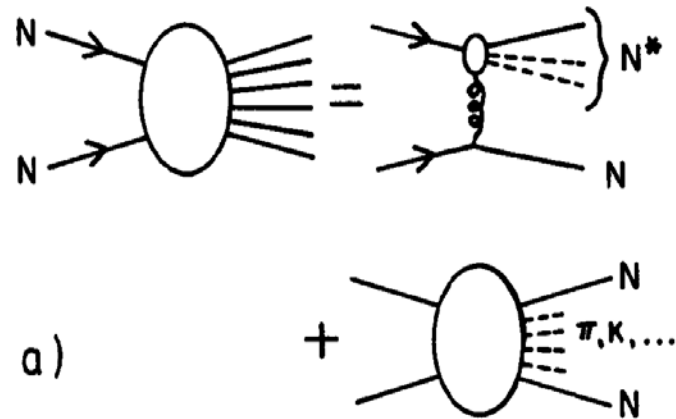


Figure 5.1: (a) Isobar-pionization picture of a nucleon–nucleon collision. (b) Fragmentation of a projectile nucleon.

Αντιδράσεις Πιονίων.

$$\pi^+, \pi^-, \pi^0$$

$$\pi^0$$

$$\tau = 8.4 \times 10^{-17} \text{ s}, \quad l_d = \gamma * 2.51 \times 10^{-7} \text{ cm}$$

$$\pi^\pm$$

$$\tau = 2.6 \times 10^{-8} \text{ s}, \quad l_d = \gamma \times 780 \text{ cm}$$

Μέσος χρόνος ζωής

Μέσος χρόνος ζωής ενός σωματιδίου τ_0 , δίνεται τη σχέση :

$$\frac{dN}{N} = -\frac{dt}{\tau_0} \rightarrow N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau_0}}$$

όπου το τ_0 μετριέται στο σύστημα ηρεμίας.

Αν το σωματίδιο είναι ρελατιβιστικό, ο μέσος χρόνος ζωής γίνεται $\gamma\tau_0$ όπου γ ο παράγοντας **Lorentz**.

Μέσο μήκος διάσπασης.

Στην περίπτωση αυτή η ταχύτητα του σωματιδίου $v \sim c$ και ονομάζουμε μέσο μήκος διάσπασης, το $c\tau_0$ (σύστημα ηρεμίας) και αντίστοιχα το $d = \gamma c\tau_0$ (σύστημα εργαστηρίου).

Το μήκος αυτό το πολλαπλασιάζουμε με την αντίστοιχη πυκνότητα της ατμόσφαιρας και το μετατρέπουμε σε ατμοσφαιρικό βάθος με **μονάδες επιφανειακής πυκνότητας**, για να είναι συγκρίσιμο με το μήκος αντίδρασης.



Μήκος εξασθένησης.

Είναι πρακτικό για τους υπολογισμούς να εκφράσουμε τη μεταβολή αυτή με ένα μήκος ελάττωσης (**Attenuation length**) Λ_π και αντίστοιχα για τα υπόλοιπα σωματίδια.

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\lambda_i} + \frac{1}{d}$$

Ένα ασταθές σωματίδιο αντιδρά ή διασπάται ανάλογα με την τιμή του λ και του d .

Σαν μέτρο σύγκρισης χρησιμοποιούμε την τιμή της ενέργειας για την οποία η τιμή του d_i (μήκος διάσπασης), γίνεται ίση με το μήκος αντίδρασης λ_i . Η ενέργεια αυτή $\square$ ονομάζεται **κρίσιμη**.



Μήκη εξασθένησης στην ατμόσφαιρα (g/cm²)

Λ_N	Λ_π	Λ_K
Νουκλεόνια	Πιόνια	Καόνια
120	160	180

Table 3.1: Decay constants.

Particle	$c\tau_0(\text{cm})$	ϵ (GeV)
$\mu^\pm$	6.59×10^4	1.0
$\pi^\pm$	780	115
π^0	2.5×10^{-6}	3.5×10^{10}
$K^\pm$	371	850
K_S	2.68	1.2×10^5
K_L	1554	205
$D^\pm$	0.028	4.3×10^7
D^0	0.013	9.2×10^7
n	2.69×10^{13}	—