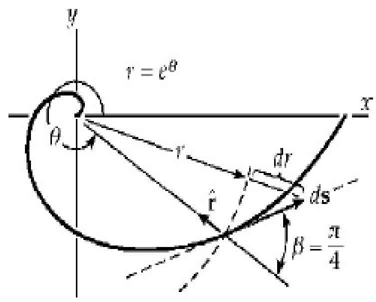
Biot Savart

Ένα σύρμα που διαρρέεται από ρεύμα I κάμπτεται σε σχήμα εκθετικής έλικας $r=e^{\theta}$ από θ=0 ως θ=2π. Για να συμπληρωθεί ο βρόχος τα άκρα της έλικας συνδέονται με ευθύγραμμο αγωγό κατά μήκος του άξονα X. Βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση του **B** στην αρχή των αξόνων. (Η γωνία β μεταξύ της επιβατικής ακτίνας και της εφαπτομένης σε ένα σημείο της έλικας, συνδέονται με τη σχέση tan β =r/(dr/dθ). Αποδείξτε Ότι tanβ =1).



Αποδείξτε ότι για αγωγό στο επίπεδο (x,y), ο νόμος Biot-Savart απλοποιείται στη μορφή: $\left|d\vec{B}\right| = dB_x = \frac{\mu I}{4\pi}\frac{d\theta}{R}$

Ένας αγωγός σε σχήμα έλλειψης, διαρρέεται από ρεύμα I. Υπολογίστε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στην εστία της έλλειψης. Θεωρείστε την ακτίνα r από την εστία, στο στοιχειώδες διάνυσμα dr. Σημείωση: Σε πολικές συντεταγμένες (αρχή των αξόνων στην εστία), η ακτίνα από την εστία σε κάθε σημείο της καμπύλης, δίνεται από τη σχέση: r=p/(1-ε*cosθ) όπου ε η εκκεντρότητα της έλλειψης και θ η γωνία της ακτίνας με τον μεγάλο άξονα, με θ=0 προς το κέντρο. p είναι το μήκος της καθέτου στον μεγάλο άξονα, από την εστία στην καμπύλη. Αναλύστε το διάνυσμα dr σε ακτινική και εφαπτομενική συνιστώσα και εφαρμόστε τον νόμο Biot-Savart. ($\mathbf{B}=(\mu_0 I/2p)\mathbf{k}$)

Μαγνητικό κάτοπτρο.

Έστω ένα μαγνητικό πεδίο, του οποίου συγκλίνουν οι δυναμικές γραμμές το. Δηλαδή έχει συνιστώσα B_z και συνιστώσα B_r. Λόγω της δύναμης Lorentz το ηλεκτρόνιο αποκτά τροχιακή ταχύτητα υ_φ και ταχύτητα μετατόπισης υ_z. Η συνιστώσα B_r επιβραδύνει το ηλεκτρόνιο και σε απόσταση d η ταχύτητα μηδενίζεται και στη συνέχεια αλλάζει φορά. Αν ο ρυθμός μεταβολής του μαγνητικού πεδίου B_z είναι $\lambda=\partial B_z/\partial z$ υπολογίστε την απόσταση d στην οποία αλλάζει η φορά της ταχύτητας.

(Γράψτε τα διανύσματα σε κυλινδρικές συντεταγμένες $\upsilon =(0,\upsilon_\varphi,\upsilon_z)$ και $B=(B_r,0,B_z)$, και υπολογίστε το

διανυσματικό γινόμενο. Χρησιμοποιώντας την απόκλιση του Μαγνητικού πεδίου,σε κυλινδρικές συντεταγμένες, υπολογίστε το B_r . Διαφορετικά, μπορείτε να το υπολογίσετε από τη διατήρηση της ροής σε μια επιφάνεια σχήματος κόλουρου κώνου, διαγράφετε τα διαφορικά 2ης τάξης).

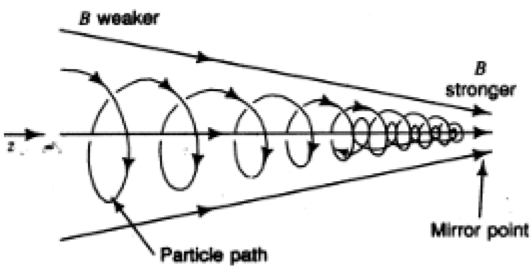


FIGURE 7-5
Particle in converging magnetic field is reflected as from a mirror.

Στροβιλισμός Μαγνητικού Πεδίου.

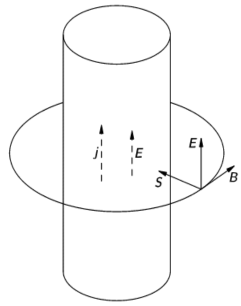
Ρευματοφόρος αγωγός έχει ακτίνα R και διαρρέεται από ρεύμα I. Θεωρούμε ότι το ρεύμα κατανέμεται ομοιόμορφα στην διατομή του αγωγού. Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό και εξωτερικό του αγωγού. α)Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό και εξωτερικό του αγωγού. β)Υπολογίστε τον στροβιλισμό του πεδίου στο εσωτερικό και εξωτερικό του αγωγού. Χρησιμοποιείστε τον τύπο του στροβιλισμού για κυλινδρικές συντεταγμένες. γ)Από το αποτέλεσμα του β), υπολογίστε ξανά το μαγν. πεδίο και συγκρίνατε με το α).

Το μαγνητικό πεδίο ανάμεσα στους πόλους ενός ηλεκτρομαγνήτη με διάμετρο R , μεταβάλλεται σύμφωνα με $B=B_0\,[1-0{,}5(br)^2]\sin(\omega t)$. Αν R << λ όπου λ τη μήκος κύματος που αντιστοιχεί στο ω , α) Υπολογίστε το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο σαν συνάρτηση του r. β) Υπολογίστε τον στροβιλισμό του μαγνητικού πεδίου, χρησιμοποιώντας τον τύπο για κυλινδρικές συντεταγμένες.

ΗΜ κύμα.

Ένας κυκλικός βρόχος, αποτελείται από 8 στροφές και έχει επιφάνεια 0,1 m^2 . Προσανατολίζεται σε ηλεκτρομαγνητικό κύμα έτσι ώστε, η επαγόμενη τάση να έχει το μέγιστο πλάτος (το επίπεδο του βρόχου κατά μήκος της διεύθυνσης διάδοσης του κύματος). Η συχνότητα του κύματος είναι 2 Mhz και στα άκρα του βρόχου αναπτύσσεται τάση 2 mV (ενεργή τιμή). Βρείτε την ενεργό τιμή για το ηλεκτρικό πεδίο E και το μαγνητικό πεδίο B του κύματος . (ΗΕΔ από το μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο).

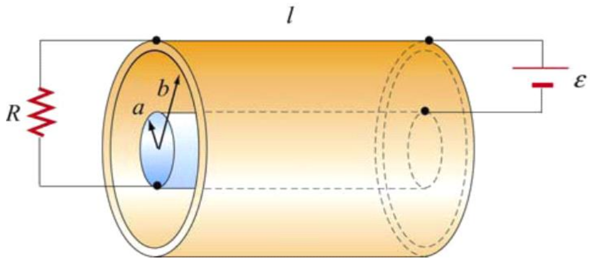
Διάνυσμα Poynting.



The Poynting vector S near a wire carrying a current.

Ένας αντιστάτης τροφοδοτείται από πηγή τάσης V και διαρέεται από ρεύμα Ι. Η διατομή του είναι Α, το μήκος του L και η ειδική αγωγιμότητα σ. Χρησιμοποιώντας το διάνυσμα Poynting, υπολογίστε την ισχύ που καταναλώνεται στην αντίσταση. Αποδείξτε ότι η ισχύς είναι η ίδια με αυτήν που υπολογίζουμε με τον νόμο του Ohm.

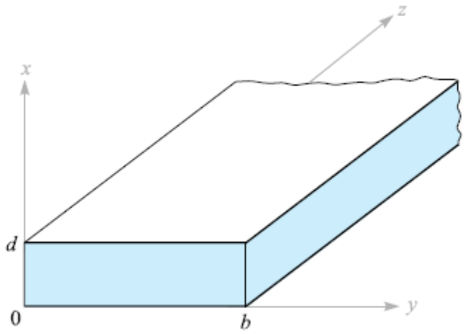
Στον ομοαξονικό αγωγό του σχήματος, θεωρούμε ότι οι αγωγοί έχουν αμελητέα αντίσταση και ο ενδιάμεσος χώρος είναι κενός. α) Υπολογίστε την ένταση του Ηλεκτρικού και Μαγνητικού πεδίου καθώς και β) το διάνυσμα Poynting στο διάκενο. γ) Υπολογίστε τη ολική ροή ισχύος στο διάκενο και αποδείξτε ότι είναι ίση με την ισχύ που καταναλώνεται στην αντίσταση σύμφωνα με τον νόμο του Ohm.



Εξισώσεις Maxwell.

Στάσιμο κύμα.
Ανάμεσα σε δύο αγώγιμες επίπεδες επιφάνειες μεγάλων διαστάσεων, το Ηλεκτρικό και το Μαγνητικό πεδίο, δίνονται από τις σχέσεις:
$E=E_0\sin(\omega t)\sin(kx)$ $\qquad$ $B=B_0\cos(\omega t)\cos(kx)$
α) Αποδείξτε ότι οι εξισώσεις αυτές ικανοποιούν τις εξισώσεις του Maxwell. β) Υπολογίστε την πυκνότητα ενέργειας για το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο. Τι παρατηρείτε; γ) Υπολογίστε το διάνυσμα Poynting για το κύμα. Τι συμπεραίνετε; (κάντε ένα πρόχειρο σχέδιο για τις ποσότητες αυτές).

Ο κυματοδηγός του σχήματος, αποτελείται από δύο παράλληλες πλάκες μεγάλου μήκους και διαστάσεων b=4cm και d=8mm. Το διηλεκτρικό ανάμεσα τους έχει διηλεκτρική σταθερά $\varepsilon=20\varepsilon_0$, $\mu=\mu_0$ και σ=0. Αγνοείστε τα πεδία έξω από το διηλεκτρικό. Αν ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα στο εσωτερικό του έχει εξίσωση : $\vec{B}=5\mu_0\cos(10^9 t-bz)\hat{j}$ T, α) χρησιμοποιείστε τις εξισώσεις Maxwell για να υπολογίσετε τη σταθερά b (b>0). β) Υπολογίστε την ηλεκτρική συνιστώσα του πεδίου, γ) υπολογίστε την πυκνότητα του ρεύματος μετατόπισης στη θέση z=0.



Δύο ομόκεντρα κυλινδρικά κελύφη, έχουν ακτίνες r_1=1 cm r_2=2cm , ανάμεσα τους παρεμβάλλεται κενό. Στο διάκενο περιέχεται μαγνητικό πεδίο:

$$B_\phi = \frac{2\mu_0}{r}\cos(6\times10^8 t - 2\pi z)\ T$$

και ηλεκτρικό πεδίο: $E_r = \dfrac{240\pi}{r}\cos(6\times10^8 t - 2\pi z)\ V/m$. A) Αποδείξτε ότι ικανοποιούν την εξίσωση Maxwell (από νόμο Faraday). Άξονας Z ο άξονας των κυλίνδρων, r η ακτίνα από τον άξονα.

B) Επιλέγουμε ένα ορθογώνιο πλαίσιο στη θέση φ=0, r_1< r <r_2 , 0< z <0,1 m και υπολογίζουμε τα ολοκληρώματα στον κυκλωματική εξίσωση του Maxwell, και αποδείχνουμε ότι είναι ίσα.