

## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### Β' ΜΕΡΟΥΣ

- Ένας τριψήφιος αριθμός διαιρείται με το 37. Α) Τι συμβαίνει για τους αριθμούς που προκύπτουν όταν αλλάξεις κυκλικά τη σειρά των ψηφίων του σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού; Για παράδειγμα αν ο αρχικός τριψήφιος είναι ο 296 παίρνω τους αριθμούς 296, 962, 629, 296. Διατυπώστε μια εικασία και ελέγξτε την ισχύ της. Β) Ισχύει το ίδιο για τετραψήφιους αριθμούς; Γ) αν έχουμε άλλους διαιρέτες άλλους από το 37 ισχύει η εικασία;
- Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από τις πλευρές μιας γωνίας. Περιγράψτε αναλυτικά τη διαδικασία.
- Διερευνήστε ποια είναι τα ελάχιστα στοιχεία που χρειάζεστε για να κατασκευάσετε γεωμετρικά ένα τρίγωνο. Επιλέξτε μια από τις περιπτώσεις αυτές και κάντε αναλυτικά τη γεωμετρική κατασκευή παρουσιάζοντας όλα τα στάδια (Ανάλυση, Σύνθεση, Απόδειξη, Διερεύνηση)
- Υπολογίστε με ανάλυση παραγόντων και με τον ευκλείδειο αλγόριθμο το μέγιστο κοινό διαιρέτη των αριθμών 1769 και 2378
- Αποδείξτε αν οι παρακάτω ισχυρισμοί ισχύουν πάντοτε, ισχύουν μερικές φορές, δεν ισχύουν ποτέ:  
(α) Αν ένας ακέραιος αριθμός διαιρεί δύο άλλους ακεραίους αριθμούς διαιρεί και το άθροισμα τους  
(β) Αν ένας ακέραιος αριθμός διαιρεί δύο άλλους ακεραίους αριθμούς διαιρεί και το γινόμενο τους  
(γ) Αν ένας ακέραιος αριθμός διαιρεί το γινόμενο δύο ακεραίων, διαιρεί τον καθένα από αυτόν.  
(δ) Αν ένας ακέραιος αριθμός διαιρεί τη διαφορά δύο ακεραίων αριθμών τότε διαιρεί τον καθένα από αυτούς.
- Εκφράστε γεωμετρικά και αλγεβρικά το άθροισμα δύο διανυσμάτων. Συνδέστε μεταξύ τους τις δύο αυτές εκφράσεις και αναφέρεται πλεονεκτήματα των δύο αυτών εκφράσεων
- Δημιουργήστε μια εικασία για το άθροισμα των  $n$  πρώτων διαδοχικών περιττών φυσικών και αποδείξτε την με τη βοήθεια της μαθηματικής επαγωγής
- Διατυπώστε ένα λεκτικό πρόβλημα που η λύση του απαιτεί την εύρεση του ΕΚΠ και κάποιο που απαιτεί την εύρεση του ΜΚΔ
- Να εξετάσετε αν τα σημεία Α (-2,3), Β(-6,1) και Γ(-10, -1) είναι συνευθειακά
- Να κατασκευάσετε γεωμετρικά τα παρακάτω: α) μια ορθή γωνία β) την εφαπτομένη ενός κύκλου σε ένα σημείο του και γ) μια ευθεία παράλληλη προς μια δοθείσα που να διέρχεται από ένα γνωστό σημείο. Περιγράψτε αναλυτικά τη διαδικασία ακολουθώντας τις διαδικασίες της Ανάλυσης – Σύνθεσης – Διερεύνησης
- Διερευνήστε πώς μπορείτε να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο όταν ξέρετε 3 στοιχεία του (πλευρές ή/ και γωνίες). Γράψτε δύο περιπτώσεις που το τρίγωνο μπορεί να κατασκευαστεί και δύο που δεν μπορεί. Δικαιολογήστε

και κατασκευάσετε ένα τρίγωνο για μια περίπτωση που είναι δυνατή η κατασκευή του.

12. Να περιγράψετε μια διαδικασία που θα μπορούσατε να βρείτε το κέντρο ενός νομίσματος. Μπορεί να είναι αυτή γεωμετρική κατασκευή;
13. Κατασκευάστε τους αριθμούς  $5/3$ ,  $-3$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $1+\sqrt{7}$  γεωμετρικά στην ευθεία των πραγματικών αριθμών
14. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων των κύκλων που διέρχονται από δύο σταθερά σημεία A και B
15. Χρησιμοποιείστε το κόσκινο του Ερατοσθένη για να υπολογίσετε τους πρώτους αριθμούς που βρίσκονται ανάμεσα στο 1 και στο 100. Περιγράψτε τη διαδικασία και γράψτε τους περιορισμούς αυτής της μεθόδου
16. Δίνεται ένα ευθύγραμμο τμήμα AB. Που βρίσκεται η τρίτη κορυφή Γ του τριγώνου ABΓ αν το ύψος αυτού του τριγώνου από το Γ στην πλευρά AB παραμένει σταθερό ενώ το Γ κινείται. Γράψτε αναλυτικά τη διαδικασία εύρεσης, κατασκευής, απόδειξης και διερεύνησης του γεωμετρικού τόπου.
17. Δίνονται δύο ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  παράλληλες. Ένα σημείο A κινείται στην ευθεία  $\epsilon_1$  και ένα σημείο B κινείται στην  $\epsilon_2$ . Που κινείται το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος AB; Γράψτε αναλυτικά τη διαδικασία εύρεσης, κατασκευής, απόδειξης και διερεύνησης του γεωμετρικού τόπου.
18. Να τοποθετήσετε τα σημεία A(-2,1) και B(2,-3) σε ένα σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων και να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου του ευθυγράμμου τμήματος AB. Περιγράψτε αναλυτικά τη διαδικασία. Υπολογίστε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος AB
19. Να εικάσετε με πόσο ισούται το άθροισμα των n φυσικών αριθμών που ξεκινά από το 3 ( $3+4+5+\dots$ ) και να το αποδείξετε με τη βοήθεια της μαθηματικής επαγωγής
20. Να βρείτε το άθροισμα και τη διαφορά των διανυσμάτων (2, -2) και (-1, 4) και να το αναπαραστήσετε γεωμετρικά.
21. Διατυπώστε και αποδείξτε το κριτήριο διαιρετότητας ενός αριθμού με το 9 (πάρτε τον τετραψήφιο αβγδ)
22. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των μέσων των ευθυγράμμων τμημάτων που το ένα άκρο τους είναι το σταθερό σημείο A και το άλλο κινείται πάνω σε σταθερή ευθεία. Γράψτε αναλυτικά τη διαδικασία εύρεσης, κατασκευής, απόδειξης και διερεύνησης του γεωμετρικού τόπου.