Ασκήσεις ΦΙΙΙ

Γ. Βούλγαρης

Ασκήσεις κατανομές φορτίου.

1) Ένα γραμμικό φορτίο με λ=15nC/m βρίσκεται στο επίπεδο (x,y), στη θέση y=-1 z=0, ενώ ένα άλλο γραμμικό φορτίο λ=-15nC είναι συμμετρικό στη θέση y=1, z=0. Βρείτε το Ε σαν συνάρτηση του z στο y=o

2) Μία φορτισμένη επιφάνεια με σ=2nC/m^2 βρίσκεται στο επίπεδο x=3 και είναι κάθετο στον X. 'Ενα γραμμικό φορτίο, με λ=20nC/m στη θέση x=1, z=4 και // y. (α) Βρείτε την μέτρο της έντασης του πεδίου στην αρχή των αξόνων. (β) Βρείτε τη διεύθυνση του **E** στο σημείο P(4,5,6). (γ) Ποια είναι η δύναμη ανά μονάδα μήκους στο γραμμικό φορτίο;

3) Η κυκλική περιοχή ρ<α, z=0, φέρει ομοιόμορφη κατανομή φορτίου σ. Βρείτε το Ε στο σημείο P(0,0,h).

4) Στην ορθογώνια περιοχή –2<x<2, -3<y<3, η επιφανειακή πυκνότητα δίνεται από την $\sigma=(x^2+y^2+1)^{3/2}$. Υπολογίστε το Ε στη θέση P(0,0,1).

Ασκήσεις πυκνότητας ρεύματος

Η πυκνότητα ρεύματος σε μία περιοχή, δίνεται από την $\vec{J} = 10^5 \vec{\nabla} V \; A/m^2$, όπου V=10$e^{-x}$ siny V. (α) Βρείτε το ρεύμα στη διεύθυνση x που διαρρέει την επιφάνεια που βρίσκεται στο x=1 και έχει όρια : x=0, y=1, z=0, z=1. Βρείτε το ολικό ρεύμα που που φεύγει από τον κύβο 0 < x, y, z <1 με : (β) Ολοκλήρωση J*dS πάνω στην επιφάνεια του κύβου. (γ) Χρησιμοποιώντας το θεώρημα της απόκλισης στο κλειστό επιφανειακό ολοκλήρωμα.

Έστω ότι V=150$x^{4/3}$ V για x>0.
(a) Βρείτε τα E, D, *ρ* σαν συνάρτηση του x.
(β) Αν η ταχύτητα του φορτίου είναι *u=6 * 10 x2/3 m/s*, βρείτε το J_x στη θέση x=0 .
(β) Επανέλαβε για τη θέση *x=1m.*

Ηλεκτρόνια εκπέμπονται, από κάθοδο στη θέση z=0 με μηδενική αρχική ταχύτητα. Η περιοχή z>0 είναι στό κενό και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι **E**=-2,5*10^6 k V/m. Αν e=1,602x 10^{-9} C, και m=9,11 x 10^{-31} kg,(α) Βρείτε τη υ(t) για ηλεκτρόνιο που φεύγει απο την κάθοδο όταν t=0. (b) Βρείτε το *z(t).* (c) Βρείτε το *υ(z)*. (δ) Υποθέτοντας ότι τα ηλεκτρόνια εκπέμπονται συνεχώς σαν δέσμη ακτίνας 0,2 mm και ολικού ρευματος 100 μA, βρείτε τα J(z) και *ρ(z).*

Ασκήσεις αγωγιμότητας, πυκνότητας ρεύματος.

Οι κυλινδρικές επιφάνειες στη θέση r=2 και r=6 cm, είναι τέλεια αγώγιμες και η περιοχή μεταξύ τους έχει πληρωθεί με αγώγιμο υλικό που έχει ειδική αγωγιμότητα s=80 Ω^{-1}m. Αν η πυκνότητα ρεύματος είναι **J**=(10/πr) $\mathbf{r_1}$ A/m^2 για 2< r <6 cm. Βρείτε το ρεύμα που ρέει από την μία επιφάνεια στην άλλη, (β) Το **E**. (γ) Την διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους αγωγούς. (δ) Την ισχύ που καταναλώνεται στο αγώγιμο υλικό ανά μονάδα μήκους.

Δίνεται το πεδίο με δυναμικό V=100 e^{-50x} sin(50y) σε κενό χώρο. (α) Δείξτε ότι $\nabla \cdot \boldsymbol{D} = 0$ (β) Αποδείξτε ότι το επίπεδο y=0 είναι ισοδυναμική επιφάνεια. (γ) Δείξτε ότι το **E** είναι κάθετο στο επίπεδο y=0, (δ) Βρείτε το ολικό φορτίο στο επίπεδο y=0, 0<x<∞, 0<z<1. Υποθέστε ότι η περιοχή y<0 είναι το εσωτερικό του αγωγού. (ε) Πόση ενέργεια είναι αποθηκευμένη στον κύβο 0<x,y,z< 1 ;

Ασκήσεις, Πυκνωτές, Ι

Ενέργεια πυκνωτή.

Χρησιμοποιώντας μπαταρία, φορτίζουμε επίπεδο πυκνωτή με φορτίο Q_0. Αποσυνδέουμε την μπαταρία και εισάγουμε ανάμεσα στους οπλισμούς διηλεκτρικό σταθεράς κ. Βρείτε την ενέργεια που έχει αποθηκευτεί στον πυκνωτή πριν και μετα την εισαγωγή του διηλεκτρικού. Η χωρητικότητα χωρίς διηλεκτρικό είναι 8,5 pF, η τάση της μπαταρίας είναι 12 V , η σταθερά του διηλεκτρικού ε=2,56.

Στο ίδιο κύκλωμα όπως παραπάνω, εισάγουμε το διηλεκτρικό ενώ διατηρούμε τη σύνδεση με την μπαταρία. (α) Υπολογίστε τον λόγο των ενεργειών πριν και μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού. (β) Εξηγείστε την αύξηση της αποθηκευμένης ενέργειας. (Τι συμβαίνει με το φορτίο του πυκνωτή;

Το υλικό καλύπτει μέρος του διακένου.

Ένας επίπεδος πυκνωτής έχει χωρητικότητα C_0 όταν δεν υπάρχει διηλεκτρικό ανάμεσα στους οπλισμούς. Τοποθετούμε διηλεκτρικό σταθεράς ε και πάχους d/3 ανάμεσα στους οπλισμούς.

Υπολογίστε τη νέα χωρητικότητα.

Μεταλλική πλάκα ανάμεσα στους οπλισμούς.

Επίπεδος πυκνωτής έχει οπλισμούς με επιφάνεια Α και απόσταση d. Ανάμεσα στους οπλισμούς τοποθετείται μεταλλική πλάκα πάχους a. Υπολογίστε την χωρητικότητα.

Ασκήσεις, Πυκνωτές, ΙΙ

Δύο διηλεκτρικά.

Ένας πυκνωτής αποτελείται από δύο επίπεδες πλάκες μήκους L, που βρίσκονται σε απόσταση d. Ο μισός πυκνωτής γεμίζεται με πολυστυρόλιο (ε=2,56) και το άλλο μισό με καουτσούκ (ε=6,7). Υπολογίστε τη χωρητικό τητα της διάταξης, αν L=2 cm και d=0,75 mm.

Επίπεδος Πυκνωτής, Ενέργεια, Δυνατό έργο.

Ένας πυκνωτής αποτελείται από δύο επίπεδες πλάκες μήκους L, που βρίσκονται σε απόσταση d. Ένα διηλεκτρικό πλακίδιο σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς ε εισάγεται μεταξύ των οπλισμών σε απόσταση x από το άκρο του πυκνωτή. (α) Υπολογίστε τη χωρητικότητα της διάταξης. (β) Υπολογίστε την ενέργεια που αποθηκεύτηκε αν η τάση είναι V. (γ) Υπολογίστε την κατεύθυνση και το μέτρο της δύναμης αν η τάση είναι σταθερή V. Αγνοήστε την τριβή και την παραμόρφωση του πεδίου στα άκρα του.(δ) Υπολογίστε αριθμητικά τη δύναμη αν l=5 cm, V=2000 V, d=2mm και το διηλεκτρικό είναι γυαλί (ε=4,5).

Ασκήσεις πυκνωτές, ΙΙΙ

Ένας αγώγιμος κύλινδρος με ακτίνα 1 cm, είναι ομογενώς φορτισμένος με 1 nC σε κάθε μέτρο μήκους του. Ο κύλινδρος καλύπτεται από υλικό με διηλεκτρική σταθερά $\varepsilon_1=2$ και πάχος α_1 . Ενα δεύτερο στρώμα με σταθερά ε_2 και πάχος α_2 συνεχίζει μέχρι έναν εξωτερικό ομοαξονικό αγωγό, ακτίνας $\beta=4$ cm . Βρείτε το ε_2, α_1, α_2, έτσι ώστε διαφορά δυναμικού κατά μήκος των στρωμάτων να είναι ίδια και η χωρητικότητα του ομοαξονικού αγωγού να είναι 75 pF/m.