

ΠΜΣ ΛΦΕΤ
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ "ΛΟΓΙΚΗ"
2/7/2025

Θέμα 1^ο: Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο "ρήθωσης ψευθοποίησης", να εξετάσετε αν είναι ή όχι ταυτολογία ο προτασιακός τύπος

$$(q \wedge r) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q) \quad (1,5 \text{ μολ.})$$

Θέμα 2^ο: Χρησιμοποιώντας νόμους της προτασιακής λογικής, να απλοποιήσετε τον ακόλουθο προτασιακό τύπο

$$[(p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)] \vee (\neg p) \quad (1,5 \text{ μολ.})$$

Θέμα 3^ο: Να κατασκευάσετε δύο τυπικές αποδείξεις εγκυρότητας για την ακόλουθη επιχειρηματική μορφή

$$(r \wedge s) \vee (p \wedge q)$$

$$\frac{\neg s}{p \wedge q}$$

(2 μολ.)

Θέμα 4^ο: Θεωρούμε το ακόλουθο μοντέλο

$$D = \{ \text{Δούκας, Νίκος, Αλεξάνδρα, Κασσιανή, Γιάννης, Μιχάλης, Ελένη, Βασίλης, 4, 6, 7} \}$$

$$[\Phi] = \{ \text{Δούκας, Νίκος, Αλεξάνδρα, Κασσιανή, Γιάννης, Μιχάλης, Ελένη, Βασίλης} \}$$

$$[\Delta] = \{ 6, 4, 7 \}$$

$$[k] = \{ \text{Νίκος, Μιχάλης, Ελένη, Βασίλης} \}$$

$$[A] = \{ \text{Δούκας, Αλεξάνδρα} \}$$

$$[C] = \{ \text{Γιάννης, Κασσιανή} \}$$

$$[m] = 4, [n] = \text{Νίκος}, [s] = 6$$

$[Π] = \{ \langle Πάνος, 4 \rangle, \langle Κασσιάνη, 4 \rangle, \langle Αλεξάνδρα, 4 \rangle, \langle Δούκας, 6 \rangle, \langle Νίκος, 6 \rangle, \langle Μιχάλης, 6 \rangle, \langle Ελένη, 7 \rangle, \langle Βασίλης, 7 \rangle \}$.

α) Είναι αληθής ή ψευδής στο μοντέλο η πρόταση
 $(\sim Π(n,s)) \leftrightarrow Π(m,s)$; (0,5 μον.)

β) Είναι αληθής ή ψευδής στο μοντέλο η πρόταση
 $(\forall x)(C(x) \rightarrow Π(x,m))$; (0,5 μον.)

γ) Υπάρχει αποτίμηση που ικανοποιεί στο μοντέλο
τον τύπο $\Delta(y) \& (\forall x)(K(x) \rightarrow Π(x,y))$; (1 μον.)

δ) Υπάρχει αποτίμηση που δεν ικανοποιεί στο μοντέλο
τον τύπο $\Delta(y) \& (\forall x)(K(x) \rightarrow Π(x,y))$; (1 μον.)

Θέμα 5^ο - Θεωρούμε το ακόλουθο επιχείρημα:

Ο Κώστας και η Μαρία γράφτηκαν το 2022. Όσοι πέρασαν δεν ήταν τριτοετείς. Όποιος γράφτηκε το 2022 είναι τριτοετής. Συνεπώς ούτε ο Κώστας πέρασε ούτε η Μαρία πέρασε.

Να εκφράσετε συμβολικά το επιχείρημα αυτό και να κατασκευάσετε μία τυπική απόδειξη εγκυρότητας της αρίστων επιχειρηματικής μορφής. (2 μον.)