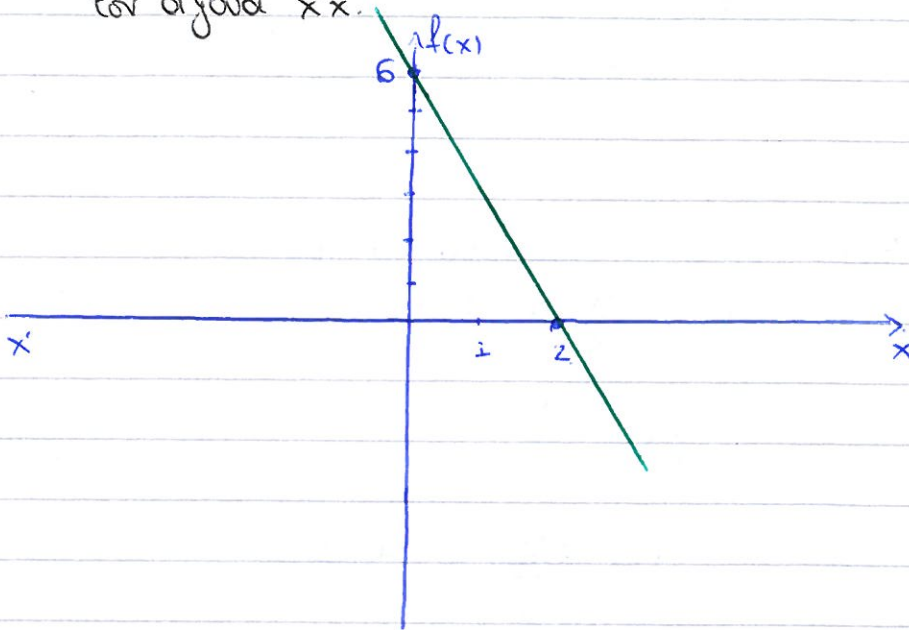


2

1) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3x + 6$.

i) Να κείνετε τη γραφική της παράσταση

ii) Να βρείτε που η γραφική της παράσταση βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.



Σημείο τομής με τον άξονα $x'x$: $f(x) = 0$.

$$-3x + 6 = 0 \Rightarrow$$

$$3x = 6 \Rightarrow x = 2 \text{ άρα } f(2) = 0.$$

Δηλαδή το σημείο $A(2, 0)$

Σημείο τομής με $y'y$: $x = 0$

$$f(0) = 6, \text{ δηλαδή το σημείο } B(0, 6)$$

Άσκηση 3: Οι ενδείξεις θερμοκρασιών σε βαθμούς Fahrenheit (F) συνδέονται με τις ενδείξεις σε βαθμούς Κελσίου (C) μέσω της σχέσης $F = \frac{9}{5}C + 32$.

i) Να μετατρέψετε τους 40°C σε βαθμούς F.

ii) Να >> τους 110 βαθμούς F σε βαθμούς Κελσίου

iii) Σε ποια θερμοκρασία οι ενδείξεις των θερμομέτρων Fahrenheit και Κελσίου συμπίπτουν;

2

i) Θετω όπου $C = 40$ και βρισκω F .

$$F = \frac{9}{5} \cdot 40 + 32$$

$$= 9 \cdot 8 + 32$$

$$= 72 + 32$$

$$= 104.$$

ii) Θετω όπου $F = 110$ και βρισκω C .

$$110 = \frac{9}{5} \cdot C + 32$$

$$\frac{9}{5} C = 78.$$

$$C = \frac{390}{9} = 43,3.$$

iii) Για $F = C$ έχω:

$$C = \frac{9}{5} C + 32 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{4}{5} C = -32 \quad \Rightarrow \quad C = -8 \cdot 5$$

$$C = -40.$$

Άσκηση 5: Δίνεται η $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

i) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.

ii) Να βρείτε πού η γραφική της παράσταση βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

i) Η $f(x)$: 2^{ου} βαθμού πολυωνυμική συνάρτηση: παραβολή, εν τούτοις $ax^2 + bx + c$.

→ 5 σημεία για γραφική παράσταση.

→ Το σημείο $x = -\frac{b}{2a}$ (σε αυτό το σημείο η παραβολή παρουσιάζει είτε ελάχιστο είτε μέγιστο)

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot (-1)} = 2. \text{ με } f(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 - 3$$

$$f(2) = -4 + 8 - 3$$

$$f(2) = 1.$$

3

αίρα έχουμε το σημείο $A(2, 1)$

→ σημεία τομής με τον $x'x$: Για $f(x) = 0$

$$-x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$\Delta = 16 - 4(-1)(-3)$$

$$\Delta = 16 - 12 = 4, \quad x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2(-1)}$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2}{-2} \rightarrow \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}$$

αίρα $f(3) = 0$ και $f(1) = 0$
με $B(3, 0)$ και $\Gamma(1, 0)$.

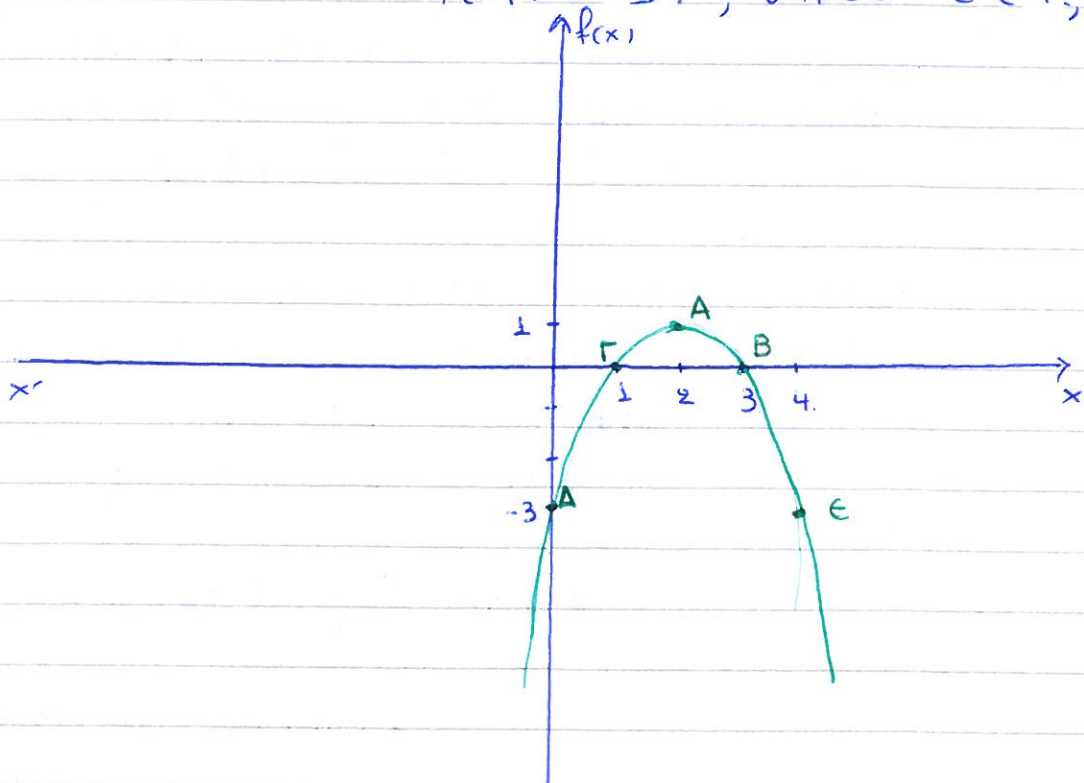
→ σημείο τομής με $y'y$: Για $x = 0$

$f(0) = -3$, αίρα το σημείο $\Delta(0, -3)$.

→ Για $x = 4$, $f(4) = -4^2 + 4 \cdot 4 - 3$

$$f(4) = -16 + 16 - 3$$

$f(4) = -3$, σημείο $E(4, -3)$.



α)

Άσκηση 6: Δύο αυτοκίνητα κινούνται σε ευθεία και διέρχονται την ίδια χρονική στιγμή $t=0$, από μια θέση Α. Το ένα κινείται με σταθερή ταχύτητα ενώ το δεύτερο με ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση 90 km/h^2 και έχοντας ταχύτητα 30 km/h , τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση Α. Τα δύο αυτοκίνητα μετά από 40 λεπτά διέρχονται πάλι ταυτόχρονα από τη θέση Β.

1) Να βρείτε την ταχύτητα του πρώτου αυτοκινήτου.

2) Να κινήσετε τη γραφική παράσταση θέσης - χρόνου για τα 40 λεπτά, στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για τα δύο αυτοκίνητα.

Υπενθύμιση: • Ομαλή κίνηση: $s = v \cdot t$.

• Ομαλή επιταχυνόμενη: $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Λύση: Η ταχύτητα δίνεται σε km/h . Οπότε εφαρμόζουμε το χρόνο t , από λεπτά σε ώρες.

Η συνάντηση στη θέση Β, θα γίνει τη χρονική στιγμή

$$t = 40 \text{ min} = \frac{2}{3} \text{ h.} \quad (1)$$

• έχω ότι $s_2(t) = 30 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 90 t^2$.

$$s_2(t) = 45 t^2 + 30 t \quad (2)$$

• έχω ότι $s_1(t) = v_1 \cdot t$ και ψάχνω το v_1 .

Για $t = \frac{2}{3} \text{ h}$ τα αυτοκίνητα συναντιούνται, δηλαδή

$$s_1\left(\frac{2}{3}\right) = s_2\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\frac{2}{3} \cdot v_1 = 45 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 30 \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\therefore v_1 = 45 \cdot \frac{2}{3} + 30$$

$v_1 = 60 \text{ km/h}$, η ταχύτητα του πρώτου.

5

2) γραφική παράσταση για i) $s_1(t) = 60t$.

ii) $s_2(t) = 45t^2 + 30t$.

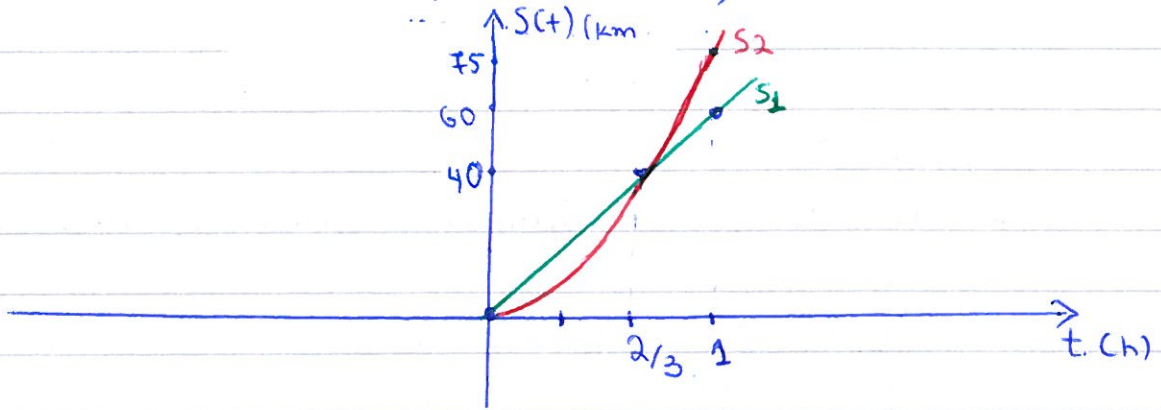
i) ευθεία της μορφής $y = ax$.

• $s_1(0) = 0$, σημείο A(0,0)

• $s_1(2/3) = 40$, σημείο B(2/3, 40)

ii) $s_2(t)$: παραβολή.

$s_2(0) = 0$, $s_2(2/3) = 40$, $s_2(1) = 75$



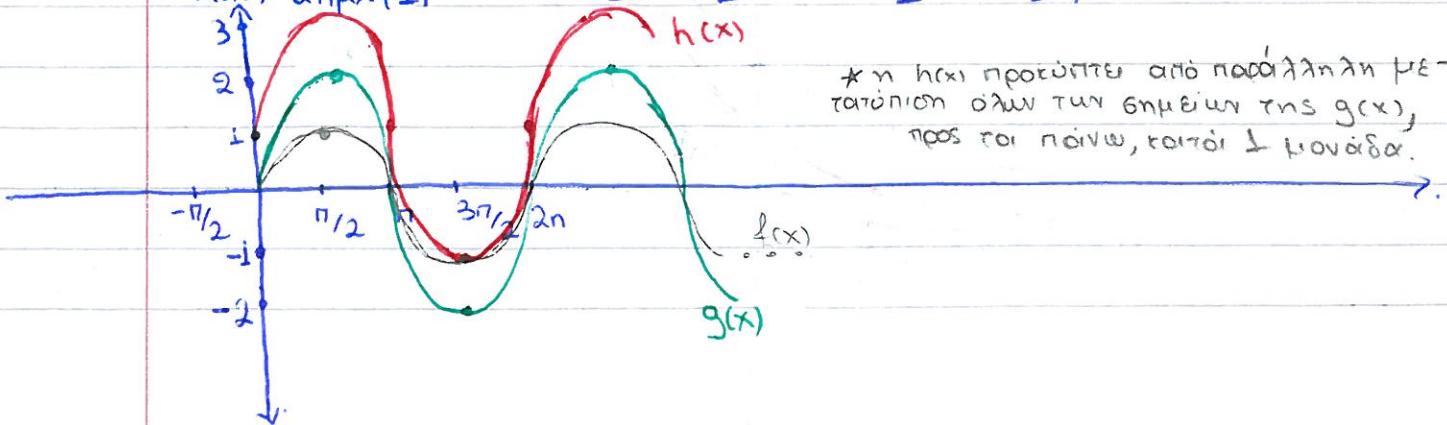
Άσκηση Β: Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων, στο ίδιο σύστημα αξόνων. Ποιά είναι η μέγιστη, ποιά η ελάχιστη και ποιά η περίοδος κάθε συνάρτησης;

1) $f(x) = \eta\mu x$, $g(x) = 2\eta\mu x$, $h(x) = 2\eta\mu x + 1$.

2) $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$, $g(x) = -\frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu x + 1$.

Λύση: ①

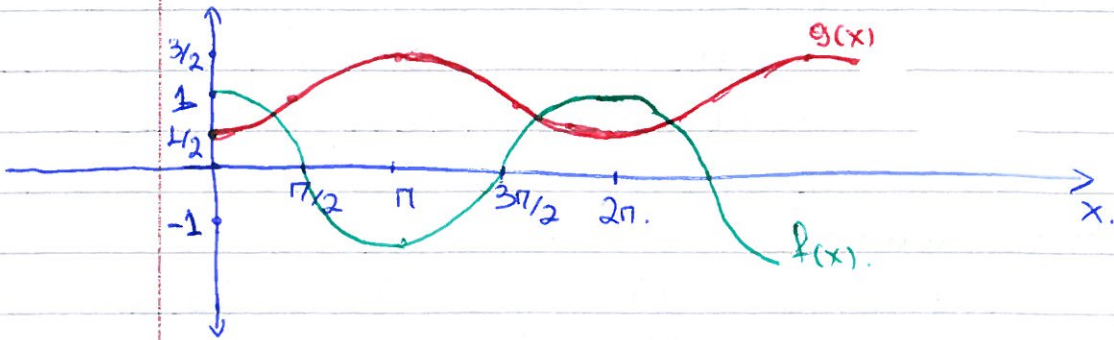
x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$f(x) = \eta\mu x$	0	1	0	-1	0
$g(x) = 2\eta\mu x$	0	2	0	-2	0
$h(x) = 2\eta\mu x + 1$	1	3	1	-1	1



* η $h(x)$ προκύπτει από παράλληλη μετατόπιση όλων των σημείων της $g(x)$, προς τα πάνω, κατά 1 μονάδα.

6

2) x.	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$f(x) = \sin x$	1	0	-1	0	1
$g(x) = -\frac{1}{2} \sin x + 1$	$1/2$	1	$3/2$	1	$1/2$



Άσκηση 1f.

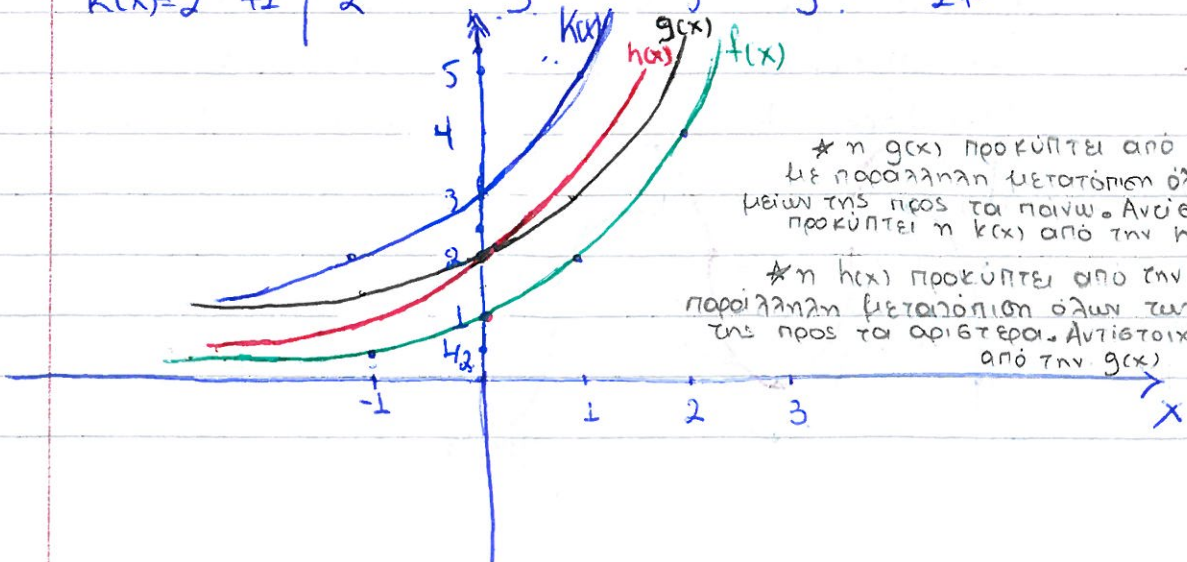
Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις, κάθε φορά για ίδιο σύστημα αξόνων.

Μετατοπίσεις συναρτήσεων

1) $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^x + 1$, $h(x) = 2^{x+1}$, $k(x) = 2^{x+1} + 1$.

2) $f(x) = e^x$, $g(x) = \ln x$.

x.	-1	0	1	2	3
$f(x) = 2^x$	$1/2$	1	2	4	8
$g(x) = 2^x + 1$	$3/2$	2	3	5	9
$h(x) = 2^{x+1}$	1	2	4	8	16
$k(x) = 2^{x+1} + 1$	2	3	5	9	17

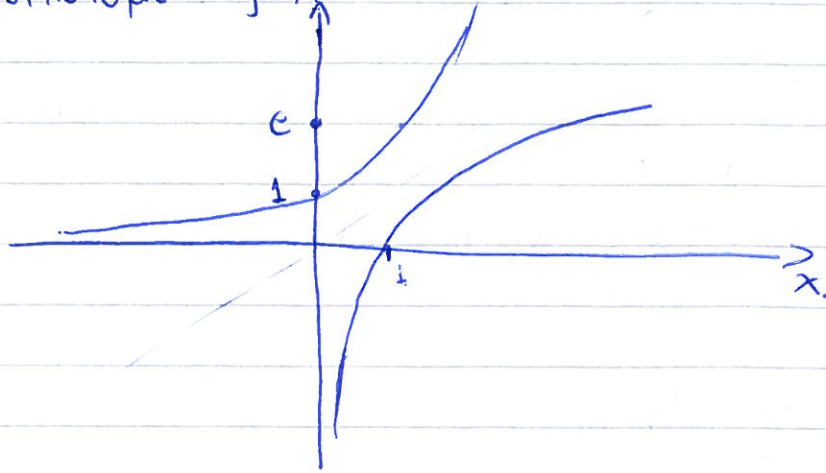


* η $g(x)$ προκύπτει από την $f(x)$ με παράλληλη μετατόπιση όλων των σημείων της προς τα πάνω. Αντίστοιχα προκύπτει η $k(x)$ από την $h(x)$

* η $h(x)$ προκύπτει από την $f(x)$ με παράλληλη μετατόπιση όλων των σημείων της προς τα αριστερά. Αντίστοιχα η $k(x)$ από την $g(x)$

(7)

30) $f(x) = e^x$, και $g(x) = \ln x$ συμμετρικές ως προς
τη διαχορήφο $y=x$.



Άσκηση 18: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2^x$. Να βρείτε τις
τιμές $f(-2)$, $f(1/2)$, $f(-3/5)$. Να λύσετε τις εξισώσεις
 $f(x) = 1/8$, $f(x) = \sqrt[3]{2}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{4}}$, $f(2x) = 16^{1-x}$. Να

λύσετε τις ανισώσεις $f(x) > 4$, $f(x) < 1/8$.

Λύση: $\bullet f(-2) = 2^{(-2)} = \frac{1}{4}$.

$\bullet f(1/2) = 2^{1/2} = \sqrt{2}$.

$\bullet f(-3/5) = 2^{-3/5} = \frac{1}{2^{3/5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{2^3}}$

$\bullet f(x) = 1/8$.

$$2^x = \frac{1}{8} \Rightarrow 2^x = \frac{1}{2^3} \Rightarrow 2^x = 2^{(-3)} \Rightarrow x = -3.$$

$\bullet f(x) = \sqrt[3]{2}$.

$$2^x = \sqrt[3]{2} \Rightarrow 2^x = 2^{1/3} \Rightarrow x = 1/3$$

8

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{4}}$$

$$2^x = \frac{1}{\sqrt[5]{2^2}} \Rightarrow 2^x = \frac{1}{2^{2/5}} \Rightarrow 2^x = 2^{-2/5}$$

$$\text{αρα } x = -2/5$$

$$f(x) > 4$$

$$2^x > 2^2$$

γν. αύξουσα \Rightarrow \perp προς \perp

αρα $x > 2$

$$f(x) < \frac{1}{8}$$

$$2^x < \frac{1}{2^3}$$

$$\Rightarrow 2^x < 2^{-3}$$

και γν. αύξουσα, \perp προς \perp
αρα $x < -3$

Άσκηση 19: Δίνεται η $f(x) = \ln x$. Να βρείτε $f(1)$, $f(1/e)$, $f(\sqrt{e})$.

Να λύσετε ως εξισώσεις $f(x) = -1$, $f(x) = 2$, $f(x) = 1/2$, $f(x) = -3/4$.

Να λύσετε ως ανισώσεις $f(x) > 0$, $f(x) < 1$, $f(x) < -2/3$.

Λύση: $f(1) = \ln 1 = 0$.

Πεδίο ορισμού, απαιτεί $x > 0$
για να οριστεί η $\ln x$

$$f(1/e) = \ln(1/e) = \ln e^{-1} = -1$$

$$f(\sqrt{e}) = \ln(\sqrt{e}) = \ln(e^{1/2}) = \frac{1}{2}$$

Αφού $f(x) = \ln x$ είναι \perp , γνησίως αύξουσα:

$$f(x) = -1, \quad \ln x = \ln(1/e) \Rightarrow x = 1/e$$

$$f(x) = 2, \quad \ln x = \ln(e^2) \Rightarrow x = e^2$$

$$f(x) = 1/2, \quad \ln x = \ln(e^{1/2}) \Rightarrow x = e^{1/2} = \sqrt{e}$$

$$f(x) = -3/4, \quad \ln x = \ln(e^{-3/4}) \Rightarrow x = e^{-3/4} = \frac{1}{e^{3/4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{e^3}}$$

$$f(x) > 0, \quad \ln x > 0 \Rightarrow \ln x > \ln 1 \Rightarrow x > 1$$

$$f(x) < 1, \quad \ln x < \ln e \Rightarrow 0 < x < e \quad (\text{αφού πρέπει } x > 0)$$

$$f(x) < -2/3, \quad \ln x < \ln(e^{-2/3}) \Rightarrow 0 < x < e^{-2/3} = \frac{1}{e^{2/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$$