ΕΚΠΑ, ΣΘΕ, 30/5/2023
Προ-μοντέρνα, μοντέρνα και σύγχρονη άλγεβρα: εννοιολογικές, ιστορικές και μαθηματικές θεωρήσεις

# Προ-μοντέρνα άλγεβρα

## Εννοιολογικές και ιστοριογραφικές παρατηρήσεις για το έργο του Διοφάντου του Αλεξανδρινού

Γιάννης Χριστιανίδης

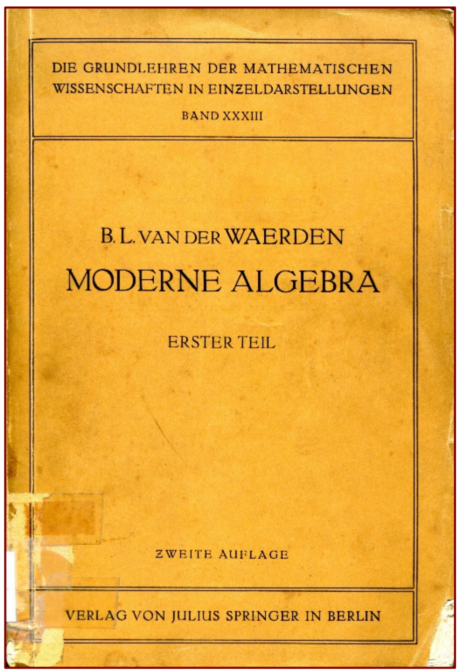
Καθηγητής Ιστορίας των Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αθηνών

Μέλος του Centre de recherches d’histoire des sciences et des techniques ‘Alexandre Koyré’ (Paris)

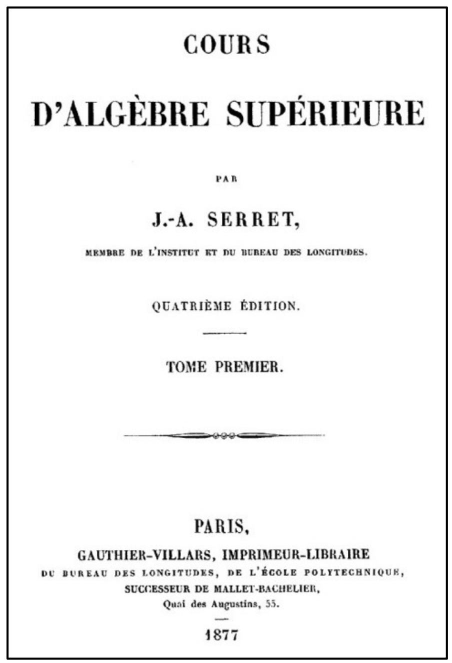
Μέλος της Académie Internationale d’Histoire des Sciences

# Η ΤΡΙΜΕΡΗΣ ΔΙΑΚΡΙΣΗ ΤΗΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

3



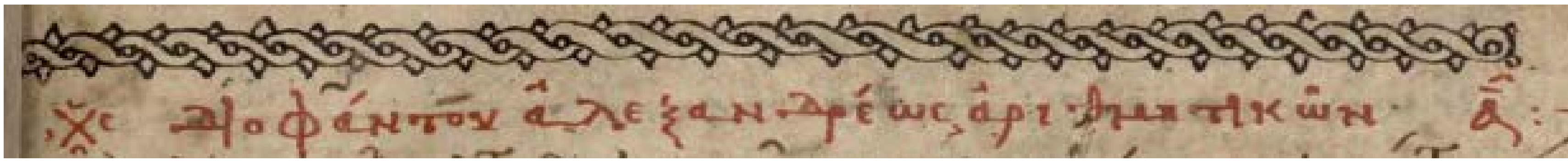

2




1

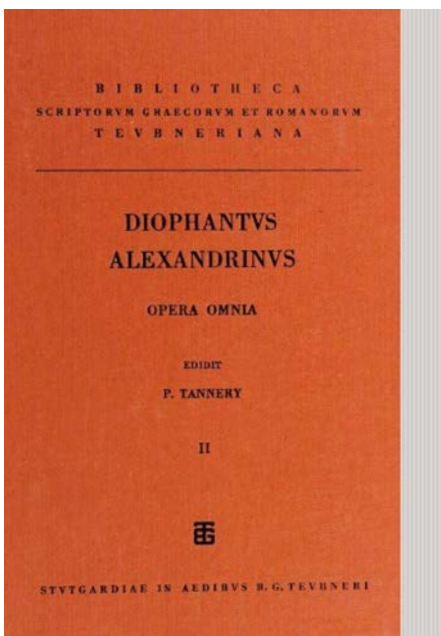

# Διόφαντος: Η ζωή και το έργο του

Έζησε περί το 300 μ.Χ. (;)  /  στην Αλεξάνδρεια (;)

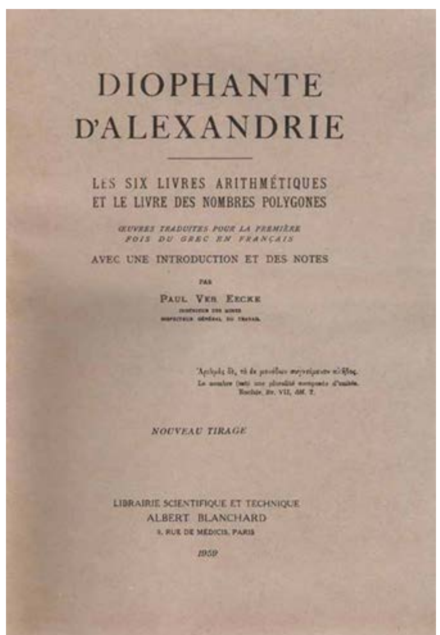


Τα έργα: *Αριθμητικά, Περί πολυγώνων αριθμών*

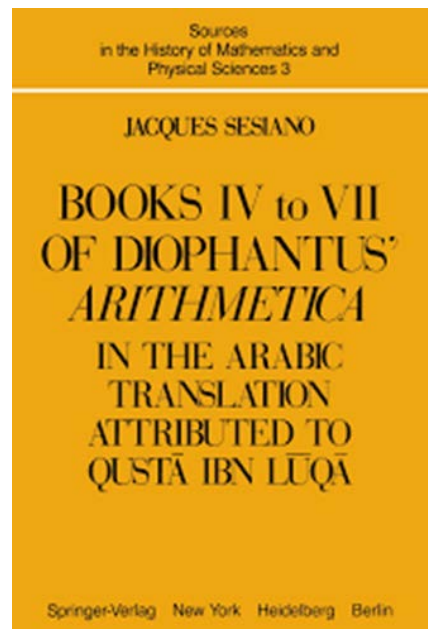
1893-95



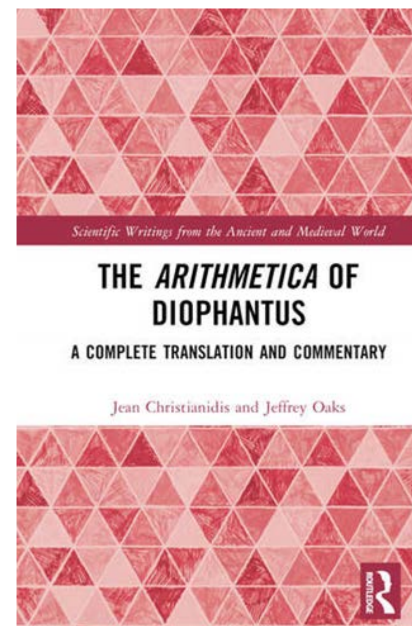

1926




1982



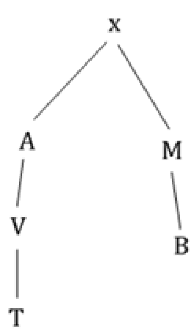

2023



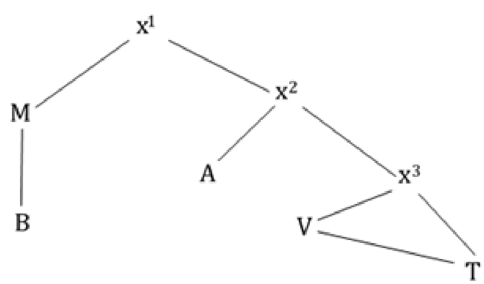
# Τα 33 ελληνικά χειρόγραφα των *Αριθμητικών*

| | | |
|---|---|---|
| Matrit. Bibl. Nat. 4678 (φ. 58r–130v) | XI (β΄ μισό) | **A** |
| Ambros. Et 157 sup. (φ. 13, 14, 8, 18, 20, 15, 9, 16, 17, 19)* | 1292/1293 | **M** |
| Vat. gr. 191 (φ. 360r–390r) | 1296–1298 | **V** |
| Vat. gr. 304 (φ. 77r–118r) | XIV (α΄ μισό) | **T** |
| Marc. gr. 308 (φ. 50v–263r) | XIII (τέλος) | **B** |

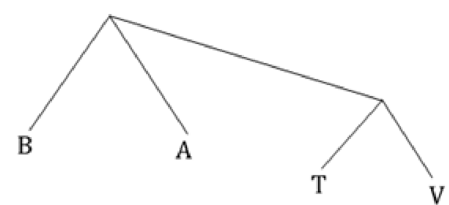
Tannery




Allard




Acerbi



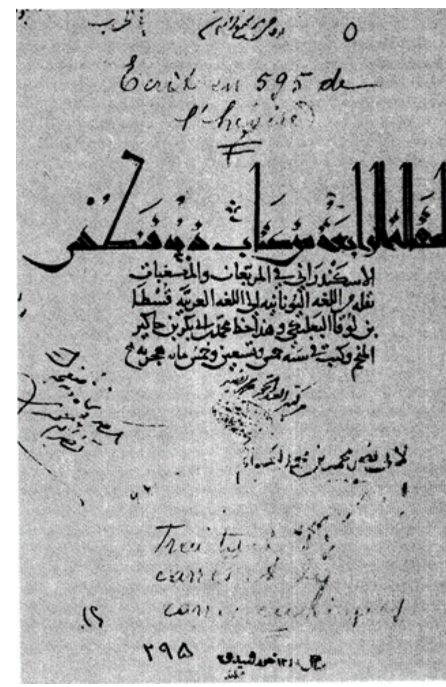

# Το μοναδικό αραβικό χειρόγραφο των *Αριθμητικών*

Κώδικας 295 (Βιβλιοθήκη Astān Quds, Mashhad, Ιράν), 1198

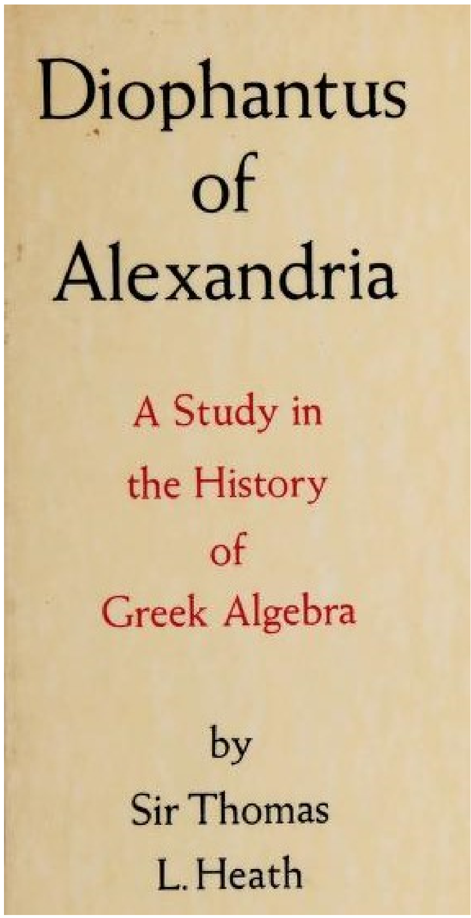
Ανακαλύφθηκε το 1968

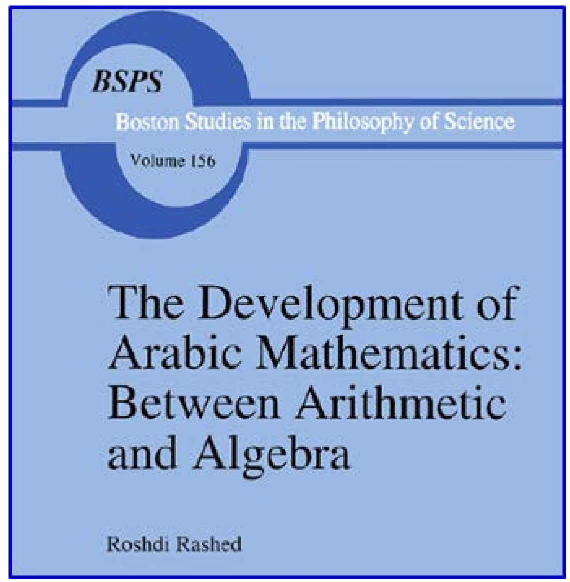
# Τα βιβλία των *Αριθμητικών*
## (σώζονται δέκα από τα δεκατρία)

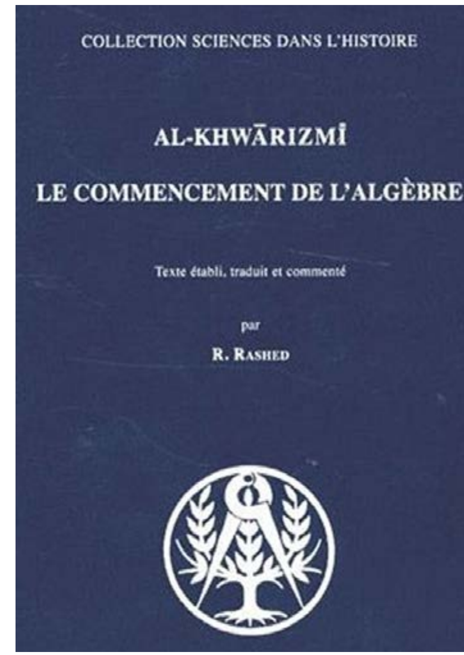
| Ελληνικά | Αραβικά | Η σειρά |
|---|---|---|
| Α | | Α |
| Β | | Β |
| Γ | | Γ |
| Δ | 4 | 4 |
| Ε | 5 | 5 |
| ΣΤ | 6 | 6 |
| | 7 | 7 |
| | | |
| | | Δ, Ε, ΣΤ |



# Άλγεβρα ή Θεωρία Αριθμών;
## Διαμάχες για τον χαρακτήρα των *Αριθμητικών*




If, in the course of his solution, Diophantus proceeded with the substitution, elimination and displacement of species, in short using algebraic techniques, the *Arithmetica* is not a treatise on algebra. According to our terminology, it is definitely a book on arithmetic, not

# Αλγεβριστής ή αριθμοθεωρητικός;

- Ο Διόφαντος μέχρι τον 17ο αι. λογιζόταν από τους μαθηματικούς ως αλγεβριστής.
- Ο «Διόφαντος» της Θεωρίας Αριθμών δεν είναι το ιστορικό πρόσωπο «Διόφαντος». Είναι ένα δημιούργημα των μαθηματικών από τον $17^{ο}$ αι. και μετά.

Η άλγεβρα πριν τον $17^{ο}$ αι. δεν ήταν ίδια με τη σημερινή άλγεβρα. Λειτουργούσε σε διαφορετική εννοιολογική βάση, σε σύγκριση με την άλγεβρα που εγκαινιάζεται με τον Viète το 1591 και βρίσκει την πρώτη της ολοκληρωμένη έκφραση στην περίφημη *La Geometrie* του Descartes (1637).

Αποδείξεις για τις εν λόγω εννοιολογικές διαφορές αποτελούν οι τρόποι με τους οποίους οι προ του 1600 αλγεβριστές έλυναν τα προβλήματα:

- εξέφραζαν τις πράξεις με τρόπους που φαίνονται σήμερα σαν να μην έχουν νόημα ή συνυφαίνονται με τον σύγχρονο συμβολισμό,
- απέφευγαν τους άρρητους συντελεστές στις εξισώσεις,
- δομούσαν τις λύσεις διαφορετικά.

Όλες αυτές οι ανωμαλίες αποτελούν τεκμήρια ενός διαφορετικού τρόπου κατανόησης των **μονωνύμων,** των **πολυωνύμων** και των **εξισώσεων**.

Την προ του Viète άλγεβρα θα τη λέμε «**προ-μοντέρνα άλγεβρα**» για να τη διακρίνουμε από τη στοιχειώδη **μοντέρνα άλγεβρα**.

# Οι πράξεις: πρόσθεση (στην αριθμητική)

Al-Qalaṣādī (πεθ. το 1486):

«**Πρόσθεσε** μια ρίζα του έξι σε μια ρίζα του πέντε˙ λες ότι **το αποτέλεσμα είναι** μια ρίζα του έξι και μια ρίζα του πέντε».

Αν το γράψουμε όπως θα το γράφαμε σήμερα θα είχαμε την ταυτολογία $\sqrt{6}+\sqrt{5}=\sqrt{6}+\sqrt{5}$.

Για να έχει νόημα το κείμενο θα έπρεπε να το γράψουμε κάπως όπως $\boldsymbol{\sqrt{6}+\sqrt{5} \rightarrow \sqrt{6}\ \sqrt{5}}$

Η πρόσθεση (και, γενικά, οι αριθμητικές πράξεις) στα προ-μοντέρνα Μαθηματικά γίνεται εν χρόνω και περιγράφεται με δύο ρήματα.

# Οι πράξεις: πρόσθεση (στην άλγεβρα)

Διόφαντος, Α.8:

«Έστω ότι ο προστιθέμενος στον κάθε αριθμό έχει οριστεί να είναι 1 Αριθμός. Και αν **προστεθεί** στον 100, **θα είναι** 1 Αριθμός, 100 μονάδες, ενώ αν (**προστεθεί**) στον 20, **γίνεται** 1 Αριθμός, 20 μονάδες.»

Μετάφραση του Ε. Σταμάτη:

Ἄς κληθῇ ὁ προστιθέμενος εἰς ἑκάτερον ἀριθμὸν x. Καὶ ἂν μὲν προστεθῇ εἰς τὸν 100 θὰ εἶναι x + 100. Ἐὰν δὲ εἰς τὸν 20 θὰ εἶναι x + 20. Καὶ θὰ

α) Οδηγεί στην ταυτολογία $x + 100 = x + 100$.

β) Παραλείπει τον συντελεστή 1.

γ) Τοποθετεί το + όχι στην πράξη αλλά στο αποτέλεσμά της.

# Οι πράξεις: αφαίρεση (στην άλγεβρα)

Διόφαντος Α.9:

«Έστω ότι ο αφαιρούμενος από τον κάθε αριθμό έχει οριστεί να είναι 1 Αριθμός. Και αν **αφαιρεθεί** από τον 100, **απομένουν** 100 μονάδες με έλλειψη 1 Αριθμού, ενώ αν (**αφαιρεθεί**) από τον 20, **απομένουν** 20 μονάδες με έλλειψη 1 Αριθμού.»

Μετάφραση του Ε. Σταμάτη:

Ἂς κληθῇ ὁ ἀφαιρούμενος ἐξ ἑκατέρου ἀριθμοῦ x. Καὶ ἂν μὲν ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ 100 θὰ εἶναι 100 — x· ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ 20 θὰ εἶναι 20 — x. Καὶ εἶναι

α) Οδηγεί στην ταυτολογία $100 - x = 100 - x$.

β) Παραλείπεται ο συντελεστής 1.

γ) Τοποθετεί το $-$ όχι στην πράξη αλλά στο αποτέλεσμά της.

# Οι πράξεις: πρόσθεση και πολλαπλασιασμός

Α.39 (μετάφραση του Ε. Σταμάτη):

Ἔστω ὁ ζητούμενος x. Καὶ ἐὰν μὲν προστεθῇ μετὰ τοῦ 5 γίνεται x + 5· ἐὰν δὲ πολλαπλασιασθῇ ( τὸ ἄθροισμα ) ἐπὶ τὸν ἄλλον, τουτέστι τὸν 3, γίνονται 3x + 15. Πάλιν, ἐὰν ὁ x προστεθῇ μετὰ τοῦ 3, γίνονται x + 3· ἐὰν δὲ

Πώς εξηγείται ο συντελεστής 1;

«Έστω ότι ο ζητούμενος είναι 1 Αριθμός. Και αν **προστεθεί** με τις 5 μονάδες, **γίνεται** 1 Αριθμός, 5 μονάδες· και αν **πολλαπλασιαστεί** επί τον άλλο, δηλαδή τον 3, **γίνονται** 3 Αριθμοί, 15 μονάδες ...»

Πώς εξηγείται ο πληθυντικός αριθμός;

# ΓΡΙΦΟΙ
## πτώσεις, γένος, αριθμός (ενικός, πληθυντικός) και ο ‘συντελεστής’ 1

| **Μοντέρνο πολυώνυμο** | $x^2 + 4x + 4$ |
|---|---|
| Bombelli (1572) | $1\,\overset{2}{\smile}$ p. 4 $\overset{1}{\smile}$ p. 4 p. = più (επιπλέον) |
| Al-Khwarazmī (περ. 830) | ένα μαλ τέσσερα πράγματα τέσσερα ντιράμ |
| Διόφαντος | δύναμις $\overline{\alpha}$ ἀριθμοὶ $\overline{\delta}$ μονάδες $\overline{\delta}$<br>$\Delta^{Y}\,\overline{\alpha}$ ς $\overline{\delta}$ $\overset{\circ}{M}$ $\overline{\delta}$ |

# ΓΡΙΦΟΙ
## πτώσεις, γένος, αριθμός (ενικός, πληθυντικός) και ο ‘συντελεστής’ 1

| **Μοντέρνο πολυώνυμο** | $2x^3 + x^2 - 4x - 4$ |
|---|---|
| Bombelli | 2 $\overset{3}{\smile}$ p.1 $\overset{2}{\smile}$ m.4 $\overset{1}{\smile}$ m.4 m. = meno (με έλλειψη) |
| Al-Khwarazmī | δύο κύβοι ένα μαλ με έλλειψη τεσσάρων πραγμάτων και τεσσάρων ντιράμ |
| Διόφαντος | κύβοι $\bar{\beta}$ δύναμις $\bar{\alpha}$ λείψει ἀριθμῶν $\bar{\delta}$ μονάδων $\bar{\delta}$<br>$K^{Y}\bar{\beta}\ \Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ⋔ ς $\bar{\delta}$ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\delta}$ |

Το μοντέρνο $+$ δεν υπάρχει στα προ-μοντέρνα πολυώνυμα. Αντ' αυτού υπάρχει μερικές φορές ο συμπλεκτικός σύνδεσμος «και».

Το μοντέρνο $-$ δεν υπάρχει στα προ-μοντέρνα πολυώνυμα. Αντ' αυτού υπάρχουν λέξεις, όπως η λέξη «λείψει» του Διοφάντου, που σημαίνουν «με έλλειψη», «εκτός», «παρά».

- όλη η τάξη είναι παρούσα εκτός από τον Μάνο
- παρά 5 λεπτά 2 ώρες

Λύση των γρίφων: Η διάκριση δύο θεμελιωδώς διαφορετικών, εννοιολογικά και μεθοδολογικά, σταδίων στην ιστορία της άλγεβρας: (1) προ-μοντέρνα και (2) μοντέρνα άλγεβρα

**Το προ-μοντέρνο $2x - 5$ είναι ένα «παρά 5 μονάδες $2x$» όπως το είναι «παρά μία μπουκιά ένα μήλο»**

# Εννοιολογικές διαφορές: μονώνυμο, πολυώνυμο, εξίσωση

Προ-μοντέρνο μονώνυμο: ζεύγος πλήθος-και-είδος
Προ-μοντέρνο πολυώνυμο: συλλογή προ-μοντέρνων μονωνύμων
Προ-μοντέρνα εξίσωση: ισότητα δύο συλλογών

--- Δεν περιέχουν πράξεις ---

Η ιδέα προκύπτει από τους αριθμούς: 2° 1′ 12″

- Οι 'συντελεστές' 2, 1, 12 δηλώνουν πλήθη.
- Τα °, ′, ″ είναι είδη. Δεν είναι τιμές.
- Ο 'συντελεστής' 1 γράφεται.
- Ενικός και πληθυντικός αριθμός, γένη, πτώσεις.
- Η έκφραση 2° 1′ 12″ δεν περιέχει πράξεις (πρόσθεση, πολ/μό).

Αριθμός: 2° 1′ 12″
Προ-μοντέρνο πολυώνυμο: 2 Δυνάμεις, 1 Αριθμός, 12 μονάδες

Μοντέρνο πολυώνυμο: $2x^2 + x + 12$

# Η εξίσωση

- Η προ-μοντέρνα (πολυωνυμική) εξίσωση είναι εξίσωση μεταξύ δύο συλλογών (προ-μοντέρνων πολυωνύμων).
- Δεν περιέχει πράξεις.
- Όταν λύνεται ένα πρόβλημα με τη μέθοδο της προ-μοντέρνας άλγεβρας, οι πράξεις που επιτάσσει η εκφώνηση πρέπει να γίνουν στη διαδικασία κατάστρωσης της εξίσωσης και όχι στο πλαίσιο της εξίσωσης. Η εξίσωση είναι ελεύθερη πράξεων.
- Η προ-μοντέρνα άλγεβρα δεν ήταν θεωρία εξισώσεων (όπως ήταν η μοντέρνα άλγεβρα μέχρι τον 19ο αι.). Ήταν μέθοδος επίλυσης προβλημάτων δια της μετατροπής τους σε εξισώσεις.

# Αλγεβρική επίλυση προβλημάτων

Η επίλυση ενός προβλήματος με προ-μοντέρνα άλγεβρα περιλαμβάνει τα εξής βασικά στάδια:

(1) Οι άγνωστοι λαμβάνουν αλγεβρικά ονόματα, επί των οποίων εφαρμόζονται οι πράξεις που επιτάσσει η εκφώνηση. Το πρόβλημα μετατρέπεται σε μια – στην ιδανική περίπτωση – πολυωνυμική εξίσωση.

(2) Η εξίσωση απλοποιείται ώστε (α) να μην περιέχει όρους που λείπουν και (β) να μην υπάρχουν δύο ή περισσότεροι όροι της ίδιας δύναμης.

Η απλοποίηση περιλαμβάνει δύο βασικά βήματα: (α) Οι όροι της μορφής «Α με έλλειψη Β» πρέπει να αποκατασταθούν ώστε να γίνουν πλήρη Α (al-jabr) και συγχρόνως το Β πρέπει να προστεθεί στο άλλο μέλος της εξίσωσης˙ και (β) οι όμοιοι όροι στα δύο μέλη της εξίσωσης πρέπει να αντιπαραβληθούν, ώστε να απομείνει η διαφορά τους στην πλευρά του μεγαλύτερου όρου (al-muqābala).

(3) Κατόπιν επιλύεται η απλοποιημένη εξίσωση, με τη χρήση ενός έτοιμου εκ των προτέρων κανόνα (αλγορίθμου).

(4) Αφού βρεθεί η τιμή του αλγεβρικού αγνώστου, υπολογίζονται οι άγνωστοι αριθμοί του προβλήματος.

# Το πρόβλημα Β.20 του Διοφάντου

Να βρεθούν δύο αριθμοί ώστε ο τετράγωνος καθενός από τους δύο, αν προσλάβει τον άλλο, να σχηματίζει τετράγωνο.

**Έστω ότι ο πρώτος έχει οριστεί να είναι 1 Αριθμός και ο δεύτερος 1 μονάδα, 2 Αριθμοί**, …………………………………………………... ………………………

Αλλά **ο τετράγωνος του δεύτερου, όταν προσλάβει τον πρώτο, γίνεται 4 Δυνάμεις, 5 Αριθμοί, 1 μονάδα**. Αυτά είναι ίσα προς έναν τετράγωνο. **Σχηματίζω τον τετράγωνο από (πλευράς) 2 Αριθμών με έλλειψη 2 μονάδων**. **Άρα ο ίδιος θα είναι 4 Δυνάμεις, 4 μονάδες με έλλειψη 8 Αριθμών**, **οπότε ο Αριθμός γίνεται 3 13α**.

Ο πρώτος θα είναι 3 13α, ο δεύτερος 19 13α, και ικανοποιούν το πρόβλημα.

$$\begin{cases}(1\text{ος στο τετράγωνο}) + (2\text{ος}) = \square \\ (2\text{ος στο τετράγωνο}) + (1\text{ος}) = \square'\end{cases}$$

$$\begin{cases}x^2 + y = \square \\ y^2 + x = \square'\end{cases}$$

| Ονόματα | Πράξεις με τα ονόματα | Εξίσωση |
|---|---|---|
| 1ος ≔ 1Α | | |
| 2ος ≔ 1μ 2Α | | |
| | Τετραγωνίζω το 1μ 2Α → 4Δ 4Α 1μ | |
| | Προσθέτω 1Α → 4Δ 5Α 1μ | |
| | | 4Δ 5Α 1μ $= \square'$ |
| $\sqrt{\square'}$ ≔ 2Α $\lambda$ 2μ | | |
| | Τετραγωνίζω το 2Α $\lambda$ 2μ →<br>4Δ 4μ $\lambda$ 8Α | |
| | | 4Δ 5Α 1μ = 4Δ 4μ $\lambda$ 8Α |

Οι δύο πρώτες ονομασίες έχουν επιλεγεί με μοντέλο την ταυτότητα που θα γράφαμε σήμερα ως $m^2 + (1 + 2m) = (m + 1)^2$, προς την οποία εξομοιώνεται η πρώτη συνθήκη, ενώ η εξίσωση κατασκευάζεται από τη δεύτερη συνθήκη.

## Προ-μοντέρνοι αλγεβριστές

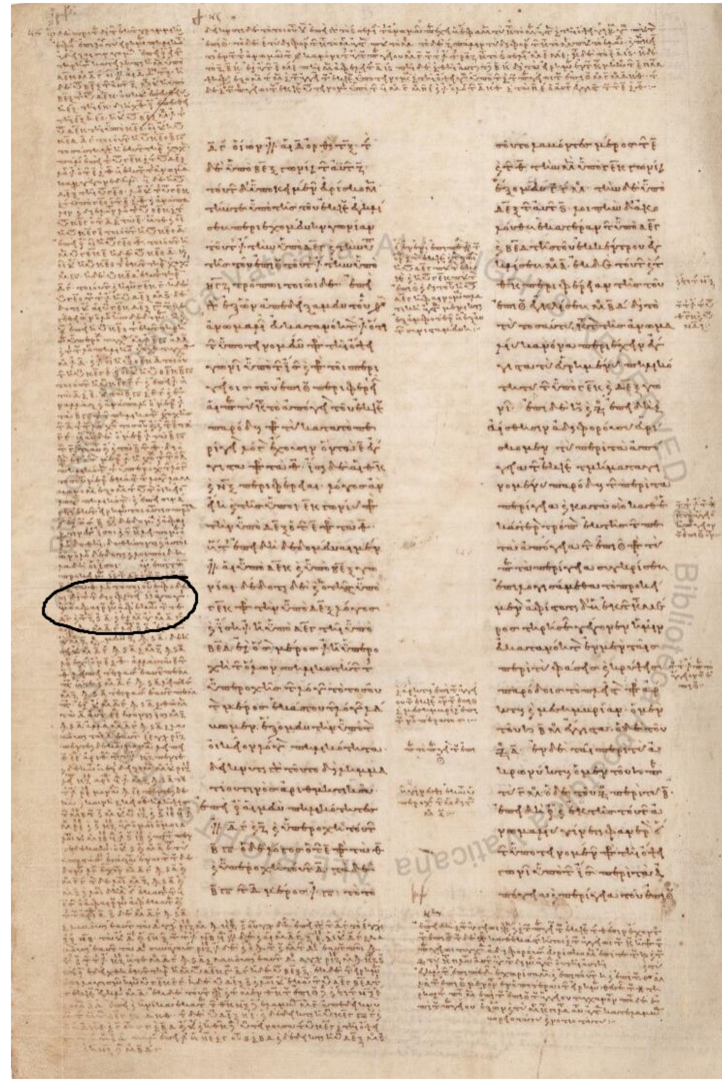
- p.Michigan 620 (περ. 120 μ.Χ.)
- Διόφαντος (περ. 300 μ.Χ.). Θέων (περ. 375 μ.Χ.) και σχολιαστές Ύστερης Αρχαιότητας και του Βυζαντίου
- Al-Khwārazmī (περ. 830 μ.Χ.) και λοιποί αλγεβριστές στο Κλασικό Ισλάμ (Ibn Turk, Abū Kāmil, al-Karajī, al-Sulamī, al-Khayyām κ.ά.)
- Leonardo Fibonacci (1202: πρώτη έκδοση του *Liber Abbaci*) και αββακιστές του ύστερου Μεσαίωνα (14ος-15ος αι.)
- Ιταλοί αλγεβριστές της Αναγέννησης: Girolamo Cardano, Nicolo Tartaglia, Ludovico Ferrari, Rafael Bombelli κ.ά.
- Ευρωπαίοι μαθηματικοί και ουμανιστές της Αναγέννησης

## Μοντέρνοι αλγεβριστές

- François Viète (1591: *In artem analyticem Isagoge*)
- Post-Vietan αλγεβριστές: René Descartes, Pierre Fermat, Isaac Newton, Leonhard Euler, Niels Henrik Abel κ.ά.

# Η άλγεβρα μετά τον Διόφαντο: Θέων και Υπατία

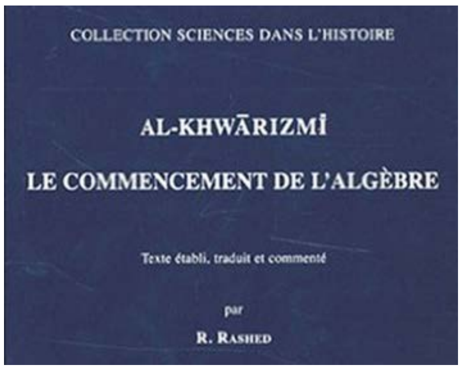
166 Ὑπατία: ἡ Θέωνος τοῦ γεωμέτρου θυγάτηρ, τοῦ Ἀλεξανδρέως φιλοσόφου, καὶ αὐτὴ φιλόσοφος καὶ πολλοῖς γνώριμος· γυνὴ Ἰσιδώρου τοῦ φιλοσόφου. ἤκμασεν ἐπὶ τῆς βασιλείας Ἀρκαδίου. ἔγραψεν ὑπόμνημα εἰς Διόφαντον, τὸν ἀστρονομικὸν Κανόνα, εἰς τὰ Κωνικὰ Ἀπολλωνίου ὑπόμνημα. αὕτη διεσπάσθη παρὰ τῶν Ἀλεξανδρέων, καὶ τὸ



Vat. gr. 1594 (9ος αι.)

# Η άλγεβρα μετά τον Διόφαντο: Κλασικό Ισλάμ

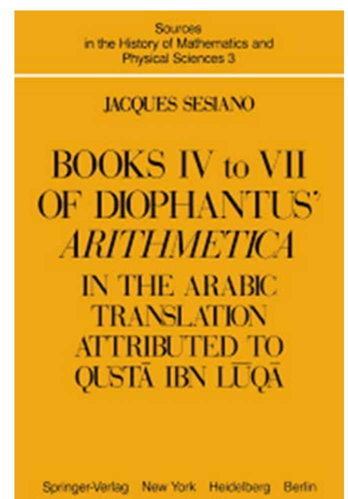
Η αραβική άλγεβρα **πριν** τη μετάφραση του Qusṭā ibn Lūqā:
al-Khwārazmī (περ. 830) και Abū Kāmil (όψιμος 9ος αι.)




Διόφαντος $\begin{cases} 2^2 + 3^2 = 13 \\ \text{Να διαιρεθεί ο 13 σε δύο άλλους } \square \end{cases}$

Abū Kāmil $\begin{cases} 1^2 + 2^2 = 5 \\ \text{Να διαιρεθεί ο 5 σε δύο άλλους } \square \end{cases}$


Qusṭā ibn Lūqā:
Μεταφραστής των *Αριθμητικών*



al-Khāzin

al-Nīsābūrī

ʿAlī al-Sulamī

Abū l-Wafāʾ

al-Karajī

al-Zanjānī

Ibn al-Haytham

al-Samawʾal

Ibn Fallūs

Ibn al-Qifṭī

al-Nūayīrī

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Karajī | Διόφ. | III.40 | B.11 | IV.47 | Γ.7 | V.13 | 4.15c |
| II.45 | A.4 | III.41 | B.12 | IV.48 | Γ.8 | V.14 | 4.16 |
| II.46 | A.8 | III.42 | B.13 | IV.49 | Γ.9 | V.15 | 4.17 |
| II.47 | A.9 | III.43 | B.14 | IV.50 | Γ.10 | V.16 | 4.18 |
| II.48 | A.10 | III.44 | B.15 | IV.51 | Γ.11 | V.17 | 4.19 |
| II.50 | B.22 | III.45 | B.16 | IV.52 | Γ.12 | V.19 | 4.20 |
| III.1 | B.20 | IV.1 | B.22 | IV.53 | Γ.13 | V.20 | 4.22 |
| III.2 | B.21 | IV.2 | B.23 | IV.54 | Γ.14 | V.21 | 4.23 |
| III.3 | B.8* | IV.3 | B.24 | IV.55 | Γ.15 | V.22 | 4.24 |
| III.4 | B.20* | IV.4 | B.25 | IV.56 | Γ.16 | V.28 | 4.27 |
| III.7 | A.12 | IV.5 | B.26 | IV.57 | Γ.17 | V.29 | 4.28 |
| III.20 | A.13 | IV.6 | B.27 | IV.58 | Γ.18 | V.30 | 4.29 |
| III.24 | A.16 | IV.7 | B.28 | IV.59 | Γ.21 | V.31 | 4.30 |
| III.25 | A.17 | IV.8 | B.29 | IV.60 | Γ.20 | V.32 | 4.31 |
| III.26 | A.24 | IV.9 | B.30 | IV.61 | Γ.19 | V.33 | 4.32 |
| III.27 | A.25 | IV.10 | B.31 | V.1 | 4.1 | V.34 | 4.33 |
| III.28 | A.39 | IV.11 | B.32 | V.2 | 4.2 | V.35 | 4.34 |
| III.29 | A.18 | IV.12 | B.33 | V.3 | 4.3 | V.36 | 4.35 |
| III.30 | A.19 | IV.13 | B.34 | V.4 | 4.4 | V.37 | 4.36 |
| III.31 | A.20 | IV.14 | B.35 | V.5 | 4.5 | V.38 | 4.37 |
| III.32 | A.21 | IV.40 | B.18 | V.5 | 4.6 | V.39 | 4.38 |
| III.33 | A.22* | IV.41 | B.19 | V.7 | 4.7 | V.40 | 4.39 |
| III.34 | A.22 | IV.42 | Γ.1 | V.8 | 4.8 | V.41 | 4.40 |
| III.35 | A.23 | IV.43 | Γ.2 | V.9 | 4.9 | V.42 | 4.41 |
| III.36 | B.8 | IV.44 | Γ.3 | V.10 | 4.10 | V.43 | 4.20 |
| III.37 | B.9 | IV.45 | Γ.5 | V.11 | 4.11 | | |
| III.38 | B.10 | IV.46 | Γ.6 | V.12 | 4.14 | | |

# Ο Διόφαντος στην περίοδο του Ουμανισμού

## Χειρόγραφα του Διοφάντου στην Ιταλία τον 15ο αι.

- Vat. gr. 304: αντιγράφηκε το πρώτο μισό του 14ου αι., αποκτήθηκε από την παπική βιβλιοθήκη μετά το 1447, και είναι καταχωρισμένος στον κατάλογο της βιβλιοθήκης του 1455.
- Vat. gr. 191: αντιγράφηκε το 1296–98, ανήκε στον ουμανιστή Καρδινάλιο Ισίδωρο της Ρωσσίας και αποκτήθηκε από την παπική βιβλιοθήκη κάποια στιγμή την περίοδο 1464–71. Αναφέρεται στον κατάλογο του 1475.
- Matrit. 4678: αντιγράφηκε το δεύτερο μισό του 11ου αι., μεταφέρθηκε στη Μεσσήνη της Σικελίας από τον Κωνσταντίνο Λάσκαρι μετά την άλωση της Κωνσταντινούπολης το 1453.
- Ambros. Et 157 sup., αυτόγραφος του Μάξιμου Πλανούδη, σωζόμενος σε αποσπασματική μορφή, ο οποίος αντιγράφηκε το 1292/1293.
- Marc. gr. 308: αντιγράφηκε στα τέλη του 13ου αι., ανήκε στον Καρδινάλιο Βησσαρίωνα. Από τη δωρεά των χειρογράφων του θεμελιώθηκε η Μαρκιανή Βιβλιοθήκη το 1468, και ο κώδικας 308 εμφανίζεται στον αρχικό κατάλογο που συντάχθηκε το ίδιο έτος.

# 1464: η πρώτη δημόσια μνεία του Διοφάντου στη Δύση

Ο Γερμανός αστρονόμος Regiomontanus (μαθητής του Καρδινάλιου Βησσαρίωνα) έδωσε μια σειρά διαλέξεων στο Πανεπιστήμιο της Padua για τον Άραβα αστρονόμο al-Faghani , όπου μνημονεύει για πρώτη φορά στη Δύση το έργο του Διοφάντου (από το 1456 ήξερε για τον κώδικα Mar. gr. 308 του Βησσαρίωνα).


«Ο Διόφαντος, όμως, συνέγραψε δεκατρία απαράμιλλης εκλέπτυνσης βιβλία (τα οποία κανένας ως τώρα δεν έχει μεταφράσει στα Λατινικά), στα οποία βρίσκεται ο αληθινός ανθός όλης της αριθμητικής, δηλαδή η τέχνη του rei & census, η οποία σήμερα ονομάζεται με το αραβικό της όνομα, άλγεβρα.

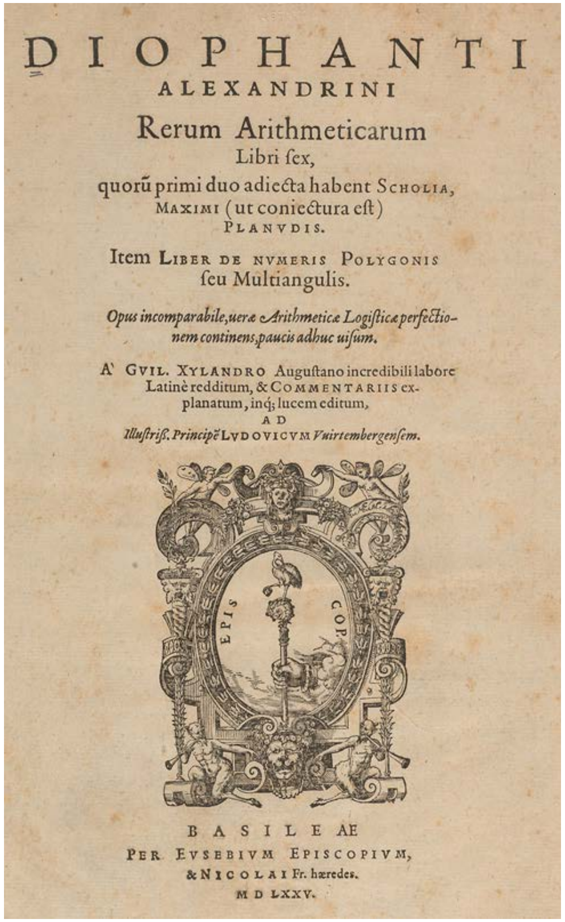
Η διάλεξη του R. δημοσιεύτηκε μόλις το 1537, επομένως οι Ευρωπαίοι μπορούσαν να πληροφορηθούν για τον Διόφαντο από το έτος αυτό και μετά.

# Ο Διόφαντος στην περίοδο της Αναγέννησης


L ALGEBRA
PARTE MAGGIORE
DELL'ARIMETICA
DIVISA IN TRE LIBRI
DI RAFAEL BOMBELLI
DA BOLOGNA.
*Nouamente poſta in luce.*
*IN BOLOGNA*
*Nella ſtamperia di Giouanni Roſsi*
*M D L X X I I.*
Con Licentia delli RR. VV. del Veſc. & Inquiſit.

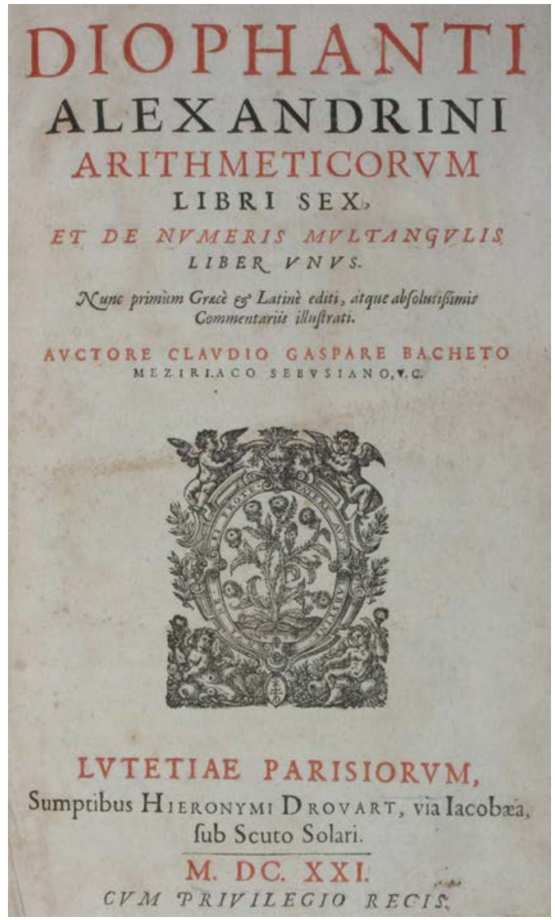
| **B** | **Δ** | **56** | **A.33** | **99** | **B.35** | **142** | **Δ.9** | **195** | **Δ.36** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **2** | A.1 | 57 | A.34 | 100 | Γ.1 | 148 | Δ.10 | 196 | Δ.37 |
| **8** | A.2 | 58 | A.35 | 101 | Γ.2 | 149 | Δ.11 | 197 | Δ.38 |
| **10** | A.4 | 59 | A.37 | 102 | Γ.3 | 150 | Δ.12 | 200 | Δ.39 |
| **11** | A.5 | 60 | A.39 | 103 | Γ.4 | 151 | Δ.13 | 201 | Δ.40 |
| **13** | A.6 | 61 | B.8 | 104 | Γ.5 | 152 | Δ.14 | 202 | E.1 |
| **14** | A.7 | 62 | B.9 | 105 | Γ.6 | 153 | Δ.15 | 203 | E.2 |
| **15** | A.8 | 63 | B.10 | 106 | Γ.7 | 158 | Δ.16 | 209 | E.3 |
| **16** | A.9 | 66 | B.11 | 110 | Γ.8 | 159 | Δ.17 | 210 | E.4 |
| **18** | A.10 | 67 | B.13 | 111 | Γ.9 | 160 | Δ.18 | 211 | E.5 |
| **19** | A.11 | 69 | B.14 | 113 | Γ.10 | 161 | Δ.19 | 212 | E.6 |
| **21** | A.12 | 70 | B.15 | 114 | Γ.11 | 162 | Δ.20 | 213 | λμ.1 E.7 |
| **26** | A.13 | 72 | B.16 | 116 | Γ.12 | 164 | Δ.21 | 215 | λμ.2 E.7 |
| **27** | A.15 | 73 | B.17 | 117 | Γ.13 | 167 | Δ.22 | 216 | E.7 |
| **28** | A.16 | 74 | B.19 | 120 | Γ.14 | 168 | Δ.23 | 217 | λμ. E.8 |
| **30** | A.17 | 78 | B.20 | 121 | Γ.15 | 169 | Δ.24 | 218 | E.8 |
| **31** | A.18 | 81 | B.21 | 122 | Γ.16 | 170 | Δ.25 | 219 | E.9 |
| **35** | A.19 | 83 | B.22 | 123 | Γ.17 | 171 | Δ.26 | 220 | E.10 |
| **36** | A.20 | 84 | B.23 | 124 | Γ.18 | 172 | Δ.27 | 221 | E.11 |
| **37** | A.21 | 85 | B.24 | 126 | Γ.19 | 173 | Δ.28 | 222 | E.12 |
| **41** | A.22 | 86 | B.25 | 127 | Γ.20 | 179 | Δ.29 | 225 | E.13 |
| **42** | A.23 | 88 | B.26 | 128 | Γ.21 | 180 | Δ.30 | 226 | E.14 |
| **44** | A.25 | 89 | B.27 | 129 | Δ.1 | 181 | Δ.31 | 232 | E.15 |
| **49** | A.27 | 90 | B.28 | 133 | Δ.2 | 182 | Δ.32 | 233 | E.16 |
| **49΄** | A.28 | 91 | B.29 | 134 | Δ.3 | 188 | Δ.33 | 234 | E.17 |
| **50** | A.26 | 92 | B.30 | 136 | Δ.4 | 189 | λμ. Δ.34 | 235 | E.18 |
| **51** | A.29 | 93 | B.31 | 137 | Δ.5 | 190 | Δ.34 | 236 | E.19 |
| **53** | A.30 | 96 | B.32 | 138 | Δ.6 | 191 | λμ. Δ.35 | 237 | E.20 |
| **54** | A.31 | 97 | B.33 | 140 | Δ.7 | 192 | Δ.35 | | |
| **55** | A.32 | 98 | B.34 | 141 | Δ.8 | 194 | λμ. Δ.36 | | |

1575

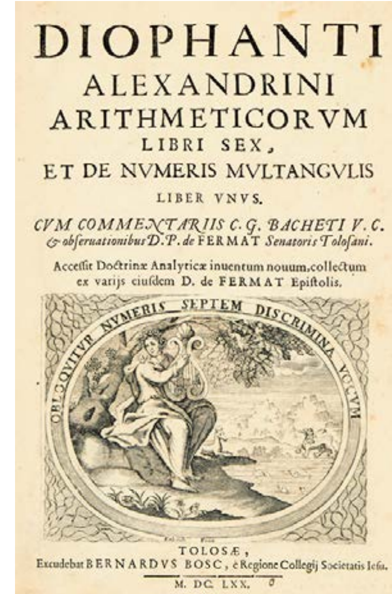

DIOPHANTI
ALEXANDRINI
Rerum Arithmeticarum
Libri ſex,
quorũ primi duo adiecta habent SCHOLIA,
MAXIMI (ut coniectura eſt)
PLANVDIS.
Item LIBER DE NVMERIS POLYGONIS
ſeu Multiangulis.
*Opus incomparabile, ueræ Arithmeticæ Logiſticæ perfectionem continens, paucis adhuc uiſum.*
A' GVIL. XYLANDRO Auguſtano incredibili labore
Latinè redditum, & COMMENTARIIS explanatum, inq́; lucem editum,
AD
*Illuſtriſ. Principẽ* LVDOVICVM *Vuirtembergenſem.*

BASILEAE
PER EVSEBIVM EPISCOPIVM,
& NICOLAI Fr. hæredes.
MDLXXV.

1621


DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX,
*ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS*
*LIBER VNVS.*
*Nunc primùm Græcè & Latinè editi, atque abſolutiſſimis Commentariis illuſtrati.*
AVCTORE CLAVDIO GASPARE BACHETO
MEZIRIACO SEBVSIANO, V.C.
LVTETIAE PARISIORVM,
Sumptibus HIERONYMI DROVART, via Iacobæa,
ſub Scuto Solari.
M. DC. XXI.
*CVM PRIVILEGIO REGIS.*

1670


DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX,
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.
*CVM COMMENTARIIS C. G. BACHETI V. C. & obſeruationibus D. P. de FERMAT Senatoris Toloſani.*
Acceſſit Doctrinæ Analyticæ inuentum nouum, collectum ex varijs eiuſdem D. de FERMAT Epiſtolis.

TOLOSÆ,
Excudebat BERNARDVS BOSC, è Regione Collegij Societatis Ieſu.
M. DC. LXX.


Arithmeticorum Liber II. 61

*IN QVAESTIONEM VII.*

QVÆSTIO VIII.

OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

*Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum ultra quadratum poteſtatem in duos eiuſdem nominis fas eſt diuidere cuius rei demonſtrationem mirabilem ſane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.*

QVÆSTIO IX.

- Από τα μέσα του $17^{ου}$ αι. η προ-μοντέρνα άλγεβρα γίνεται **παρωχημένη**.
- Μαζί και ο Διόφαντος ως αλγεβριστής.
- **Αναδύεται η μοντέρνα άλγεβρα και η Θεωρία Αριθμών**.
- **Γεννιέται νέο ενδιαφέρον για τον Διόφαντο, όχι πια ως αλγεβριστή αλλά ως αριθμοθεωρητικό**.