

Το μεταπτυχιακό μάθημα

### **Ιστορία των Μαθηματικών (Υ16)**

(Τετ. 18:00 - 21:00, Αίθ. Β)

προσφέρει μια επισκόπηση των πιο επιδραστικών μαθηματικών ιδεών που αναπτύχθηκαν από την αρχαιότητα έως και τους νεωτερικούς χρόνους στον ευρύτερο χώρο της Μεσογείου. Παράλληλα, εξετάζει τον ρόλο που διαδραμάτισαν οι κοινωνικοί, θεσμικοί και πολιτισμικοί παράγοντες στην εξέλιξη της μαθηματικής σκέψης και, αντιστρόφως, τους τρόπους με τους οποίους οι μαθηματικές ιδέες επηρέασαν την κοινωνία και τον πολιτισμό. Σε ιστοριογραφικό επίπεδο, στόχος του μαθήματος είναι να βοηθήσει τις φοιτήτριες και τους φοιτητές του ΙΦΕΤ να αναπτύξουν κριτική σκέψη ως προς τους τρόπους με τους οποίους κατανοείται και καταγράφεται η ιστορία των Μαθηματικών.

**Μ. Σιάλαρος (msialaros@phs.uoa.gr)**

<https://en-uoa-gr.academia.edu/MichalisSialaros>

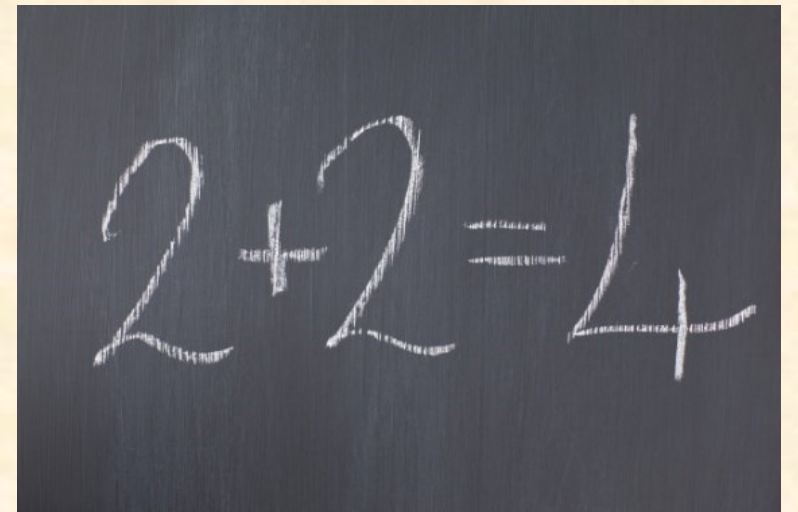
<https://www.ancientscienceportal.com>

[https://www.instagram.com/ancient\\_science\\_portal](https://www.instagram.com/ancient_science_portal)

## Two & Two (2011)



- Η μικρού μήκους ταινία που μόλις παρακολουθήσαμε εμπνέεται από το διάσημο μυθιστόρημα *1984* του G. Orwell.
- Τι ρόλο φαίνεται να παίζουν τα μαθηματικά εκεί;







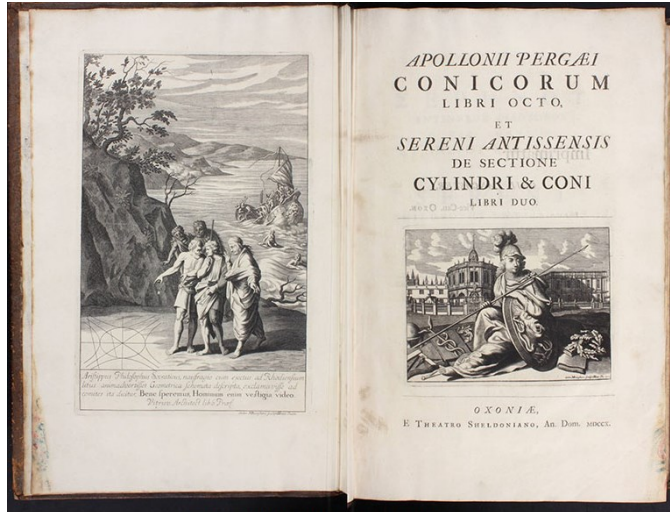
Υπήρχαν ανάλογες αντιλήψεις κατά την αρχαιότητα;

Λέγεται ότι ο Αρίστιππος, ο Σωκρατικός φιλόσοφος, όταν ναυάγησε σε μια ακτή της Ρόδου, παρατηρώντας ορισμένα γεωμετρικά σχήματα χαραγμένα πάνω στην άμμο, αναφώνησε στους συντρόφους του «Υπάρχει ελπίδα! Βλέπω ενδείξεις πολιτισμού!»

Βιτρούβιος, *De arc.* VI.1

Antonio Zucchi (1726–1796): *Aristippus and his Companions after being Shipwrecked seeing Mathematical Diagrams and realising the Land was inhabited*

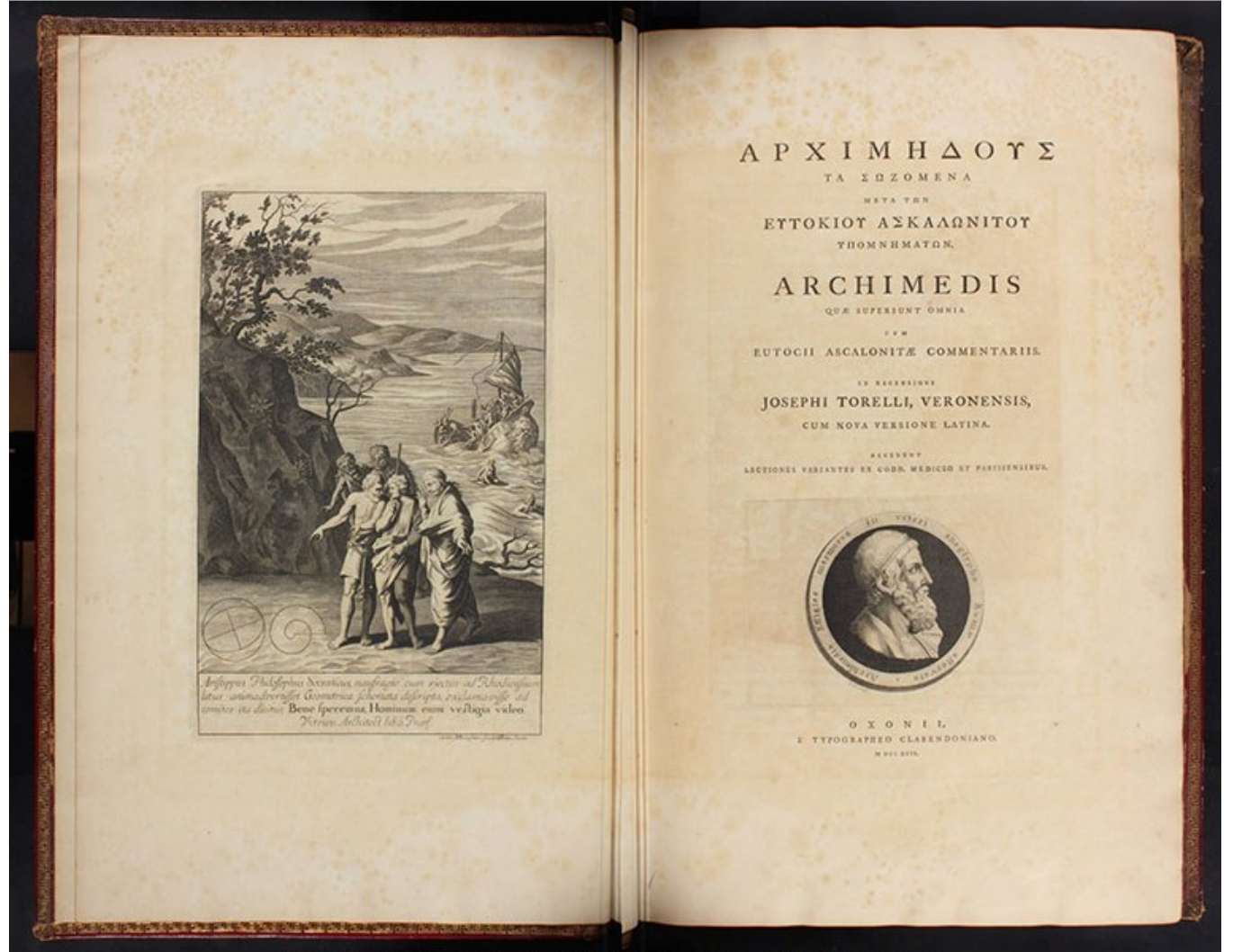




The frontispiece and title page of Apollonius, Conicorum, 1710 (Linda Hall Library)



The frontispiece and title page of Euclidis quæ supersunt omnia, ed. By David Gregory, 1703 (Linda Hall Library)



The frontispiece and title page of Archimedis quæ supersunt omnia, 1792 (Linda Hall Library)



Ερώτημα: Εκτός από βεβαιότητα, τι άλλο φαίνεται να προσφέρουν τα μαθηματικά;





ΠΥΘΑΓΟΡΑΣ.

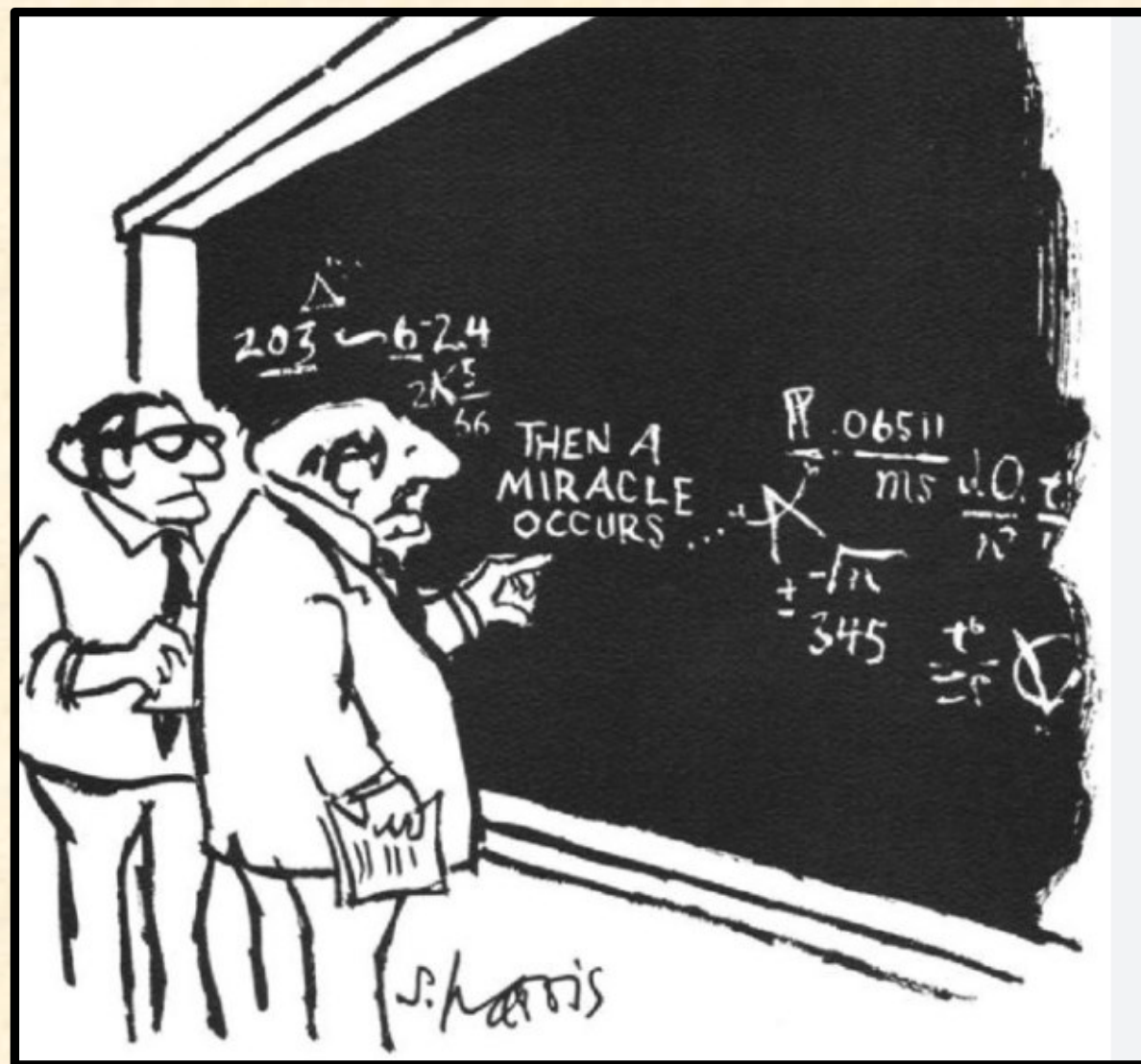
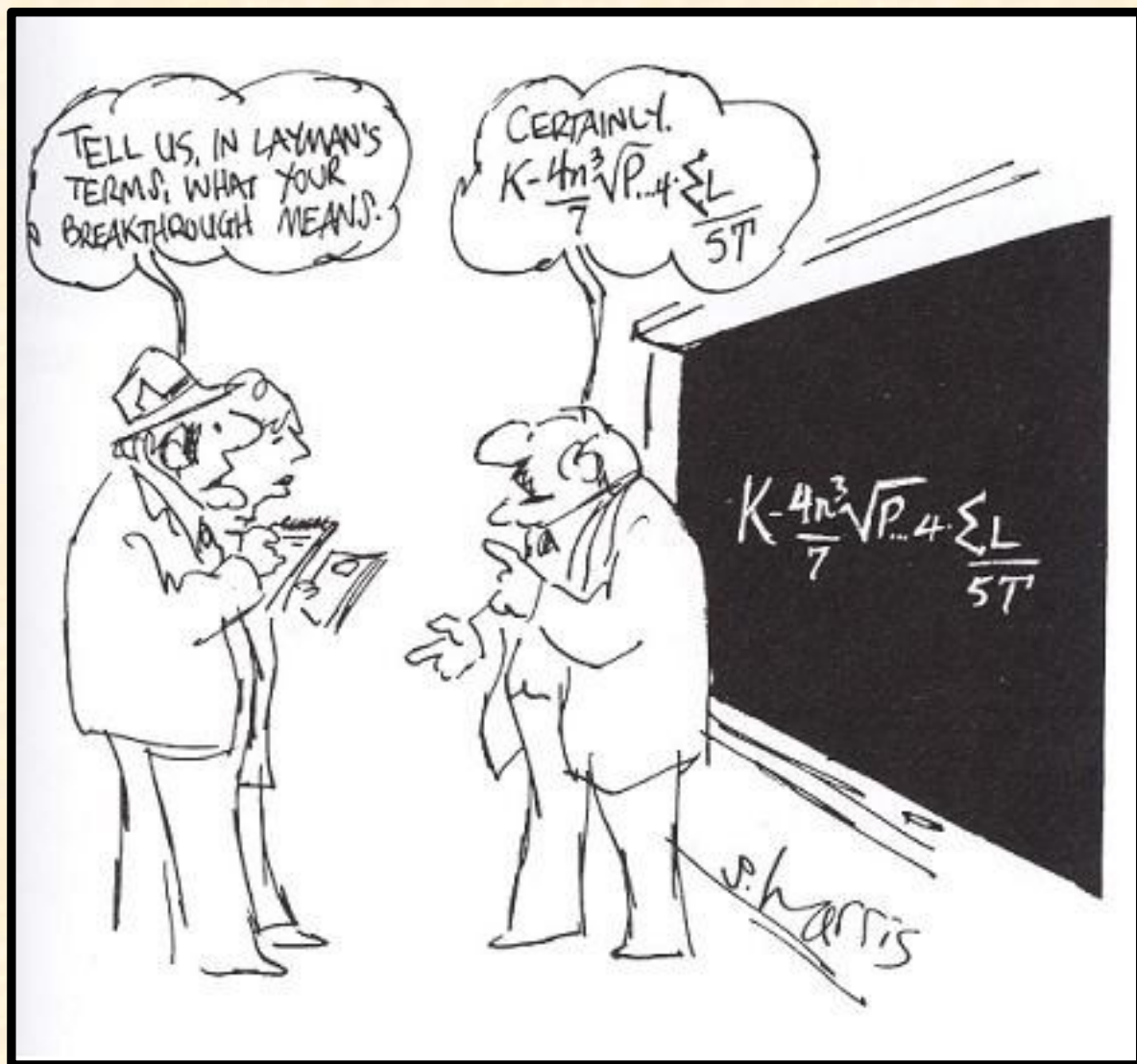
Η φυγή από τη Σάμο: το ανέκδοτο για τον πρώτο μαθητή  
του Πυθαγόρα

Ιάμβλιχος, *ΒΠ*5.21.1-5.25.3

«Αυτοί που γεύονται τα μαθηματικά, έχουν τη μοίρα  
των Λωτοφάγων. Όποιος δοκιμάσει τον λωτό αυτής  
της γνώσης δεν μπορεί πλέον να ζήσει χωρίς αυτόν.»

Ψευδο(;) - Ηλίας, *Εις Πορφ.* 28.27-31.



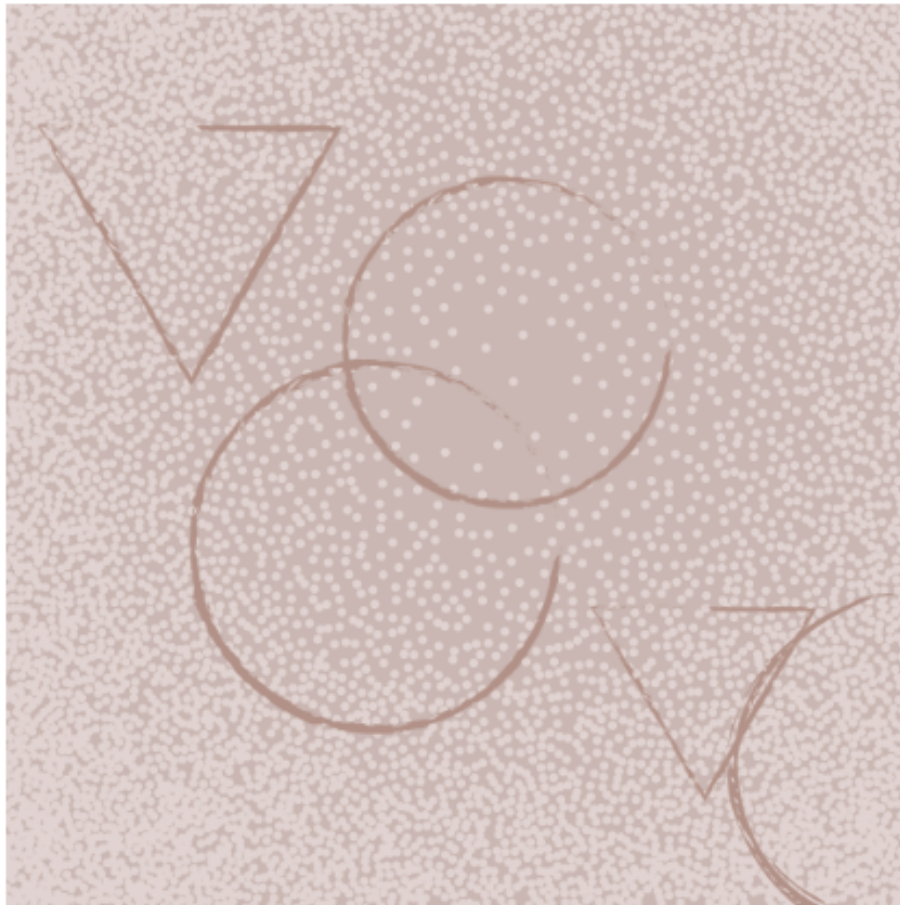




Θα ασχοληθούμε, δηλαδή, με την ιστορία ενός αντικειμένου το οποίο είναι

ταυτόχρονα

Χρήσιμο, πηγή βεβαιότητας, ένδειξη πολιτισμού, ελκυστικό,  
και  
ακαταλαβίστικο.



Το μεταπτυχιακό μάθημα

### **Ιστορία των Μαθηματικών (Υ16)**

(Τετ. 18:00 - 21:00, Αίθ. Β)

προσφέρει μια επισκόπηση των πιο επιδραστικών μαθηματικών ιδεών που αναπτύχθηκαν από την αρχαιότητα έως και τους νεωτερικούς χρόνους στον ευρύτερο χώρο της Μεσογείου. Παράλληλα, εξετάζει τον ρόλο που διαδραμάτισαν οι κοινωνικοί, θεσμικοί και πολιτισμικοί παράγοντες στην εξέλιξη της μαθηματικής σκέψης και, αντιστρόφως, τους τρόπους με τους οποίους οι μαθηματικές ιδέες επηρέασαν την κοινωνία και τον πολιτισμό. Σε ιστοριογραφικό επίπεδο, στόχος του μαθήματος είναι να βοηθήσει τις φοιτήτριες και τους φοιτητές του ΙΦΕΤ να αναπτύξουν κριτική σκέψη ως προς τους τρόπους με τους οποίους κατανοείται και καταγράφεται η ιστορία των Μαθηματικών.

**M. Σιάλαρος (msialaros@phs.uoa.gr)**

<https://en-uoa-gr.academia.edu/MichalisSialaros>  
<https://www.ancientscienceportal.com>  
[https://www.instagram.com/ancient\\_science\\_portal](https://www.instagram.com/ancient_science_portal)

Μέσο επικοινωνίας (υποχρεωτική εγγραφή): <https://eclass.uoa.gr/courses/PHS299/>



## Γενικές Πληροφορίες

### 1. Πρόγραμμα Μαθήματος

Θα βρείτε το πρόγραμμα του μαθήματος για το ακαδημαϊκό έτος 2023-2024, [εδώ](#).

### 2. Συμμετοχή

Θα πραγματοποιηθούν δεκατρείς τρίωρες διαλέξεις. Σύμφωνα με τον κανονισμό του ΙΦΕΤ, η παρουσία σε αυτές είναι υποχρεωτική.

### 3. Βιβλιογραφία


Θα βρείτε μια εισαγωγική βιβλιογραφία στο μάθημα, [εδώ](#).


### 4. Αξιολόγηση


Η τελική βαθμολογία καθορίζεται από την ενεργή συμμετοχή στις συζητήσεις, από τις παρουσιάσεις επιλεγμένων προπαρασκευαστικών κειμένων και από μία τελική γραπτή εξέταση.


## Ημερολόγιο

Οκτώβριος 2023						
Κυριακή	Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	1	2	3	4

 Προθεσμία

 Γεγονός μαθήματος

 Γεγονός συστήματος

 Προσωπικό γεγονός

# Πρόγραμμα μεταπτυχιακού μαθήματος

## «Ιστορία Μαθηματικών» (Υ16)

(Τετάρτες, 18:00 – 21:00, αίθουσα Β)

1.	4 Οκτ.	Εισαγωγή
2.	11 Οκτ.	Άβακες & Αριθμητικά Συστήματα
3.	18 Οκτ.	Προελληνικά Μαθηματικά
4.	1 Νοέ.	Φιλοσοφία και Μαθηματικά
5.	8 Νοέ.	Τα «Άλυτα» Προβλήματα των Ελληνικών Μαθηματικών
6.	15 Νοέ.	Μαθηματική Στοιχείωση
7.	22 Νοέ.	Ιστοριογραφικές Διαμάχες για τα Αρχαία Ελληνικά Μαθηματικά
8.	29 Νοέ.	Εφαρμογές των Μαθηματικών στον Αρχαίο Κόσμο
9.	6 Δεκ.	Η Γένεση της Άλγεβρας
10.	13 Δεκ.	Η Σχολιαστική Παράδοση της Ύστερης Αρχαιότητας
11.	20 Δεκ.	Τα Μαθηματικά των Μέσων Χρόνων
12.	10 Ιαν.	Τα μαθηματικά της Αναγέννησης
13.	17 Ιαν.	Επανάληψη



## Γενικές Πληροφορίες

### 1. Πρόγραμμα Μαθήματος

Θα βρείτε το πρόγραμμα του μαθήματος για το ακαδημαϊκό έτος 2023-2024, [εδώ](#).

### 2. Συμμετοχή

Θα πραγματοποιηθούν δεκατρείς τρίωρες διαλέξεις. Σύμφωνα με τον κανονισμό του ΙΦΕΤ, η παρουσία σε αυτές είναι υποχρεωτική.

### 3. Βιβλιογραφία


Θα βρείτε μια εισαγωγική βιβλιογραφία στο μάθημα, [εδώ](#).


### 4. Αξιολόγηση


Η τελική βαθμολογία καθορίζεται από την ενεργή συμμετοχή στις συζητήσεις, από τις παρουσιάσεις επιλεγμένων προπαρασκευαστικών κειμένων και από μία τελική γραπτή εξέταση.


## Ημερολόγιο

Οκτώβριος 2023						
Κυριακή	Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	1	2	3	4

 Προθεσμία

 Γεγονός μαθήματος

 Γεγονός συστήματος

 Προσωπικό γεγονός

# Γενική Βιβλιογραφία

(στα ελληνικά & αγγλικά)

1. Netz, Reviel (2022), *A New History of Greek Mathematics* (Cambridge: Cambridge University Press).
2. Robson, Eleanor and Stedall, Jacqueline (eds.) (2009), *The Oxford Handbook of the History of Mathematics* (Oxford: Oxford University Press).
3. Χριστιανίδης, Γιάννης (2003), *Θέματα από την Ιστορία των Μαθηματικών* (Ηράκλειο: ΠΕΚ).
4. Cuomo, Serafina (2007), *Αρχαία Μαθηματικά*, μτφ. Γ. Κουσουρέλος, (Αθήνα: Ενάλιος, *Ancient Mathematics* 2001).
5. Katz, Victor J. (2013), *Ιστορία των Μαθηματικών*, μτφ. Κ. Χατζηκυριάκου, (Ηράκλειο: ΠΕΚ, *A History of Mathematics* 1993).
6. Fauvel, John and Gray, Jeremy (eds.) (1987), *The History of Mathematics: An Open University Course Reader* (London: Palgrave Macmillan).
7. Boyer, Carl B. and Merzbach, Uta C. (1997), *Η Ιστορία των Μαθηματικών*, μτφ. Γ. Χριστιανίδης, (Αθήνα: Πνευματικός, *A History of Mathematics* 1986).
8. Neugebauer, Otto (1986), *Οι Θετικές Επιστήμες στην Αρχαιότητα*, μτφ. Χ. Ζερμπίνη & Ι. Αρζόγλου, (Αθήνα: ΜΙΕΤ, *The Exact Sciences in Antiquity* 1952).
9. Van der Waerden, Bartel L. (2000), *Η Αφύπνιση της Επιστήμης*, μτφ. Γ. Χριστιανίδης, (Ηράκλειο: ΠΕΚ, *Science Awakening* 1950).
10. Heath, Thomas L. (1921), *A History of Greek Mathematics*, 2 vols. (Oxford: Clarendon Press).



## **Λεξικό Αναφοράς**

### **1. Complete Dictionary of Scientific Biography 2007**

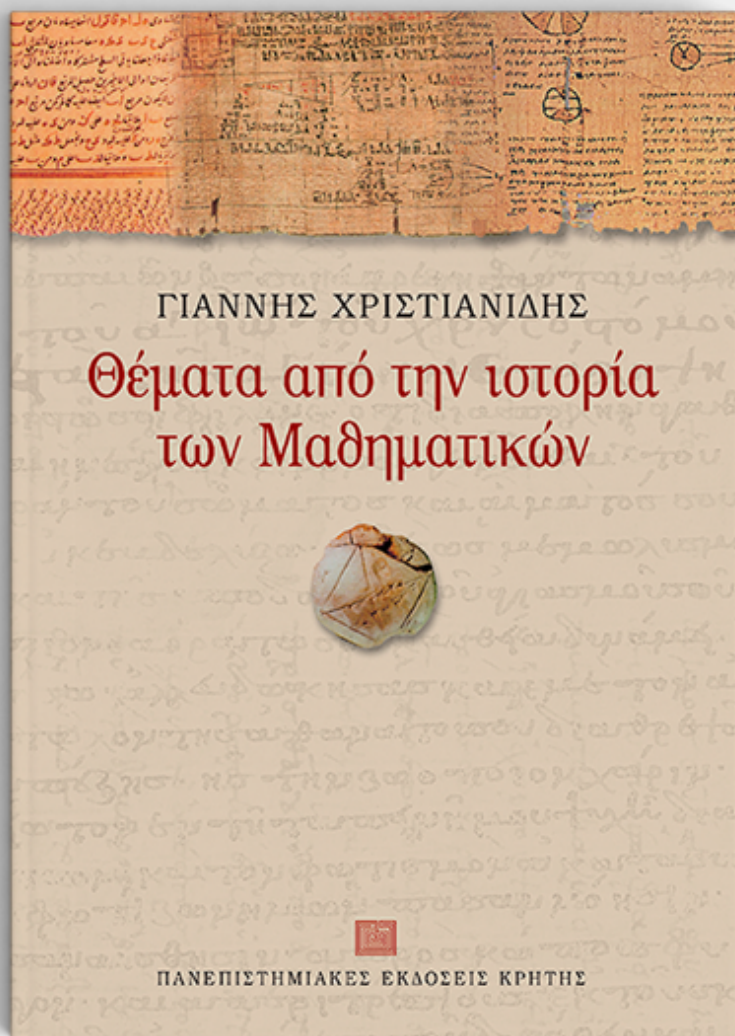
(Περιέχει (α) το Dictionary of Scientific Biography, edited by C. C. Gillispie 1970-1980 και (β) το New Dictionary of Scientific Biography, edited by N. Koertge 2007.).

## Βιβλιογραφικές Επιλογές

1. Imhausen, Annette (2016), *Mathematics in Ancient Egypt: a Contextual History* (Princeton: Princeton University Press).
2. De Young, Gregg (2009), 'Diagrams in ancient Egyptian geometry: Survey and assessment', *Historia Mathematica*, 36, 321–73.
3. Imhausen, Annette (2009), 'Traditions and myths in the historiography of Egyptian mathematics', in Eleanor Robson and Jacqueline Stedall (eds.), *The Oxford Handbook of the History of Mathematics* (Oxford: Oxford University Press), 781-800.
4. Abdulaziz, Abdulrahman A. (2008), 'On the Egyptian Method of Decomposing  $2/n$  into Unit Fractions', *Historia Mathematica*, 35 (1), 1-18.
5. Imhausen, Annette (2003), 'Egyptian Mathematical Texts and Their Contexts', *Science in Context*, 16 (3), 367-89.
6. Clagett, Marshall (1989-1999), *Ancient Egyptian Science*, 3 vols. (Philadelphia: American Philosophical Society).
7. Engels, Hermann (1977), 'Quadrature of the Circle in Ancient Egypt', *Historia Mathematica*, 4, 137-40.

ΓΙΑΝΝΗΣ ΧΡΙΣΤΙΑΝΙΔΗΣ

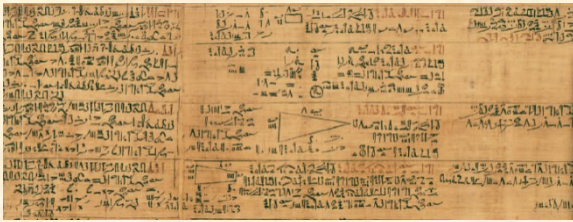
## ΘΕΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



Τα «Θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών» είναι ένα εισαγωγικό βιβλίο, σκοπός του οποίου είναι να παρουσιάσει στον αναγνώστη μερικά αντιπροσωπευτικά θέματα από την ιστορία των αιγυπτιακών, των βαβυλωνιακών και των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών. Το μαθηματικό υλικό που πραγματεύεται είναι αρκετά στοιχειώδες, ούτως ώστε το βιβλίο στο μεγαλύτερο μέρος του να είναι προσιτό ακόμα και στους μαθητές της τελευταίας τάξης του λυκείου. Βασικό μέλημα του συγγραφέα ήταν να αποφύγει τους αναχρονισμούς και τις ανιστορικές ερμηνείες και ανακατασκευές που χαρακτηρίζουν την παλαιότερη ιστοριογραφία των Μαθηματικών και να παρουσιάσει τα επιλεγμένα επεισόδια από τα μαθηματικά της αρχαιότητας με βάση την οπτική που έχει καθιερώσει η σύγχρονη ιστοριογραφία. Το βιβλίο απευθύνεται στους ιστορικούς των Μαθηματικών, στους ιστορικούς της επιστήμης, στους μαθητικούς, στους σπουδαστές των συναφών κλάδων και, ευρύτερα, στον καθένα ο οποίος έχει διδαχθεί τα μαθηματικά του λυκείου και ενδιαφέρεται για την ιστορία τους



# Χρονικό πλαίσιο



~1600 π.Χ.: Ο πάπυρος Rhind

«Έγκριτος λογισμός για να διεισδύεις στα πράγματα, για τη γνώση όλων των πραγμάτων, των μυστηρίων ... όλων των μυστικών».



529-534 μ.Χ.: Κλείσιμο της Σχολής των Αθηνών

«Την γεωμετρικήν τέχνην εκμανθάνειν και ασκείν δημοσία, ωφελεί. Η μαθηματική όμως τέχνη αξιόποινος ούσα απαγορεύεται.»  
*Ιουστινιάνειος Κώδ. IX 18.2*



1629 μ.Χ.: Καρτέσιος

«Η γνώμη μου όμως είναι πως αυτοί οι συγγραφείς απέκρυψαν με μια ολέθρια πανουργία, αυτή την επιστήμη· έκαμαν ό,τι κάνουν πολλοί τεχνικοί με τις εφευρέσεις τους: φοβήθηκαν μήπως, αν κοινοποιηθεί η μέθοδός τους, θεωρηθεί πως δεν έχει αξία, για τον λόγο ότι ήταν ευκολότατη και πάρα πολύ απλή.»

# Είδη κειμένων που περιέχουν μαθηματικά

- Μαθηματικά κείμενα. Να σημειωθεί ότι υπάρχουν πολλά διαφορετικά είδη μαθηματικών κειμένων.
- Μη μαθηματικά κείμενα που περιέχουν όμως ιστορικές πληροφορίες, αποσπάσματα, αναφορές κτλ. για μαθηματικές ιδέες, πρόσωπα και κείμενα. Μπορεί να είναι φιλοσοφικά, ιστορικά, λογοτεχνικά, κ.ά.
- Υπάρχουν κείμενα της καθημερινότητας που δεν έχουν ως στόχο να καταγράψουν κάποια μεγάλη ιδέα. Εκεί μέσα εμφανίζονται μαθηματικά ως απλό εργαλείο. Για παράδειγμα, σε μια απόδειξη, ένα συμβόλαιο κ.ά.

**Τι έχουμε χάσει από την μαθηματική παράδοση του παρελθόντος;**

**Προφορική παράδοση & ανακατασκευές**



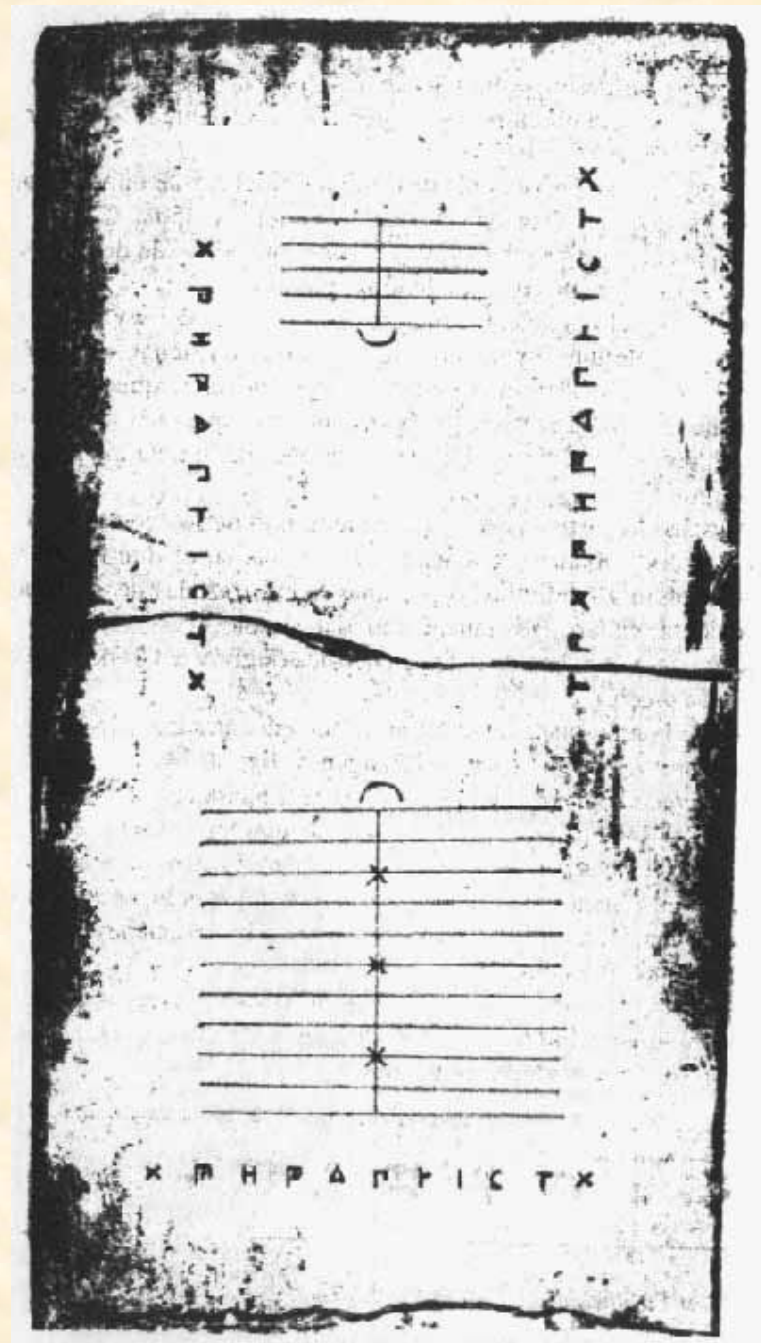
## Ο άβακας της Σαλαμίνας

- Τι είναι ο άβακας;

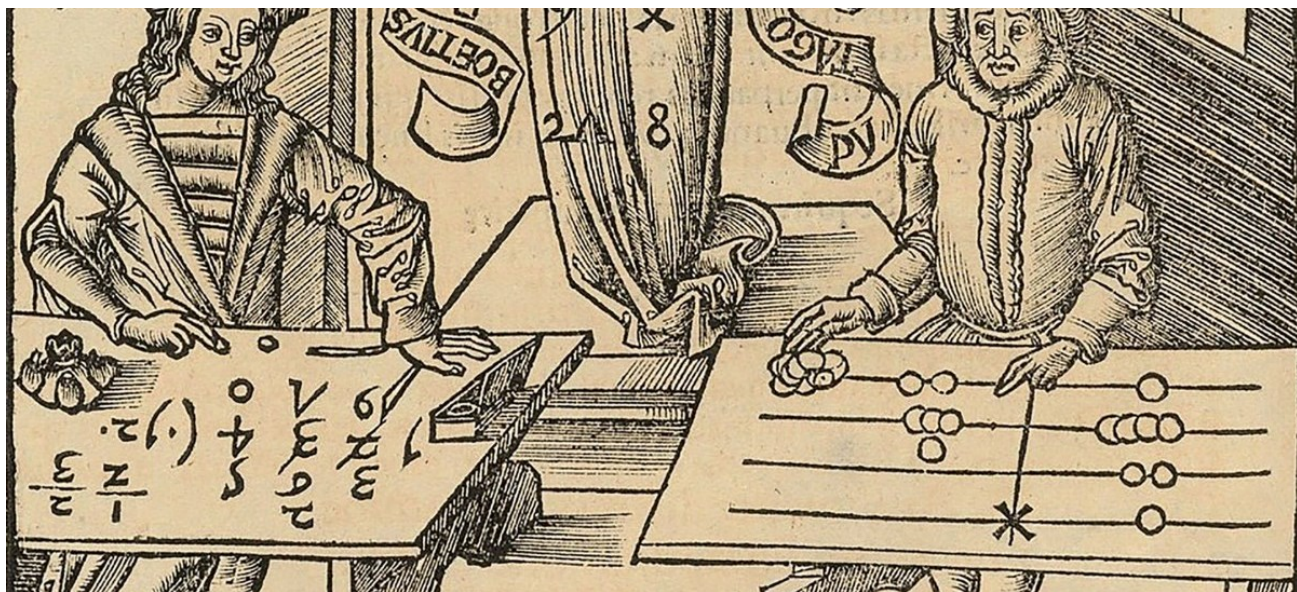
Ένα όργανο εκτέλεσης βασικών πράξεων (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση).

- Ο συγκεκριμένος βρέθηκε στη Σαλαμίνα και χρονολογείται τον 4<sup>ο</sup> αιώνα π.Χ.
- Σώζονται συνολικά 30 περίπου άβακες.
- Διαστάσεις: 150 εκ. μήκος και 75 εκ. πλάτος.

1 τάλαντο = 60 μνες  
1 μνα = 100 δραχμές  
1 δραχμή = 6 οβολοί  
1 οβολός = 8 χαλκούντες



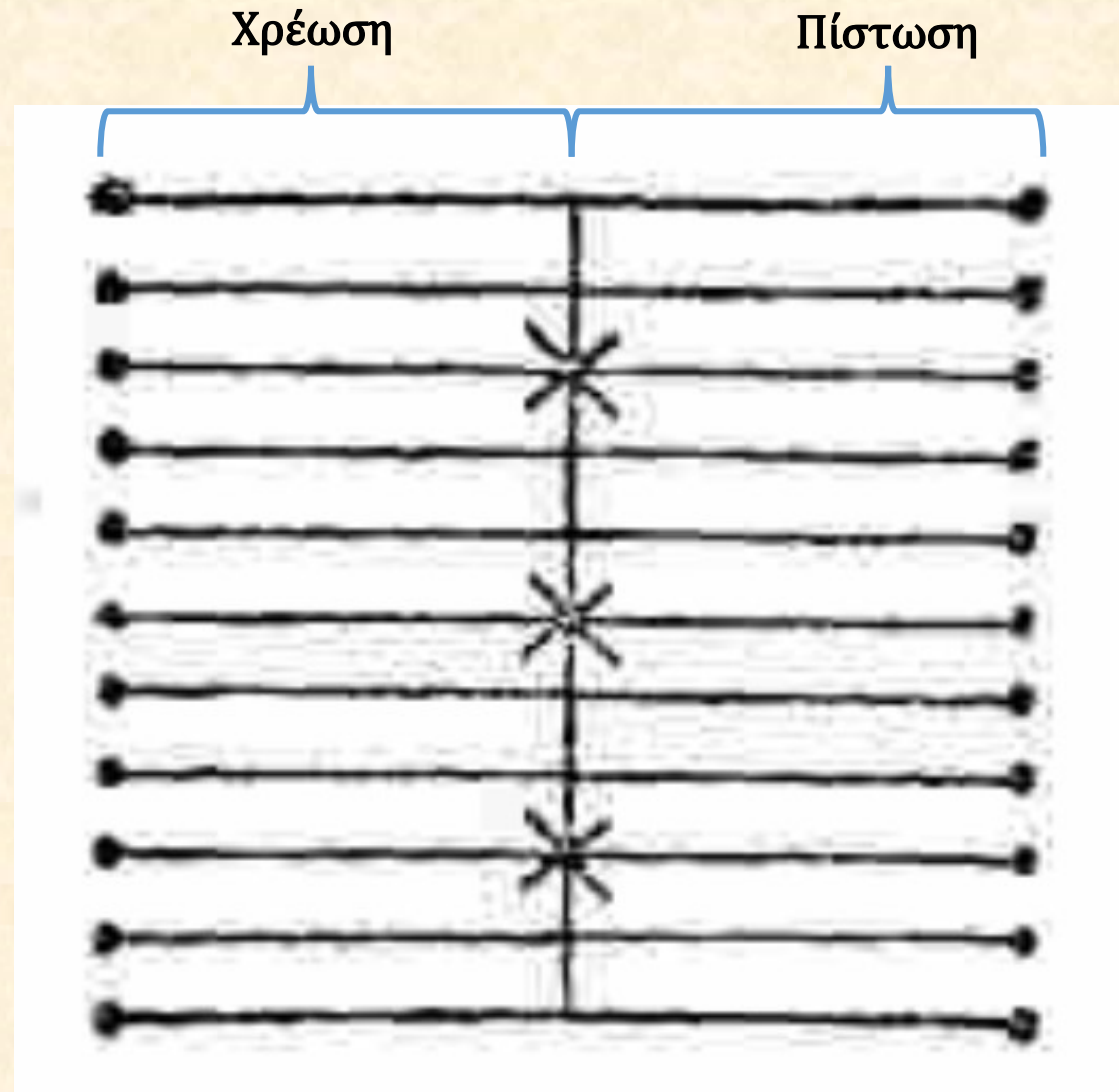






## Πως εκτελούνταν οι βασικές πράξεις με τον άβακα;

1. Οι χρεώσεις (-) καταχωρούνται αριστερά και οι πιστώσεις (+) δεξιά.
2. Τα πιόνια που βρίσκονται απέναντι διαγράφονται.
3. Στη συνέχεια, μετακινούμε κάποια πιόνια μίας εκ των δύο στηλών ώστε να δημιουργήσουμε αντίθετα.
4. Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να εξαφανιστούν όλα τα πιόνια είτε από τη στήλη των χρεώσεων είτε των πιστώσεων.
5. Στη συνέχεια απλοποιούμε τον αριθμό στον οποίον καταλήξαμε (για ευκολία στην ανάγνωση).





Στο 5ο βιβλίο των *Ιστοριών* (26.12.1–26.14.1) του Πολύβιου (2ος αι. π.Χ.) υπάρχει ένα εδάφιο που αναφέρεται στους «κόλακες» στις αυλές των βασιλέων (αυλικούς), οι οποίοι αλλάζουν τη γνώμη τους ανάλογα με τις επιθυμίες των τελευταίων. Τους παρομοιάζει με τους «ψήφους» (πεσσούς, πιόνια, μάρκες, χαλίκια) των αβακίων, η αριθμητική αξία των οποίων μεταβάλλεται όταν ο χρήστης του αβακίου τους μετακινεί από τη μία στήλη στην άλλη. Για παράδειγμα, ένα πιόνι όταν είναι στη μία στήλη έχει αξία, ας πούμε, 1 χαλκό, και όταν κανείς το τοποθετήσει σε μια άλλη στήλη η αξία του γίνεται 1 τάλαντο. (Το τάλαντο ήταν 288.000 φορές μεγαλύτερο του χαλκού)

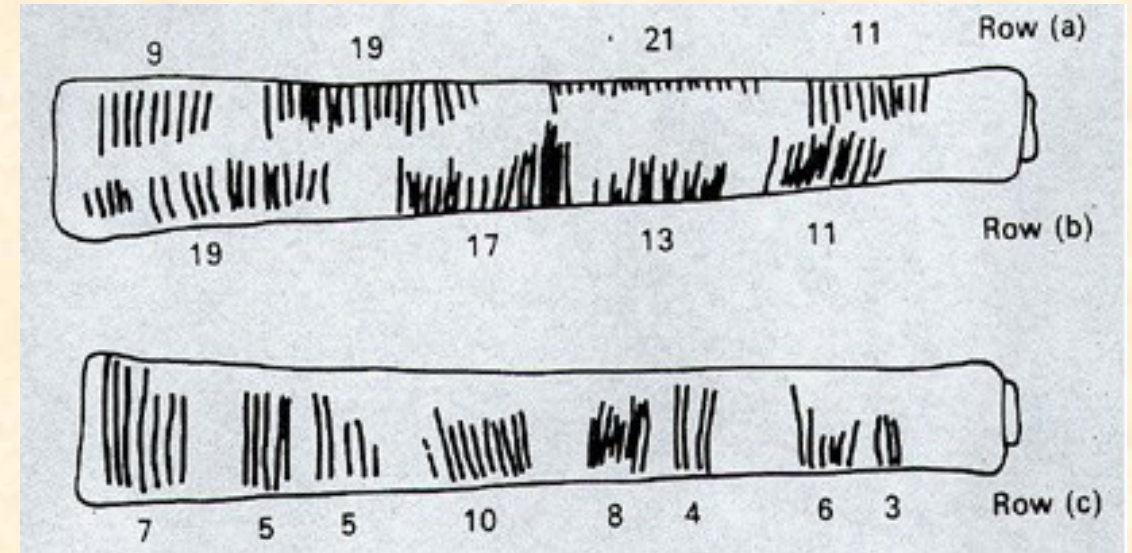
ὄντως γάρ εἰσιν οὗτοι παραπλήσιοι ταῖς ἐπὶ τῶν ἀβακίων ψήφοις· ἐκεῖναί τε γὰρ κατὰ τὴν τοῦ ψηφίζοντος βούλησιν ἄρτι χαλκοῦν καὶ παραυτικά τάλαντον ἰσχύουσιν, οἷ τε περὶ τὰς αὐλὰς κατὰ τὸ τοῦ βασιλέως νεῦμα μακάριοι καὶ παρὰ πόδας ἐλεεινοὶ γίνονται.

Πράγματι αυτοί [οι αυλικοί] είναι όπως τα πιόνια στα αβάκια, τα οποία, ανάλογα με τη βούληση εκείνου που λογαριάζει με αυτά, τη μια στιγμή αξίζουν 1 χαλκό και την αμέσως επόμενη 1 τάλαντο. Όπως ακριβώς και οι αυλικοί, που τη μια στιγμή τους μακαρίζουν και την άλλη, με ένα νεύμα του βασιλιά, τους θεωρούν ελεεινούς.

# Η θεμελιώδης έννοια των μαθηματικών είναι αυτή της αριθμητικής αναπαράστασης καταμέτρησης



Ishango Bone (Αφρική, ύστερη παλαιολιθική περίοδος περ. 20.000 π.Χ.)



Σημ. το διάγραμμα είναι ανάποδα σε σχέση με την εικόνα





Tokens (Μεσοποταμία, 8.000 - 4.000 π.Χ.)





Ένα αριθμητικό σύστημα αποτελείται από:



**Κάποια σύμβολα**

(πόσα είναι αυτά; Τι αξία έχουν; Κτλ.)

**Κάποιους κανόνες**

(παίζει ρόλο η θέση ενός συμβόλου; Κτλ.)

**Παραδείγματα αριθμητικών  
συστημάτων:**

Δεκαδικά Συστήματα

- Αιγυπτιακό
- Ελληνικά (Ακροφωνικό, Ιωνικό/Αλφαβητικό)
- Κινέζικο
- Ρωμαϊκό
- Ινδοαραβικό

Εξηκονταδικό Σύστημα

- Βαβυλωνιακό

# Αιγυπτιακό Αριθμητικό Σύστημα

1	
10	∩
100	9
1,000	☩
10,000	𐍎
100,000	𐍎𐍎
1,000,000	𐍎𐍎𐍎



= 3,244  
 = 21,237

= 249  
 = 12,125

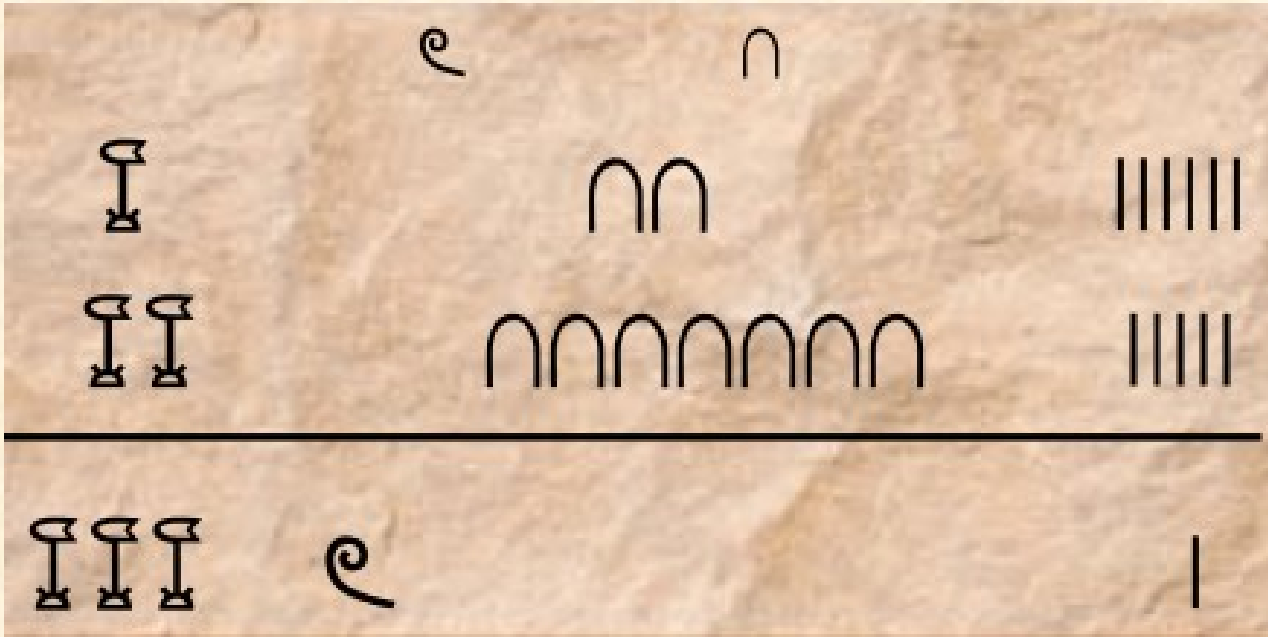
## Παρατηρήσεις:

- Ο προσανατολισμός των συμβόλων δεν παίζει ρόλο.
- Η διάταξη των συμβόλων ενός μεγάλου αριθμού δεν παίζει ρόλο.
- Ορισμένες φορές, κάποια σύμβολα παρουσιάζονται πεπλεγμένα (ανάλογα με την αισθητική προσέγγιση του δημιουργού — το ίδιο συμβαίνει και με τα υπόλοιπα ιερογλυφικά σύμβολα).



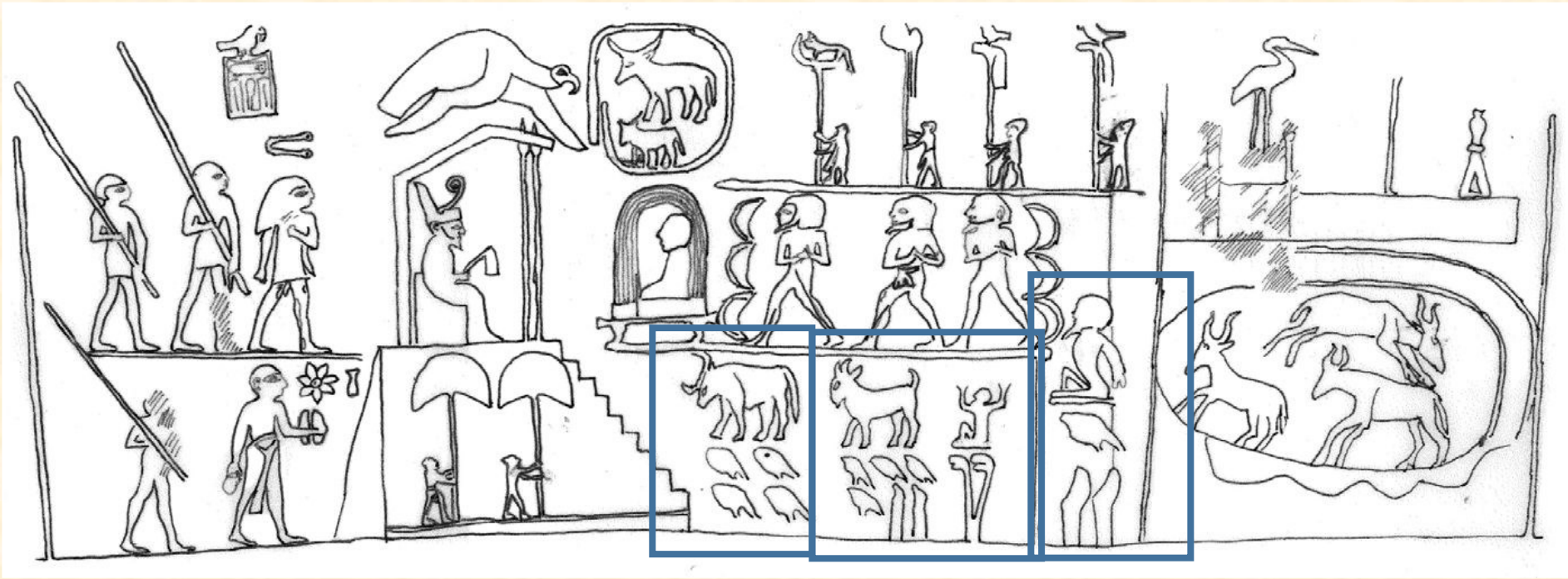


$$124 + 47 = 171$$












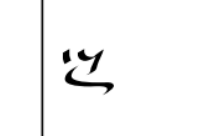
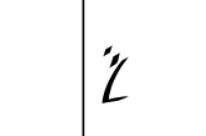
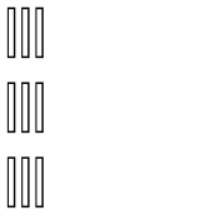



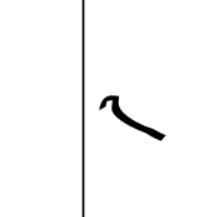





1	
10	∩
100	9
1,000	⌘
10,000	?
100,000	🍃
1,000,000	👤

400.000 (🍃) bulls, 1.422.000 (👤🍃🍃🍃🍃🍃) goats, and 120.000 (🍃🍃)



## Παρατηρήσεις:

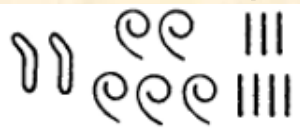
- Το αρχαίο αιγυπτιακό αριθμητικό σύστημα είναι δεκαδικό
- και μη-θεσιακό.
- Επειδή ακριβώς είναι ταυτόχρονα δεκαδικό και μη-θεσιακό, το σύστημα χρειάζεται να έχει διαφορετικά σύμβολα για κάθε δύναμη του αριθμού 10.
- Η έννοια του μηδενός ακόμα δεν υφίσταται.
- Το σύστημα δεν είναι στατικό αλλά εξελίσσεται με την πάροδο του χρόνου:

	Hieroglyphic	Old Kingdom	Kahun papyrus (Dyn. 12)	P. Louvre 3226 (Dyn. 18)	P. Harris (Dyn. 20)
6					
9					
300					

# Ασκήσεις

(1) Να γράψετε στα ιερογλυφικά τους αριθμούς (α) 25, (β) 787, (γ) 2136.

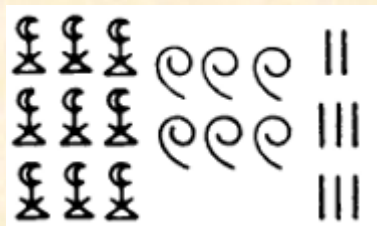

(2) Να αναγνωρίσετε τους παρακάτω αριθμούς:

(α) 

(β) 

(3)

Να κάνετε την πρόσθεση:

 και 

# Ελληνικά Αριθμητικά Συστήματα (Ακροφωνικό)

1 =	<del>21 = ΔΔ  </del>	40 = ΔΔΔΔ
2 =	22 = ΔΔ	41 = ΔΔΔΔ
3 =	25 = ΔΔ Π	45 = ΔΔΔΔ Π
4 =	26 = ΔΔ Π	46 = ΔΔΔΔ Π
5 = Π	27 = ΔΔ Π	50 = $\overline{ \Delta }$
6 = Π	30 = ΔΔΔ	51 = $\overline{ \Delta }$
7 = Π	31 = ΔΔΔ	55 = $\overline{ \Delta }$ Π
8 = Π	35 = ΔΔΔ Π	56 = $\overline{ \Delta }$ Π
9 = Π	36 = ΔΔΔ Π	60 = $\overline{ \Delta }$ Δ
10 = Δ	37 = ΔΔΔ Π	61 = $\overline{ \Delta }$ Δ

	⌐	Δ	⊠	Η	Ϡ	Χ
1	5	10	50	100	500	1000

65 = $\overline{ \Delta }$ ΔΠ	70 = $\overline{ \Delta }$ ΔΔ	80 = $\overline{ \Delta }$ ΔΔΔ	90 = $\overline{ \Delta }$ ΔΔΔΔ
66 = $\overline{ \Delta }$ ΔΠ	76 = $\overline{ \Delta }$ ΔΔ Π	86 = $\overline{ \Delta }$ ΔΔΔΠ	100 = Η

200 = ΗΗ	500 = $\overline{ \text{H} }$	600 = $\overline{ \text{H} }$ Η	700 = $\overline{ \text{H} }$ ΗΗ
1000 = Χ	2000 = ΧΧ	5000 = $\overline{ \text{X} }$	6000 = $\overline{ \text{X} }$ Χ
9000 = $\overline{ \text{X} }$ ΧΧΧΧ	10.000 = Μ	20.000 = ΜΜ	50.000 = $\overline{ \text{M} }$



X X ፱ H Δ Δ Γ I = 2626.

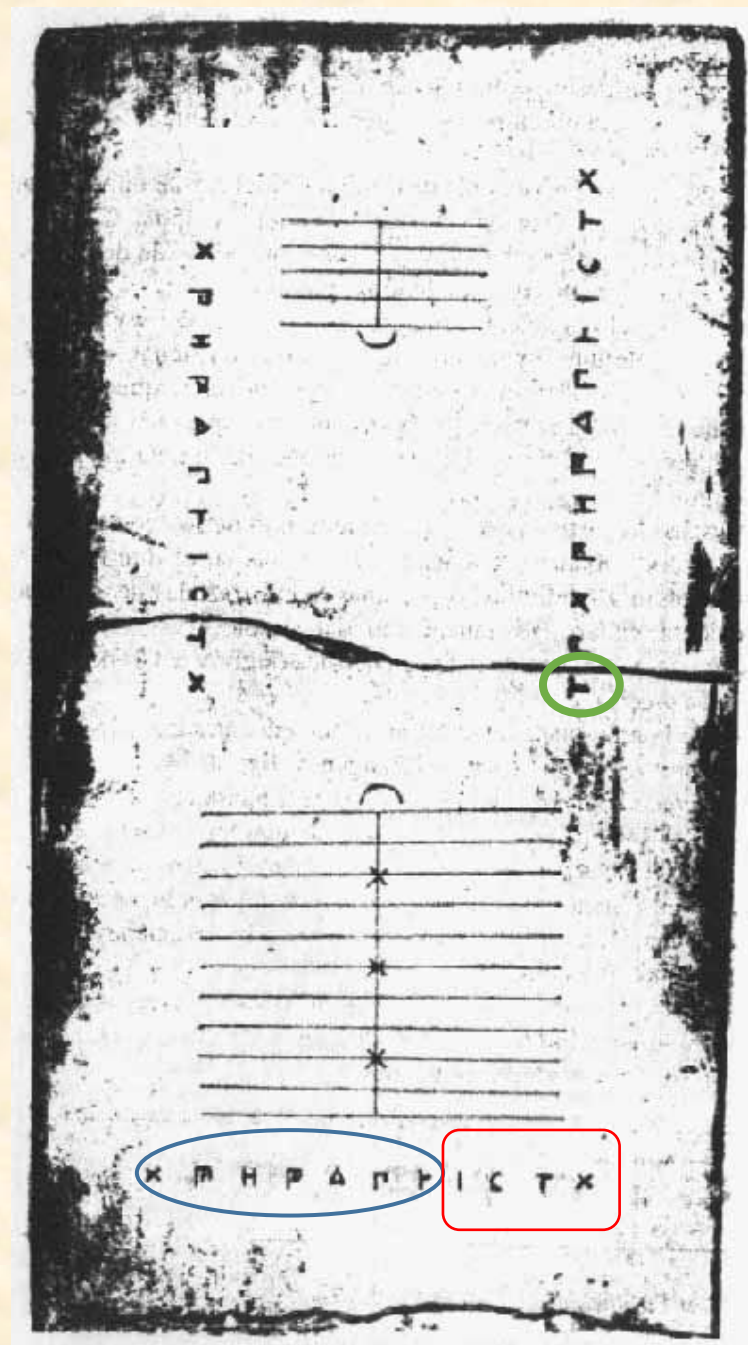
X X ፱ H Δ Δ Δ Δ Γ II = 2647

፳ ፱ H ፳ Δ Δ Γ III = 5678

X X X ፱ H H H Γ TT 3807

## Πλέον, είμαστε σε θέση να διαβάσουμε τον άβακα της Σαλαμίνας

- Μπορείτε εύκολα να αναγνωρίσετε τα ακροφωνικά σύμβολα για τους αριθμούς: 1000, 500, 100, 50, 10, 5, 1 (δραχμές)
- Τα επόμενα τέσσερα είναι τα σύμβολα για τη μονάδα μέτρησης των υποδιαϊρέσεων. Δηλαδή 1 οβολός, μισός οβολός, ένα τέταρτο του οβολού και μετά 1 χαλκός (δηλαδή ένα όγδοο του οβολού).
- Πάνω δεξιά βλέπετε ακόμα ένα σύμβολο, το τάλαντο (6000 δραχμές).



ΜΙΔΙΟΙ		ΣΕΛΥΜΒΡΙΑΝ
ΕΡΑΜΙΟΙ		
ΝΑΧΣΙΑΤΑ		
ΕΛΑΙΕΑ		
ΠΑΡΑΚΥΜΕΝΟΙ	ΗΗΗ	ΚΥΨΙΚΕΝ
ΔΗΡΗΜΑΡΑΘΕΣ	ΗΗΗ	ΠΡΟΚΟΝΝΕΣ
ΠΡΑΧΗΝΗ ΚΟΙΟΙ	ΔΔΗΗΗ	ΑΡΤΑΚΕ
ΕΛΑΙΒΟΙ		ΟΡΑΚΙΟΣΦΟ
ΗΗ	ΑΙΟΝΙΟΙ	ΗΗΗ
ΑΙΟΝΟΤΕΣ	ΔΗΗΗ	ΑΦΥΤΑΙ
ΔΗΗ	ΠΕΡΥΟΡΑΙΟΙ	Π
ΜΥΡΙΝΑΙΟΙ		ΝΕΟΠΟΛΙΤΑ
ΠΑΡΑΚΥΜΕΝΟΙ	ΔΗΗΗ	ΜΕΝΑΑΙΟΝ
ΔΔΗΗ	ΑΡΥΝΕΙΕΣ	ΠΗ
ΠΕΙΝΔΙΟΙ	ΔΗΗΗ	ΒΕΡΛΑΙΟΙ
ΚΑΡΓΑΟΟ	ΠΗΗΗ	ΟΡΑΜΒΑΙΟΙ
ΑΡΚΕΣΕΙΑ	Χ	ΜΕΝΑ
ΠΥΛΛΕΣ	ΔΗΗΗ	ΗΑΒΔ
ΚΑΜΙΡΕΣ		ΝΕΟΡΕ
ΙΕΛΥΣΙΟΙ	ΗΗΗ	ΠΑΡΑΝ
ΚΑΛΥΔΝΙΟΙ	ΔΗΗΗ	ΑΚΑΝΟΙΟ
ΛΙΝΔΙΟΙ	ΠΗ	ΕΤΑΛΙΡΙΑ
ΠΕΔΙΕΣ	ΗΗΗΗ	ΤΟΡΟΝΑΙΟΙ
ΕΛΛΙΝΔΟ	ΔΔΠ	ΣΚΙΟΝΑΙΟΙ
ΧΑΛΚΕΑΤΑΙ	ΗΗΗ	ΙΚΙΟΙ
ΧΑΛΚΕΑΤΑΙ	ΔΔΗΗΗ	ΔΙΝΕΑΤΑΙ
ΕΠΙΦΟΡΑΣ	ΗΗΗ	ΟΛΟΦΥΧΕ
ΧΕΡΡΟΝΕΣΙΟΙ	ΠΗΗΗ	ΠΕΠΑΡΕ
		ΕΡΑ
		ΟΑΣ
		ΑΙΛΑ
		ΔΙΚΑ
		ΠΑΡΑΗ
		ΑΙΣΟΝΙΟΙ



# Ελληνικά Αριθμητικά Συστήματα (Ιωνικό ή Αλφαβητικό)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ς
100	200	300	400	500	600	700	800	900
ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	π

Για μεγαλύτερους αριθμούς

1000	2000	3000	4000
,α	,β	,γ	,δ

$M = 2 \times 10.000 = 20.000,$

ατνθ  
M =

$$1359 \times 10.000 = 13.590.000.$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$	$\varsigma$	$\zeta$	$\eta$	$\theta$
10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\iota$	$\kappa$	$\lambda$	$\mu$	$\nu$	$\xi$	$\omicron$	$\pi$	$\rho$
100	200	300	400	500	600	700	800	900
$\sigma$	$\tau$	$\upsilon$	$\varphi$	$\chi$	$\psi$	$\omega$	$\pi$	

$$\begin{aligned}
\iota\gamma (= \overline{\iota\gamma} = \iota\gamma') &= \quad \xi\epsilon = \quad \sigma\lambda\zeta = \quad \tau\alpha = \\
,\gamma\psi\lambda\eta &= \quad ,\epsilon\eta = \quad \overset{\lambda\eta}{M}, \alpha\varphi\omicron\delta = \quad
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\iota\gamma (= \overline{\iota\gamma} = \iota\gamma') &= 13, & \xi\epsilon &= 65, & \sigma\lambda\zeta &= 237, & \tau\alpha &= 301, \\
,\gamma\psi\lambda\eta &= 3738, & ,\epsilon\eta &= 5008, & \overset{\lambda\eta}{M}, \alpha\varphi\omicron\delta &= 381,574.
\end{aligned}$$

# Ασκήσεις

1 Write the following numbers in Ionic notation:

(a) 23

(b) 107

(c) 227

(d) 8256

(e) 769,305

(f)  ~~$\frac{3}{5}$~~

(g)  ~~$\frac{21}{21}$~~

(h)  ~~$\frac{528}{507}$~~

2 Write the following numbers in modern notation:

(a) λε

(b) κα

(c) φξς

(d) ,εχοη

(e)  $\begin{matrix} \pi\epsilon \\ M, \sigma\pi\gamma \end{matrix}$

(f)  $\begin{matrix} \tau\kappa\theta \\ M, \delta\eta \end{matrix}$

(g) ~~λ'ε''~~

(h) ~~δ'ε''θ''~~

(i) ~~υα~~

(j)  ~~$\frac{\omega\pi\gamma}{\lambda\delta}$~~

3 Add:

(a) κα

(b) ,αχξθ

υξα

ε

οε

M,εφλβ



# Ρωμαϊκό Αριθμητικό Σύστημα



- Παρατηρήστε ότι το ρωμαϊκό σύστημα παρουσιάζει πολλές ομοιότητες με το ελληνικό ακροφωνικό.
- Μία βασική διαφορά σχετίζεται με τους αριθμούς πρίν από το 5, το 10, το 50, το 100 κτλ. Δηλαδή τους αριθμούς 4, 9, 40, 90 κτλ.
- Αυτοί απεικονίζονται ως αφαίρεση. Δηλαδή, αντί 4 (IIII) έχουμε 5-1 (IV) (ή πιο σωστά «1 πριν το 5»). Αντίστοιχα, το 90 δεν είναι **LXXXX** αλλά **XC**.
- **Προσοχή:** το 49 δεν είναι **IL** αλλά **XLIX**.

I II III IV V  
1 2 3 4 5

VI VII VIII IX X  
6 7 8 9 10

L C D M  
50 100 500 1000



<b>I</b>	<b>1</b>
II	2
III	3
IV	4
<b>V</b>	<b>5</b>
VI	6
VII	7
VIII	8
IX	9
<b>X</b>	<b>10</b>
XI	11
XII	12
XIII	13
XIV	14
XV	15
XVI	16
XVII	17
XVIII	18
XIX	19
XX	20

XXI	21
XXII	22
XXIII	23
XXIV	24
XXV	25
XXVI	26
XXVII	27
XXVIII	28
XXIX	29
XXX	30
XXXI	31
XXXII	32
XXXIII	33
XXXIV	34
XXXV	35
XXXVI	36
XXXVII	37
XXXVIII	38
XXXIX	39
XL	40

XLI	41
XLII	42
XLIII	43
XLIV	44
XLV	45
XLVI	46
XLVII	47
XLVIII	48
XLIX	49
<b>L</b>	<b>50</b>
LI	51
LII	52
LIII	53
LIV	54
LV	55
LVI	56
LVII	57
LVIII	58
LIX	59
LX	60

LXI	61
LXII	62
LXIII	63
LXIV	64
LXV	65
LXVI	66
LXVII	67
LXVIII	68
LXIX	69
LXX	70
LXXI	71
LXXII	72
LXXIII	73
LXXIV	74
LXXV	75
LXXVI	76
LXXVII	77
LXXVIII	78
LXXIX	79
LXXX	80

LXXXI	81
LXXXII	82
LXXXIII	83
LXXXIV	84
LXXXV	85
LXXXVI	86
LXXXVII	87
LXXXVIII	88
LXXXIX	89
XC	90
XCI	91
XCVI	92
XCIII	93
XCIV	94
XCV	95
XCVI	96
XCVII	97
XCVIII	98
XCIX	99
<b>C</b>	<b>100</b>
<b>D</b>	<b>500</b>
<b>M</b>	<b>1000</b>



# Ρωμαϊκό Αριθμητικό Σύστημα

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

**Μέθοδος Ανάγνωσης:** Κοιτάζουμε τα δύο πρώτα σύμβολα και τα συγκρίνουμε. Αν το πρώτο είναι μεγαλύτερο ή ίσο, τότε το διαβάζουμε μόνο του. Αν είναι μικρότερο, τότε διαβάζουμε και τα δύο σύμβολα μαζί. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία μέχρι να εξαντληθεί ο αριθμός. Στο τέλος, κάνουμε την πρόσθεση όλων των αριθμών που διαβάσαμε.

XIX = 19

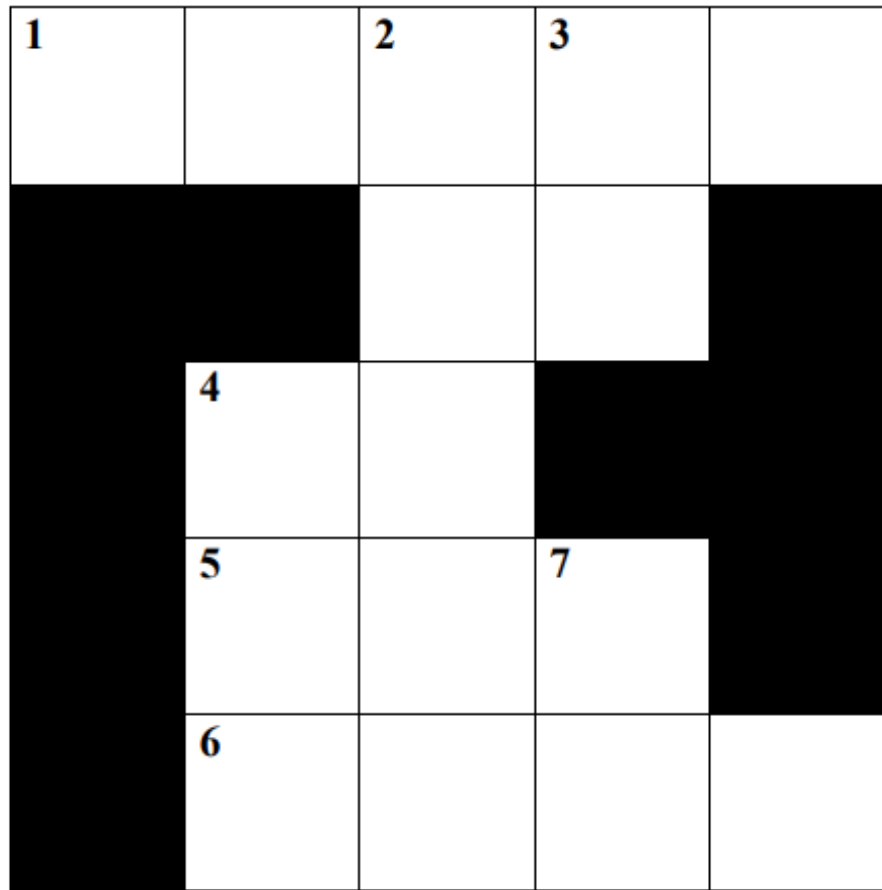
LIV = 54

CXLVII = 147

CDXCI = 491

MXV = 1015

MCMLXXVI = 1976



K6Math.com

**Across**

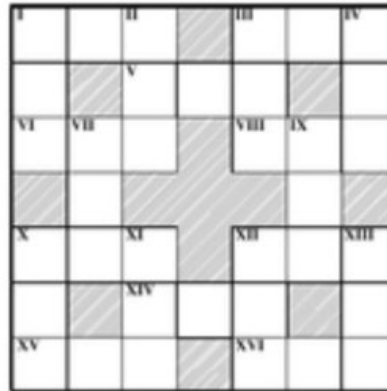
1. 32
4. XXII - XI
5. Fourteen
6.  $100 - 92 =$

**Down**

2.  $15 + 8 =$
3.  $L - XLVIII =$
7.  $49 - 43 =$

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

## Crossnumber Puzzle Roman Numerals I



**I = 1   V = 5   X = 10   L = 50   C = 100   D = 500   M = 1000**

### Clues Across

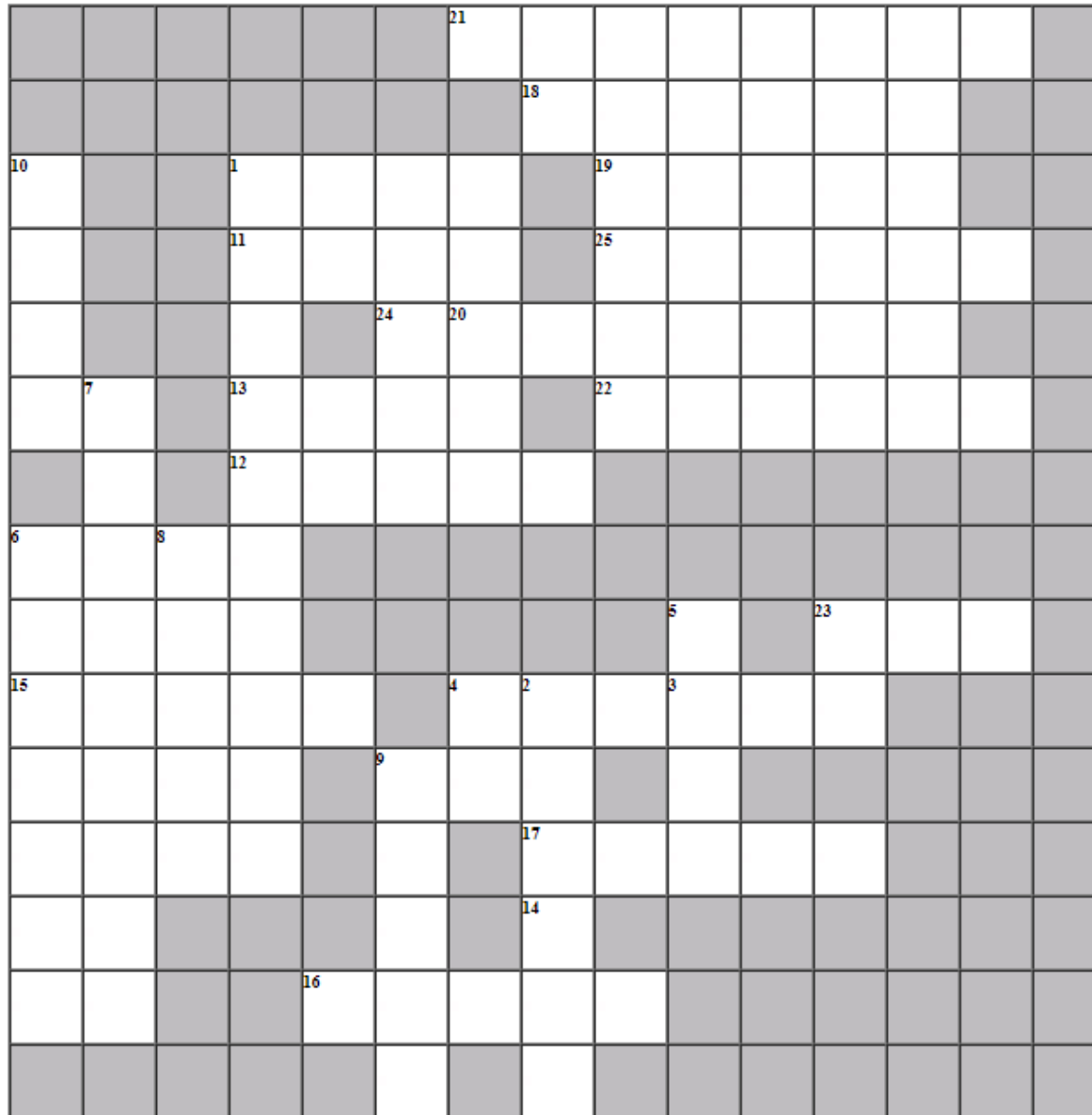
- I**   XXXII – XIII  
**III**   VII × XX  
**V**   CLXXXI – CXL  
**VI**   XXVII ÷ IX  
**VIII**   CCC ÷ X  
**X**   CVI – XLVII  
**XII**   XLIX + LV  
**XIV**   CXXXV ÷ III  
**XV**   II × II × II × II  
**XVI**   CCCVI – CCCIII

### Clues Down

- I**   CXLIV ÷ XII  
**II**   LXVIII – XLVII  
**III**   LXX + XXXIX  
**IV**   CXVIII ÷ II  
**VII**   CI – XCVIII  
**IX**   VII × XIII  
**X**   XX + XXV + XXV  
**XI**   III × VII  
**XII**   CDXXIV ÷ IV  
**XIII**   CCCI ÷ XLIII



# Για εξάσκηση στο σπίτι



## Down

1. XLV + DCCXXXVIII =
2. CMI - DCXLIV =
3. VI + LIX =
4. XXXIV + CDLXXI =
5. five hundred sixty-five =
6. 324 =
7. DCCCXCII + CCCLXXXI =
8. four hundred forty-one =
9. DLXXV - CCCLIV =
10. 251 =

## Across

1. five hundred fifty-four =
4. 649 =
11. three hundred five =
12. CMXXVIII - DCCCXXXV =
13. 69 =
14. five =
15. one hundred twenty-two =
16. 517 =
17. CDXLIII - CCCLXXVI =
18. DCLXXIX + CMXXIV =
19. 991 =
20. DCLXXI - CDXC =
21. CCLXXXIV + CXCIII =
22. DCXLIX - CCCLIII =
23. CCCLVI - CCXLI =
24. 684 =
25. DXL - DXII =


						C	D	L	X	X	V	I	I	
							M	D	C	I	I	I		
C			D	L	I	V		C	M	X	C	I		
C			C	C	C	V		X	X	V	I	I	I	
L			C		D	C	L	X	X	X	I	V		
I	M		L	X	I	X		C	C	X	C	V	I	
	C		X	C	I	I	I							
C	C	C	X											
C	L	D	X						D		C	X	V	
C	X	X	I	I		D	C	X	L	I	X			
X	X	L	I		C	V	C		X					
X	I	I	I		C		L	X	V	I	I			
I	I				X		V							
V	I			D	X	V	I	I						
					I		I							

Για να εξασκηθείτε στο ρωμαϊκό σύστημα, μπορείτε να κατεβάσετε στο κινητό σας τη δωρεάν εφαρμογή ["ROMAN NUMERALS"](#) και να λύσετε τις ασκήσεις.

# Βαβυλωνιακό Αριθμητικό Σύστημα

Στο βαβυλωνιακό σύστημα έχουμε μόνο δύο σύμβολα:

 1

 10



Έτσι, οι αριθμοί μέχρι το 59 γράφονται πολύ εύκολα:

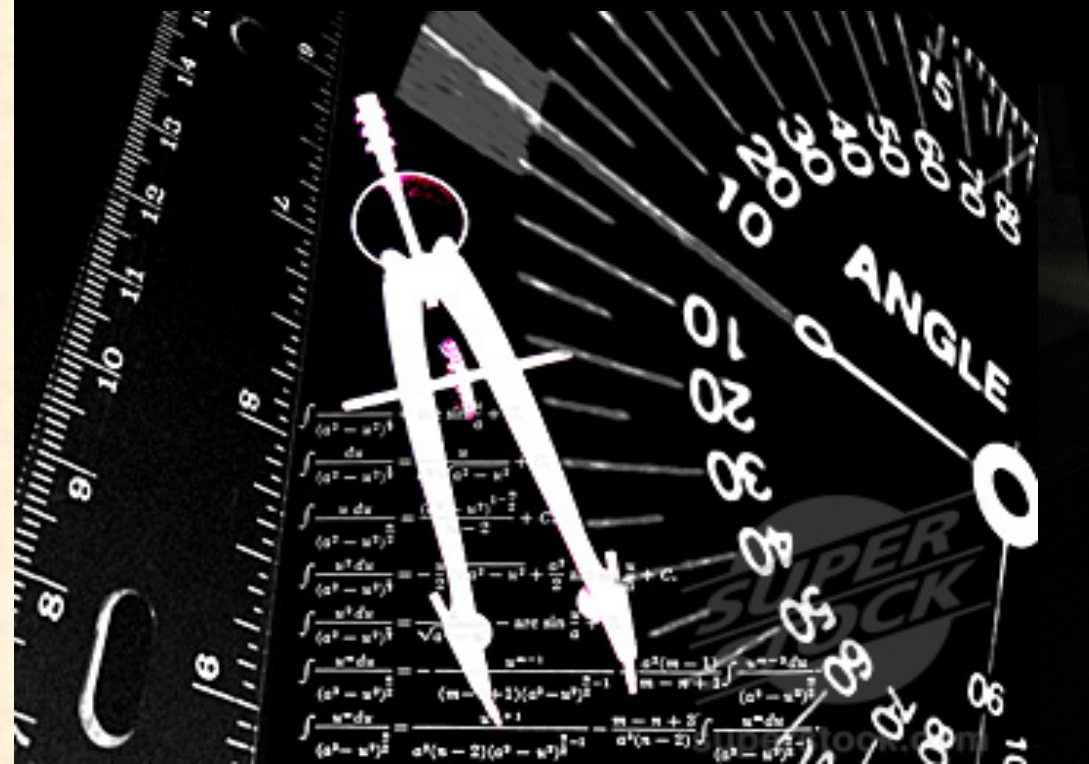
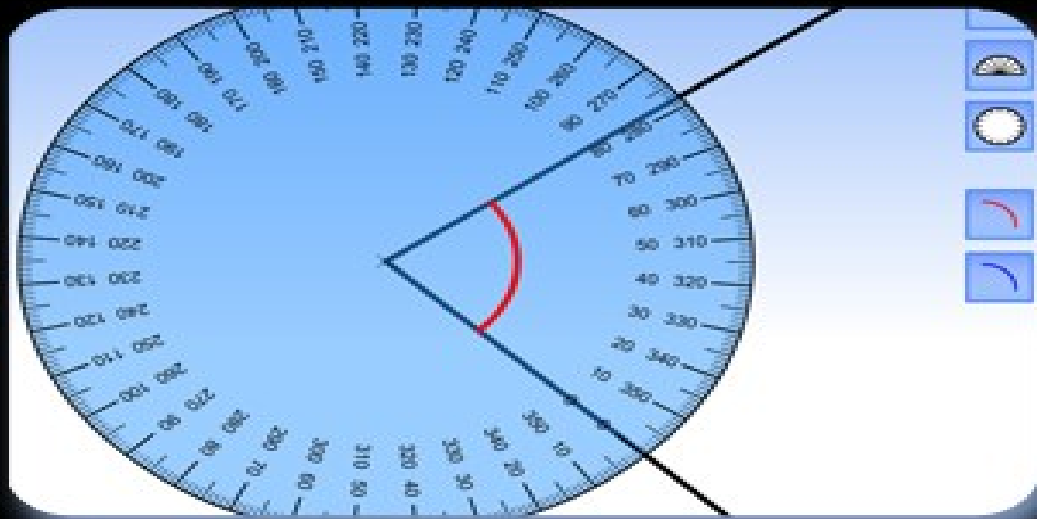
ϝ 1	Ϡ 11	ϡ 21	ϣ 31	Ϥ 41	ϥ 51
Ϟ 2	ϟ 12	Ϡ 22	ϡ 32	Ϣ 42	ϣ 52
ϛ 3	Ϝ 13	ϝ 23	Ϟ 33	ϟ 43	Ϡ 53
ϡ 4	Ϣ 14	ϣ 24	Ϥ 34	ϥ 44	Ϧ 54
ϣ 5	ϣ 15	Ϥ 25	ϥ 35	Ϧ 45	ϧ 55
Ϥ 6	Ϥ 16	ϥ 26	Ϧ 36	ϧ 46	Ϩ 56
ϥ 7	ϥ 17	Ϧ 27	ϧ 37	Ϩ 47	ϩ 57
Ϧ 8	Ϧ 18	ϧ 28	Ϩ 38	ϩ 48	Ϫ 58
ϧ 9	ϧ 19	Ϩ 29	ϩ 39	Ϫ 49	ϫ 59
Ϩ 10	Ϩ 20	ϩ 30	Ϫ 40	ϫ 50	

**Μέθοδος Ανάγνωσης:** Πρώτα αναγνωρίζω σε ποια θέση είμαι. Μετά διαβάζω τον αριθμό. Αν είμαι στη μηδενική θέση ο αριθμός είναι ως έχει. Αν είμαι μια θέση αριστερά, ο αριθμός πολλαπλασιάζεται με το 60. Αν είμαι δύο θέσεις αριστερά, ο αριθμός πολλαπλασιάζεται με το 3600 (60 επί 60). Αντίστοιχα, αν είμαι δεξιά, διαιρώ με τους ίδιους αριθμούς.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
∟	∏	∏∏	∏∏∟	∏∏∏	∏∏∏∏	∏∏∏∏∟	∏∏∏∏∏	∏∏∏∏∏∏
10	11	12	20	30	40	50	59	
<	<∟	<∏	<<	<<<	<<<∟	<<<∏	<<<∏∏∏	<<<∏∏∏∏

















ПН ВТ СР ЧТ ПТ СБ ВС






10:34:56







					
one	two	three	ten	twelve	twenty
					
sixty	sixty-five	one hundred	one hundred twenty		
					
one hundred thirty-four	six hundred two				
					
seven hundred	thirty-six hundred	thirty-seven hundred			

<i>Δεκαδική ἀναγραφή</i>	<i>Ἑξηταδική ἀναγραφή</i>	<i>Βαβυλωνιακή ἀναγραφή</i>
63	1,3	
132	2,12	
1547	25,47	
$2\frac{1}{2} = 2\frac{30}{60}$	2:30	
$\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$	0:45	

# Ασκήσεις

↖ ↖    ∨ ∨ ∨  
↖ ↖ ↖ ∨ ∨ ∨ ∨

$$= 57$$

↖ ↖    ↖ ↖

$$= 20 \cdot 60 + 20$$

∨ ∨    ∨ ∨    ↖ ∨

$$= 2 \cdot 60^2 + 2 \cdot 60 + 21 = 7,331$$

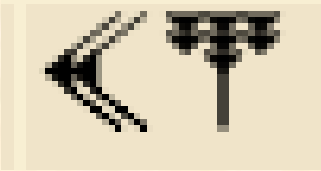
$$1, 2; 3 = 62 + 3/60$$

$$10; 20,40 = 10 + 20/60 + 40/3600$$

$$0; 1, 3 = 1/60 + 3/3600$$

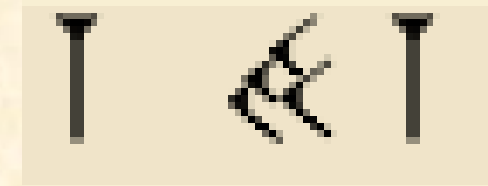
$$3 \frac{1}{2} = 3; 30$$

$$27 =$$



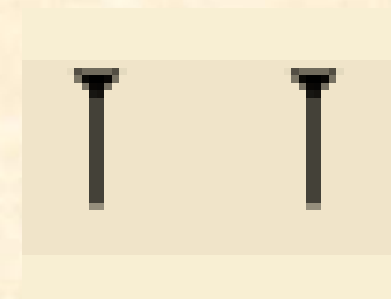
$$\frac{2}{5} = 0; 24$$

$$101 =$$



$$0.1 = 0; 6$$

$$3660 =$$



$$\frac{1}{9} = ?$$

$$\frac{400}{3600} = 0; 6, 40$$



## Παρατηρήσεις:

- Το αρχαίο βαβυλωνιακό αριθμητικό σύστημα είναι εξηκονταδικό
- και θεσιακό.
- Το σύστημα χρησιμοποιεί μόνο δύο σύμβολα.
- Η έννοια του μηδενός δεν υπάρχει (σημ. στην ύστερη περίοδο του συστήματος εμφανίζεται ένα σύμβολο που φέρει μερικές ιδιότητες του μηδενός).